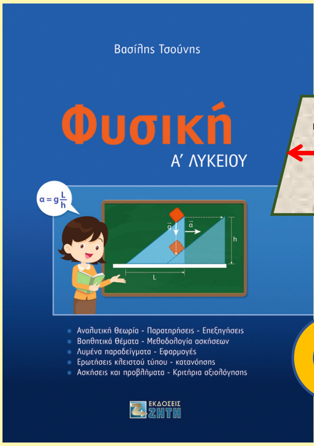
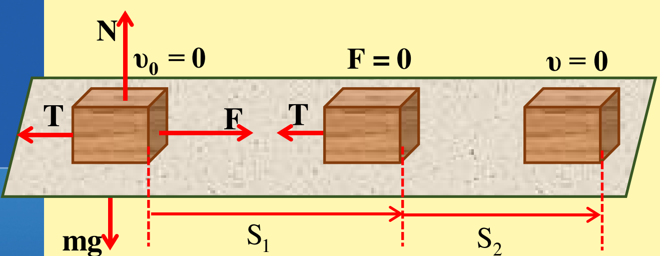
Βασίλης Τσούνης

Φυσική Α΄ Λυκείου

Τράπεζα Θεμάτων





$$T = F\frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

- Ταξινόμηση των θεμάτων ανά κεφάλαιο
- Αναλυτικές-πολλαπλές λύσεις σε όλα τα θέματα
- Σχόλια-παρατηρήσεις-προτάσεις-παραπομπές
- Μορφοποίηση με νέα σχήματα και γραφικές παραστάσεις σε όλα τα θέματα

Δωρεάν προσφορά!

Νέα ΕΝΗΜΕΡΩΜΕΝΗ έκδοση -Απρίλιος 2022

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

Τράπεζα Θεμάτων/ **Φυσική Α΄ Λυκείου**
Συγγραφέας: **Βασίλης Τσούνης**

ISBN: 978-960-456-561-0

Διεύθυνση Συγγραφέα:
Βασίλης Τσούνης : Γρηγορίου Λαμπράκη 2, 30132 Αγρίνιο

Τηλέφωνα: 2641058109 και 6946448496
https://www.btsounis.gr/
email: mail@btsounis.gr και basilis.tsounis1@gmail.com

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ
www.ziti.gr
Βιβλιοπωλεία:
Θεσσαλονίκη: Αρμενοπούλου 27 • Τηλ: 2310.203720 • Fax: 2310.211305
Αθήνα: Χαριλάου Τρικούπη 22 • Τηλ: 210.3816650 • Fax: 210.3816650

Πρόλογος

Στις δύσκολες -για την εποχή μας- συνθήκες εκπαιδευτικής διαδικασίας και επικοινωνίας με τους μαθητές, παρουσιάζουμε την «Τράπεζα Θεμάτων- **Φυσική Α΄ Λυκείου** » .

Το βιβλίο είναι μια **δωρεάν προσφορά**, τόσο στους μαθητές της Α΄ Λυκείου που στοχεύουν και προσπαθούν για το καλύτερο, όσο και στους καθηγητές τους που συνοδοιπορούν μαζί τους.

Στο βιβλίο υπάρχουν **όλα** τα θέματα της τράπεζας θεμάτων του ΙΕΠ με τα θέματα Β΄ να έχουν **ταξινομηθεί κατά κεφάλαιο**, ενώ τα συνδυαστικά θέματα Δ΄ (προβλήματα) να είναι με τον ίδιο αύξοντα αριθμό τους.

- Όλα τα θέματα,
  - έχουν μορφοποιηθεί και εμπλουτισθεί με νέα έγχρωμα σχήματα και διαγράμματα,
  - έχουν μεθοδολογικές - αναλυτικές και πολλαπλές λύσεις ώστε να είναι κατανοητές στους μαθητές.
- Υπάρχουν σε πολλά θέματα σχόλια - παρατηρήσεις, εναλλακτικές διορθωτικές προτάσεις, αλλά και παραπομπές για εύρεση υλικού μελέτης και κατανόησης των θεμάτων αυτών.

Το βιβλίο είναι σε **ηλεκτρονική μορφή** και κατεβαίνει τόσο ως ηλεκτρονικό βιβλίο, όσο και για εκτύπωση σε μορφή pdf.

Αν το βιβλίο βοηθήσει τους μαθητές και καθηγητές που προσπαθούν και επιμένουν, θα είναι μια στοιχειώδης δικαίωση της προσπάθειας για την δημιουργία του.

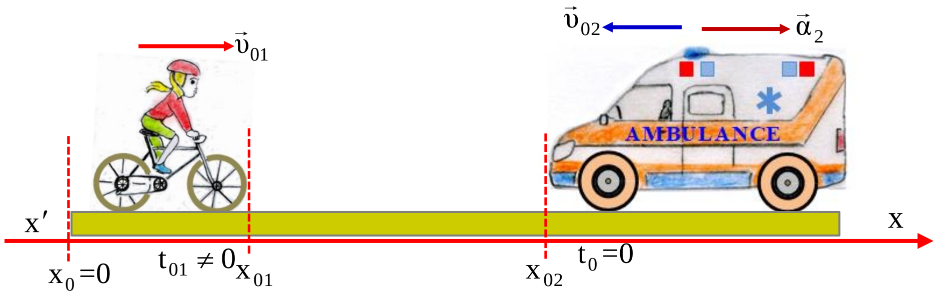
Απρίλιος 2022

Βασίλης Τσούνης
Φυσικός

Π ε ρ ι ε χ ό μ ε ν α

Α. Θέματα Β΄ - Κινηματική

Εκφωνήσεις και αναλυτικές απαντήσεις

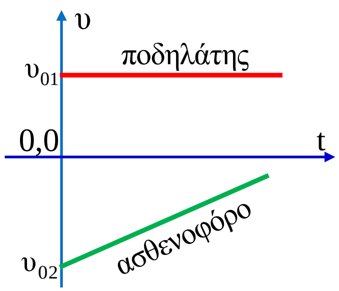


$$\upsilon_1=\upsilon_{01}=\text{σταθερή}$$

$$x_1(t)=x_{01}+\upsilon_{01}(t-t_{01})$$

$$\upsilon_2=-\upsilon_{02}+\alpha_2 t$$

$$x_2(t)=x_{02}-\upsilon_{02}t+\frac{1}{2}\alpha_2 t^2$$



…Η κινηματική από το βιβλίο…

Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης

[Εκδόσεις Ζήτη (2020)]

Στις σελίδες 9-138 θα βρείτε αναλυτική παρουσίαση της **Κινηματικής**

- **αναλυτική θεωρία– βοηθητικά θέματα – μεθοδολογία ασκήσεων,**
- **28 αναλυτικά και μεθοδολογικά λυμένα προβλήματα,**
- **40 ερωτήσεις κλειστού τύπου,**
- **36 ερωτήσεις κατανόησης,**
- **95 προβλήματα,**
- **4 κριτήρια αξιολόγησης.**

Α. Κινηματική – Θέματα Β΄

Σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (ή να συμπληρώστε τον πίνακα τιμών) και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Α.1 Η περιγραφή της κίνησης

1.1 (2ο-7970-Β1) Οι ευθύγραμμοι διάδρομοι κολύμβησης σε μια πισίνα ολυμπιακών διαστάσεων έχουν μήκος ίσο με 50m. Σε έναν αγώνα κολύμβησης των 200 m, η ολική μετατόπιση του κολυμβητή είναι ίση με:

α. 200 m **β.** 500 m **γ.** μηδέν

Απάντηση

Ο κολυμβητής για να διανύσει 200m «πηγαίνει» και «έρχεται» τον διάδρομο των 50m δύο φορές. Το σημείο εκκίνησης και τερματισμού του κολυμβητή είναι το ίδιο. Αρχικά και τελικά βρίσκεται ο κολυμβητής είναι στη ίδια θέση x=0 και συνεπώς $\Delta x_{ολ}=x_{τελ}-x_{αρχ} \Rightarrow$

$\Delta x_{ολ}=0-0 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=0$. ***Άρα σωστή η απάντηση (γ)***

1.2 (2ο -7978-Β1) Το μέτρο της ταχύτητας αθλητή των 100 m είναι ίσο με $\upsilon_A=36\text{Km/h}$ και το μέτρο της ταχύτητας ενός σαλιγκαριού είναι ίσο με $\upsilon_\Sigma=1\text{cm/s}$. Το πηλίκο των μέτρων των ταχυτήτων του αθλητή και του σαλιγκαριού $\upsilon_A/\upsilon_\Sigma$, είναι ίσο με:

α. 100 **β.** 1000 **γ.** 36

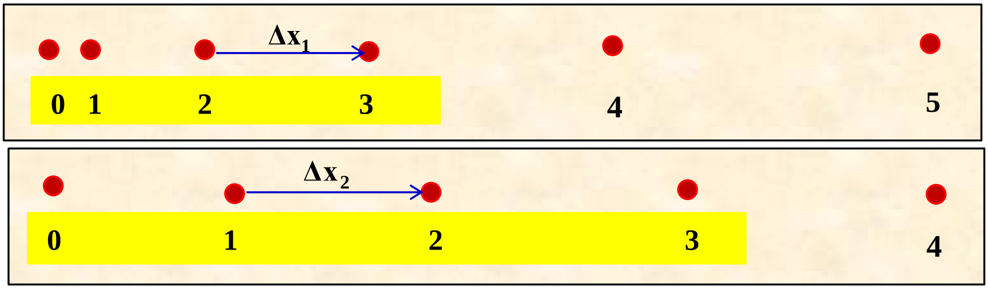
Απάντηση

$$\upsilon_A=36\frac{\text{Km}}{\text{h}} \Rightarrow \upsilon_A=36\frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} \Rightarrow \upsilon_A=10\frac{\text{m}}{\text{s}}\ (1),\ \upsilon_\Sigma=1\frac{\text{cm}}{\text{s}} \Rightarrow \upsilon_\Sigma=1\frac{0{,}01\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\upsilon_\Sigma=0{,}01\frac{\text{m}}{\text{s}}\ (2)$$. Από (1) και (2) παίρνουμε $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_\Sigma}=\frac{10\text{m/s}}{0{,}01\text{m/s}} \Rightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon_\Sigma}=1000$

Άρα σωστή η απάντηση (β)

1.3 (2ο-8011-Β1) Μία ομάδα μαθητών της Α΄ Λυκείου στο εργαστήριο Φυσικής μελέτησε δύο ευθύγραμμες κινήσεις με χρήση χρονομετρητή και πήραν τις αντίστοιχες χαρτοταινίες που παριστάνονται στη παρακάτω εικόνα. Η «πάνω» χαρτοταινία αντιστοιχεί στην κίνηση Ι και η «κάτω» στη κίνηση ΙΙ. Το χρονικό διάστημα που αντιστοιχεί μεταξύ δύο διαδοχικών κουκίδων είναι ίδιο και ίσο με ένα δευτερόλεπτο. Κάτω από κάθε κουκίδα που αντιστοιχεί στη θέση του κινητού, φαίνεται η ένδειξη του χρονομέτρου σε δευτερόλεπτα .



Αν $υ_1$ και $υ_2$ είναι οι μέσες ταχύτητες που αντιστοιχούν στις κινήσεις Ι και ΙΙ κατά το χρονικό διάστημα από 2 s μέχρι 3 s τότε ισχύει:

α. $υ_1=υ_2$ **β.** $υ_1>υ_2$ **γ.** $υ_1<υ_2$

Απάντηση

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο οποιοδήποτε διαδοχικών κουκίδων είναι 1s και από την μέτρηση της μετατόπισης $Δx_1$ και $Δx_2$ δύο διαδοχικών κουκίδων, των δύο ταινιών από 2s έως 3s, βρίσκουμε ότι $Δx_2 > Δx_1$.

Άρα η μέση ταχύτητα από 2s έως 3s για τα κινητά των δύο χαρτοταινιών είναι $υ_1=\frac{Δx_1}{Δt}$ και $υ_2=\frac{Δx_2}{Δt}$. Επειδή Δt=1s και $Δx_2 > Δx_1$ θα είναι $υ_2>υ_1$ ή $υ_1<υ_2$.

Άρα σωστή η απάντηση γ.

1.4 (2ο-13346-Β1) Ένα σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα. Ορίσαμε άξονα x′Ox στην ευθεία της κίνησης και με τη βοήθεια ενός χρονομέτρου δημιουργήσαμε ένα σύστημα αναφοράς για την καταγραφή της.

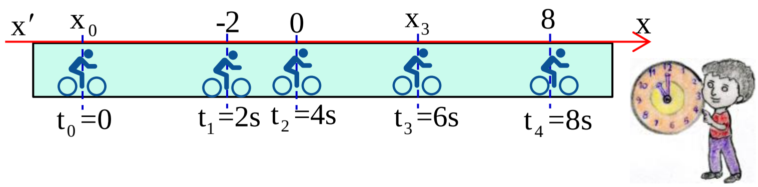
Ως προς το σύστημα αναφοράς που δημιουργήσαμε, δίνεται ο διπλανός πίνακας, σε κάθε οριζόντια γραμμή του οποίου καταγράφονται: η θέση (x) και η μετατόπιση (Δx) του κινητού, σε αντίστοιχες χρονικές στιγμές (t).

x(m)	Δx(m)	t(s)
	0	**0**
-2	**4**	**2**
0		**4**
	10	**6**
8		**8**

Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τις τιμές που λείπουν στον πίνακα.

Απάντηση

Στο σχήμα φαίνεται ο άξονας κινήσεως και οι θέσεις του κινητού με τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές



Μεταξύ των χρονικών στιγμών $t_0=0$ και $t_1=2s$ η μετατόπιση είναι $\Delta x=x_1-x_0 \Rightarrow 4m=-2m-x_0 \Rightarrow x_0=-6m$.

Μεταξύ $t_0=0$ και $t_2=4s$, $\Delta x=x_2-x_0 \Rightarrow \Delta x=0-(-6m) \Rightarrow \Delta x=6m$

Μεταξύ $t_0=0$ και $t_3=6s$, $\Delta x=x_3-x_0 \Rightarrow 10=x_3-(-6m) \Rightarrow x_3=4m$

Μεταξύ $t_0=0$ και $t_4=8s$, $\Delta x=x_4-x_0 \Rightarrow \Delta x=8-(-6m) \Rightarrow \Delta x=14m$

Έτσι ο πίνακας συμπληρωμένος είναι

x(m)	Δx(m)	t(s)
-6	**0**	**0**
-2	**4**	**2**
0	**6**	**4**
4	**10**	**6**
8	**14**	**8**

Α.2 Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

1.5 (2ο-7991-Β1) Η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα είναι ίση με 340 m/s. Αν βρίσκεστε 1190 m μακριά από σημείο που ξεσπά κεραυνός, θα ακούσετε τη βροντή που τον ακολουθεί:

α. μετά από 3s **β.** μετά από 3,5s **γ.** μετά από 4s

Απάντηση

Θεωρώντας σταθερή την ταχύτητα του ήχου στον αέρα υ=340 m/s, ο χρόνος για να διανύσει το διάστημα s=1190m είναι $\Delta t=\frac{s}{\upsilon}\xrightarrow{S.I}\Delta t=\frac{1190m}{340m/s}\Rightarrow \Delta t=3,5s$.

Άρα σωστή πρόταση β.

1.6 (2ο-8001-Β1) Ένα κινητό που κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τη χρονική στιγμή t_0=0s βρίσκεται στη θέση x_0 = 0 m ενός οριζόντιου άξονα x΄x.

α. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

Χρονική στιγμή t(s)	Ταχύτητα υ(m/s)	Θέση x(m)
5		
10		20
15		

β. Να γίνει η γραφική παράσταση θέσης σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες για το παραπάνω κινητό. Στη συνέχεια να υπολογιστεί η κλίση της ευθείας της γραφικής παράστασης, και να συγκριθεί με την τιμή του μεγέθους του πίνακα του ερωτήματος (α) στο οποίο αντιστοιχεί.

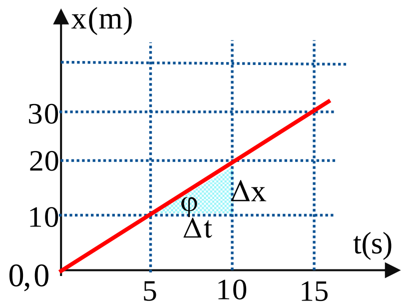
Απάντηση

Από τα στοιχεία της 2ης γραμμής βρίσκουμε τη σταθερή ταχύτητα της κίνησης $\upsilon=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x-x_0}{t-t_0}\xrightarrow{S.I}\upsilon=\frac{20-0}{10-0}\frac{m}{s}\Rightarrow \upsilon=2m/s$. Η χρονική εξίσωση της θέσης είναι $x=x_0+\upsilon(t-t_0)\xrightarrow{t_0=0,x_0=0}x=\upsilon t$ ή $x=2t$ (S.I) από όπου βρίσκεται η θέση του κινητού (1η και 3η στήλη).

Χρονική στιγμή t(s)	Ταχύτητα υ(m/s)	Θέση x(m)
5	**2**	**10**
10	**2**	20
15	**2**	**30**

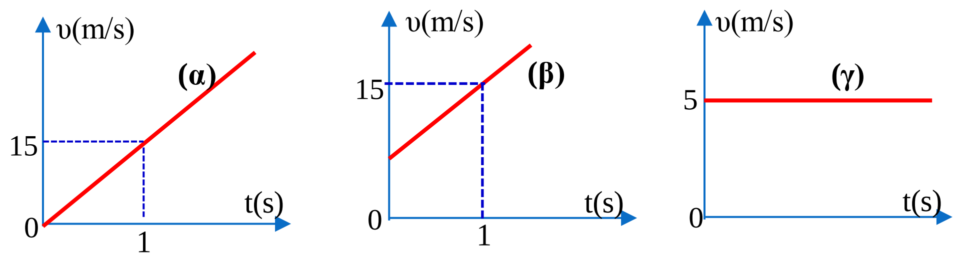
Η γραφική παράσταση x(t) φαίνεται στο διάγραμμα, η κλίση είναι σταθερή και υπολογίζεται από γραμμοσκιασμένο τρίγωνο $\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ή $\varepsilon\varphi\varphi=\frac{20-10}{10\text{-}5}\frac{m}{s}$

ή $\varepsilon\varphi\varphi=2\frac{m}{s}$ … και αριθμητικά ίση με την σταθερή ταχύτητα του κινητού.



1.7(2ο-8035-Β2) Η θέση ενός σώματος, που κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός προσανατολισμένου άξονα x΄x, δίνεται σε κάθε χρονική στιγμή από την εξίσωση x=5t (x σε m, t σε s).

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα παριστάνει σωστά την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο;



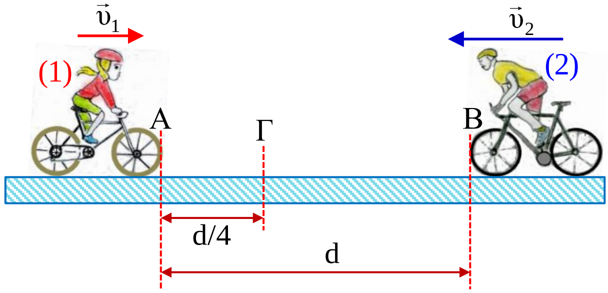
Απάντηση

Από την χρονική εξίσωση της θέσης x=5t φαίνεται ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με την ταχύτητα **σταθερή για κάθε χρονική στιγμή** και ίση με **υ=5m/s** ….

$$\upsilon=\frac{\Delta x}{\Delta t} \text{ ή } \upsilon=\frac{x_2\text{-}x_1}{t_2\text{-}t_1} \xrightarrow{S.I} \upsilon=\frac{5t_2\text{-}5t_1}{t_2\text{-}t_1} \text{ ή } \upsilon=\frac{5\left(t_2\text{-}t_1\right)}{t_2\text{-}t_1} \text{ ή } \upsilon=5m/s\ .$$

Άρα σωστό το διάγραμμα γ.

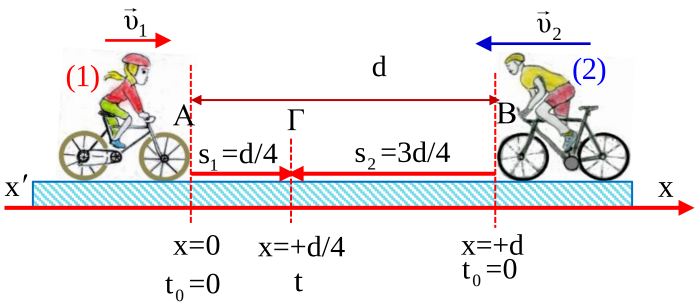
1.8 (2ο-12317-Β2) Δύο αθλητές ποδηλασίας προπονούνται στο ποδηλατοδρόμιο κινούμενοι αντίθετα. Στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα της πίστας (ΑΒ)=d του σχήματος τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η ποδηλάτης (1) διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα σταθερού μέτρου $υ_1$, ενώ ο ποδηλάτης (2) διέρχεται από το σημείο Β με ταχύτητα σταθερού μέτρου $υ_2$. Αν οι δύο ποδηλάτες συναντώνται στο σημείο Γ που απέχει d/4 από το σημείο Α για τα μέτρα των ταχυτήτων τους, τα οποία παραμένουν συνεχώς σταθερά κατά τη διάρκεια της κίνησης, ισχύει:



α. $υ_2=4υ_1$ **β.** $υ_2=3υ_1$ **γ.** $υ_2=2υ_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση



1η Λύση…με διαστήματα:

1ος ποδηλάτης: $s_1=υ_1t \xrightarrow{Γ} d/4=υ_1t$

2ος ποδηλάτης: $s_2=υ_2t \xrightarrow{Γ} 3d/4=υ_2t$

Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων αυτών έχουμε: $\dfrac{d/4}{3d/4}=\dfrac{υ_1t}{υ_2t} \Rightarrow \dfrac{1}{3}=\dfrac{υ_1}{υ_2} \Rightarrow$

$\mathbf{υ_2=3υ_1}$, άρα **σωστή** η σχέση **(β)**.

2η Λύση…με εξισώσεις θέσεις:

Έστω x=0 στη θέση του πρώτου ποδηλάτη και θετική φορά του άξονα x΄x όπως στο παραπάνω σχήμα!

1ος ποδηλάτης: $x_1=\upsilon_1 t$ (1) , 2ος ποδηλάτης: $x_2=d-\upsilon_2 t$ (2) . Όταν συναντηθούν

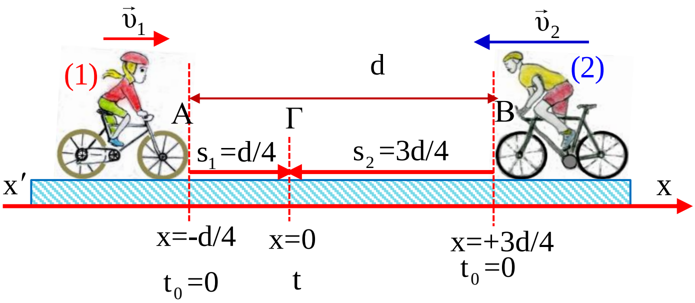
$x_1 = x_2 \xrightarrow{1,2} \upsilon_1 t=d-\upsilon_2 t \Rightarrow t=\dfrac{d}{\upsilon_1+\upsilon_2}$ (3) (χρονική στιγμή συνάντησης) .

Από την εξίσωση $x_1=\upsilon_1 t$ για τη στιγμή συνάντησης (3) και τη θέση συνάντησης έχουμε (x=d/4) έχουμε: $x_1=\upsilon_1 t \Rightarrow \dfrac{d}{4}=\upsilon_1\dfrac{d}{\upsilon_1+\upsilon_2} \Rightarrow \dfrac{1}{4}=\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_1+\upsilon_2} \Rightarrow \upsilon_1+\upsilon_2=4\upsilon_1 \Rightarrow$

$\upsilon_2=3\upsilon_1$

Σχόλιο- άλλη μία λύση: Μπορούμε να πάρουμε αρχή x=0 για τον άξονα x΄x σε όποια θέση θέλουμε.

Έστω x=0 στη θέση συνάντησης Γ, οπότε οι εξισώσεις κίνησης γίνονται



1ος ποδηλάτης: $x_1=-d/4+\upsilon_1 t$ (4) , 2ος ποδηλάτης: $x_2=3d/4-\upsilon_2 t$ (5) . Όταν συναντηθούν $x_1 = x_2 \xrightarrow{4,5} -d/4+\upsilon_1 t=3d/4-\upsilon_2 t \Rightarrow t=\dfrac{d}{\upsilon_1+\upsilon_2}$ (6) (χρονική στιγμή συνάντησης) .

Από την εξίσωση $x_1=-d/4+\upsilon_1 t$ για τη στιγμή συνάντησης (6) και τη θέση συνάντησης έχουμε (x=0) έχουμε: $x_1=-d/4+\upsilon_1 t \Rightarrow 0=-\dfrac{d}{4}+\upsilon_1\dfrac{d}{\upsilon_1+\upsilon_2} \Rightarrow \dfrac{1}{4}=\dfrac{\upsilon_1}{\upsilon_1+\upsilon_2}$

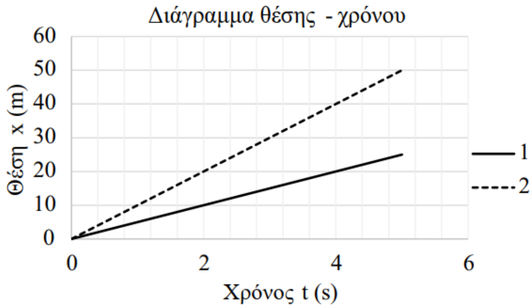
$\Rightarrow \upsilon_1+\upsilon_2=4\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2=3\upsilon_1$

1.9 (2ο-14202-Β1) Τα διαγράμματα θέσης – χρόνου για τα κινητά 1 και 2 δίνονται παραπάνω. Για τα μέτρα των σταθερών τους ταχυτήτων $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ αντίστοιχα ισχύει:

α. $\upsilon_1 = \upsilon_2$ **β.** $\upsilon_1 > \upsilon_2$

γ. $\upsilon_1 < \upsilon_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.



Απάντηση

1η Λύση: Επειδή οι γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου x(t) για τα δύο κινητά είναι ευθείες, οι κινήσεις είναι ευθύγραμμες ομαλές και επειδή την $t_0=0$, $x_0=0$ οι εξισώσεις θέσης των δύο κινητών είναι:

κινητό (1): $x_1=\upsilon_1 t$ και κινητό (2) $x_2=\upsilon_2 t$ και προφανώς ισχύουν για κάθε χρονική στιγμή.

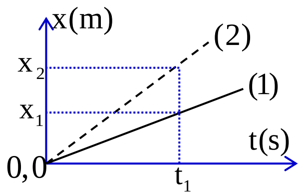
Για τη χρονική στιγμή t_1=2s από το διάγραμμα φαίνεται:

- το κινητό (1) είναι στη θέση x_1=10m, οπότε $x_1=\upsilon_1 t \xrightarrow{t_1=2s,x1=10m} 10m=\upsilon_1 2s$ $\Rightarrow \upsilon_1=5m/s$
- το κινητό (2) είναι στη θέση x_2=20m, οπότε $x_2=\upsilon_2 t \xrightarrow{t_1=2s,x2=20m} 20m=\upsilon_2 2s$ $\Rightarrow \upsilon_2=10m/s$. Άρα $\upsilon_1<\upsilon_2$ και **σωστή** είναι η **πρόταση (γ)**

2η Λύση πιο γενική:

Η κλίση της x(t) είναι $\varepsilon\varphi\theta=\frac{\Delta x}{\Delta t}$=ταχύτητα υ=σταθ.

Επειδή η κλίση της (2) είναι μεγαλύτερη από την κλίση της (1) είναι $\upsilon_2>\upsilon_1$ ή $\upsilon_1<\upsilon_2$



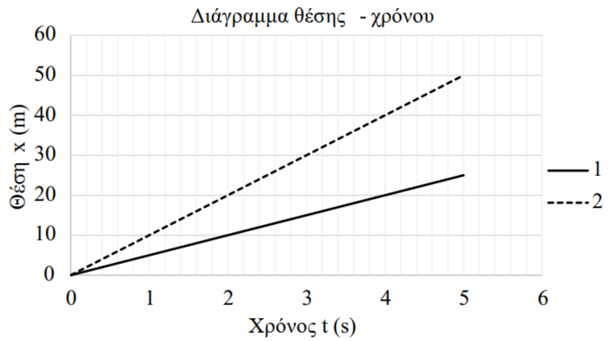
3η Λύση χωρίς αριθμητικά δεδομένα:

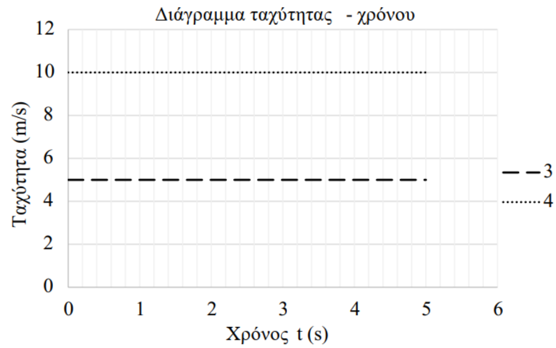
κινητό (1): $\upsilon_1=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_1-0}{t_1-0} \Rightarrow \upsilon_1=\frac{x_1}{t_1}$ (1)

κινητό (2): $\upsilon_2=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-0}{t_1-0} \Rightarrow \upsilon_2=\frac{x_2}{t_1}$ (2)…. Επειδή από τα διαγράμματα $x_1<x_2$ από τις (1) και (2) φαίνεται ότι $\upsilon_1<\upsilon_2$

Σχόλιο: Σε ανάλογες ερωτήσεις δεν χρειάζονται τα αριθμητικά δεδομένα

1.10 (2ο-14203-Β1) Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε, στο ίδιο κινητό θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου





α. 3 **β.** 4

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση.

Όπως και στην ερώτηση 14202-Β1 έχουμε,

Για τη χρονική στιγμή t_1=2s από το διάγραμμα φαίνεται:

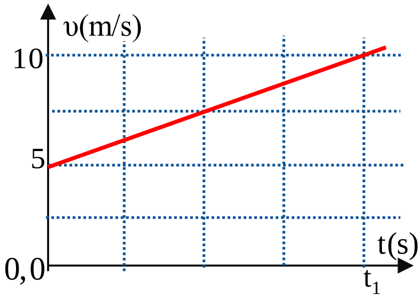
- το κινητό Α(γραμμή 1) είναι στη θέση x_1=10m, οπότε $x_1=\upsilon_1 t \xrightarrow{t_1=2s, x_1=10m} 10m=\upsilon_1 2s \Rightarrow \upsilon_1=5m/s$
- το κινητό Β (γραμμή 2) είναι στη θέση x_2=20m, οπότε $x_2=\upsilon_2 t \xrightarrow{t_1=2s, x_2=20m} 20m=\upsilon_2 2s \Rightarrow \upsilon_2=10m/s$.

Στο 2ο διάγραμμα υ-t η ταχύτητα 10m/s (γραμμή 4) αντιστοιχεί στο κινητό (Β) ενώ η ταχύτητα 5m/s (γραμμή 3) αντιστοιχεί στο κινητό (Α).

Άρα **σωστή** είναι η πρόταση **(α)**

Α.3 Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση

1.11(2ο-7971-Β1) Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση.



Από το διάγραμμα αυτό, προσδιορίζουμε:

α. μόνο την επιτάχυνση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1

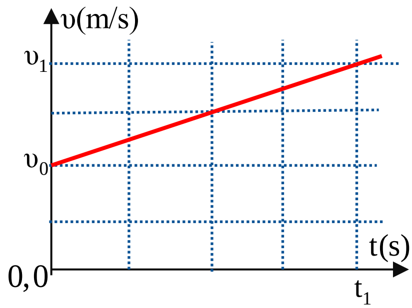
β. μόνο τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1

γ. την επιτάχυνση όπως και τη θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1 .

Απάντηση

Σχόλιο: Εδώ έπρεπε,

- αφού δίνονται τιμές των ταχυτήτων 5m/s και 10m/s για τις χρονικές στιγμές $t_0=0$ και t_1 να δίνεται και η τιμή της χρονικής στιγμής t_1, ή
- αφού δεν δίνεται η τιμή της χρονικής στιγμής t_1 να μην δίνονται ούτε οι αριθμητικές τιμές των ταχυτήτων για τις χρονικές στιγμές $t_0=0$ και t_1, αλλά να συμβολίζονται ως $υ_0$ και $υ_1$, όπως στο διπλανό διάγραμμα υ(t).

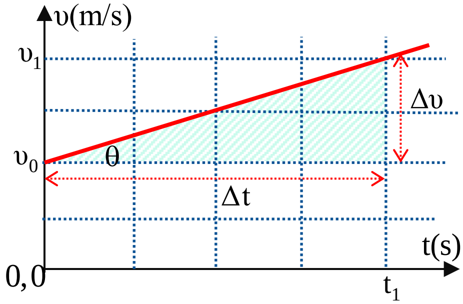


Από το διάγραμμα υ(t) που είναι ευθεία και η κλίση είναι σταθερή, συμπεραίνουμε ότι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη, και μπορούμε αν είναι γνωστά τα $υ_0$, $υ_1$ και t_1, να υπολογίσουμε την κλίση, άρα και την επιτάχυνση του κινητού. Στο διάγραμμα αυτό η επιτάχυνση βρίσκεται από το γραμμοσκιασμένο τρίγωνο

$$εφθ=\frac{Δυ}{Δt}=\frac{υ_1-υ_0}{t_1-0}=α\,.$$

Η επιτάχυνση είναι σταθερή για κάθε χρονική στιγμή, άρα και για την στιγμή t_1.

Από το εμβαδόν τραπεζίου που είναι μεταξύ της υ(t) και του άξονα των χρόνων μπορούμε να βρούμε την μετατόπιση του κινητού από $t_0=0$ μέχρι t_1… $\Delta x=E=\dfrac{\upsilon_0+\upsilon_1}{2}t_1$.



Για να βρούμε τη θέση x_1 κινητού πάνω στον άξονα κίνησης, έπρεπε να γνωρίζουμε τη θέση x_0 αυτού τη χρονική στιγμή $t_0=0$, $\Delta x=x_1-x_0$ ή $x_1=\Delta x+x_0$. **Άρα σωστή μόνο η πρόταση α.**

1.12 (2ο-7974-Β1) Ένα όχημα είναι αρχικά ακίνητο και τη χρονική στιγμή t=0, αρχίζει να κινείται εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τα στοιχεία που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα:

Χρονική στιγμή t(s)	Ταχύτητα υ(m/s)	Διάστημα s(m)
0	0	0
1	4	
		8
	16	

Απάντηση

Σχόλιο: Στην 1^{η} γραμμή η τιμή της ταχύτητας υ=0 και κυρίως του διαστήματος s=0 μπορούσαν να μην γράφονται στα αντίστοιχα κελιά… αλλά να αφήνονται ως συμπεράσματα στο μαθητή διότι εξάγονται από τα δεδομένα της ερώτησης.

Επειδή την $t_0=0$ έχουμε $\upsilon_0=0$ και επειδή η κίνηση είναι ευθύγραμμη σταθερής φοράς $s=\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha t^2$ (1).

2η γραμμή**:** Από την εξίσωση κίνησης υ=αt (2) αντικαθιστώντας τις τιμές από τον πίνακα υπολογίζουμε την επιτάχυνση $\alpha=\dfrac{\upsilon}{t}=\dfrac{4m/s}{1s}\Rightarrow\alpha=4m/s^2$ και $s=\dfrac{1}{2}\alpha t^2\xrightarrow{S.I}$

$$s=\frac{1}{2}4\cdot1^2\Rightarrow s=2m$$

3η γραμμή: Από τη σχέση (1) υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή $t=\sqrt{\frac{2s}{\alpha}} \xrightarrow{S.I}$ $t=\sqrt{\frac{2.8}{4}} \Rightarrow$ t=2s και από τη σχέση (2) υπολογίζουμε την ταχύτητα $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I}$ υ=8m/s

4^{η} γραμμή: Από τη σχέση (2) υπολογίσουμε τη χρονική στιγμή και στη συνέχεια από τη σχέση (1) υπολογίζουμε το διάστημα

Χρονική στιγμή t(s)	Ταχύτητα υ(m/s)	Διάστημα s(m)
0	0	0
1	4	**2**
2	**8**	8
4	16	**32**

1.13 (2ο -7975-Β1) Μοτοσικλετιστής βρίσκεται ακίνητος σε ένα σημείο Α. Τη χρονική στιγμή t=0s ξεκινά και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση. Αν ο μοτοσικλετιστής βρίσκεται τη χρονική στιγμή t_1 σε απόσταση 10 m από το σημείο Α, τότε τη χρονική στιγμή $2t_1$ θα βρίσκεται σε απόσταση από το Α ίση με:

α. 20 m **β.** 40 m **γ.**80 m

Απάντηση

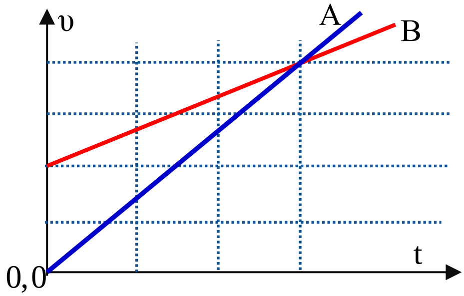
Για τη χρονική στιγμή t_1 έχουμε μετατόπιση από το Α: $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2=10\text{m}\ (1)$

Για τη χρονική στιγμή $2t_1$ έχουμε μετατόπιση από το Α: $\Delta x_2=\frac{1}{2}\alpha(2t_1)^2 \Rightarrow$

$$\Delta x_2=4\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{(1)} \Delta x_2=4\Delta x_1=40\text{m}.$$

Άρα σωστή η πρόταση β.

1.14 (2ο-7976-Β2) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για δύο οχήματα Α και Β, που κινούνται ευθύγραμμα.



Για τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο οχημάτων ισχύει:

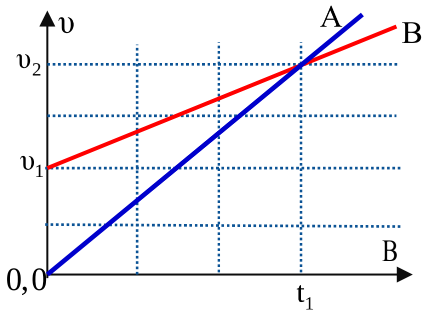
α. Μεγαλύτερη επιτάχυνση έχει το όχημα (Α)

β. Τα δύο οχήματα έχουν την ίδια επιτάχυνση

γ. Μεγαλύτερη επιτάχυνση έχει το όχημα (Β)

Απάντηση

Από τη μορφή των γραφικών παραστάσεων των ταχυτήτων των δύο κινητών σε συνάρτηση με το χρόνο προκύπτει ότι αυτά εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και η επιτάχυνση καθενός προκύπτει από τη κλίση των γραφικών παραστάσεων υ(t) .



Κινητό Α: $α_A = \dfrac{Δυ_A}{Δt} \Rightarrow α_A = \dfrac{υ_2 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow$

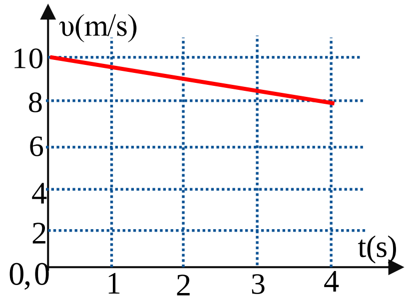
$$α_A = \frac{υ_2}{t_1} \quad (1)$$

Κινητό Β: $α_B = \dfrac{Δυ_B}{Δt} \Rightarrow α_B = \dfrac{υ_2 - υ_1}{t_1 - 0} \Rightarrow α_B = \dfrac{υ_2 - υ_1}{t_1}$ (2)

Προφανώς $υ_2 > υ_2 - υ_1 \xrightarrow{1,2} α_A > α_B$.

Άρα σωστή η πρόταση α.

1.15 (2ο-7980-Β1) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας ενός οχήματος που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο, σε συνάρτηση με το χρόνο.

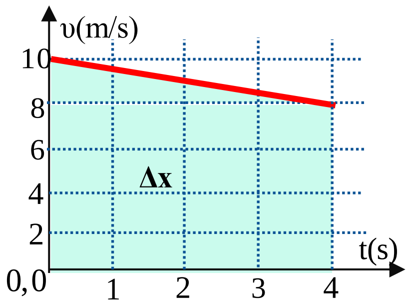


Η μετατόπιση του οχήματος από τη χρονική στιγμή t=0s έως τη χρονική στιγμή t= 4s είναι ίση με:

α. 36 m **β.** 40 m **γ.** 32 m

Απάντηση

Σε μια γραφική παράσταση υ(t) το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής υ(t) και του άξονα των χρόνων t είναι ίσο με τη μετατόπιση του οχήματος.



Επομένως $\Delta x = E \xrightarrow{S.I} \Delta x = \dfrac{10+8}{2}4$

$\Rightarrow \Delta x = 36m$

Άρα σωστή η πρόταση α.

1.16 (2ο-7982-Β2) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση ίση με α και τη χρονική στιγμή t = 0 s έχει ταχύτητα ίση με $υ_0$. Μετά από χρόνο t έχει διανύσει διάστημα s και η ταχύτητά του είναι ίση με υ.

Η ταχύτητα υ του κινητού μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

α. $υ^2=υ_0^2+2α\cdot s$ **β.** $υ^2=υ_0^2+α\cdot s$ **γ.** $υ^2=υ_0^2+4α\cdot s$

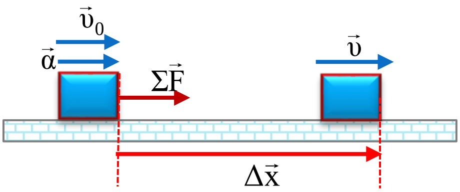
Απάντηση

1ος τρόπος: Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οι εξισώσεις κίνησης είναι $Δx=υ_0 t+\frac{1}{2}αt^2 \xrightarrow{Δx=s} s=υ_0 t+\frac{1}{2}αt^2$ (1) και $υ=υ_0+αt$ (2) .

Απαλείφουμε τον χρόνο στις δύο αυτές εξισώσεις (2) $\Rightarrow$ $t=\dfrac{υ-υ_0}{α} \xrightarrow{(1)}$

$$s=υ_0\left(\frac{υ-υ_0}{α}\right)+\frac{1}{2}α\left(\frac{υ-υ_0}{α}\right)^2 \Rightarrow \ldots υ^2=υ_0^2+2α\cdot s$$

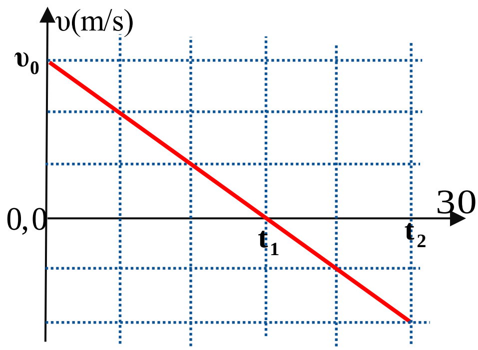
2ος τρόπος (*να μελετηθεί μετά την διδασκαλία της ενέργειας) …από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για μετατόπιση Δx=s του κινητού μάζας m που η ταχύτητά του μεταβάλλεται από $υ_0$ σε υ έχουμε $ΔK = W_{ολ} \Rightarrow$



$$\frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}mυ_0^2=ΣF\cdot s \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}mυ_0^2=mα\cdot s \Rightarrow υ^2-υ_0^2=2α\cdot s \Rightarrow υ^2=υ_0^2+2α\cdot s$$ **Άρα σωστή η πρόταση α.**

1.17 (2ο -7983-Β1) Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Για το είδος της κίνησης του κινητού ισχύει:



α. Σε όλο το χρονικό διάστημα $[0,t_2]$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

β. Στο χρονικό διάστημα από $[t_1,t_2]$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

γ. Στο χρονικό διάστημα από $[t_1,t_2]$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Απάντηση

Επειδή η γραφική παράσταση υ(t) είναι ευθεία, η κλίση της $\frac{Δυ}{Δt}$ που φανερώνει την επιτάχυνση α είναι σταθερή και η κίνηση ομαλά μεταβαλλόμενη . Η τιμή της επιτάχυνσης είναι $α=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow \quad α=\frac{0-υ_0}{t_1-0} \quad \Rightarrow α=-\frac{υ_0}{t_1}<0$ …με σταθερή αρνητική αλγεβρική τιμή για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης από 0 έως t_2. Για να δούμε το είδος της κίνησης σημασία έχει,

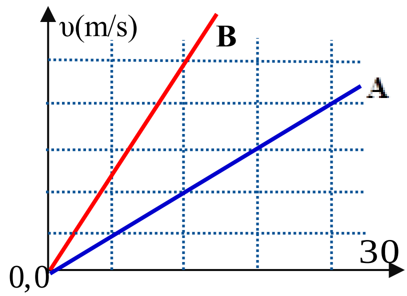
- τι μεταβολή παθαίνει το μέτρο της ταχύτητας και όχι η αλγεβρική τιμή αυτής,

- όχι αν είναι θετική ή αρνητική η επιτάχυνση αλλά αν είναι ομόρροπη ή αντίρροπη με τη ταχύτητα.
- αν το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται ή $\upsilon \cdot \alpha > 0$ ($\vec{\upsilon}, \vec{\alpha}$ ομόρροπα) η κίνηση είναι επιταχυνόμενη , ενώ μέτρο της ταχύτητας μειώνεται ή $\upsilon \cdot \alpha < 0$ ($\vec{\upsilon}, \vec{\alpha}$ αντίρροπα) η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

Σύμφωνα με το διάγραμμα στο χρονικό διάστημα $0 \rightarrow t_1$ το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση (το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται, η ταχύτητα είναι θετική και η επιτάχυνση αρνητική …αντίρροπες) και την χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του μηδενίζεται. Στη συνέχεια στο χρονικό διάστημα από $t_1 \rightarrow t_2$ το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται, η ταχύτητα και η επιτάχυνση είναι αρνητικές … ομόρροπες επομένως το κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από $0 \rightarrow t_1$ η ταχύτητα είναι θετική και το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα κίνησης, ενώ από $t_1 \rightarrow t_2$ η ταχύτητα είναι αρνητική και το κινητό κινείται προς τα αρνητικά του άξονα κίνησης. Η φορά κίνησης αντιστρέφεται την t_1 που η ταχύτητα μηδενίζεται.

Από τις προτάσεις σωστή είναι η γ.

1.18 (2ο-7984-Β1) Δύο κιβώτια Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Η τιμή της ταχύτητάς τους μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα .

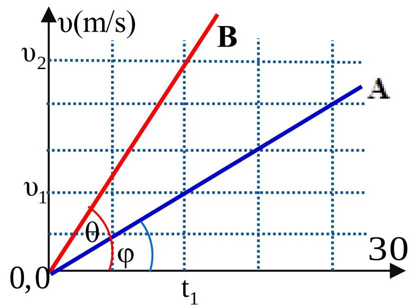


Για τα μέτρα α_A και α_B των επιταχύνσεων των κιβωτίων Α και Β αντίστοιχα, ισχύει:

α. $\alpha_A = \alpha_B$ **β.** $\alpha_A > \alpha_B$ **γ.** $\alpha_A < \alpha_B$

Απάντηση

Τα κιβώτια εκτελούν ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η κλίση της ευθείας υ(t) στο διάγραμμα της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο είναι $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ και δίνει την επιτάχυνση $\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$.



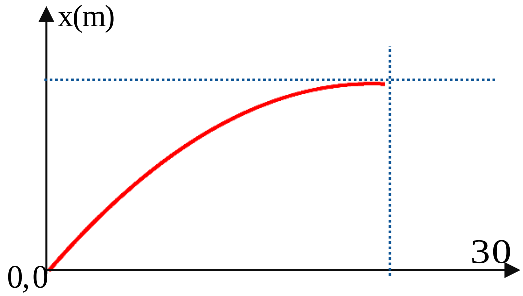
Κινητό Α: $\alpha_A = \frac{\Delta\upsilon_A}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_A = \frac{\upsilon_1 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow \alpha_A = \frac{\upsilon_1}{t_1}$ ή $\alpha_A = \varepsilon\varphi\varphi$ (1)

Κινητό Β: $\alpha_B = \frac{\Delta\upsilon_B}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_B = \frac{\upsilon_2 - 0}{t_1 - 0} \Rightarrow \alpha_B = \frac{\upsilon_2}{t_1}$ ή $\alpha_B = \varepsilon\varphi\theta$ (2)

Προφανώς $\upsilon_2 > \upsilon_1$ ή θ>φ και εφθ>εφφ $\xrightarrow{1,2}$ $\alpha_B > \alpha_A$ ή $\alpha_A < \alpha_B$..

Άρα σωστή η πρόταση γ.

1.19 (2ο-7987-Β1) Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντια πίστα. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο. Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνεται ότι ο σκιέρ εκτελεί:



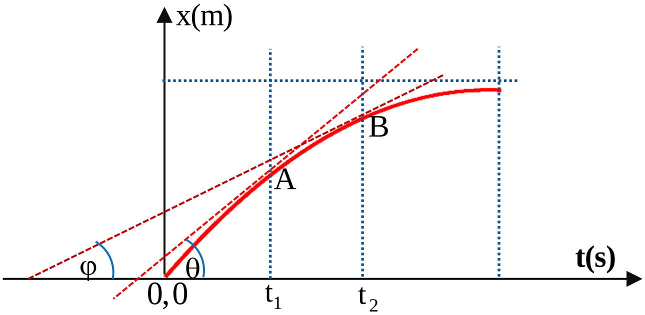
α. ομαλή κίνηση

β. επιταχυνόμενη κίνηση

γ. επιβραδυνόμενη κίνηση

Απάντηση

Από την κλίση $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ της γραφικής παράστασης θέσης-χρόνου x(t) βρίσκουμε την ταχύτητα $\upsilon = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.



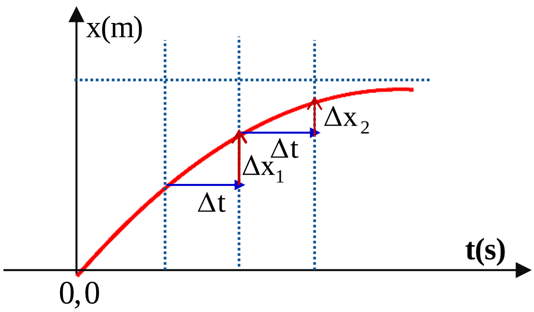
Εδώ επειδή η γραφική παράσταση θέσης - χρόνου x(t) δεν είναι ευθεία, η κλίση δεν είναι σταθερή και συνεπώς και η ταχύτητα δεν είναι σταθερή, άρα η κίνηση είναι μεταβαλλόμενη. Επειδή με την πάροδο του χρόνου η κλίση μειώνεται, και το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται και συνεπώς η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη. Για δύο χρονικές στιγμές $t_2 > t_1$ το κινητό έχει ταχύτητες που αποδίδονται από τη κλίση της x(t) στα σημεία Β και Α αντίστοιχα. Είναι όμως

$\upsilon_A=\left(\frac{dx}{dt}\right)_A$ =εφθ (1) και $\upsilon_B=\left(\frac{dx}{dt}\right)_B$ =εφφ (2)…από δε το σχήμα φαίνεται ότι θ>φ ή

$\varepsilon\varphi\theta > \varepsilon\varphi\varphi \xrightarrow{1,2} \upsilon_A > \upsilon_B$ ή $\upsilon_B < \upsilon_A$ δηλαδή όσο αυξάνεται ο χρόνος μειώνεται η ταχύτητα, άρα κίνηση επιβραδυνόμενη.

Άρα σωστή η πρόταση γ.

Και λίγο **διαφορετικά** …από το διάγραμμα θέσης-χρόνου αν πάρουμε δύο διαδοχικά **ίσα** χρονικά διαστήματα Δt, οι αντίστοιχες μετατοπίσεις είναι $\Delta x_1 > \Delta x_2$ (3) και οι αντίστοιχες μέσες ταχύτητες στα διαδοχικά αυτά ίσα χρονικά διαστήματα είναι $\upsilon_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta t}$ και $\upsilon_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta t}$



$\xrightarrow{3} \upsilon_1 > \upsilon_2$ ή $\upsilon_2 < \upsilon_1$ …δηλαδή η ταχύτητα μειώνεται με το χρόνο και η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.

1.20(2ο-7989-Β1) Ένα κινητό διέρχεται τη χρονική στιγμή t_0=0 από τη θέση x_0=0 ενός προσανατολισμένου άξονα Οx, κινούμενο κατά μήκος του άξονα και προς τη θετική του φορά. Η εξίσωση της θέσης του κινητού σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής, $x= 5t+ 2t^2$ (S.I).

Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή t = 5s, είναι ίσο με:

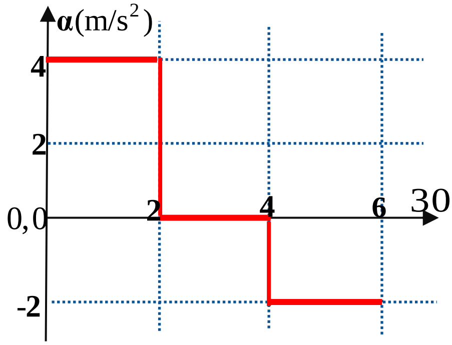
α. 5 m/s **β.** 25 m/s **γ.** 10 m/s

Απάντηση

Η γενική εξίσωση x(t) της θέσης του κινητού στον άξονα κίνησης x′x είναι $x=x_0+\upsilon_0(t-t_0)+\frac{1}{2}\alpha(t-t_0)^2 \xrightarrow{x_0=0,t_0=0} x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2$. Αυτή συγκρινόμενη με την $x= 5t+ 2t^2$ δίνει υ_0=5m/s και $\frac{1}{2}\alpha = 2$ ή α=4m/s^2.

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=5+4t$ (S.I) $\xrightarrow{t=5s}$ υ=25m/s . **Άρα σωστή η πρόταση β.**

1.21(2ο-7990-Β1) Ένα όχημα ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται το διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης του οχήματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη στιγμή $t_1=6s$.



Τη χρονική στιγμή $t_1=6s$ η τιμή της ταχύτητας του οχήματος είναι ίση με:

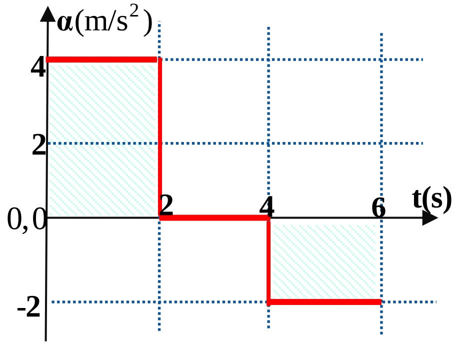
α. + 4 m/s **β.** + 12 m/s **γ.** – 4 m/s

Απάντηση

1ος τρόπος: Το εμβαδόν μεταξύ της α(t) και του άξονα των χρόνων δίνει την αντίστοιχη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του κινητού. Έτσι από $t_0=0$ έως t=6s η μεταβολή της ταχύτητας ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν $\Delta\upsilon=4(2\text{-}0)+0+(-2)(6\text{-}4) \Rightarrow$

$\Delta\upsilon=+4m/s \Rightarrow \upsilon_6-\upsilon_0=+4m/s$

$\xrightarrow{\upsilon_0=0} \upsilon_6=+4m/s$



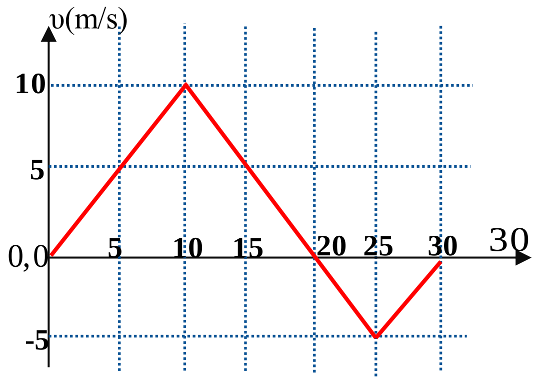
2ος τρόπος: Η 1η φάση της κίνησης είναι ομαλά επιταχυνόμενη και υ=αt ή υ=4t (SI) $\xrightarrow{t=2s} \upsilon_2=8m/s$.

Η 2η φάση είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλή και το κινητό τη στιγμή t=4s έχει ταχύτητα $\upsilon_4=8m/s$.

Η 3η φάση της κίνησης είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με και $\upsilon=\upsilon_4-|\alpha'|(t-t_4) \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon=8-2(t-4)$ (S.I) $\xrightarrow{t=6s} \upsilon_6=+4m/s$. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

1.22 (2ο-7994-Β2) Η μπίλια τη χρονική στιγμή t=0s, αρχίζει να κινείται και η τιμή της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Με s και Δx συμβολίζουμε αντίστοιχα το διάστημα που διανύει η μπίλια και τη μετατόπιση της στο χρονικό διάστημα 0s έως 30s.

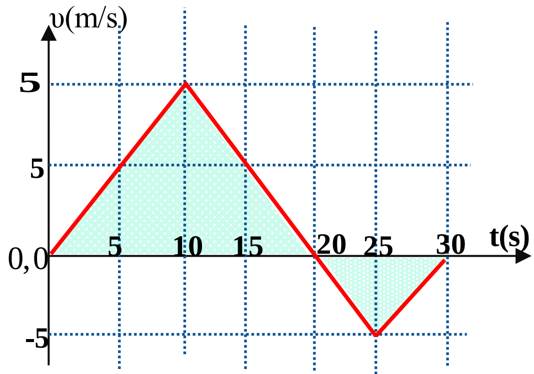


Για τις τιμές των μεγεθών s και Δx ισχύει:

α. s = Δx = 125 m **β.** s = 30 m και Δx = 10 m **γ.** s = 125 m και Δx = 75 m.

Απάντηση

Σε μια γραφική παράσταση υ(t) το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής υ(t) και του άξονα των χρόνων t είναι ίσο με τη μετατόπιση του κινητού.



Επίσης αν το κινητό έχει διάφορες φάσεις στην κίνησή του (και με αλλαγή φοράς κίνησης) η συνολική μετατόπιση ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεων $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2+...+\Delta x_ν$, το δε συνολικό διάστημα με το άθροισμα των απολύτων τιμών των επιμέρους μετατοπίσεων $s_{ολ}=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+...+|\Delta x_ν|$.

Οι επιμέρους μετατοπίσεις του κινητού από $t_0=0$ έως $t_1=20s$ και από $t_1=20s$ έως $t_2=30s$ ισούνται με τα αντίστοιχα γραμμοσκιασμένα εμβαδά

$\Delta x_1=\frac{1}{2}(20\text{-}0)10=+100m$ και $\Delta x_2=\frac{1}{2}(30\text{-}20)(\text{-}5)=\text{-}25m$

Άρα $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=75m$ και $s_{ολ}=|\Delta x_1|+|\Delta x_2| \Rightarrow s_{ολ}=125m$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

1.23(2ο-7995-Β1) Πέτρα μάζας m, εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση μέτρου α.
Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η θέση της πέτρας τη χρονική στιγμή t είναι:

α. $\frac{1}{2}\alpha t^2$ **β.** αt **γ.** $m\alpha$

Α π ά ν τ η σ η

Ο ρυθμός μεταβολής της θέσης ισούται με την αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού, οπότε

$\frac{dx}{dt}=\upsilon \xrightarrow{\upsilon=\alpha t} \frac{dx}{dt}=\alpha t$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

1.24 (2ο-7997-Β2) Ένα κιβώτιο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο που ταυτίζεται με οριζόντιο άξονα x΄x. Τη χρονική στιγμή t=0 το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση $x_0=0$ του άξονα κινούμενο προς τη θετική φορά. Η εξίσωση της θέσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο είναι της μορφής $x= 5t+ 8t^2$ (S.I) για $t \geq 0$.Το μέτρο της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή t = 2 s, είναι ίσο με:

α. 13 m/s **β.** 42 m/s **γ.** 37 m/s

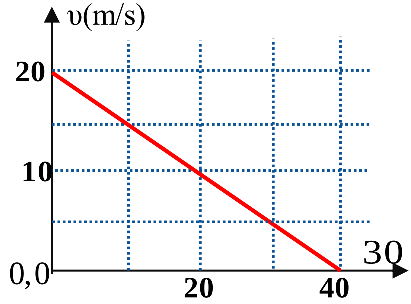
Α π ά ν τ η σ η

Η γενική εξίσωση x(t) της θέσης του κινητού στον άξονα κίνησης x′x είναι $x=x_0+\upsilon_0(t-t_0)+\frac{1}{2}\alpha(t-t_0)^2 \xrightarrow{x_0=0,t_0=0} x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2$. Αυτή συγκρινόμενη με την $x= 5t+ 8t^2$ δίνει υ_0=5m/s και $\frac{1}{2}\alpha=8$ ή α=16m/s^2.

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=5+16t$ (S.I) $\xrightarrow{t=2s}$ υ=37m/s

Άρα σωστή η πρόταση γ.

1.25 (2ο-7998-Β2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται γραφικά η τιμή της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο. Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι



α. Το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha=2\text{m/s}^2$

β. Η μετατόπιση του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $[0, 40\text{s}]$ είναι ίση με 800 m.

γ. Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $[0, 40\text{s}]$ είναι ίση με 10m/s

Απάντηση

α. Η επιτάχυνση του κινητού είναι $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\xrightarrow{\text{S.I}}\alpha=\dfrac{0\text{m/s}-20\text{m/s}}{40\text{s}-0\text{s}}\Rightarrow\alpha=-0{,}5\text{m/s}^2$

άρα **α-λανθασμένη**.

β. Η μετατόπιση στο $[0, 40\text{s}]$ είναι $\Delta x=\dfrac{1}{2}40\text{s}.20\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\Rightarrow\Delta x=400\text{m}$

άρα **β-λανθασμένη**.

γ. Η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $[0, 40\text{s}]$ είναι $\bar{\upsilon}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$\xrightarrow{\text{S.I}}\bar{\upsilon}=\dfrac{400\text{m}}{40\text{s}}\Rightarrow\bar{\upsilon}=10\text{m/s}$, **άρα γ-σωστή.**

Σχόλιο: Τα θέμα είναι σωστού –λάθους και απαιτούν έλεγχο όλες οι ερωτήσεις. Εδώ αντί για την εκφώνηση «Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση» πιο σωστή διατύπωση είναι « Να ελέγξετε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης»

1.26(2ο-8002-Β2)Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0$ και επιβράδυνση μέτρου α. Το κινητό μετά από χρόνο t έχει μετατόπιση Δx και η ταχύτητά του έχει μέτρο ίσο με υ. Το μέτρο της ταχύτητας υ μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

α. $υ^2=υ_0^2-2α\cdot Δx$ **β.** $υ^2=υ_0^2-α\cdot Δx$ **γ.** $υ^2=υ_0^2+2α\cdot Δx$

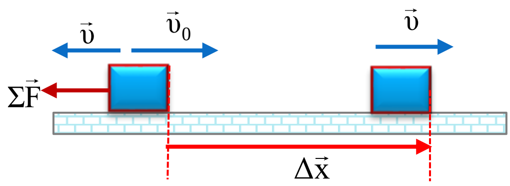
Απάντηση

1ος τρόπος: Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση οι εξισώσεις κίνησης είναι $Δx=υ_0t-\frac{1}{2}αt^2$ (1) και $υ=υ_0-αt$ (2) με $υ_0$ και α το μέτρα της αρχικής ταχύτητας και επιτάχυνσης.

Απαλείφουμε τον χρόνο στις δύο αυτές εξισώσεις (2) $\Rightarrow$ $t=\frac{υ_0-υ}{α}\xrightarrow{(1)}$

$$Δx=υ_0\left(\frac{υ_0-υ_0}{α}\right)+\frac{1}{2}α\left(\frac{υ_0-υ}{α}\right)^2 \Rightarrow \ldots\ υ^2=υ_0^2-2α\cdot Δx$$

2ος τρόπος (*...να μελετηθεί μετά την διδασκαλία της ενέργειας…) Από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για μετατόπιση Δx του κινητού μάζας m που η ταχύτητά του μεταβάλλεται από $υ_0$ σε υ έχουμε $ΔK = W_{ολ} \Rightarrow$



$$\frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}mυ_0^2=-ΣF\cdot Δx \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}mυ_0^2=-mα\cdot Δx \Rightarrow υ^2-υ_0^2=-2α\cdot Δx \Rightarrow$$

$$υ^2=υ_0^2-2α\cdot Δx$$

(*) Η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη και η συνισταμένη δύναμη είναι αντίθετη της ταχύτητας και της μετατόπισης, οπότε $W_{ολ}=ΣF\cdot Δxσυν180^0$ ή $W_{ολ}=-ΣF\cdot Δx$

Άρα σωστή η πρόταση α.

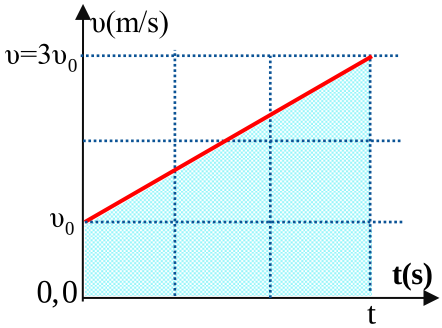
1.27 (2ο-8003-Β2) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου α και αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Όταν το κινητό αποκτήσει τριπλάσια ταχύτητα της αρχικής θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

α. $\frac{2υ_0^2}{α}$ **β.** $\frac{4υ_0^2}{α}$ **γ.** $\frac{υ_0^2}{2α}$

Απάντηση

Από τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας βρίσκουμε το χρόνο που η αρχική της τιμή τριπλασιάζεται $υ=υ_0+αt$

$$\xrightarrow{υ=3υ_0} 3υ_0=υ_0+αt \Rightarrow t=\frac{2υ_0}{α}.$$

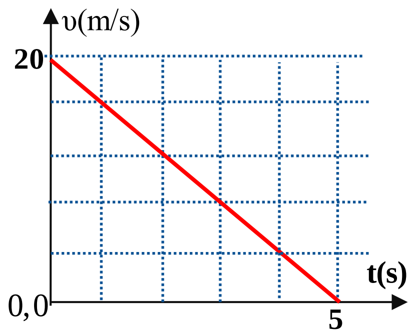


Το αντίστοιχο διάστημα που διήνυσε το κινητό ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν στο διάγραμμα υ(t) ….

$$S=Δx=\frac{υ+υ_0}{2}\cdot t \quad \Rightarrow S=\frac{3υ_0+υ_0}{2}\cdot\frac{2υ_0}{α} \Rightarrow$$

$S=\frac{4υ_0^2}{α}$. ***Άρα σωστή η πρόταση β.***

1.28 (2ο-8006-Β1) Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Κατά την κίνηση του κινητού, από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι να σταματήσει, το κινητό κινείται με:

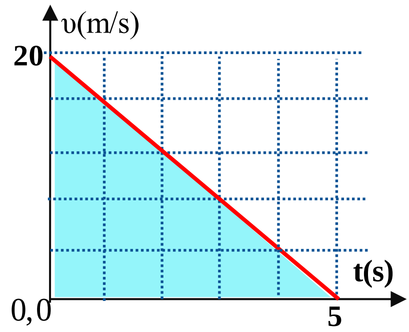
α. επιτάχυνση ίση με $4 m/s^2$ και μετατοπίζεται κατά 50m.

β. επιτάχυνση ίση με $-4 m/s^2$ και μετατοπίζεται κατά 100 m.

γ. επιτάχυνση ίση με $-4 m/s^2$ και μετατοπίζεται κατά 50 m.

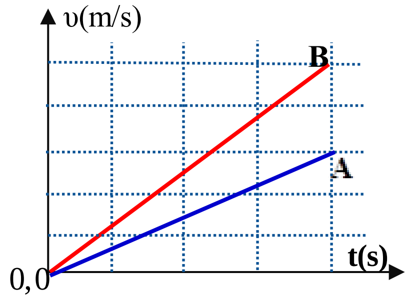
Απάντηση

Η επιτάχυνση του κινητού είναι $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ $\xrightarrow{S.I}$ $\alpha=\frac{0m/s-20m/s}{5s-0s} \Rightarrow \alpha=-4m/s^2$ και μετατόπιση στο $[0, 5s]$ ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της υ(t) που είναι $\Delta x=\frac{1}{2}5s.20\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x=50m$



Άρα σωστή η πρόταση γ.

1.29 (2ο-8008-Β1) Δύο κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Η τιμή της ταχύτητάς τους μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

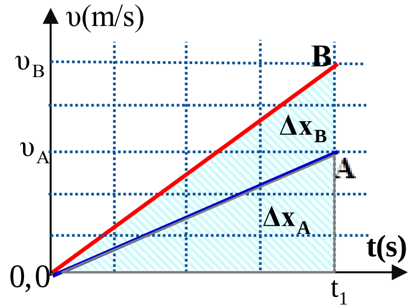


Για τα μέτρα Δx_A και Δx_B των μετατοπίσεων των δυο κινητών Α και Β αντίστοιχα, για το χρονικό διάστημα από 0 ως t_1 ισχύει:

α. $\Delta x_A=\Delta x_B$ **β.** $\Delta x_A>\Delta x_B$ **γ.** $\Delta x_A<\Delta x_B$

Απάντηση

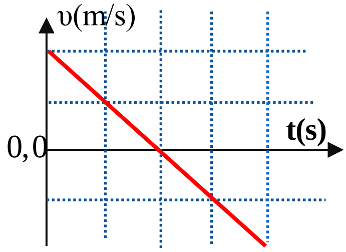
Οι μετατοπίσεις Δx_A και Δx_B των δυο κινητών Α και Β αντίστοιχα, για το χρονικό διάστημα από 0 ως t_1 ισούνται με τα αντίστοιχα εμβαδά των γραφικών παραστάσεων $\upsilon_A(t)$ και $\upsilon_B(t)$. Έτσι έχουμε $\Delta x_A=\frac{1}{2}t_1\upsilon_A$ και $\Delta x_A=\frac{1}{2}t_1\upsilon_B$



οπότε $\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{\frac{1}{2}t_1\upsilon_A}{\frac{1}{2}t_1\upsilon_B} \Rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}=\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}$

$\xrightarrow{\upsilon_A<\upsilon_B} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}<1 \Rightarrow \Delta x_A<\Delta x_B$. **Άρα σωστή η πρόταση γ.**

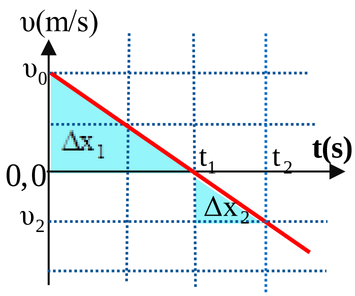
1.30(2ο-8010-Β1) Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η τιμή της ταχύτητας ενός μικρού σώματος που μετακινείται ευθύγραμμα.



α. το διάστημα που διανύει το σώμα συνεχώς αυξάνεται ,
β. το διάστημα που διανύει το σώμα συνεχώς μειώνεται,
γ. η μετατόπιση του σώματος συνεχώς αυξάνεται.

Απάντηση

Σε μια γραφική παράσταση υ(t) το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής υ(t) και του άξονα των χρόνων t είναι ίσο με τη μετατόπιση του κινητού.



Επίσης αν το κινητό έχει διάφορες φάσεις στην κίνησή του (και με αλλαγή φοράς κίνησης) η συνολική μετατόπιση ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεων $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2+...+\Delta x_\nu$, το δε συνολικό διάστημα με το άθροισμα των απολύτων τιμών των επιμέρους μετατοπίσεων $s_{ολ}=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+...+|\Delta x_\nu|$.

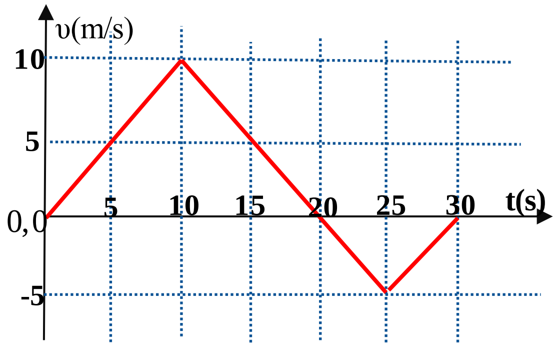
Στο διάγραμμα η μετατόπιση του κινητού από $t_0=0$ έως t_1 είναι θετική $\Delta x_1=\frac{1}{2}t_1\upsilon_0>0$, ενώ μετά την t_1 η μετατόπιση γίνεται αρνητική π.χ από t_1 έως t_2 ισούται με τα αντίστοιχα γραμμοσκιασμένα εμβαδά $\Delta x_2=\frac{1}{2}(t_2-t_1)\upsilon_2<0$.

Το διάστημα του κινητού είναι $s=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|$ και από το σχήμα και την ανωτέρω περιγραφή συνεχώς αυξάνεται.

Η μετατόπιση του κινητού είναι $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2$ και για $t_0\le t\le t_1$ - όπως φαίνεται από διάγραμμα και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν – η αλγεβρική της τιμή αυξάνεται ($\Delta x_1>0$) ενώ για $t\ge t_1$ η αλγεβρική της τιμή μειώνεται ($\Delta x_1>0$ και $\Delta x_2<0$).

Άρα σωστή η πρόταση α.

1.31 (2ο-8015-Β1) Μία μπίλια κινείται πάνω στον άξονα x΄x και τη στιγμή t=0s βρίσκεται στη θέση x_0=0m. Η τιμή της ταχύτητας της μπίλιας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Η μπίλια τη χρονική στιγμή t =30s βρίσκεται στη θέση

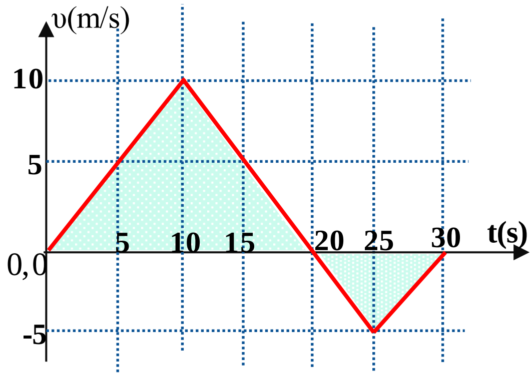


α.125 m **β.** 100 m **γ.** 75 m

Απάντηση

Σε μια γραφική παράσταση υ(t) το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής υ(t) και του άξονα των χρόνων t είναι ίσο με τη μετατόπιση του κινητού.

Επίσης αν το κινητό έχει διάφορες φάσεις στην κίνησή του (και με αλλαγή φοράς κίνησης) η συνολική μετατόπιση ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεων $\Delta x_{o\lambda}=\Delta x_1+\Delta x_2+...+\Delta x_\nu$.



Οι επιμέρους μετατοπίσεις του κινητού από t_0=0 έως t_1=20s και από t_1=20s έως t_2=30s ισούνται με τα αντίστοιχα γραμμοσκιασμένα εμβαδά

$\Delta x_1=\frac{1}{2}(20\text{-}0)10=+100\text{m}$ και $\Delta x_2=\frac{1}{2}(30\text{-}20)(-5)=-25\text{m}$. Άρα $\Delta x_{o\lambda}=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow$

$\Delta x_{o\lambda}=75\text{m} \Rightarrow x\text{-}x_o=75\text{m} \xrightarrow{x_0=0} x=75\text{m}$

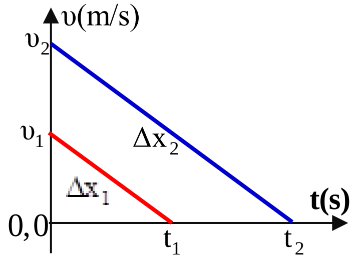
Άρα σωστή η πρόταση γ.

1.32 (2ο-8017-Β2) Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου $υ_1$, ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα d_1 μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή $υ_2=2υ_1$, τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα d_2. Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει :

α. $d_2 = 2d_1$ **β.** $d_2 = 3d_1$ **γ.** $d_2 = 4d_1$

Απάντηση

1ος τρόπος: Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $υ=υ_0-αt$ με $υ_0$ και α το μέτρα της αρχικής ταχύτητας και επιτάχυνσης.



Για την πρώτη περίπτωση αν t_1 η χρονική στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας έχουμε

$$υ=υ_1-αt \xrightarrow{υ=0,t=t_1} 0=υ_1-αt_1 \Rightarrow t_1=\frac{υ_1}{α}.$$

Η μετατόπιση μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t),

$$Δx_1=\frac{1}{2}t_1υ_1 \Rightarrow Δx_1=\frac{1}{2}\frac{υ_1}{α}υ_1 \Rightarrow Δx_1=\frac{υ_1^2}{2α} \Rightarrow d_1=\frac{υ_1^2}{2α}\ (1)$$

Για την δεύτερη περίπτωση αν t_2 η χρονική στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας έχουμε $υ=υ_2-αt \xrightarrow{υ=0,t=t_2} 0=2υ_1-αt_2 \Rightarrow t_2=\frac{2υ_1}{α}$. Η μετατόπιση μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t) $Δx_2=\frac{1}{2}t_2υ_2 \Rightarrow Δx_2=\frac{1}{2}\frac{2υ_1}{α}2υ_1$

$$\Rightarrow Δx_1=\frac{4υ_1^2}{2α} \Rightarrow d_2=\frac{4υ_1^2}{2α}$$ (2) Από (1) και (2) προκύπτει ότι $d_2=4d_1$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

2ος τρόπος: (* ...να μελετηθεί μετά την διδασκαλία της ενέργειας …) από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για μετατόπιση του αυτοκινήτου μάζας m από την αρχική θέση μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας. 1η περίπτωση:

$$ΔK=W_{ολ} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}mυ_1^2=-ΣF\cdot d_1 \Rightarrow 0-\frac{1}{2}mυ_1^2=-mα\cdot d_1 \Rightarrow d_1=\frac{υ_1^2}{2α}$$

1η περίπτωση: $ΔK=W_{ολ} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}mυ_2^2=-ΣF\cdot d_2 \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m(2υ_1)^2=-mα\cdot d_2 \Rightarrow$

$d_2=\frac{4υ_1^2}{2α}$. Από τις δύο αυτές σχέσεις προκύπτει ότι $d_2=4d_1$.

1.33(2ο-8023-Β2) Ένα σώμα είναι ακίνητο στη θέση x_0=0m και τη χρονική στιγμή t_0=0s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση α = 2 m/s^2.

α. Να συμπληρώσετε τις τιμές των μεγεθών που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα.

Χρονική στιγμή t(s)	Επιτάχυνση α(m/s^2)	Ταχύτητα υ(m/s)	Θέση x(m)
0	2		
2	2		
4	2		
6	2		

β. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s έως 6 s.

γ. Να εξετάσετε, ποιο από τα μεγέθη του παραπάνω πίνακα, ισούται με την κλίση της γραφικής παράστασης

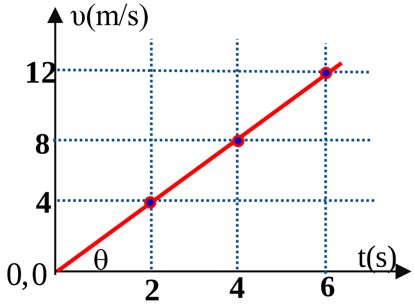
Α π ά ν τ η σ η

α. Το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με χρονικές εξισώσεις ταχύτητας και θέσης $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=2t$ (S.I) (1) και $x=\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} x=1\cdot t^2$ (S.I) (2).

Η στήλη της ταχύτητας συμπληρώνεται με βάση την εξίσωση (1) και η στήλη της θέσης με βάση την εξίσωση (2).

Χρονική στιγμή t(s)	Επιτάχυνση α(m/s^2)	Ταχύτητα υ(m/s) υ=2t	Θέση x(m) x=1.t^2
0	2	**0**	**0**
2	2	**4**	**4**
4	2	**8**	**16**
6	2	**12**	**36**

β. Η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας υ=2t (S.I) του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s έως 6s αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.



γ. Η κλίση της υ=2t (S.I) (που είναι ευθεία) $\frac{\Delta υ}{\Delta t}$=εφθ είναι σταθερή και δίνει την αλγεβρική της επιτάχυνση α. Επειδή η επιτάχυνση εδώ είναι σταθερή η στιγμιαία τιμή της $α=\frac{dυ}{dt}$ ταυτίζεται με την μέση τιμή για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα, $α=\frac{\Delta υ}{\Delta t} \xrightarrow{S.I} α=\frac{12m/s-0m/s}{6s-0s}$ ή

$α=2m/s^2$

1.34 (2ο-8024-Β2) Ένα σώμα είναι αρχικά ακίνητο στη θέση x_0 =0m και τη χρονική στιγμή t_0=0s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $α=4m/s^2$.

α. Να συμπληρώσετε τις τιμές των μεγεθών που λείπουν από τον παρακάτω πίνακα.

Χρονική στιγμή t(s)	Επιτάχυνση $α(m/s^2)$	Ταχύτητα υ(m/s)
0		
2		
4		
6		

β. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s έως 6 s.

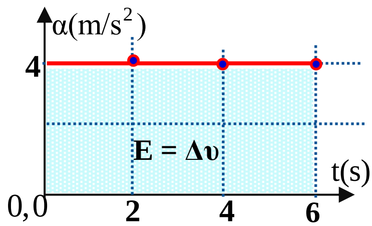
γ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος που περικλείεται μεταξύ του οριζόντιου άξονα t και της γραμμής που παριστάνει την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα από 0 έως 6s, και να εξετάσετε την τιμή ποιου φυσικού μεγέθους εκφράζει το εμβαδό που υπολογίσατε.

Απάντηση

α. Το σώμα εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με χρονικές εξισώσεις ταχύτητας και θέσης $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=4t$ (S.I) (1) και η στήλη της ταχύτητας συμπληρώνεται με βάση την εξίσωση (1).

Χρονική στιγμή t(s)	Επιτάχυνση α (m/s^2)	Ταχύτητα υ(m/s) υ=4t
0	**4**	**0**
2	**4**	**8**
4	**4**	**16**
6	**4**	**24**

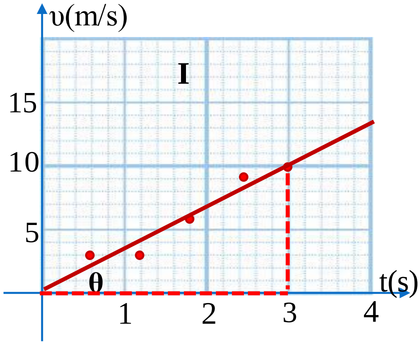
β. Η γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s έως 6 s αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα

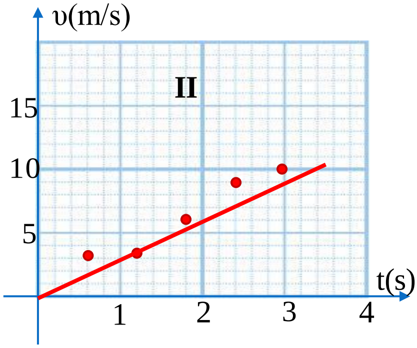


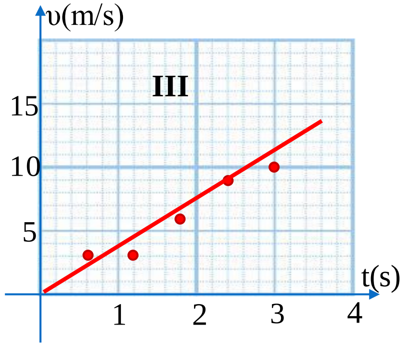
γ. Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της α(t) και του οριζόντιου άξονα των χρόνων t για κάποιο χρονικό διάστημα (γραμμοσκιασμένο εμβαδόν) ισούται με $E=\alpha\cdot\Delta t$ ή $E=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\cdot\Delta t$ ή $\mathbf{E=\Delta\upsilon}$, εκφράζει δηλαδή την μεταβολή της ταχύτητας για το αντίστοιχο χρονικό διάστημα Δt.

Έτσι το εμβαδόν μεταξύ της α(t) και του οριζόντιου άξονα των χρόνων t για το χρονικό διάστημα από $0 \rightarrow 6s$ είναι $E=\alpha\cdot\Delta t$ ή $E=4\frac{m}{s^2}\cdot(6\text{-}0)s \Rightarrow$ $E=24$ m/s και δίνει την μεταβολή της ταχύτητας του κινητού από $0 \rightarrow 6s$, $\Delta\upsilon=24$ m/s .

1.35(2ο-8032-Β2) Τρείς μαθητές εργαζόμενοι ομαδικά σε ένα πείραμα μελέτης της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης ενός αμαξιδίου κατέληξαν σε 5 πειραματικές τιμές ταχύτητας τις οποίες τοποθέτησαν σε βαθμολογημένους άξονες ταχύτητας - χρόνου.







Ο καθένας όμως χάραξε την ευθεία σε δικό του διάγραμμα. Τα διαγράμματα των μαθητών φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.

Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση: Η ευθεία έχει χαραχθεί καλύτερα στο διάγραμμα

α. Ι **β.** ΙΙ **γ.** ΙΙΙ

Β. Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας και στη συνέχεια από αυτό το διάγραμμα να υπολογίσετε την επιτάχυνση του αμαξιδίου.

Απάντηση

Από τα τρία διαγράμματα **στο (Ι) έχει χαραχθεί σωστά** η ευθεία που παριστάνει τα πειραματικά δεδομένα διότι σε αυτή τα πειραματικά σημεία έχουν την καλύτερη συμμετρία και βρίσκονται εκατέρωθεν της ευθείας που χαράχθηκε.

Η επιτάχυνση υπολογίζεται από την κλίση της παραπάνω ευθείας, δηλαδή στο ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος (Ι) υπολογίζουμε την εφαπτόμενη της γωνίας θ.

Η κλίση της υ(t) (που είναι ευθεία) $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$=εφθ δίνει την αλγεβρική της επιτάχυνσης α.

Επειδή η επιτάχυνση εδώ είναι σταθερή η στιγμιαία τιμή της $\alpha=\frac{d\upsilon}{dt}$ ταυτίζεται με την μέση τιμή για οποιοδήποτε χρονικό διάστημα $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \xrightarrow{S.I} \alpha=\dfrac{10m/s-0m/s}{3s-0s}$

ή $\alpha=\dfrac{10}{3}\dfrac{m}{s^2}$

1.36 (2ο-8034-Β2) Ένα αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή $t_0=0$, πατάει το γκάζι οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή t_1 έχει διανύσει διάστημα S_1 ενώ τη χρονική στιγμή $t_2=2t_1$ έχει διανύσει διάστημα S_2. Τα διαστήματα S_1 και S_2 συνδέονται με τη σχέση

α. $S_2=S_1$ **β.** $S_2=2S_1$ **γ.** $S_2=4S_1$

Απάντηση

Το διάστημα του αυτοκινήτου που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ταυτίζεται με την μετατόπιση και εδώ δίνεται από τη σχέση $s=\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha t^2$.

Για $t=t_1$ το διάστημα είναι $s_1=\dfrac{1}{2}\alpha t_1^2$ (1),

Για $t=2t_1$ το διάστημα είναι $s_2=\dfrac{1}{2}\alpha(2t_1)^2 \Rightarrow s_2=4\dfrac{1}{2}\alpha t_1^2$ (2),

Από (1) και (2) έχουμε $s_2=4s_1$. **Άρα σωστή η πρόταση γ.**

1.37 (2-8044-Β2) Ένα μικρό σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση (α=σταθερό) κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα xx΄. Τη χρονική στιγμή t=0s το σώμα διέρχεται από το σημείο $O(x=0\text{ m})$.

Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τον παρακάτω πίνακα με τις τιμές των μεγεθών, στον οποίο αναγράφονται οι χρονικές στιγμές και οι αντίστοιχες τιμές των θέσεων του κινητού σε σχέση με το σημείο Ο.

t(s)	**x(m)**	**υ(m/s)**	**α (m/s²)**
0	0		
1	+1		
2	+8		

Απάντηση

Οι γενικές εξισώσεις της ταχύτητας υ(t) και της θέσης του κινητού x(t) στον άξονα κίνησης x′x στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση είναι $υ=υ_0+α(t-t_0) \xrightarrow{t_0=0}$

$υ=υ_0+αt$ (1) και $x=x_0+υ_0(t-t_0)+\frac{1}{2}α(t-t_0)^2 \xrightarrow{x_0=0,t_0=0} x=υ_0 t+\frac{1}{2}αt^2$ (2)

Από τον πίνακα για t=1s έχουμε x=+1m και για t=2s έχουμε x=+8m και με αντικατάσταση στην (2) παίρνουμε,

$1=υ_0\cdot 1+\frac{1}{2}α\cdot 1^2 \Rightarrow 2υ_0+α=2$ (S.I) (3)

$8=υ_0\cdot 2+\frac{1}{2}α\cdot 2^2 \Rightarrow 8=2υ_0+2α \Rightarrow υ_0+α=4$ (S.I) (4)

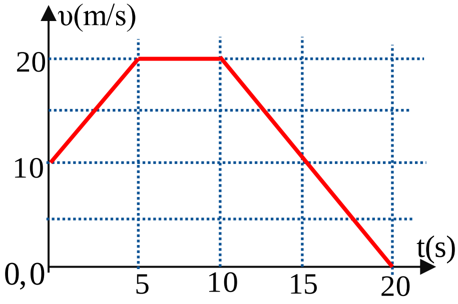
Από το σύστημα των (3) και (4) παίρνουμε $υ_0=-2m/s$ και $α=6m/s^2$

Έτσι η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $υ=υ_0+αt \Rightarrow υ=-2+6t$ (S.I) από την οποία συμπληρώνεται και η στήλη της ταχύτητας .

t(s)	**x(m)**	**υ(m/s)/ υ=-2+6t**	**α (m/s²)**
0	0	**-2**	
1	+1	**+4**	**+6**
2	+8	**+10**	

Σχόλιο: Η ταχύτητα μηδενίζεται τη χρονική στιγμή $υ=-2+6t \Rightarrow 0=-2+6t_1 \Rightarrow t_1=\frac{1}{3}s$ και η κίνηση από $t_0=0$ έως $t_1=\frac{1}{3}s$ είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με φορά κίνησης προς τα αρνητικά και για $t \geq t_1=\frac{1}{3}s$ η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά.

1.38 (2-8052-B2) Μαθητής της Α΄ Λυκείου παρατηρεί στο σχήμα τη γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου ενός αυτοκινήτου, που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.



Ο μαθητής κάνει τον παρακάτω συλλογισμό, ερμηνεύοντας τη μορφή του διαγράμματος:
«Η επιταχυνόμενη κίνηση διαρκεί 5s (από 0s έως 5s), ενώ η επιβραδυνόμενη διαρκεί 10s (από 10s έως 20s). Αφού λοιπόν το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε η ταχύτητα του αυτοκινήτου να μηδενιστεί είναι μεγαλύτερο από το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να αυξηθεί η ταχύτητά του σε 20m/s, συμπεραίνω ότι η επιτάχυνση έχει μεγαλύτερο μέτρο από την επιβράδυνση»
Να επιβεβαιώσετε ή να διαψεύσετε τον παραπάνω συλλογισμό, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

Απάντηση

Η κίνηση στην 1η φάση της κίνησης είναι ομαλά επιταχυνόμενη και η επιτάχυνση έχει αλγεβρική τιμή $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \xrightarrow{S.I} \alpha=\dfrac{20m/s-10m/s}{5s-0s}$ ή $\alpha_1=2m/s^2$

Η κίνηση στην 3η φάση της κίνησης είναι ομαλά επιβραδυνόμενη και η επιτάχυνση (επιβράδυνση) έχει αλγεβρική τιμή $\alpha_2=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \xrightarrow{S.I} \alpha_2=\dfrac{0m/s-20m/s}{20s-10s}$ ή

$\alpha_2=-2m/s^2$ και μέτρο $|\alpha_2|=2m/s^2$.

Παρατηρούμε ότι $|\alpha_2|=\alpha_1$, άρα **ο ανωτέρω συλλογισμός είναι λανθασμένος** … διότι συγκρίνει μεταβολές της ταχύτητας σε διαφορετικά χρονικά διαστήματα.

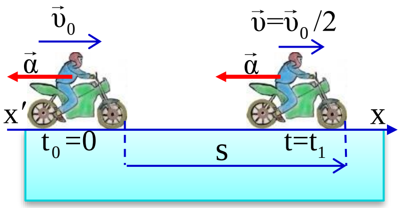
1.39(2ο-12004-Β2) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση α και αρχική ταχύτητα $υ_0$. Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

α. $S=\frac{3υ_0^2}{4α}$ **β.** $S=\frac{3υ_0^2}{8α}$ **γ.** $S=\frac{2υ_0^2}{3α}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

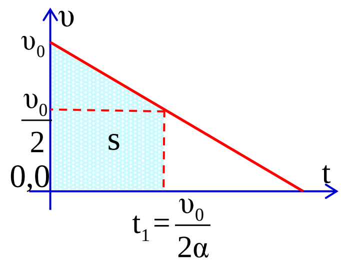
Απάντηση

1η Λύση:



Η κίνηση περιγράφεται από την εξίσωση $υ=υ_0-αt$ (α το μέτρο της επιτάχυνσης) και τη χρονική στιγμή $t=t_1$ γίνεται $υ=υ_0/2$. Έτσι για τη στιγμή αυτή βρίσκουμε $υ=υ_0-αt \Rightarrow$

$$υ_0/2=υ_0-αt_1 \Rightarrow t_1=\frac{υ_0}{2α}.$$



Η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα και το ζητούμενο διάστημα από $t_0=0$ $t=t_1$ ισούται με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.

$$S=\frac{υ_0+υ_0/2}{2}t_1 \Rightarrow S=\frac{3υ_0}{4}\cdot\frac{υ_0}{2α} \Rightarrow \mathbf{S=\frac{3υ_0^2}{8α}}.$$

Άρα **σωστή** είναι η πρόταση **(β)**.

2η Λύση:

Το ζητούμενο διάστημα βρίσκεται και από τη σχέση $S=υ_0t-\frac{1}{2}αt^2$ για $t=t_1=\frac{υ_0}{2α}$,

οπότε $S=υ_0\frac{υ_0}{2α}-\frac{1}{2}α\left(\frac{υ_0}{2α}\right)^2 \ldots \Rightarrow S=\frac{3υ_0^2}{8α}$.

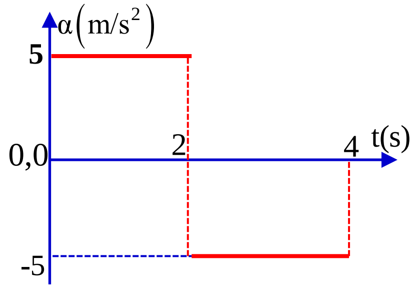
3η Λύση: Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας .

Επειδή α=σταθερή η ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη $ΣF=mα$ έχει σταθερό μέτρο και αντιτίθεται στη κίνηση. $ΔK=W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2-\frac{1}{2}mυ_0^2=-ΣF\cdot S \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{υ_0}{2}\right)^2-\frac{1}{2}mυ_0^2=-mαS \Rightarrow \frac{1}{8}υ_0^2-\frac{1}{2}υ_0^2=-α\cdot S \Rightarrow S=\frac{3υ_0^2}{8α}.$$

1.40 (2ο-13465-Β1) Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται για χρονικό διάστημα Δt=4s. Η επιτάχυνσή του σε σχέση με τον χρόνο μεταβάλλεται σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Την χρονική στιγμή t_1=4s, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού θα είναι:

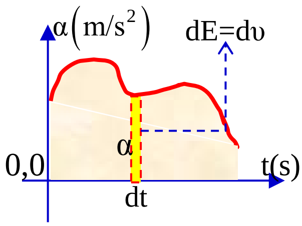
α. υ=-10m/s **β.** υ=0 m/s **γ.** υ=20m/s



Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η

Σχόλιο: Σε κάθε γραφική παράσταση α(t) – όπως αυτή του σχήματος- το εμβαδόν της, μεταξύ της α(t) και του άξονα των χρόνων, δίνει την αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας. Σε απειροστό χρόνο dt η επιτάχυνση θεωρείται σταθερή και το στοιχειώδες εμβαδόν dE είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και έχει διαστάσεις



$dE=\alpha dt \Rightarrow dE=\frac{d\upsilon}{dt}dt \Rightarrow dE=d\upsilon$ (1). Έτσι σε ευρύτερο τμήμα της α(t) το εμβαδόν δίνει $E=\Sigma(dE) \xrightarrow{(1)} E=\Sigma(d\upsilon) \Rightarrow E=\Delta\upsilon$ …δηλαδή την αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας .

Περισσότερα στη **Φυσική Α΄ Λυκείου-Βασίλης Τσούνης** §4.3-Ζ σελίδες 95-99.

1η Λύση: Με βάση το προηγούμενο σχόλιο -ανάλυση η μεταβολή της ταχύτητας ισούται με αντίστοιχο «εμβαδόν» (αλγεβρικά υπολογιζόμενο) της δεδομένης α(t).

$$\Delta\upsilon=E=E_1+E_2 \Rightarrow \Delta\upsilon=5\frac{m}{s^2}(2\text{-}0)s+\left(-5\frac{m}{s^2}\right)(4\text{-}2)s \Rightarrow \Delta\upsilon=0 \Rightarrow \upsilon\text{-}\upsilon_0=0 \xrightarrow{\upsilon_0=0} \mathbf{\upsilon=0.}$$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

2η Λύση: Εξίσωση ταχύτητας στην 1η φάση: $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \xrightarrow[\alpha=5m/s^2]{\upsilon_0} \upsilon=5t$ (S.I) και τη χρονική στιγμή t_1=2s γίνεται υ_1=5·2=10m/s.

Εξίσωση ταχύτητας στην 2η φάση: $\upsilon=\upsilon_1+\alpha'(t\text{-}t_1) \xrightarrow[t_1=2s\ \alpha'=-5m/s^2]{\upsilon_1=10m/s} \upsilon=10\text{-}5(t\text{-}2)$ (S.I) και τη χρονική στιγμή t_2=4s γίνεται **υ=0**.

1.41 (2ο-13543-Β1) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση α και αρχική ταχύτητα $υ_0=0$. Μετά από κάποιο χρονικό διάστημα (Δt) θα έχει διανύσει διάστημα s και η ταχύτητά του θα είναι ίση με υ. Το διάστημα s και η ταχύτητα υ συνδέονται με τη σχέση:

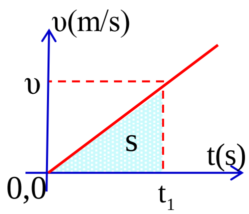
α. $s=\dfrac{2υ^2}{α}$ **β.** $s=\dfrac{υ^2}{α}$ **γ.** $s=\dfrac{υ^2}{2α}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

1η Λύση: Από τη γραφική παράσταση υ(t)

Η εξίσωση της ταχύτητας είναι υ=αt και αποδίδεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος. Η χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα έχει τιμή υ είναι $υ=αt \Rightarrow t_1=\dfrac{υ}{α}$ (1). Το διάστημα s από την αρχή $t_0=0$ μέχρι τη t_1 που απέκτησε ταχύτητα υ δίνεται από γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της είναι υ(t): $s=\dfrac{1}{2}t_1υ$



$$\xrightarrow{(1)} s=\frac{1}{2}\frac{υ}{α}υ \Rightarrow \mathbf{s=\frac{υ^2}{2α}}.$$

Άρα **σωστή** η σχέση **(γ)**.

2η Λύση: Από τη εξίσωση της μετατόπισης-διαστήματος.

$$Δx=\frac{1}{2}αt^2 \xrightarrow[t=t_1=υ/α]{s=Δx} s=\frac{1}{2}α\left(\frac{υ}{α}\right)^2 \Rightarrow \mathbf{s=\frac{υ^2}{2α}}.$$

3η Λύση: Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

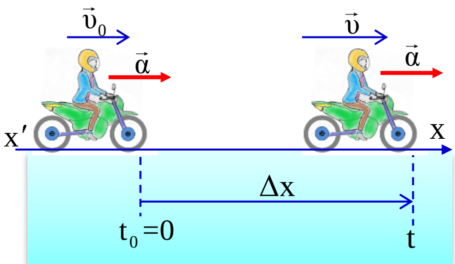
Επειδή α=σταθερή η ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη ΣF=mα έχει σταθερό μέτρο και είναι ομόρροπη στην κίνηση.

$$ΔK=W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2\text{-}0=ΣF\cdot s \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2=mαs \Rightarrow \mathbf{s=\frac{υ^2}{2α}}.$$

1.42 (2o-13616-B2) Να αποδείξετε τη σχέση $\upsilon=\pm\sqrt{\upsilon_0^2+2\alpha\Delta x}$ στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, όπου υ είναι η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή t, υ_0 είναι η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, α η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης του κινητού και Δx η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του κινητού από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t.

Απάντηση

1η Λύση: Από τις εξισώσεις κίνησης



Εξίσωση μετατόπισης $\Delta x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2$ (1)

Εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t$ (2)

Κάνουμε απαλοιφή χρόνων στις δύο εξισώσεις …έτσι λύνουμε την (2) ως προς t

(2) $\Rightarrow$ $t=\frac{\upsilon-\upsilon_0}{\alpha}$ και αντικαθιστούμε

στην εξίσωση (1) $\Delta x=\upsilon_0\frac{\upsilon-\upsilon_0}{\alpha}+\frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\upsilon-\upsilon_0}{\alpha}\right)^2 \ldots\Rightarrow \Delta x=\frac{\upsilon^2-\upsilon_0^2}{2\alpha}\Rightarrow \upsilon=\pm\sqrt{\upsilon_0^2+2\alpha\Delta x}$

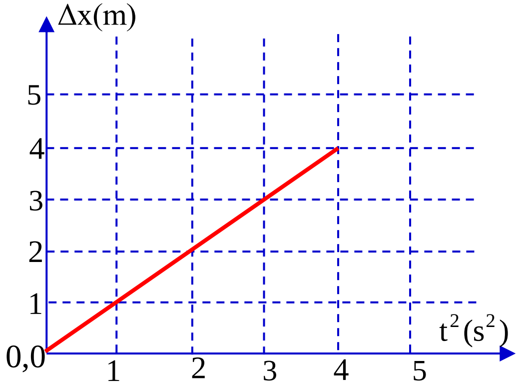
2η Λύση : Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας

Επειδή α=σταθερή η ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη ΣF=mα έχει σταθερό μέτρο και είναι ομόρροπη στην κίνηση.

$$\Delta K=W_{o\lambda}\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\Sigma F\cdot\Delta x\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=m\alpha\cdot\Delta x\Rightarrow$$

$$\upsilon^2-\upsilon_0^2=2\alpha\cdot\Delta x\Rightarrow \upsilon=\pm\sqrt{\upsilon_0^2+2\alpha\Delta x}\ .$$

1.43 (2ο-13782-Β2) Έστω σώμα μικρών διαστάσεων που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση του παραπάνω σχήματος αναπαριστά τη μεταβολή της τιμής της μετατόπισής του σε συνάρτηση του τετραγώνου του χρόνου στον οποίο συμβαίνει. Η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος είναι:



α. $+2\ m/s^2$
β. $+1\ m/s^2$
γ. $+\ 4\ m/s^2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

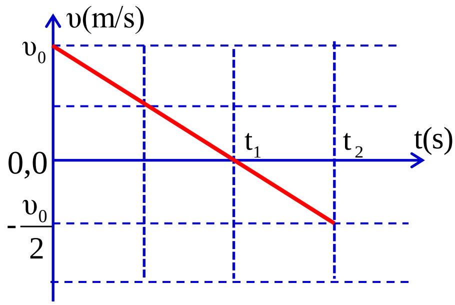
Απάντηση

Στην ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση που αρχίζει από την ηρεμία την $t_0=0$ η μετατόπιση δίνεται από την σχέση $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2$, από όπου φαίνεται ότι Δx και t^2 είναι μεγέθη ανάλογα και η γραφική παράσταση της $\Delta x=f(t^2)$ είναι ευθεία και η κλίση είναι $\varepsilon\varphi\theta=\frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta t^2} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta=\frac{\Delta x\text{-}0}{t^2\text{-}0} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta=\frac{\frac{1}{2}\alpha t^2}{t^2} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta=\frac{\alpha}{2}$=σταθερή.

Έτσι από το δεδομένο διάγραμμα έχουμε, $\frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta t^2}=\frac{\alpha}{2} \xrightarrow{S.I} \frac{4-0}{4-0}=\frac{\alpha}{2} \Rightarrow$ $\mathbf{\alpha=2m/s^2}$

Άρα **σωστή** η σχέση **(α)**.

1.44 (2ο-14223-Β1) Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και τη στιγμή $t_0=0$, έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται σε συνάρτηση με το χρόνο η αλγεβρική τιμή της ταχύτητάς του στον άξονα x′x, τον οποίο ορίσαμε στην ευθεία της κίνησής του. Αν για τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 που



φαίνονται στο διάγραμμα ισχύει η σχέση $t_2=1{,}5t_1$, τότε για το διάστημα s που διανύει το αντικείμενο από τη στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη στιγμή t_2, ισχύει η σχέση:

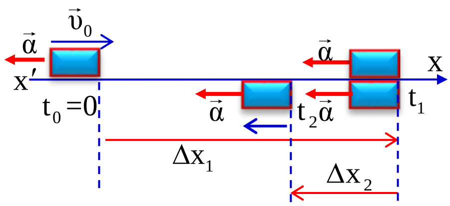
α. $s=\frac{3}{2}\upsilon_0 t_1$ **β.** $s=\frac{3}{8}\upsilon_0 t_1$ **γ.** $s=\frac{5}{8}\upsilon_0 t_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση t_1

Απάντηση

1η Λύση: Από τη γραφική παράσταση υ-t και το αντίστοιχο εμβαδόν βρίσκουμε την μετατόπιση του κινητού.

Από $t_0=0$ έως $t=t_1$ το κινητό κινείται προς τα θετικά και η μετατόπιση είναι $\Delta x_1=\frac{1}{2}t_1\upsilon_0$.



Από $t=t_1$ έως $t=t_2$ το κινητό κινείται προς τα αρνητικά και η μετατόπιση είναι $\Delta x_2=\frac{1}{2}(t_2-t_1)\left(-\frac{\upsilon_0}{2}\right) \Rightarrow \Delta x_2=\frac{1}{2}(1{,}5t_1-t_1)\left(-\frac{\upsilon_0}{2}\right) \Rightarrow \Delta x_2=-\frac{1}{8}t_1\upsilon_0$.

Το διάστημα που διήνυσε το κινητό προφανώς είναι $S=|\Delta x_1|+|\Delta x_2| \Rightarrow$

$S=\left|\frac{1}{2}t_1\upsilon_0\right|+\left|-\frac{1}{8}t_1\upsilon_0\right| \Rightarrow S=\frac{1}{2}t_1\upsilon_0+\frac{1}{8}t_1\upsilon_0 \Rightarrow \mathbf{S=\frac{5}{8}\upsilon_0 t_1}$ Άρα **σωστή** η σχέση **(γ)**.

2η Λύση: Η επιτάχυνση σε όλη την διάρκεια της κίνησης είναι σταθερή και έχει τιμή $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{-\upsilon_0/2-(+\upsilon_0)}{t_2-t_0} \xrightarrow{t_2=1{,}5t_1} \alpha=-\frac{\upsilon_0}{t_1}$ (1)

Στην 1η φάση η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη μέχρι μηδενισμού της ταχύτητας και στην 2η φάση ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$S=|\Delta x_1|+|\Delta x_2| \Rightarrow S=\upsilon_0(t_1-t_0)-\frac{1}{2}|\alpha|(t_1-t_0)^2+\frac{1}{2}|\alpha|(t_2-t_1)^2 \xrightarrow{(1)\ \text{και}\ t_2=1,5t_1} \mathbf{S=\frac{5}{8}\upsilon_0 t_1}$$

1.45 (2ο-14833-Β1) Αθλητής κινείται διατηρώντας σταθερή την κατεύθυνση της κίνησής του. Με τη βοήθεια ενός συστήματος χρονοφωτογράφησης μεγάλης ακριβείας καταγράφεται η ταχύτητα του αθλητή. Το σύστημα τίθεται σε λειτουργία τη χρονική στιγμή t_0=0s και καταγράφει τη χρονική στιγμή t_1 =2s ταχύτητα μέτρου 4m/s και τη στιγμή t_2 =6s ταχύτητα μέτρου 12m/s

Από τα παραπάνω δεδομένα επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

α. ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα 2m/s

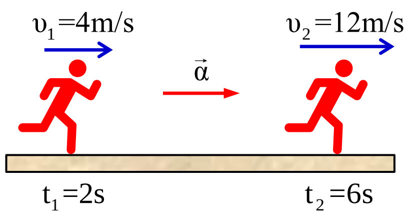
β. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση 1m/s^2

γ. ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση 2m/s^2

Απάντηση

Επιτάχυνση $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{t_2-t_1}$

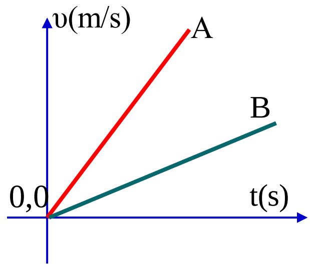
$\xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{12-4}{6-2}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \mathbf{\alpha=2m/s^2}$



Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση α=2m/s^2

Σωστή η πρόταση **(γ)**

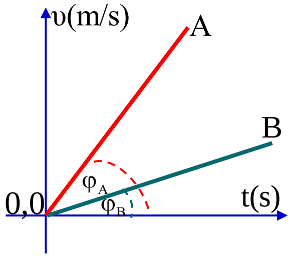
1.46(2ο-14835-Β1) Στη διπλανή εικόνα απεικονίζεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο δυο κινητών Α και Β τα οποία κινούνται ευθύγραμμα.



Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με δικαιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Τα δυο κινητά διανύουν το ίδιο διάστημα σε χρόνους t_A και t_B αντίστοιχα για τους οποίους ισχύει,

α. $t_A > t_B$ **β.** $t_A = t_B$ **γ.** $t_A < t_B$

Απάντηση



Επειδή οι υ(t) ευθείες που αρχίζουν από τη θέση (υ,t)=(0,0) οι κινήσεις των Α και Β είναι ευθύγραμμες με σταθερές επιταχύνσεις α_A και α_B που δίνονται από την κάθε κλίση $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$. Από τα διαγράμματα παρατηρούμε ότι $\alpha_A = \frac{\Delta\upsilon_A}{\Delta t} = \varepsilon\varphi\varphi_A$ και $\alpha_B = \frac{\Delta\upsilon_B}{\Delta t} = \varepsilon\varphi\varphi_B$ με $\varphi_A > \varphi_B$ $\Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi_A > \varepsilon\varepsilon\varphi_B$ και συνεπώς $\alpha_A > \alpha_B$ ή $\alpha_B < \alpha_A$ (1).

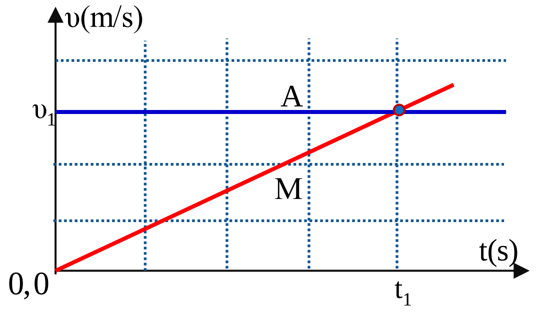
Σε χρόνους σε χρόνους t_A και t_B από την αρχή τα κινητά Α και Β διανύουν διαστήματα $s_A = \frac{1}{2}\alpha_A t_A^2$ και $s_B = \frac{1}{2}\alpha_B t_B^2$ με $s_A = s_B \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha_A t_A^2 = \frac{1}{2}\alpha_B t_B^2 \Rightarrow \frac{t_A^2}{t_B^2} = \frac{\alpha_B}{\alpha_A}$

$$\Rightarrow \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{\alpha_B}{\alpha_A}} \xrightarrow{(1)} \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{\alpha_B}{\alpha_A}} < 1 \Rightarrow \mathbf{t_A < t_B}\ .$$

Σωστή η πρόταση **(γ)**

Α.4 Συνδυαστικές κινήσεις

1.47 (2ο-7977-Β2) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας – χρόνου για ένα αυτοκίνητο (Α) και μία μοτοσικλέτα (Μ) που κινούνται ευθύγραμμα. Στο χρονικό διάστημα [0-t_1]



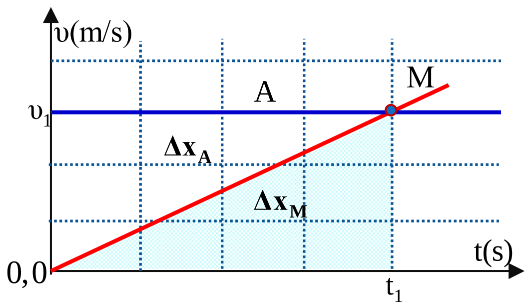
α. Το αυτοκίνητο διανύει μεγαλύτερο διάστημα από τη μοτοσικλέτα.

β. Η μοτοσικλέτα διανύει μεγαλύτερο διάστημα από το αυτοκίνητο.

γ. Η μοτοσικλέτα και το αυτοκίνητο διανύουν ίσα διαστήματα.

Απάντηση

Το διάστημα που διανύει τόσο το αυτοκίνητο Α, όσο και μοτοσυκλέτα Μ ισούται με τις αντίστοιχες μετατοπίσεις, οι οποίες υπολογίζονται από το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της κάθε γραφικής παράστασης υ(t) και του άξονα των χρόνων.



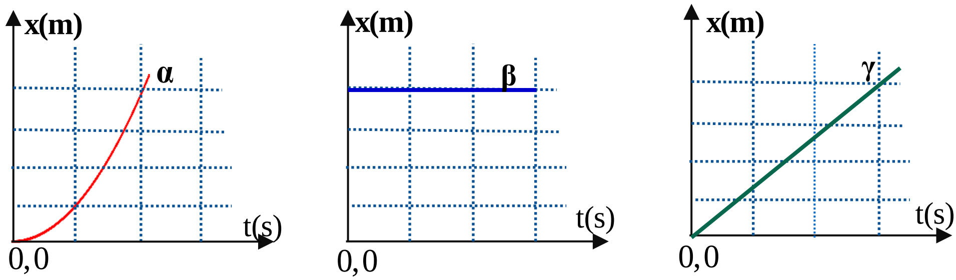
Διάστημα αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $\left[0, t_1\right]$: $S_A = Δx_A = E_A \Rightarrow S_A = υ_1 t_1$ (1)

Διάστημα μοτοσυκλέτας στο χρονικό διάστημα $\left[0, t_1\right]$: $S_M = Δx_M = E_M \Rightarrow$

$$S_M = \frac{1}{2} t_1 \cdot υ_1 \text{ ή } S_M = \frac{1}{2} υ_1 t_1 \quad (2)$$

Από (1) και (2) συμπεραίνουμε ότι $S_A > S_M$. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

1.48(2ο -7979-Β1) Στα παρακάτω διαγράμματα παριστάνεται η θέση ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα σε συνάρτηση με τον χρόνο. Από τα διαγράμματα αυτά εκείνο που αντιστοιχεί σε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και τη χρονική στιγμή t_0 =0s το κινητό βρίσκεται στη θέση x_0 = 0m, είναι το διάγραμμα:



Απάντηση

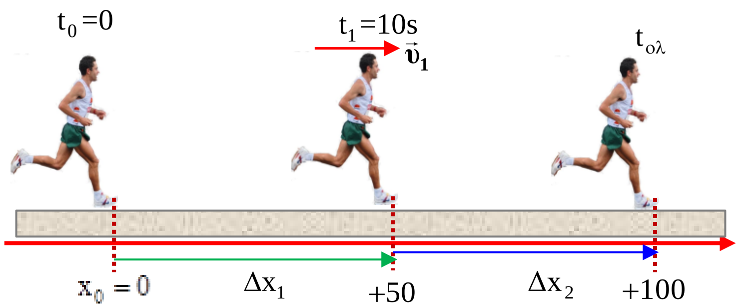
Η γενική εξίσωση x(t) της θέσης του κινητού στον άξονα κίνησης x′x είναι $x=x_0+\upsilon_0(t-t_0)+\frac{1}{2}\alpha(t-t_0)^2$ και επειδή την t_0 = 0 s το κινητό βρίσκεται στη θέση $x_0 = 0m$ με μηδενική αρχική ταχύτητα η εξίσωση της γίνεται $x=\frac{1}{2}\alpha t^2$ και η γραφική της παράσταση x(t) είναι παραβολή. Από δε τα διαγράμματα x(t) της ερώτησης παραβολή είναι μόνο το (α) . **Άρα σωστή πρόταση α.**

(*) Το διάγραμμα (β) αποδίδει ακινησία, ενώ το διάγραμμα (γ) αναφέρεται σε ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

1.49(2ο-7985-Β2) Δυο αθλητές δρόμου των 100 m βρίσκονται σε δυο παράλληλους διαδρόμους στο σημείο εκκίνησης και τερματισμού αντίστοιχα. Οι δύο αθλητές ξεκινούν τη ίδια χρονική στιγμή t_0=0 και κινούνται αρχικά με την ίδια σταθερή κατά μέτρο επιτάχυνση σε δυο ευθυγράμμους παράλληλους διαδρόμους με αντίθετη κατεύθυνση μέχρι να συναντηθούν ακριβώς στα μισά της διαδρομής των 100m, τη χρονική στιγμή t=10s. Στη συνέχεια κινούνται με σταθερή ταχύτητα μέχρι να ολοκληρώσουν τη διαδρομή. Η επίδοση των αθλητών σε αυτή τη προπόνηση (δηλαδή το χρονικό διάστημα στο οποίο διάνυσαν τα 100 m) είναι ίση με:

α. 12s **β.** 15s **γ.** 20s

Απάντηση



Ο κάθε αθλητής διανύει τα πρώτα $\Delta x_1=50m$ σε χρόνο $t_1=10s$ με σταθερή επιτάχυνση α, $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2$ ή $\alpha=\frac{2\Delta x_1}{t_1^2}\xrightarrow{S.I}$ $\alpha=\frac{2\cdot 50m}{(10s)^2}$ $\Rightarrow$ $\alpha=1m/s^2$ και στη θέση αυτή αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1=\alpha t_1\xrightarrow{S.I}$ $\upsilon_1=10m/s$. Με αυτή την ταχύτητα διανύει ομαλά τα υπόλοιπα $\Delta x_2=50m$ σε χρόνο Δt_2, $\Delta x_2=\upsilon_1\cdot\Delta t_2\Rightarrow\Delta t_2=\frac{\Delta x_2}{\upsilon_1}\xrightarrow{S.I}\Delta t_2=\frac{50m}{10m/s}=5s$.

Ο συνολικός χρόνος κίνησης είναι $t_{ολ}=t_1+\Delta t_2\Rightarrow t_{ολ}=15s$.

Άρα σωστή η πρόταση β.

1.50 (2ο-8007-Β1) Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα x΄x, προς τη θετική φορά του άξονα και τη χρονική στιγμή t=0 βρίσκονται και τα δύο στη θέση $x_0=0$. Οι εξισώσεις κίνησης των κινητών Α και Β είναι της μορφής $x_A=6t$ (S.I.) και $x_B=2t^2$ (S.I.) αντίστοιχα. Τα δύο κινητά θα βρεθούν στην ίδια θέση (εκτός της θέσης $x_0=0$), τη χρονική στιγμή:

α. $t_1 = 2$ s **β.** $t_1 = 3$ s **γ.** $t_1 = 1{,}5$ s

Απάντηση

Τα κινητά είναι στην ίδια θέση όταν – μετά την x=0- όταν $x_B = x_A \Rightarrow 2t^2 = 6t \Rightarrow$ $2t^2\text{-}6t=0 \Rightarrow 2t(t\text{-}3)=0 \Rightarrow t=0s$ και $t=3s$. [Για t=0s τα κινητά είναι στη θέση $x_A=6\cdot 0=0m$]

Άρα δεκτή η t=3s και **σωστή η πρόταση β**.

1.51 (2ο-8009-Β1) Ένα αυτοκίνητο και ένα ποδήλατο βρίσκονται σταματημένα μπροστά από ένα φωτεινό σηματοδότη. Τη χρονική στιγμή t=0s ο φωτεινός σηματοδότης γίνεται πράσινος οπότε το αυτοκίνητο και το ποδήλατο ξεκινούν ταυτόχρονα κινούμενα ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση.

Τη χρονική στιγμή t_1 το αυτοκίνητο απέχει από το σηματοδότη τετραπλάσια απόσταση από αυτή που απέχει το ποδήλατο. Συμπεραίνουμε ότι η επιτάχυνση του αυτοκινήτου συγκριτικά με εκείνη του ποδηλάτου έχει μέτρο:

α. διπλάσιο **β.** τετραπλάσιο **γ.** οκταπλάσιο.

Απάντηση

Ποδηλάτης : $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2$, Αυτοκίνητο: $\Delta x_2=\frac{1}{2}\alpha_2 t_1^2$

Επειδή $\Delta x_2=4\Delta x_1 \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha_2 t_1^2=4\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow \alpha_2=4\alpha_1$, **άρα σωστή η πρόταση β.**

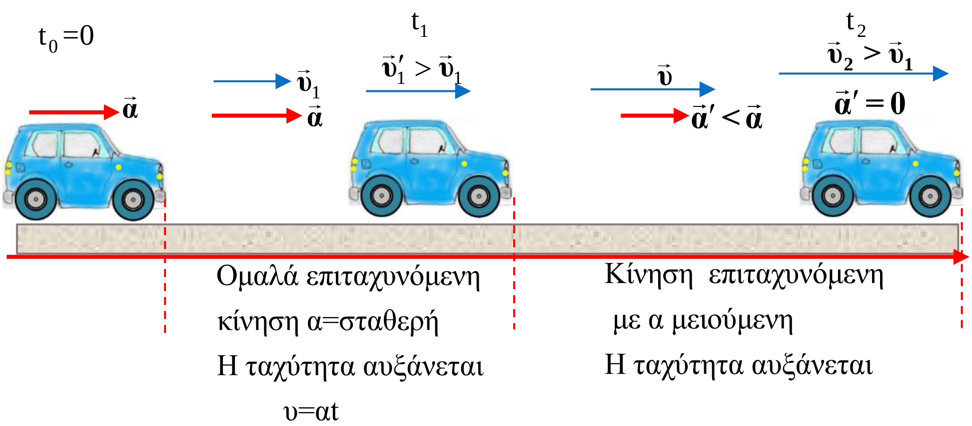
1.52 (2ο-8021-Β1) Αυτοκίνητο είναι αρχικά ακίνητο. Τη χρονική στιγμή t=0s ο οδηγός του αυτοκινήτου, πατάει το γκάζι οπότε το αυτοκίνητο αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση α. Τη χρονική στιγμή t_1, το μέτρο της επιτάχυνσης αρχίζει να ελαττώνεται μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 οπότε και μηδενίζεται.

α. Το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της ταχύτητάς του τη χρονική στιγμή t_1.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή t_2 είναι ίσο με μηδέν.

γ. Στο χρονικό διάστημα $[0,t_1)$ το αυτοκίνητο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ενώ στο χρονικό διάστημα $(t_1,t_2]$ εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

Απάντηση

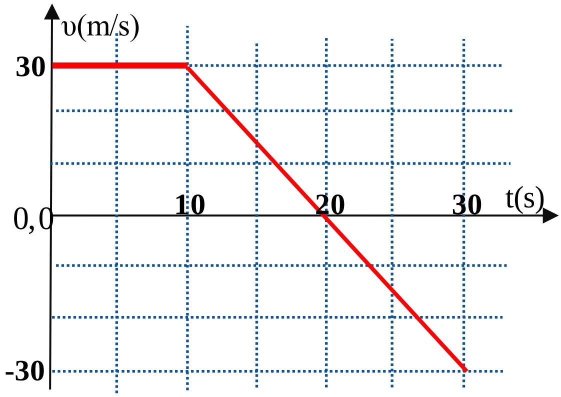


Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης από $t_0=0$ έως t_2 το αυτοκίνητο εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση, επομένως η ταχύτητά του συνεχώς αυξάνεται. Από $t_0=0$ έως t_1 η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη και η ταχύτητα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό και σύμφωνα με την εξίσωση υ=αt. Στο χρονικό διάστημα $[t_1,t_2]$ η κίνηση είναι

επιταχυνόμενη αλλά με μειούμενη επιτάχυνση (η επιτάχυνση παραμένει ομόρροπη με την ταχύτητα), η ταχύτητα αυξάνεται αλλά με μειούμενο ρυθμό. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

1.53 (2ο-8028-Β2)

Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

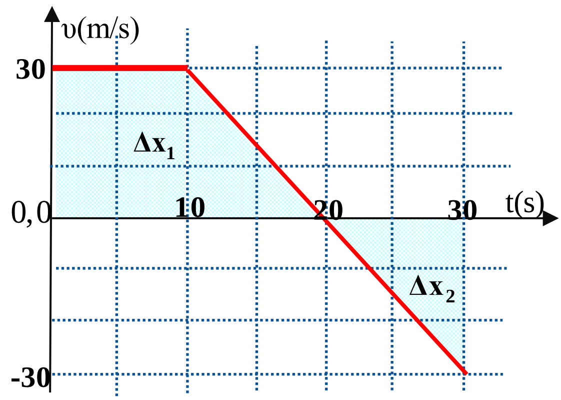


Η μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το χρονικό διάστημα από 0s - 30s είναι:

α. +300 m **β.** +600 m **γ.** –300 m

Απάντηση

Σε μια γραφική παράσταση υ(t) το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ της γραμμής υ(t) και του άξονα των χρόνων t είναι ίσο με τη μετατόπιση του κινητού. Επίσης αν το κινητό έχει διάφορες φάσεις στην κίνησή του (και με αλλαγή φοράς κίνησης) η συνολική μετατόπιση ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεων $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2+...+\Delta x_ν$.



Εδώ $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2$ (1)

$$\Delta x_1=\frac{10s+20s}{2}30\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_1=+450m \ (2)$$

και $\Delta x_2=\frac{1}{2}(30\text{-}20)s\cdot\left(-30\frac{m}{s}\right)\Rightarrow \Delta x_2=-150m \ (3)$.

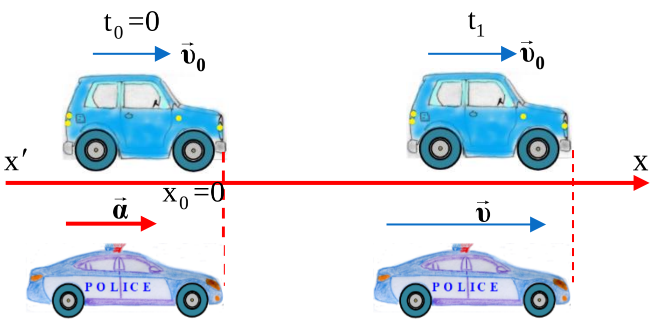
Από (1) , (2) και (3) έχουμε $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2$ ή $\Delta x_{ολ}=+300m$ …

άρα σωστή η πρόταση α.

1.54 (2-8039-Β2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα ομαλά. Ένα ακίνητο περιπολικό, μόλις περνά το αυτοκίνητο από μπροστά του, αρχίζει να το καταδιώκει με σταθερή επιτάχυνση.
Τη στιγμή που το περιπολικό φθάνει το αυτοκίνητο:
α. η ταχύτητα του περιπολικού είναι ίση με την ταχύτητα του αυτοκινήτου
β. η ταχύτητα του περιπολικού είναι διπλάσια από την ταχύτητα του αυτοκινήτου
γ. η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι τριπλάσια από την ταχύτητα του περιπολικού.

Απάντηση

Έστω $x_0=0$ η θέση του περιπολικού και $t_0=0$ η στιγμή που το αυτοκίνητο περνάει μπροστά από το περιπολικό με ταχύτητα υ_0 το οποίο και ξεκινάει με σταθερή επιτάχυνση α.



Τα κινητά κινούνται στην ίδια κατεύθυνση του άξονα x′x και συναντώνται μετά την $t_0=0$ τη χρονική στιγμή t_1.
Οι χρονικές εξισώσεις κίνησης για αυτοκίνητο και περιπολικό αντιστοίχως είναι $x_A=\upsilon_0 t$ και $x_\Pi=\frac{1}{2}\alpha t^2$ και όταν συναντηθούν $x_\Pi=x_A \Rightarrow \frac{1}{2}\alpha t_1^2=\upsilon_0 t_1 \Rightarrow$

$t_1=\frac{2\upsilon_0}{\alpha}$ (1) και $t_1=0$ (η αρχική θέση).

Εκείνη τη στιγμή το περιπολικό έχει ταχύτητα $\upsilon_\Pi=\alpha t_1 \xrightarrow{(1)} \upsilon_\Pi=\alpha\frac{2\upsilon_0}{\alpha} \Rightarrow$ $\upsilon_\Pi=2\upsilon_0$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

1.55 (2-8042-Β.1) Δύο κινητά Α και Β κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Ox και έχουν εξισώσεις θέσης $x_A=6t$ (SI) και $x_B=2t^2$ (SI) αντίστοιχα. Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή:

α. t = 2 s **β.** t = 1,5 s **γ.** t = 3 s

Απάντηση

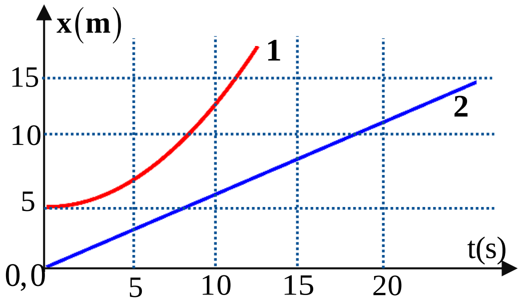
Το κινητό Α εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με εξίσωση $x_A=6t$ που συγκρινόμενη με $x_A=\upsilon_A t$ βρίσκουμε την ταχύτητά του $\upsilon_A=6m/s$. Η ταχύτητα την περίπτωση αυτή υπολογίζεται και από τη σχέση $\upsilon_A=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_A=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} \Rightarrow$

$$\upsilon_A=\frac{6t_2-6t_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \upsilon_A=6\frac{t_2-t_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \upsilon_A=6m/s$$

Το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με εξίσωση $x_B=2t^2$ που συγκρινόμενη με $x_B=\frac{1}{2}\alpha t^2$ βρίσκουμε την επιτάχυνσή του $\frac{1}{2}\alpha=2 \Rightarrow$ $\alpha=4m/s^2$.

Η ταχύτητα του κινητού Β δίδεται από τη σχέση $\upsilon_B=\alpha t$ ή $\upsilon_B=4t$ (S.I) και είναι ίση με την $\upsilon_A=6m/s$, όταν $\upsilon_B=\upsilon_A$ ή $4t=6$ ή $t=1{,}5s$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

1.56 (2-8048-Β.2) Στη διπλανή εικόνα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης – χρόνου δυο αυτοκινήτων που κινούνται ευθύγραμμα.
Τη χρονική στιγμή t=0s μηδενική ταχύτητα έχει το αυτοκίνητο



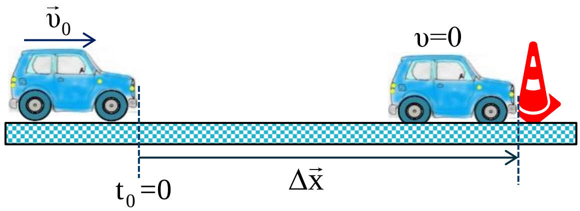
α. 1 **β.** 2 **γ.** 1 και 2

Απάντηση

Το αυτοκίνητο (2) επειδή έχει εξίσωση τροχιάς $x = \sigma\tau\alpha\theta \cdot t$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, δηλαδή έχει σταθερή ταχύτητα $\upsilon \neq 0$ και συνεπώς και τη χρονική στιγμή t = 0s δεν είναι δυνατόν να έχει μηδενική ταχύτητα.
Το κινητό (1) εκτελεί μεταβαλλόμενη κίνηση και **θα μπορούσε** την τη χρονική στιγμή t = 0s να έχει μηδενική ταχύτητα.
Η x(t) που έχει τη μορφή παραβολής (χωρίς να δίνεται αυτό) **μπορεί να έχει** εξίσωση $x = x_0 + \frac{1}{2}\alpha t^2$ με $x_0 = 5m$ και χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \alpha t$. Σε αυτή τη περίπτωση τη χρονική στιγμή t = 0s το κινητό (1) έχει μηδενική ταχύτητα.
Η x(t) όμως **μπορεί να έχει** εξίσωση $x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ με $x_0 = 5m$ και χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$. Σε αυτή τη περίπτωση τη χρονική στιγμή t = 0s το κινητό (1) **δεν έχει μηδενική ταχύτητα.**
Άρα σωστή απάντηση μπορεί να είναι με προϋποθέσεις μόνο η α.

Σχόλιο: Η σωστή ερώτηση θα ήταν « Τη χρονική στιγμή t=0s μηδενική ταχύτητα **μπορεί** να έχει το αυτοκίνητο ….»

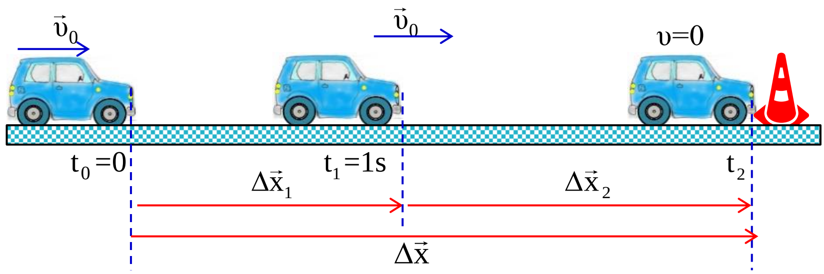
1.57 (2ο-12016 -Β2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_0$=72Km/h. Κάποια χρονική στιγμή t_0=0, ο οδηγός του αυτοκινήτου αντιλαμβάνεται ένα εμπόδιο. Αν ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού (το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο, μέχρι τη χρονική στιγμή που ενεργοποιεί το σύστημα πέδησης του αυτοκινήτου) είναι $t_{αντ}$=1s και η μέγιστη τιμή του μέτρου της αρνητικής επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) που μπορεί να αναπτύξει το αυτοκίνητο είναι α=5m/s^2 , το μέτρο της ελάχιστης μετατόπισης Δx που απαιτείται για να ακινητοποιηθεί το αυτοκίνητο είναι:



α. Δx=60m **β.** Δx=100m **γ.** Δx=80m

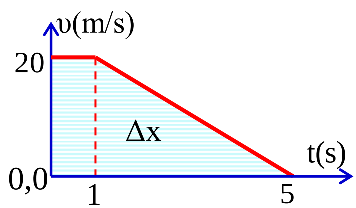
Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση.

Απάντηση



1η Λύση: Υπολογισμός μετατόπιση από τη γραφική παράσταση υ-t

Προφανώς για να μην γίνει σύγκρουση πρέπει οριακά το αυτοκίνητο να σταματήσει στο εμπόδιο. Στη 2η φάση της κίνησης που αρχίζει την t_1=1s ενώ το κινητό έχει ταχύτητα $υ_0$=72Km/h=20m/s είναι ομαλά επιβραδυνόμενη η εξίσωση της ταχύτητας είναι $υ=υ_0-α(t-t_1)$ [α= μέτρο της επιτάχυνσης]



$\xrightarrow{S.I}$ υ=20-5(t-1) (S.I). Όταν το σώμα σταματήσει, υ=0 και t=t_2 οπότε $0=20-5(t_2-1) \Rightarrow t_2=5s$. Κάνουμε τη γραφική παράσταση της υ-t για όλη την κίνηση με το εμβαδόν αυτής (τραπέζιο) να δίνει την συνολική μετατόπιση $\Delta x = \frac{1s+5s}{2} 20m/s$

$\Rightarrow \mathbf{\Delta x = 60m}$.

Άρα **σωστή** η σχέση **(α)**

2η Λύση: Υπολογισμός μετατόπισης από τις εξισώσεις κίνησης

1η φάση: Ευθύγραμμη ομαλή $\Delta x_1 = \upsilon_0 t_1 \xrightarrow{S.I} \Delta x_1 = 20.1 \Rightarrow \Delta x_1 = 20m$

2η φάση: Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη …αφού υπολογίσουμε την t_2 όπως στην 1η λύση η μετατόπιση είναι : $\Delta x_2 = \upsilon_0 (t_2 - t_1) - \frac{1}{2}\alpha (t_2 - t_1)^2 \xrightarrow{S.I}$

$\Delta x_2 = 20 \cdot (5-1) - \frac{1}{2} 5 (5-1)^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 40m$

Συνολική μετατόπιση μέχρι να σταματήσει: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x = 60m$

3η Λύση: Υπολογισμός μετατόπισης στην 2η φάση με Θ.Μ.Κ.Ε

Στην 2η φάση της κίνησης η μετατόπιση υπολογίζεται χωρίς την ανάγκη να βρούμε την χρονική στιγμή t_2, που απαιτείται για τις δύο προηγούμενες λύσεις.

$\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow K_2 - K_1 = -\Sigma F \cdot \Delta x \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = -m\alpha \cdot \Delta x_2 \Rightarrow \mathbf{\Delta x_2 = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}} \xrightarrow{S.I}$

$\Delta x_2 = 40m$

Σχόλιο: Για τον ολικό χρόνο $t_{o\lambda} = \frac{\upsilon_0}{|\alpha|}$ και ολικό διάστημα κίνησης $s_{o\lambda} = \frac{\upsilon_0^2}{2|\alpha|}$ στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου Βασίλης Τσούνης** § 4.3-Γ σελίδα 82

1.58 (2ο-12035-Β2) Το 1968 ο Τζιμ Χάινς (James "Jim" Ray Hines), Αμερικανός πρώην αθλητής του στίβου, έγινε ο πρώτος άνθρωπος που «έσπασε» επίσημα το φράγμα των 10 δευτερολέπτων στα 100 μέτρα. Θεωρείστε ότι ο Χάινς, ξεκινώντας από την ηρεμία, αύξανε ομαλά το μέτρο της ταχύτητάς του τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα και στη συνέχεια διατήρησε σταθερό το μέτρο της ταχύτητάς του μέχρι τον τερματισμό.

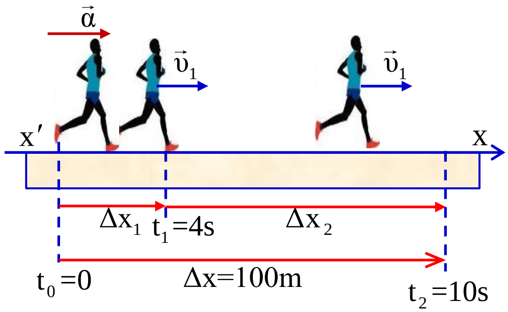
Αν θεωρήσουμε ότι ο χρόνος τερματισμού του Χάινς ήταν ακριβώς ίσος με 10 δευτερόλεπτα, τότε η επιτάχυνσή του κατά τα πρώτα 4 δευτερόλεπτα του αγώνα ήταν:

α. $\alpha=\frac{10}{8}\frac{m}{s^2}$ **β.** $\alpha=10\frac{m}{s^2}$ **γ.** $\alpha=\frac{25}{8}\frac{m}{s^2}$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση.

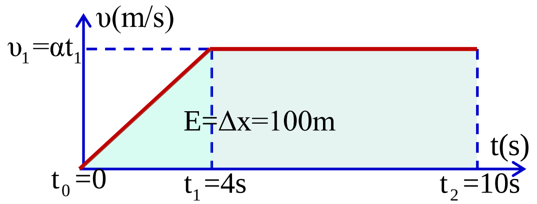
Απάντηση

1η Λύση:



1η φάση από $t_0=0$ έως $t_1=4s$ η κίνηση είναι με σταθερή επιτάχυνση α και στο τέλος $t_1=4s$ ο αθλητής αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1=\alpha t_1$.

2η φάση από $t_1=4s$ έως $t_2=10s$ ο αθλητής κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1=\alpha t_1$ που απέκτησε στο τέλος της 1ης φάσης.



Κάνουμε τη γραφική παράσταση ταχύτητας -χρόνου για όλη την διάρκεια της κίνησης και το εμβαδόν της οποίας δίνει την συνολική μετατόπιση Δx=100m.

Άρα Δx=Εμβαδόν τραπεζίου…

$$\Delta x=\frac{t_2+(t_2-t_1)}{2}\upsilon_1 \Rightarrow \Delta x=\frac{(2t_2-t_1)}{2}\alpha t_1 \xrightarrow{S.I} 100=\frac{(2.10-4)}{2}\alpha\cdot 4 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha=\frac{25}{8}\frac{m}{s^2}}$$

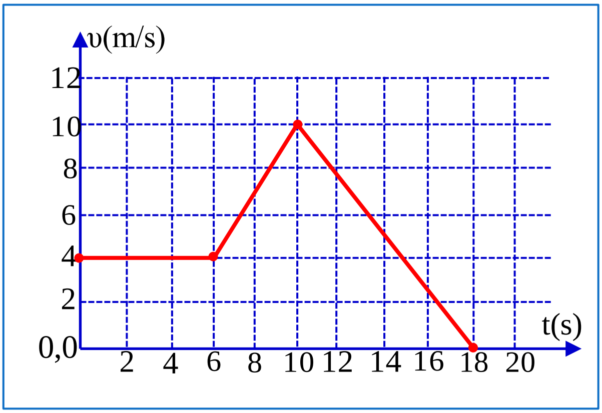
Άρα **σωστή** η σχέση **(γ)**

2η Λύση: Η συνολική μετατόπιση είναι $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_1^2+\upsilon_1(t_2-t_1) \Rightarrow$

$$\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_1^2+\alpha t_1(t_2-t_1) \xrightarrow{S.I} 100=\frac{1}{2}\alpha 4^2+\alpha\cdot 4(10-4) \Rightarrow 100=32\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{25}{8}\frac{m}{s^2}$$

1.59 (2ο-12855-Β2)

Σώμα κινείται ευθύγραμμα και το μέτρο υ της ταχύτητάς του μεταβάλλεται χρονικά όπως στο διάγραμμα.



Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος έχουν την ίδια κατεύθυνση στο χρονικό διάστημα:

α. (0 , 6 s)
β. (6 s , 10 s)
γ. (10 s , 18 s)

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

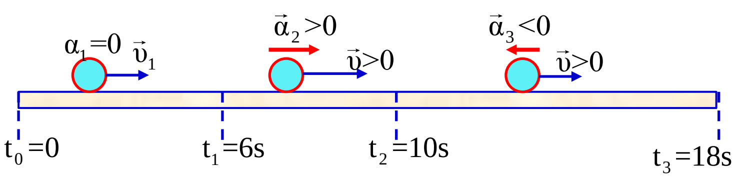
1η φάση της κίνησης (t_0=0s έως t_1=6s): Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα υ_1=4m/s και φορά προς την θετική κατεύθυνση…επιτάχυνση προφανώς δεν υπάρχει στη φάση αυτή.

2η φάση της κίνησης (t_1=6s έως t_2=10s):Η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με θετική ταχύτητα υ>0 και επιτάχυνση $\alpha_2=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2=\dfrac{10\text{-}4}{10\text{-}6}\dfrac{m/s}{s}$ $\alpha_2=1{,}5m/s^2>0$

…δηλαδή η ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν θετικές αλγεβρικές τιμές και συνεπώς ίδια κατεύθυνση (θετική).

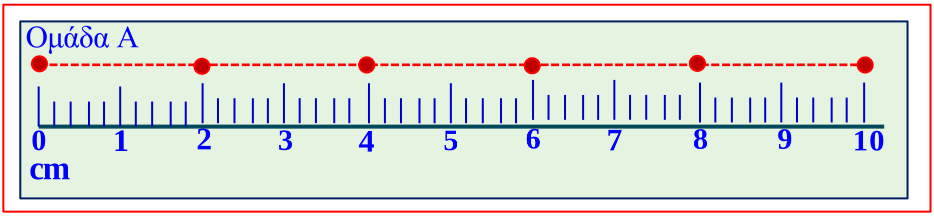
3η φάση της κίνησης (t_2=10s έως t_3=18s):Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με θετική ταχύτητα υ>0 και επιτάχυνση $\alpha_3=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3=\dfrac{0\text{-}10}{18\text{-}10}\dfrac{m/s}{s}$

$\alpha_2=-1{,}25m/s^2<0$ … δηλαδή η ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν αντίθετες αλγεβρικές τιμές και συνεπώς αντίθετη κατεύθυνση (ταχύτητα θετική-το κινητό κινείται προς τα θετικά αλλά η επιτάχυνση έχει αντίθετη κατεύθυνση).

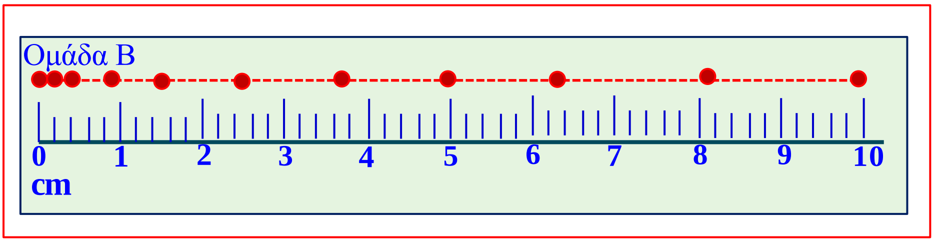


Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.60 (2ο-13098-Β2) Δύο ομάδες μαθητών εκτελούν στο εργαστήριο πειράματα μελέτης ευθύγραμμων κινήσεων. Η ομάδα Α χρησιμοποιεί ένα ηλεκτρικό αυτοκινητάκι, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα.
Η ομάδα Β χρησιμοποιεί ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο.
Τα οχήματα και των δύο ομάδων κινήθηκαν ευθύγραμμα πάνω στον πάγκο και σέρνουν πίσω τους από μια χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2s. Οι μαθητές και των δύο ομάδων, πήραν την αντίστοιχη χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν τις τροχιές των κινητών, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.
Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Α πέντε κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0=0$.



Στο σχήμα που ακολουθεί, φαίνονται για την ομάδα Β δέκα κουκίδες μετά την πρώτη, την οποία θεώρησαν ότι έγινε τη στιγμή $t_0=0$.



Αφού μελετήσετε προσεκτικά τις εργασίες των δύο ομάδων, το μέτρο της ταχύτητας υ_A του κινητού της ομάδας Α και το μέτρο της μέσης ταχύτητας $\bar{\upsilon}_B$ του κινητού της ομάδας Β, όπως αυτή προκύπτει για τη χρονική διάρκεια στην οποία έγιναν οι πρώτες δέκα κουκίδες μετά τη στιγμή $t_0=0$ συνδέονται με τη σχέση:

α. $\upsilon_A = \bar{\upsilon}_B$ **β.** $\upsilon_A = 2\bar{\upsilon}_B$ **γ.** $\bar{\upsilon}_B = 2\upsilon_A$

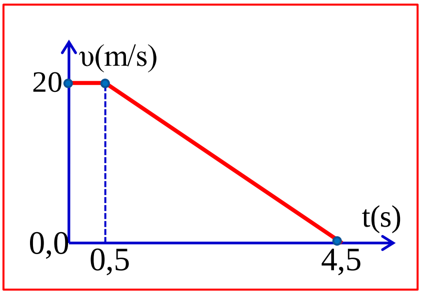
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η

Στο 1ο πείραμα το κινητό Α σε χρόνο $\Delta t_1 = 5\cdot 0{,}2 = 1s$ διήνυσε διάστημα $s_1 = 10\cdot 10^{-2}m$ με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_A = \frac{s_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \upsilon_A = \frac{10\cdot 10^{-2}m}{1s} \Rightarrow \upsilon_A = 10\cdot 10^{-2}m/s$

Στο 2ο πείραμα το κινητό Β σε χρόνο $\Delta t_1 = 10\cdot 0{,}2 = 2s$ διήνυσε διάστημα $s_2 = 10\cdot 10^{-2}m$ με μεταβλητού μέτρου ταχύτητα. Η μέση τιμή της ταχύτητας με την οποία κινείται το κινητό στη φάση αυτή είναι $\bar{\upsilon}_B = \frac{s_2}{\Delta t_2} \Rightarrow \bar{\upsilon}_B = \frac{10\cdot 10^{-2}m}{2s} \Rightarrow$ $\bar{\upsilon}_B = 5\cdot 10^{-2}m/s$. Παρατηρούμε ότι $\upsilon_A = 2\bar{\upsilon}_B$, άρα **σωστή** η σχέση **(β).**

1.61 (2ο-13106-Β1) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου 20m/s σε περιοχή με κακή ορατότητα λόγω ομίχλης.

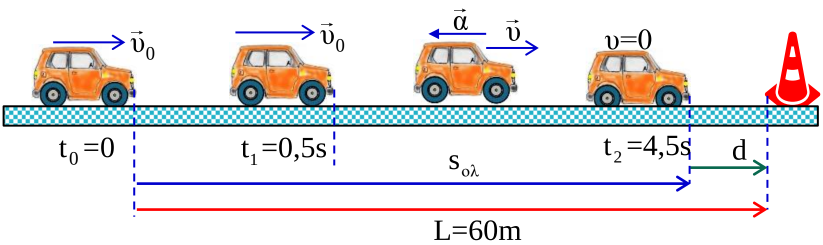


Βγαίνοντας ξαφνικά από την ομίχλη, ο οδηγός αντιλαμβάνεται ακίνητο εμπόδιο μπροστά του και φυσικά αποφασίζει να φρενάρει. Τη στιγμή $t_0=0$ που αντιλαμβάνεται το εμπόδιο, η απόστασή του από αυτό είναι 60m και ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού 0,5s. Κατά το φρενάρισμα το όχημα επιβραδύνεται, με επιβράδυνση σταθερού μέτρου. Με τη βοήθεια του διαγράμματος, όπου αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου ως προς το χρόνο. Η τελική απόσταση d του αυτοκινήτου από το εμπόδιο, όταν έχει σταματήσει:

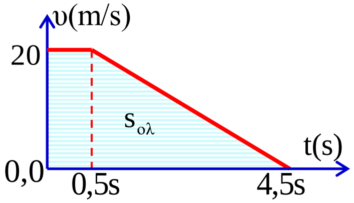
α. d=50m **β.** d=10m **γ.** d=20m

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

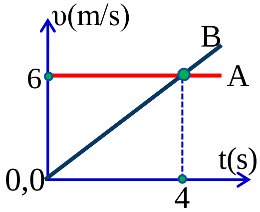


Από τη γραφική παράσταση της υ-t για όλη την κίνηση με το εμβαδόν αυτής (τραπέζιο) να δίνει την συνολικό διάστημα $s_{ολ}=\dfrac{0,5s+4,5s}{2}20m/s$ $\Rightarrow s_{ολ}=50m$. Η απόσταση d του αυτοκινήτου από το εμπόδιο, όταν έχει σταματήσει είναι $d=L-s_{ολ}$ $\Rightarrow$ **d=10m**



Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.62(2ο-13107-Β1) Δύο κινητά, το Α και το Β, κινούνται ευθύγραμμα, σε παράλληλες τροχιές, προς την ίδια κατεύθυνση.



Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδονται τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο κινητών, σε συνάρτηση με το χρόνο, από μια χρονική στιγμή $t_0=0$, κατά την οποία τα δύο κινητά ήταν δίπλα δίπλα.

Με τη βοήθεια του διαγράμματος, μπορούμε να συμπεράνουμε, ότι τη χρονική στιγμή $t_1=4s$

α. τα δύο κινητά είναι και πάλι δίπλα-δίπλα

β. το κινητό Α προπορεύεται του κινητού Β κατά 12m

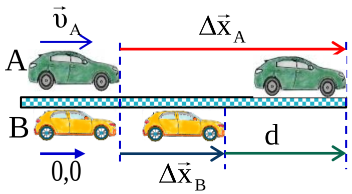
γ. το κινητό Β προπορεύεται του κινητού Α κατά 12m

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η Λύση:

Η μετατόπιση κάθε κινητού εύκολα υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ-t.

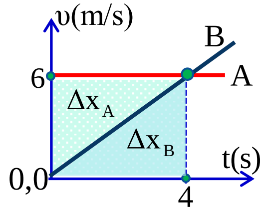


Κινητό Α: $\Delta x_A=6m/s\cdot 4s \Rightarrow \Delta x_A=24m$.

Κινητό Β: $\Delta x_B=\frac{1}{2}4s\cdot 6m/s \Rightarrow \Delta x_B=12m$.

Παρατηρούμε ότι $\Delta x_A-\Delta x_B=12m$, άρα το κινητό Α προηγείται του Β κατά d=12m.

2η Λύση:



Κινητό Α: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με $\upsilon_A=6m/s$

$\Delta x_A=\upsilon_A\Delta t \Rightarrow \Delta x_A=6m/s\cdot 4s \Rightarrow \Delta x_A=24m$.

Κινητό Β: κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{6\text{-}0}{4\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow$

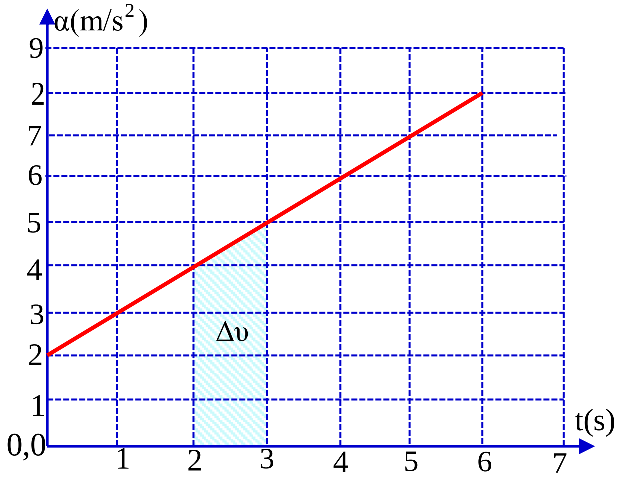
$\alpha=1{,}5m/s^2$

$\Delta x_B=\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2 \Rightarrow \Delta x_B=\frac{1}{2}1{,}5s\cdot(4s)^2 \Rightarrow \Delta x_B=12m$.

$d=\Delta x_A-\Delta x_B=12m$

Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.63(2ο-13269-Β2) Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα και η αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του α μεταβάλλεται με το χρόνο t όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



Τη χρονική στιγμή t_1=2s, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού είναι $υ_1$=10m/s. Τη χρονική στιγμή t_2=3s, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού είναι:

α. $υ_2$=5,5m/s

β. $υ_2$=14,5m/s

β. $υ_2$=15m/s

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Σε κάθε γραφική παράσταση α(t) – όπως αυτή του σχήματος- το εμβαδόν της, μεταξύ της α(t) και του άξονα των χρόνων, δίνει την αντίστοιχη μεταβολή της ταχύτητας [**βλ. 1.40 σελ.43**]. Έτσι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του τραπεζίου δίνει την μεταβολή της ταχύτητας από t_1=2s έως t_2=3s που είναι

$$Δυ=\frac{(4+5)m/s^2}{2}(3\text{-}2)s \Rightarrow Δυ=4,5m$$

Επίσης $Δυ=υ_2-υ_1 \Rightarrow 4,5m/s=υ_2-10m/s \Rightarrow υ_2=14,5m/s$

Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

|| Περισσότερα στη **Φυσική Α΄ Λυκείου-Βασίλης Τσούνης** §4.3-Ζ σελίδες 95-99. ||

Σχόλιο: Το ανωτέρω θέμα διαγράφηκε από την Τράπεζα ΙΕΠ και αντικαταστάθηκε από το επόμενο 1.63-1(2ο-13269-Β1)

1.63-1(2ο-13269-Β1) Σημειακό αντικείμενο κινείται ευθύγραμμα και σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα $Δt$ διανύει ίσα διαστήματα S.Το παραπάνω δεδομένο μπορεί να μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι η κίνηση του σημειακού αντικειμένου είναι ευθύγραμμη ομαλή;

α. Ναι **β.** Όχι

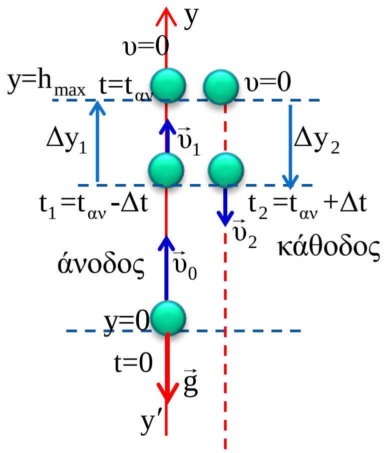
Να δικαιολογήσετε την όποια απάντηση

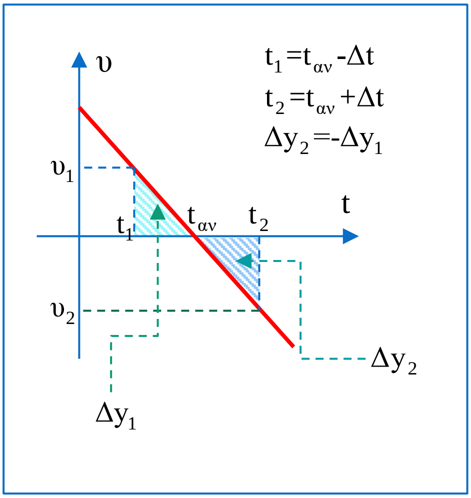
Απάντηση

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, το σημειακό κινητό σε δύο οποιαδήποτε, ίσα μεταξύ τους, χρονικά διαστήματα Δt μετατοπίζεται εξίσου κατά Δx (η φορά της κίνησης του κινητού δεν μεταβάλλεται).

Τα ίσα διαστήματα *S* μπορούν να διανύονται με αντίθετες φορές κίνησης και σε αυτήν την περίπτωση η κίνηση ΔΕΝ είναι ευθύγραμμη ομαλή.

Φανταστείτε μια κατακόρυφη βολή προς πάνω, το διάστημα στα τελευταία Δt sec της ανόδου (από $t_1=t_{αν}-Δt$ έως $t_{αν}$) ισούται με το διάστημα στα πρώτα Δt sec της καθόδου($t_{αν}$ έως $t_1=t_{αν}+Δt$) .



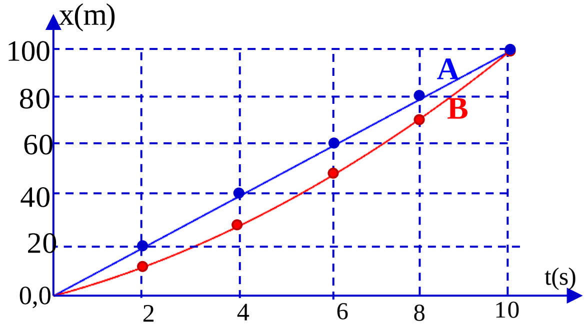


Αυτό φαίνεται εύκολα αν κάνουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας, που για το ενιαίο σύστημα αναφοράς για άνοδο -κάθοδο δίνεται από την σχέση $υ=υ_0-gt$ και αποδίδεται από το διάγραμμα. Οι μετατοπίσεις $Δy_1$ από $t_1=t_{αν}-Δt$ έως $t_{αν}$ και $Δy_2$ από $t_{αν}$ έως $t_1=t_{αν}+Δt$ ισούται με τα γραμμοσκιασμένα εμβαδά που όμως από τη γεωμετρία του σχήματος είναι ίσα (είναι ορθογώνια τρίγωνα με μια ίση πλευρά Δt και μια ίση οξεία γωνία αυτή ως κατακορυφή) . Άρα $Δy_1=|Δy_2|$ και $S_1=S_2$…

Εδώ όμως η ανοδική κίνηση είναι επιβραδυνόμενη και η καθοδική επιταχυνόμενη

Σωστή η απάντηση (β)

1.64(2ο-13273-Β1) Τα σημειακά κινητά Α και Β, κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχονται από το σημείο $x_0=0$. Το κινητό Β εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Η θέση των δύο κινητών μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κινητού Α είναι διπλάσια εκείνης του κινητού Β.

Α. Η επιτάχυνση του κινητού Β έχει αλγεβρική τιμή:

α. $\alpha=1\text{m/s}^2$ **β.** $\alpha=0{,}1\text{m/s}^2$ **γ.** $\alpha=0{,}01\text{m/s}^2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

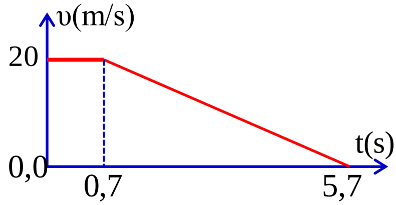
Το κινητό Α έχει εξίσωση θέσης $x_A=\upsilon_{0A}t \xrightarrow[x_A=100m]{t=10s} 100=\upsilon_{0A}10 \Rightarrow \upsilon_{0A}=10\text{m/s}$

Το κινητό Β έχει αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0B}=5\text{m/s}$ και έχει εξίσωση θέσης

$$x_B=\upsilon_{0B}t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow[x_A=100m]{t=10s} 100=5\cdot 10+\frac{1}{2}\alpha\cdot 10^2 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha=1m/s^2}$$

Άρα **σωστή** η σχέση **(α)**

1.65 (2ο-13347-Β2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου 20m/s σε περιοχή με κακή ορατότητα λόγω ομίχλης. Ξαφνικά βγαίνει από την ομίχλη, ο οδηγός αντιλαμβάνεται ακίνητο εμπόδιο μπροστά του και φυσικά αποφασίζει να φρενάρει. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι 0,7s όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα, στο οποίο αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου, από τη στιγμή που αντιλαμβάνεται ο οδηγός το εμπόδιο $t_0=0$, μέχρι να σταματήσει. Κατά το φρενάρισμα το όχημα επιβραδύνεται, με επιβράδυνση σταθερού μέτρου και τελικά σταματάει σε απόσταση 10m μπροστά από το εμπόδιο. Ένας άλλος οδηγός θα είχε διαφορετικό χρόνο αντίδρασης.



Ο μέγιστος χρόνος αντίδρασης που θα μπορούσε να έχει ο οδηγός του συγκεκριμένου αυτοκινήτου με αυτή την αρχική ταχύτητα και την ίδια σταθερή επιβράδυνση, ώστε να αποφευχθεί η σύγκρουση με το εμπόδιο, είναι:

α. $\Delta t_{αντ,max}=1,4s$ **β.** $\Delta t_{αντ,max}=1,2s$ **γ.** $\Delta t_{αντ,max}=0,5s$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η Λύση:

1ος οδηγός: Το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει βρίσκεται από το εμβαδόν της υ-t (τραπέζιο) $S=\frac{0,7s+5,7s}{2}\cdot 20m/s \Rightarrow S=64m$.

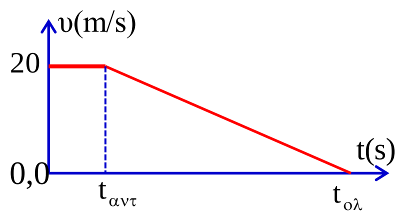
Το αυτοκίνητο στη 2η φάση έχει επιβράδυνση $α=\frac{\Delta υ}{\Delta t} \Rightarrow α=\frac{0-20m/s}{5,7s-0,7s} \Rightarrow$

$α=-4m/s^2$

2ος οδηγός: Από τη στιγμή που επιβραδύνει μέχρι να σταματήσει έχει εξίσωση ταχύτητας $υ=υ_0-α.\Delta t \Rightarrow$

$υ=20-4\cdot\Delta t \xrightarrow{τέλος\ υ=0} 0=20-4\cdot\Delta t \Rightarrow$

$\Delta t=5s$.

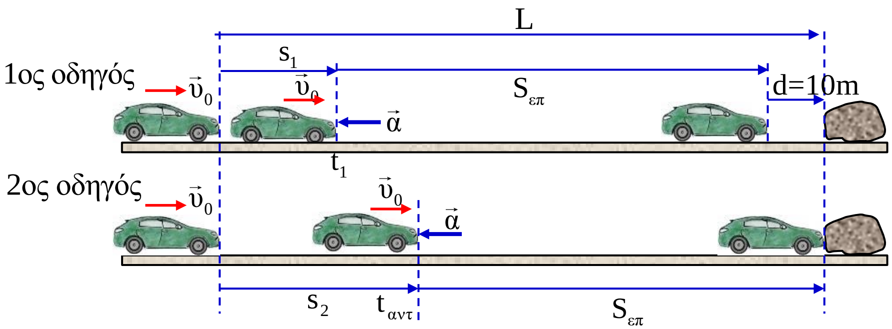


Αν $t_{αντ}$ ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού ο ολικός χρόνος κίνησης μέχρι να σταματήσει είναι $t_{ολ}=(t_{αντ}+5)s$ και το συνολικό διάστημα S' υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ-t (τραπέζιο) $S=\frac{t_{αντ}+t_{ολ}}{2}\cdot 20$ (S.I) $\Rightarrow S=\frac{t_{αντ}+t_{αντ}+5}{2}\cdot 20 \Rightarrow$ $S=20t_{αντ}+50$ (Σ.Ι) . Για να μην γίνει σύγκρουση πρέπει $\Rightarrow 20t_{αντ}+50\le 74 \Rightarrow$ $t_{αντ}\le 1,2s \Rightarrow \mathbf{t_{αντ,max}=1,2s}$ Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

2η Λύση: Επειδή η 2η φάση της κίνησης και για τους δύο οδηγούς γίνεται με την ίδια αρχική ταχύτητα και το ίδια επιβράδυνση το αυτοκίνητο θα διανύει το ίδιο διάστημα και στις δύο περιπτώσεις, έστω Sεπ.

Ο 1ος οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο την $t_0=0$ σε απόσταση L, πατάει δε φρένο σε $t_1=0{,}7s$ και μέχρι τότε διανύει διάστημα $s_1=υ_0 t \xrightarrow{S.I} s_1=20\cdot 0{,}7=14m$.

Ο 2ος οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο την $t_0=0$ σε απόσταση L πατάει δε φρένο σε χρόνο $t_{αντ}$ και μέχρι τότε διανύει διάστημα $s_2=υ_0 t_{αντ}$
Ο μέγιστος χρόνος αντίδρασης $t_{αντ}$ για να μην γίνει η σύγκρουση είναι να σταματήσει αμέσως πριν το εμπόδιο.



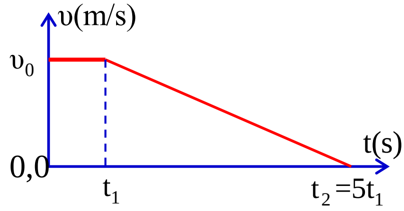
Οι κινήσεις του αυτοκινήτου με τους δυο οδηγούς φαίνονται στο σχήμα …από

όπου $s_2+S_{επ}=s_1+S_{επ}+d \Rightarrow s_2=s_1+d \Rightarrow υ_0 t_{αντ,max}=s_1+d \Rightarrow t_{αντ,max}=\frac{s_1+d}{υ_0} \xrightarrow{S.I}$

$t_{αντ,max}=\frac{14+10}{20}s \Rightarrow t_{αντ,max}=1{,}2s$

Σχόλιο: Το ανωτέρω θέμα διαγράφηκε από την τράπεζα ΙΕΠ και αντικαταστάθηκε από το επόμενο 1.65 (2ο-13347-Β1)

1.65-1 (2ο-13347-Β2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_0 σε περιοχή με κακή ορατότητα λόγω ομίχλης. Βγαίνοντας από την ομίχλη, ο οδηγός αντιλαμβάνεται ξαφνικά μπροστά του ακίνητο εμπόδιο και φυσικά αποφασίζει να φρενάρει. Ο χρόνος αντίδρασης του οδηγού είναι t_1. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή που ο οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο (t_0=0), μέχρι να σταματήσει ($t_2=5t_1$). Το μέτρο της μέσης ταχύτητας του οχήματος, για το χρονικό διάστημα [0,t_2] είναι

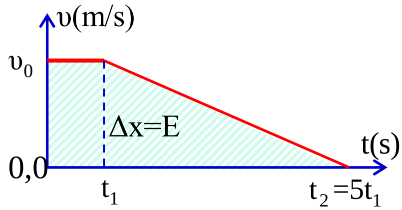


α. $\bar{\upsilon}=\frac{\upsilon_0}{2}$ **β.** $\bar{\upsilon}=\frac{\upsilon_0}{4}$ **γ.** $\bar{\upsilon}=\frac{3\upsilon_0}{5}$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση

Απάντηση

Το συνολικό διάστημα που διήνυσε το κινητό από την στιγμή που οδηγός αντιλαμβάνεται το εμπόδιο μέχρι να σταματήσει ισούται με την μετατόπιση που πιο εύκολα υπολογίζεται από το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της υ(t).



$$s_{ο\lambda}=\Delta x=\frac{t_1+5t_1}{2}\upsilon_0 \Rightarrow s_{ο\lambda}=3\upsilon_0 t_1$$

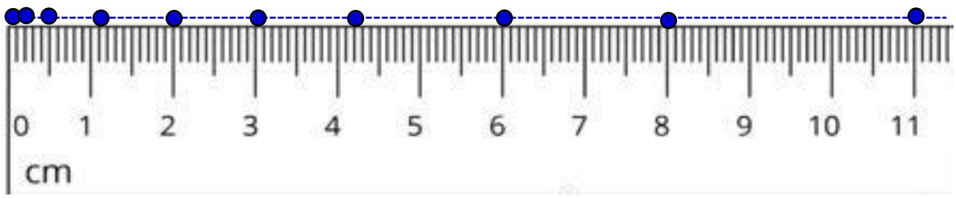
Η μέση ταχύτητα του κινητού είναι $\bar{\upsilon}=\frac{s_{ο\lambda}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\frac{3\upsilon_0 t_1}{5t_1} \Rightarrow \boldsymbol{\bar{\upsilon}=\frac{3\upsilon_0}{5}}$

Άρα **σωστή** η σχέση **(γ)**

1.66 (2ο-13348-Β1) Μαθητές μελετούν στο εργαστήριο ευθύγραμμες κινήσεις. Χρησιμοποιούν ένα μικρό αμαξίδιο, το οποίο με νήμα συνδέεται μέσω μιας μικρής τροχαλίας με ένα βαρίδι. Άφησαν το βαρίδι ελεύθερο και καθώς πέφτει προκαλεί μια επιταχυνόμενη κίνηση στο αμαξίδιο. Η κίνηση είναι ευθύγραμμη και το αμαξίδιο σέρνει πίσω του χαρτοταινία, στην οποία κατάλληλος μηχανισμός αφήνει στίγματα κάθε 0,2 s.

Οι μαθητές πήραν την χαρτοταινία και με τη βοήθεια υποδεκάμετρου σημείωσαν την τροχιά του κινητού, ενώνοντας με διακεκομμένη γραμμή τα

στίγματα (κουκίδες), ενώ κάτω από αυτές σημείωσαν τις ενδείξεις του υποδεκάμετρου σε cm, αρχίζοντας με μηδέν στην πρώτη κουκίδα.
Ο καθηγητής τους υπέδειξε ότι η μέση ταχύτητα του κινητού για μετατόπιση μεταξύ τριών διαδοχικών κουκίδων, μπορεί να θεωρηθεί ως η στιγμιαία



ταχύτητά του τη στιγμή που βρισκόταν στην μεσαία κουκίδα.
Με βάση την παραπάνω υπόδειξη, αν υ_1 το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα x_1=3cm και υ_2 το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας στη θέση που αντιστοιχεί στην κουκίδα x_2=8cm του υποδεκάμετρου, ποια από τις παρακάτω σχέσεις, αποδίδει τον λόγο των μέτρων των δύο αυτών ταχυτήτων;

α. $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=1$ **β.** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=0{,}44$ **γ.** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=0{,}2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Η στιγμιαία ταχύτητα υ_1 στη θέση x_1=3cm μπορεί να θεωρηθεί ότι ισούται με την μέση ταχύτητα του κινητού $\bar{\upsilon}_1$ από τη θέση x=2cm μέχρι την θέση x=4,2cm που διανύεται σε χρόνο Δt=2.0,2=0,4s.

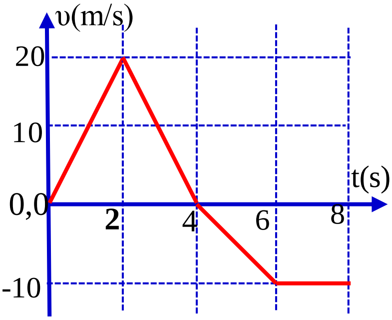
$$\upsilon_1=\bar{\upsilon}_1=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_1=\frac{4{,}2-2}{0{,}4}\frac{cm}{s} \Rightarrow \upsilon_1=5{,}5cm/s$$

Η στιγμιαία ταχύτητα υ_2 στη θέση x_2=8cm μπορεί να θεωρηθεί ότι ισούται με την μέση ταχύτητα του κινητού $\bar{\upsilon}_2$ από τη θέση x=6cm μέχρι την θέση x=11cm που διανύεται σε χρόνο Δt=2.0,2=0,4s.

$$\upsilon_2=\bar{\upsilon}_2=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_2=\frac{11-6}{0{,}4}\frac{cm}{s} \Rightarrow \upsilon_2=12{,}5cm/s$$

Παρατηρούμε ότι $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{5{,}5cm/s}{12{,}5cm/s} \Rightarrow \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=0{,}44$ Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.67 (2ο-13467-Β1) Κινητό, του οποίου το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου είναι το παραπάνω, αρχίζει να κινείται την χρονική στιγμή t=0s κατά την θετική φορά του άξονα $x'x$.



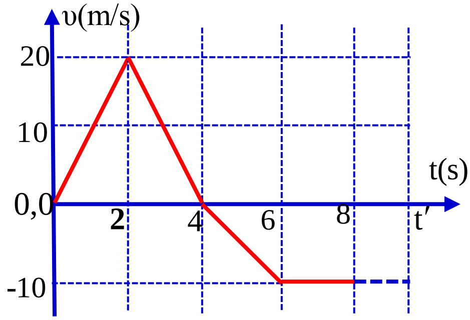
α. Το κινητό επιστρέφει για πρώτη φορά στη θέση από την οποία ξεκίνησε την χρονική στιγμή t=4s.

β. Το κινητό επιστρέφει για πρώτη φορά στη θέση από την οποία ξεκίνησε την χρονική στιγμή t=8s.

γ. Το κινητό επιστρέφει για πρώτη φορά στην θέση από την οποία ξεκίνησε μετά την χρονική στιγμή t=8s. Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

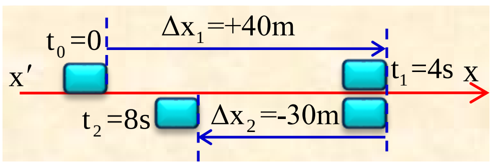
Από την $t_0=0$ έως την $t_1=4s$ το κινητό μετατοπίζεται κατά Δx_1=εμβαδόν υ-t (τρίγωνο), $\Delta x_1=\frac{1}{2}(4\text{-}0)\cdot 20=+40m$ (κίνηση προς τα θετικά)



Από την $t_1=4$ έως την $t_2=8s$ το κινητό μετατοπίζεται κατά Δx_2=εμβαδόν υ-t (τραπέζιο),

$$\Delta x_2=\frac{(8\text{-}4)+(8\text{-}6)}{2}\cdot(\text{-}10)=\text{-}30m$$

(κίνηση προς τα αρνητικά)



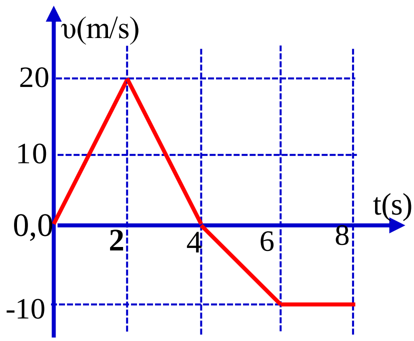
Από την απόδοση αυτών σε άξονα κίνησης φαίνεται ότι το κινητό την t=8s δεν έχει επιστρέψει στην αρχική θέση.

Σχόλιο: Έστω ότι το κινητό – αν συνεχίζονταν με την ίδια μορφή η κίνηση- θα επέστρεφε στην αρχική θέση την t΄>8s. Προφανώς ισχύει $\Delta\vec{x}_1+\Delta\vec{x}'_2=0 \Rightarrow$

$$\Delta x'_2=\text{-}40m \Rightarrow \Delta x'_2=\frac{(t'\text{-}4)+(t'\text{-}6)}{2}(\text{-}10)=\text{-}40 \Rightarrow 2t'\text{-}10=8 \Rightarrow t'=9s>8s$$

Άρα **σωστή** η σχέση **(γ)**

1.68 (2ο-13468-Β1) Το διπλανό διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αντιστοιχεί σε ένα κινητό, το οποίο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα, την χρονική στιγμή t=0s κατά την θετική φορά του άξονα x′x .



Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τον παρακάτω πίνακα.

Χρονικό διάστημα Δt (s)	Είδος και φορά κίνησης	Επιτάχυνση α(m/s²)
0-2		
2-4		
4-6		
6-8		

Απάντηση

1η φάση (0-2)s: Επειδή η συνάρτηση υ(t) είναι ευθεία με το μέτρο της ταχύτητας να αυξάνεται χρονικά, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Επειδή υ>0 η φορά της κίνησης είναι προς την θετική κατεύθυνση με επιτάχυνση $\alpha_1=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \alpha_1=\frac{20\text{-}0}{2\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1=+10m/s^2$$

2η φάση (2-4)s: Επειδή η συνάρτηση υ(t) είναι ευθεία με το μέτρο της ταχύτητας να μειώνεται χρονικά, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. Επειδή υ>0 η φορά της κίνησης είναι προς την θετική κατεύθυνση με επιτάχυνση $\alpha_2=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \alpha_1=\frac{0\text{-}20}{4\text{-}2}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_2=-10m/s^2$$

3η φάση (4-6)s: Επειδή η συνάρτηση υ(t) είναι ευθεία με το μέτρο της ταχύτητας να αυξάνεται χρονικά, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Επειδή υ<0 η φορά της κίνησης είναι προς την αρνητική κατεύθυνση με επιτάχυνση

$$\alpha_3=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3=\frac{-10\text{-}0}{6\text{-}4}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_3=-5m/s^2$$

4η φάση (6-8)s: Επειδή η συνάρτηση υ(t) είναι ευθεία με το μέτρο της ταχύτητας να σταθερό η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή. Επειδή υ<0 η φορά της κίνησης είναι προς την αρνητική κατεύθυνση, χωρίς στη φάση αυτή να υπάρχει επιτάχυνση $α_4=0$

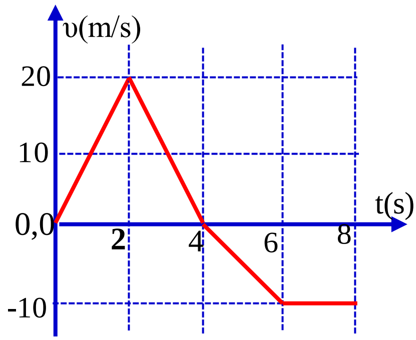
Χρονικό διάστημα Δt (s)	Είδος και φορά κίνησης	Επιτάχυνση α(m/s^2)
0-2	α. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. β. φορά κίνησης θετική	$α_1=+10m/s^2$
2-4	α. Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη. β. φορά κίνησης θετική	$α_2=-10m/s^2$
4-6	α. Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. β. φορά κίνησης αρνητική	$α_3=-5m/s^2$
6-8	α. Ευθύγραμμη ομαλή β. φορά κίνησης αρνητική	$α_4=0$

Σχόλιο: Η ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χαρακτηρίζεται από την ίδια κατεύθυνση της ταχύτητας και επιτάχυνσης (ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν ομόσημες αλγεβρικές τιμές $υ \cdot α > 0$ όπως παρατηρούμε στην 1η και 3η φάση της κίνησης).

Η ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση χαρακτηρίζεται από τις αντίθετες κατευθύνσεις της ταχύτητας και επιτάχυνσης (ταχύτητα και επιτάχυνση έχουν ετερόσημες αλγεβρικές τιμές $υ \cdot α < 0$ όπως παρατηρούμε στην 2η φάση της κίνησης).

Δείτε μια αναλυτική παρουσίαση **Φυσική Α΄ Λυκείου** – **Βασίλης Τσούνης** §4.2 β σελίδα 73

1.69 (2ο-13469-Β1) Το παραπάνω διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου αντιστοιχεί σε ένα κινητό, το οποίο αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα, την χρονική στιγμή t=0s κατά την θετική φορά του άξονα $x'x$. Την χρονική στιγμή t=8s:



α. Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι s=70m και η τιμή της μετατόπισής του $\Delta x=+70\text{m}$.

β. Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι s=70m και η τιμή της μετατόπισής του $\Delta x=+10\text{m}$.

γ. Το διάστημα που έχει διανύσει το κινητό είναι s=10m και η τιμή της μετατόπισής του $\Delta x=+70\text{m}$.

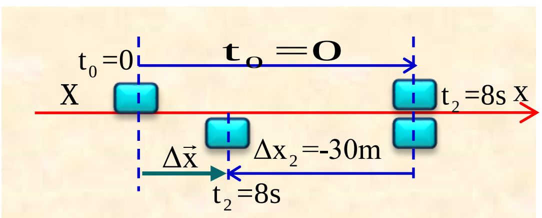
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Από την $t_0=0$ έως την $t_1=4s$ το κινητό μετατοπίζεται κατά Δx_1=εμβαδόν υ-t (τρίγωνο), $\Delta x_1=\frac{1}{2}(4\text{-}0)\cdot 20=+40\text{m}$ (κίνηση προς τα θετικά)

Από την $t_1=4$ έως την $t_2=8s$ το κινητό μετατοπίζεται κατά Δx_2=εμβαδόν υ-t (τραπέζιο), $\Delta x_2=\frac{(8\text{-}4)+(8\text{-}6)}{2}\cdot(\text{-}10)=\text{-}30\text{m}$ (κίνηση προς τα αρνητικά)

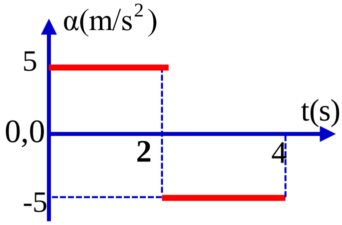
Η συνολική μετατόπιση ισούται με διανυσματικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεων $\Delta\vec{x}=\Delta\vec{x}_1+\Delta\vec{x}_2$ …και σε ευθύγραμμες κινήσεις ταυτίζεται με αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους μετατοπίσεων



$\underbrace{\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2}_{\text{αλγεβρικές τιμές}} \Rightarrow \Delta x=+40\text{m}+(\text{-}30\text{m}) \Rightarrow \mathbf{\Delta x=+10m}$

Το διάστημα ισούται με το μήκος της τροχιάς που διήνυσε το κινητό και σε ευθύγραμμες κινήσεις ταυτίζεται με άθροισμα των απολύτων τιμών των επιμέρους μετατοπίσεων $s=|\Delta x_1|+|\Delta x_2| \Rightarrow s=|+40\text{m}|+|\text{-}30\text{m}| \Rightarrow \mathbf{s=70m}$

Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**



1.70(2ο-13470-Β2) Κινητό ξεκινά από την ηρεμία και κινείται για χρονικό διάστημα Δt=4s. Η επιτάχυνσή του σε σχέση με τον χρόνο μεταβάλλεται σύμφωνα με το διπλανό διάγραμμα. Την χρονική στιγμή t_2=4s, οι τιμές της μετατόπισης και της ταχύτητας του κινητού θα είναι αντίστοιχα:

α. Δx=20m, υ=0m/s **β.** Δx=0m, υ=0m/s **γ.** Δx=20m, υ=20m/s .

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1ηΛύση: 1η φάση (0-2)s: Κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με $α_1$=+5m/s² και τη χρονική στιγμή t_1=2s έχει ταχύτητα $υ_1=α_1t_1 \xrightarrow{S.I} υ_1=5\cdot 2=10m/s$ και μετατοπίσθηκε κατά $Δx_1=\frac{1}{2}α_1t_1^2 \xrightarrow{S.I} Δx_1=\frac{1}{2}5.2^2=+10m$

2η φάση (2-4)s: Κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη με $α_2$=-5m/s² και αρχική ταχύτητα $υ_1$=10m/s τη χρονική στιγμή t_2=4s έχει ταχύτητα $υ_2=υ_1-|α_2|(t_2-t_1) \xrightarrow{S.I}$ $υ_2=10\text{-}5(4\text{-}2)=0m/s$. Στη φάση αυτή μετατοπίσθηκε κατά

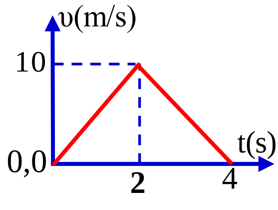
$$Δx_2=υ_{01}(t_2-t_1)-\frac{1}{2}|α_2|(t_2-t_1)^2 \xrightarrow{S.I} Δx_2=10(4-2)-\frac{1}{2}5(4-2)^2=+10m.$$

Μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=4s η συνολική μετατόπιση είναι $\underbrace{Δx = Δx_1 + Δx_2}_{αλγεβρικές τιμές} = +20m$ …. Άρα **σωστή** η σχέση **(α)**

Σχόλιο- 2η λύση: Το εμβαδόν της α(t) δίνει την μεταβολή της ταχύτητας και στο (0-4)s είναι

$Δυ=Ε=(+5)\cdot(2\text{-}0)+(\text{-}5)\cdot(4\text{-}2)=0 \Rightarrow$

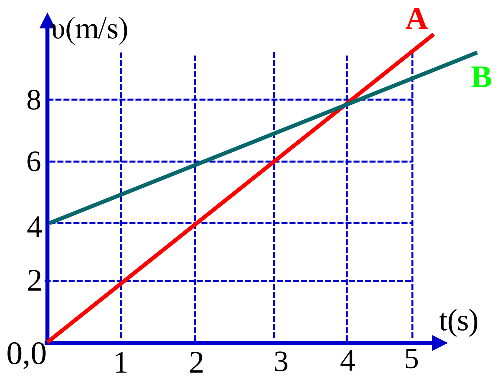
$υ_{τελ}-υ_{αρχ}=0 \xrightarrow{υ_{αρχ}=0} υ_{τελ,\ t=4s}=0$



Η συνολική μετατόπιση βρίσκεται και από εμβαδόν στο διάγραμμα υ-t , $Δx=\frac{1}{2}4s\cdot 10m=+20m$

Σχόλιο: Για τον υπολογισμό της Δυ από τη γραφική παράσταση α(t) **(βλ. 1.40 σελ.43)** . Περισσότερα στη **Φυσική Α΄ Λυκείου-Βασίλης Τσούνης** §4.3-Ζ σελίδες 95-99.

1.71 (2ο-13513-Β1) Τα κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος του οριζοντίου ημιάξονα Οx του άξονα xx′. Την χρονική στιγμή t_0=0s και τα δύο κινητά βρίσκονται στη θέση x_0=0m. Στο διάγραμμα φαίνεται πώς μεταβάλλεται η ταχύτητα κάθε κινητού σε σχέση με τον χρόνο.



α. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα α_A=1m/s^2 α_B=2m/s^2 και την χρονική στιγμή t_1=4s το κινητό Β προηγείται του Α κατά 8 m.

β. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα α_A=2m/s^2, α_B=1m/s^2 και την χρονική στιγμή t_1=4 s το κινητό Β προηγείται του Α κατά 8 m.

γ. Οι επιταχύνσεις των κινητών είναι αντίστοιχα α_A=1m/s^2, α_B=2m/s^2 και την χρονική στιγμή t_1=4 s τα δύο κινητά βρίσκονται στην ίδια θέση.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Κινητό Α: Επιτάχυνση $\alpha_A=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_A=\dfrac{8\text{-}0}{4\text{-}0}\dfrac{\text{m/s}}{\text{s}} \Rightarrow \alpha_A=2\text{m/s}^2$ και τη χρονική στιγμή t=4s έχει μετατοπισθεί κατά Δx_A που υπολογίζεται από εμβαδόν της υ-t,

$$\Delta x_A=\frac{1}{2}(4\text{-}0)\text{s}.8\text{m/s} \Rightarrow \Delta x_A=16\text{m}.$$

Κινητό Β: Επιτάχυνση $\alpha_B=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_B=\dfrac{8\text{-}4}{4\text{-}0}\dfrac{\text{m/s}}{\text{s}} \Rightarrow \alpha_B=1\text{m/s}^2$ και τη χρονική στιγμή t=4s έχει μετατοπισθεί κατά Δx_B που υπολογίζεται από εμβαδόν της υ-t,

$$\Delta x_B=\frac{(4+8)\text{m/s}}{2}\cdot(4\text{-}0)\text{s} \Rightarrow \Delta x_B=24\text{m}.$$

Άρα τη χρονική στιγμή t=4s το κινητό Β προηγείται του Α κατά $\Delta x=\Delta x_B-\Delta x_A \Rightarrow$ Δx=8m

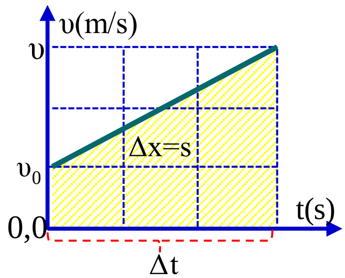
Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.72(2ο-13546-Β1) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0. Μετά από χρονικό διάστημα Δt έχει διανύσει διάστημα s και η ταχύτητά του είναι ίση με υ_1. Το διάστημα s δίδεται από τη σχέση:

α. $s=\frac{\upsilon_1+\upsilon_0}{4}\Delta t$ **β.** $s=\frac{\upsilon_1+\upsilon_0}{2}\Delta t$ **γ.** $s=\frac{\upsilon_1-\upsilon_0}{4}\Delta t$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση



Η γραφική παράσταση της υ-t για την ανωτέρω κίνηση φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος. Η μετατόπιση (και το διάστημα) για χρονικό διάστημα Δt από την αρχή της κίνησης ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του τραπεζίου και είναι $s=\frac{\upsilon_0+\upsilon}{2}\Delta t$. Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.73 (2ο-13549-Β2) Ένα κινητό βρίσκεται στη θέση x_0=0m και τη χρονική στιγμή t_0=0s αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=4m/s^2$.

α. Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

t(s)	$\alpha(m/s^2)$	υ(m/s)
2		
4		
6		

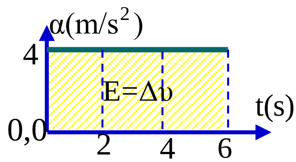
β. Να γίνει η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμονομημένους άξονες για το παραπάνω κινητό. Στη συνέχεια να υπολογιστεί το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ των αξόνων α, t και της ευθείας που παριστάνει την επιτάχυνση για το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s, και να συγκριθεί με ένα από τα μεγέθη του πίνακα του ερωτήματος (α). Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

α. Η επιτάχυνση είναι σταθερή σε όλη την διάρκεια της κίνησης $\alpha=4m/s^2$ και η ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση $\upsilon=\alpha t \Rightarrow \upsilon=4t$ (S.I) και οι τιμές για τις ζητούμενες χρονικές στιγμές φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

t(s)	$\alpha(m/s^2)$	υ(m/s)
2	4	8
4	4	16
6	4	24

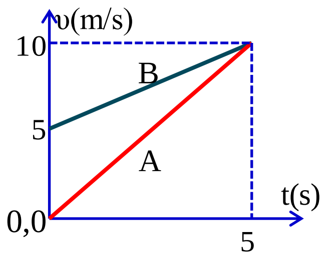
β. Η γραφική παράσταση της υ-t φαίνεται στο διάγραμμα και το εμβαδόν της είναι $E=(6\text{-}0)s\cdot 4m/s^2 \Rightarrow \upsilon=24m/s$ που ισούται με την μεταβολή της ταχύτητα από (0-6)s.
Για τον υπολογισμό της Δυ από τη γραφική παράσταση α(t) **(βλ.1.40)**



1.74(2ο-13552-Β1) Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα. Για τις ταχύτητες των δύο σωμάτων ισχύουν

α. υ_A =5 και υ_B =5 +5t (υ σε m/s , t σε s)
β. υ_A =5t και υ_B =5 +t (υ σε m/s , t σε s)
γ. υ_A =2t και υ_B = 5+ t (υ σε m/s , t σε s)

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.



Απάντηση

Κινητό Α: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα υ_{0A}=0 και επιτάχυνση $\alpha_A=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\dfrac{10\text{-}0}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_A=2m/s^2$. Χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon_A=\alpha_A t \Rightarrow \upsilon_A=2t$ (S.I)

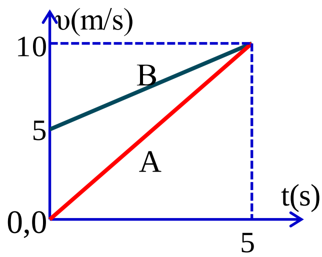
Κινητό Β: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα υ_{0B}=5m/s και επιτάχυνση $\alpha_B=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\dfrac{10\text{-}5}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_B=1m/s^2$. Χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon_B=\upsilon_{0B}+\alpha_B t \Rightarrow \upsilon_B=5+1t$ (S.I)

Άρα **σωστή** η σχέση **(γ)**

1.75(2ο-13553-Β1) Στο σχήμα δίνονται τα διαγράμματα ταχύτητας- χρόνου για δύο σώματα Α και Β που κινούνται παράλληλα και ευθύγραμμα. Για τις επιταχύνσεις των δύο σωμάτων ισχύουν:

α. α_A=5 m/s² και α_B=1 m/s²
β. α_A = 2 m/s² και α_B=1 m/s²
γ. α_A=2 m/s² και α_B=2 m/s²

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.



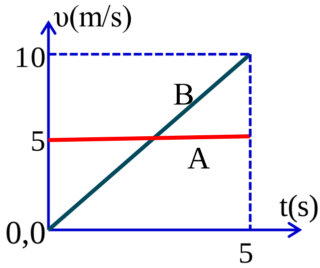
Απάντηση

Κινητό Α: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0A}=0$ και επιτάχυνση $\alpha_A=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\dfrac{10\text{-}0}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_A=2m/s^2$.

Κινητό Β: Κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0B}=5m/s$ και επιτάχυνση $\alpha_B=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\dfrac{10\text{-}5}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_B=1m/s^2$.

Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

1.76(2o-13554-B1) Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα. Για τις μετατοπίσεις των δύο σωμάτων ισχύουν:



α. $\Delta x_A=5\Delta t$ και $\Delta x_B=\Delta t^2$

β. $\Delta x_A = 5\Delta t$ και $\Delta x_B=2\Delta t^2$

γ. $\Delta x_A = 2\Delta t$ και $\Delta x_B =5\Delta t + 2\Delta t^2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Σχόλιο 1^o: Στο θέμα έπρεπε να διευκρινίζεται – **ειδικά για την κίνηση του Β**- ότι **το χρονικό διάστημα Δt μετράει από την αρχή έναρξης της κίνησης** , οπότε για την κίνηση του Β ισχύει $\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$. Διαφορετικά αν το Δt αναφέρεται κάπου ενδιάμεσα ισχύει $\Delta x=\upsilon_0\Delta t+\dfrac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2$, όπου υ_0 η ταχύτητα στη έναρξη του Δt.

Λύση:

Η κίνηση του Α είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_A=5m/s$ και η μετατόπιση για χρονικό διάστημα Δt δίνεται από την σχέση $\Delta x_A=\upsilon_A\Delta t \Rightarrow$ $\Delta x_A=5\Delta t$ (S.I)

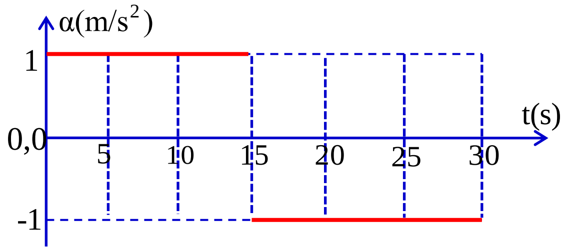
Η κίνηση του Β είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα και επιτάχυνση $\alpha_B=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_B=\dfrac{10\text{-}0}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_B=2m/s^2$.

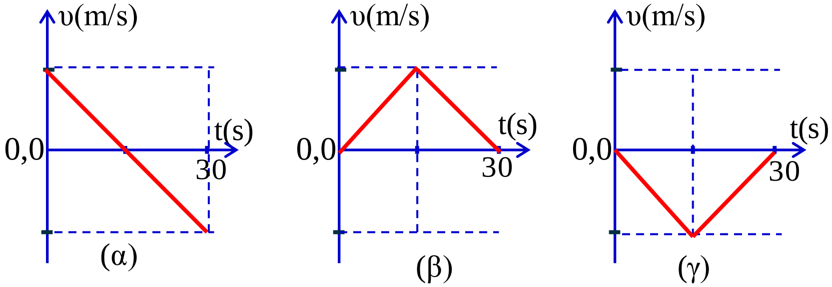
Η μετατόπιση του κινητού Β για χρονικό διάστημα Δt **που μετράει από την αρχή έναρξης της κίνησης** δίνεται από την σχέση $\Delta x_B = \frac{1}{2}\alpha_B(\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}2(\Delta t)^2$

$\Rightarrow \Delta x_B = 1\cdot(\Delta t)^2$ (S.I).

Άρα **σωστή** η σχέση **(α)**

1.77 (2ο-13570-Β1) Στο πρώτο διάγραμμα βλέπουμε τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος ως προς το χρόνο κίνησης. Επιλέξτε με **δικαιολόγηση** ποιο από τα διαγράμματα παριστάνει την τιμή της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο:





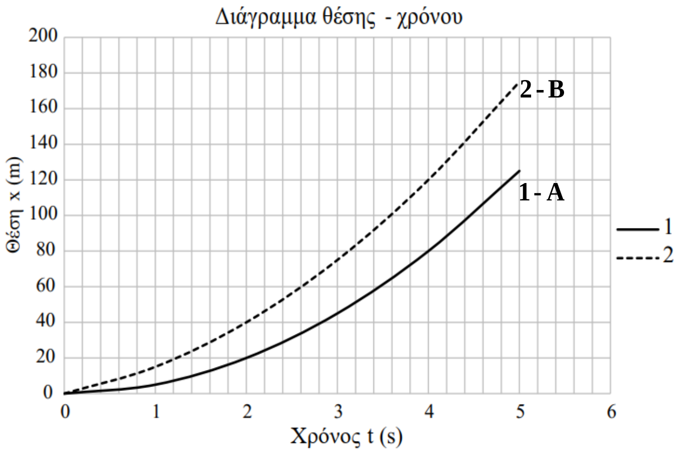
Απάντηση

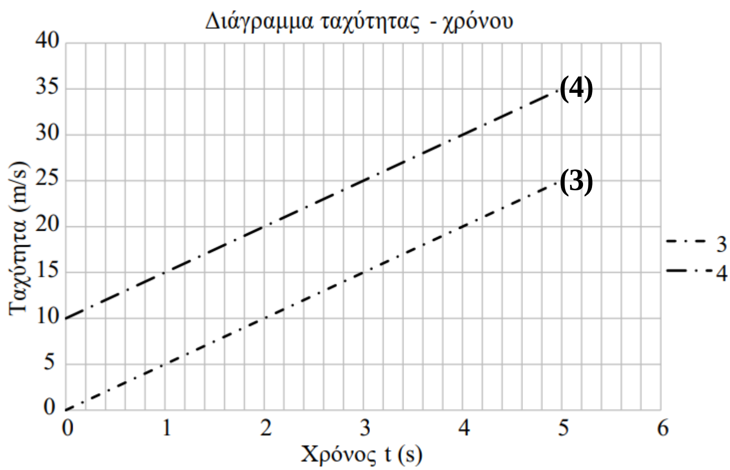
Η 1η φάση της κίνησης είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με $\alpha_1 = 1\text{m/s}^2$ – **χωρίς να δίνεται αν έχει αρχική ταχύτητα.** Η εξίσωση της ταχύτητας έχει τη μορφή $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha_1(t - t_0) \xrightarrow[t0=0]{\upsilon 0=;} \upsilon = \upsilon_0 + 1t$ (S.I) …και **αν $\upsilon_0 = 0$** είναι $\upsilon = 1t$ (S.I) για $0 \le t \le 15\text{s}$ και για $t_1 = 15\text{s}$ το κινητό αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1 = 1t_1 = 15\text{m/s}$. Η γραφική παράσταση της $\upsilon = 1t$ (S.I) είναι ευθεία που αρχίζει από το (0,0) της υ-t με θετικές τιμές.

Η 2η φάση της κίνησης είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με $\alpha_2 = -1\text{m/s}^2$. Η εξίσωση της ταχύτητας έχει τη μορφή $\upsilon' = \upsilon_1 - |\alpha_2|(t - t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon' = 15 - 1(t - 15)$ (S.I) για $15 \le t \le 30s$. Η γραφική παράσταση της $υ' = 15 - 1(t - 15)$ (S.I) είναι ευθεία που αρχίζει από το ($t_1 = 15s, υ_1 = 15m/s$) της υ-t με θετικές τιμές και για t=30s το κινητό έχει ταχύτητα $υ' = 15 - 1(30 - 15) = 0$. Άρα **σωστή** η σχέση **(β).**

Σχόλιο: Από την ανωτέρω λύση και με βάση τις δυνατές απαντήσεις με έναρξη της υ(t) από το (0,0), φαίνεται ότι έπρεπε να δίνεται ότι το κινητό την $t_0 = 0$ δεν έχει αρχική ταχύτητα...και προφανώς να έχει άλλη μορφή το διάγραμμα (α).

1.78 (2ο-13620-Β1) Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα, με την ίδια, σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β.





Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε στο κινητό αυτό θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου:

α. 3 **β.** 4

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η Λύση: Χωρίς τα αριθμητικά δεδομένα των γραφικών παραστάσεων.
Παρατηρούμε ότι για κάθε χρονική στιγμή t έχουμε $x_B > x_A \Rightarrow$

$$\upsilon_{0B}t+\frac{1}{2}\alpha t^2 > \upsilon_{0A}t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \upsilon_{0B} > \upsilon_{0A} \ (1).$$

Οι χρονικές εξισώσεις των ταχυτήτων είναι για τα κινητά Α και Β είναι $\upsilon_A = \upsilon_{0A} + \alpha t$ (2) και $\upsilon_B = \upsilon_{0B} + \alpha t$ (3). Από τις (1), (2) και (3) φαίνεται ότι $\upsilon_B > \upsilon_A$ για κάθε χρονική στιγμή.
Στο διάγραμμα υ-t η πάνω ευθεία (4) αντιστοιχεί σε μεγαλύτερες για κάθε χρονική στιγμή t ταχύτητες από αυτές της ευθείας (3). Έτσι η ευθεία (4) αντιστοιχεί στο Β και η ευθεία (3) αντιστοιχεί στο Α. Άρα **σωστή** η σχέση **(α).**
2η Λύση: Με βάση και τα αριθμητικά δεδομένα των γραφικών παραστάσεων.

Από το διάγραμμα x-t για το κινητό Α έχουμε $x_A = \upsilon_{0A}t+\frac{1}{2}\alpha t^2$ (4) και για

- t=2s έχουμε x_A=20m $\xrightarrow{(4)} 20 = \upsilon_{0A}\cdot 2+\frac{1}{2}\alpha\cdot 2^2 \Rightarrow \upsilon_{0A}+\alpha=10$ (5)
- t=4s έχουμε x_A=80m $\xrightarrow{(4)} 80 = \upsilon_{0A}\cdot 4+\frac{1}{2}\alpha\cdot 4^2 \Rightarrow \upsilon_{0A}+2\alpha=20$ (6)

Από (5) και (6) βρίσκουμε $\alpha=10 m/s^2$ και $\upsilon_{0A}=0$.

Από το διάγραμμα x-t για το κινητό Β έχουμε $x_B = \upsilon_{0B}t+\frac{1}{2}\alpha t^2$ και για

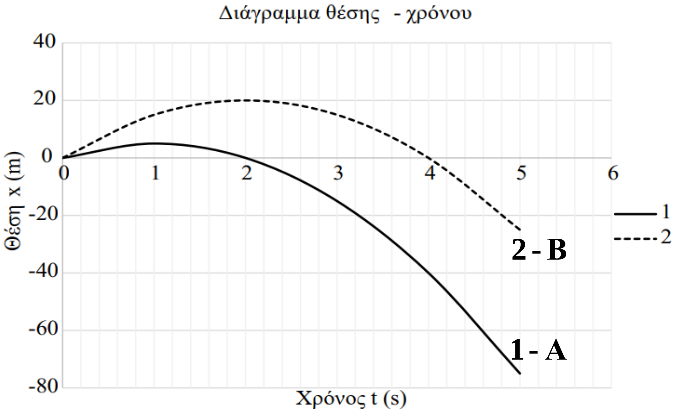
t=2s έχουμε x_B=40m $\xrightarrow{\alpha=10 m/s^2} 40 = \upsilon_{0B}\cdot 2+\frac{1}{2}10\cdot 2^2 \Rightarrow \upsilon_{0B}=10 m/s$.

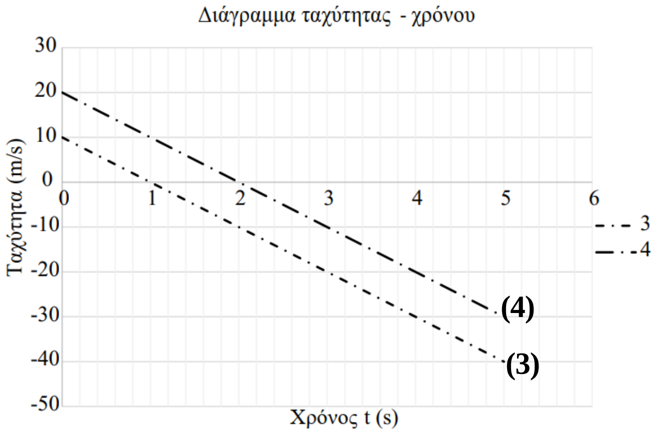
Οι χρονικές εξισώσεις των ταχυτήτων είναι :
Κινητό Α: $\upsilon_A = \upsilon_{0A}+\alpha t \Rightarrow \upsilon_A = 10t$ (S.I) και αποδίδεται από ευθεία **ανάλογη** της ευθείας (3).
Κινητό Β: $\upsilon_B = \upsilon_{0B}+\alpha t \Rightarrow \upsilon_B = 10+10t$ (S.I) και αποδίδεται από ευθεία **ανάλογη** της ευθείας (4).

Σχόλιο: Οι ευθείες (3) και (4) στην εκφώνηση έχουν σχεδιασθεί με σωστές αρχικές ταχύτητες $\upsilon_{0A}=0$ και $\upsilon_{0B}=10 m/s$ αλλά με λανθασμένη επιτάχυνση $\alpha=5 m/s^2$ αντί της $10 m/s^2$ που προκύπτει από τις x(t).

1.79(2ο-13621-Β1) Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα, με την ίδια, σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε, στο ίδιο κινητό θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου: **α.** 3 **β.** 4

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.





Απάντηση

1η Λύση: Χωρίς τα αριθμητικά δεδομένα των γραφικών παραστάσεων.

Η κίνηση τόσο για το Α όσο και για το Β είναι ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη με σταθερή επιτάχυνση α. Πιο συγκεκριμένα αρχικά η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά μέχρι τον μηδενισμό της

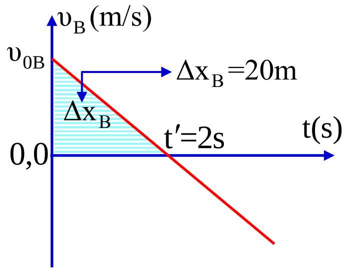
ταχύτητας (μέχρι την t=1s για το κινητό Α και t=2s για το κινητό Β) και μετά ομαλά επιταχυνόμενη με προς τα αρνητικά χωρίς αρχική ταχύτητα.
Οι εξισώσεις θέσης για τα κινητά Α και Β δεδομένου ότι ξεκινούν από την θέση x=0 την t_0=0 είναι : $x_A=\upsilon_{0A}t-\frac{1}{2}|\alpha|t^2$ και $x_B=\upsilon_{0B}t-\frac{1}{2}|\alpha|t^2$ [x_A, x_B, υ_{0A}, υ_{0B} αλγεβρικές τιμές] . Από τα διαγράμματα x-t παρατηρούμε ότι για κάθε χρονική στιγμή $x_B>x_A \Rightarrow \upsilon_{0B}t-\frac{1}{2}|\alpha|t^2>\upsilon_{0A}t-\frac{1}{2}|\alpha|t^2 \Rightarrow \upsilon_{0B}>\upsilon_{0A}$.

Οι χρονικές εξισώσεις των ταχυτήτων είναι για το κινητό Α $\upsilon_A=\upsilon_{0A}-|\alpha|t$ και για το κινητό Β $\upsilon_B=\upsilon_{0B}-|\alpha|t$.

Επειδή $\upsilon_{0B}>\upsilon_{0A}$ για κάθε χρονική στιγμή θα είναι και $\upsilon_B>\upsilon_A$.
Έτσι στο διάγραμμα η πάνω ευθεία (4) με τις μεγαλύτερες αλγεβρικές τιμές της ταχύτητας θα αντιστοιχεί στο κινητό Β και η κάτω ευθεία (3) με τις μικρότερες αλγεβρικές της ταχύτητας θα αντιστοιχεί στο κινητό Α. Άρα **σωστή** η σχέση **(α).**

2η Λύση: Με βάση και τα αριθμητικά δεδομένα των γραφικών παραστάσεων.

Για το κινητό Β η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας μέχρι την t΄=2s, όπου η θέση του κινητού είναι x_B=20m και η μετατόπιση Δx_B=20m. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας του Β αποδίδεται στο διάγραμμα και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του τριγώνου ισούται με την μετατόπιση Δx_B=20m .



$E=\Delta x_B=\frac{1}{2}t'\upsilon_{0B} \xrightarrow{S.I} 20=\frac{1}{2}2\upsilon_{0B} \Rightarrow \upsilon_{0B}=20m/s$. Επίσης από το εδώ βρίσκεται και η επιτάχυνση των κινητών $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{0\text{-}20}{2\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=-10m/s^2$.

Για το κινητό Α η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας την t″=1s οπότε $\upsilon_A=\upsilon_{0A}-|\alpha|t \xrightarrow[\upsilon_A=0]{t''=1s}$

$0=\upsilon_{0A}-10\cdot 1 \Rightarrow \upsilon_{0A}=10m/s$. Οι χρονικές εξισώσεις των ταχυτήτων είναι :

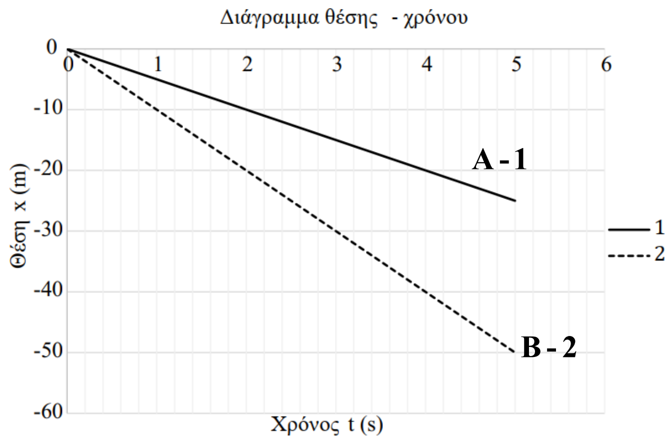
Κινητό Α: $\upsilon_A=\upsilon_{0A}-|\alpha|t \Rightarrow \upsilon_A=10\text{-}10t$ (S.I) και αποδίδεται από την ευθεία **(3).**

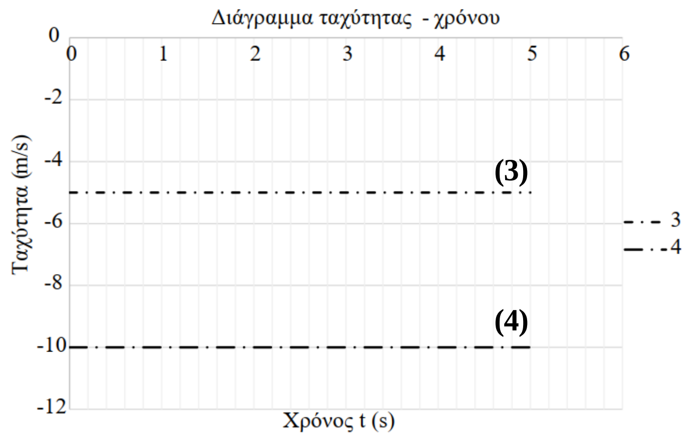
Κινητό Β: $\upsilon_B=\upsilon_{0B}-|\alpha|t \Rightarrow \upsilon_B=20\text{-}10t$ (S.I) και αποδίδεται από την ευθεία (4).

1.80(2ο-13623-Β1) Δύο σημειακά κινητά Α και Β κινούνται ευθύγραμμα. Από τα διαγράμματα θέσης - χρόνου 1 και 2, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β. Από τα διαγράμματα ταχύτητας - χρόνου 3 και 4, ένα αντιστοιχεί στο σημειακό κινητό Α και ένα στο σημειακό κινητό Β.

Αν στο σημειακό κινητό Α αντιστοιχεί το διάγραμμα θέσης - χρόνου 1, τότε, στο ίδιο κινητό, θα αντιστοιχεί το διάγραμμα ταχύτητας – χρόνου:

α. 3 **β.** 4

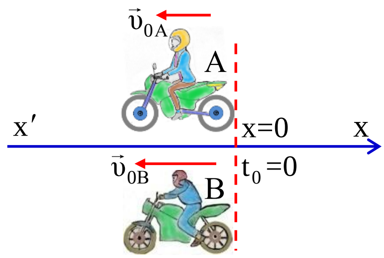




Απάντηση

1η Λύση: Χωρίς τα αριθμητικά δεδομένα των γραφικών παραστάσεων.

Επειδή x(t) είναι ευθείες και για τα δύο κινητά Α και Β οι κινήσεις αυτών είναι ευθύγραμμες ομαλές που ξεκινούν από την Ο(x=0) με αρνητική φορά κίνησης $(\upsilon_A<0\,,\upsilon_B<0)$. Οι εξισώσεις x(t) των κινητών Α και Β είναι $x_A=\upsilon_A t$ και $x_B=\upsilon_B t$ (x_A, x_B, υ_A, υ_B αλγεβρικές-αρνητικές τιμές).



Παρατηρούμε ότι για κάθε χρονική στιγμή $x_A>x_B \Rightarrow \upsilon_A t>\upsilon_B t \Rightarrow \upsilon_A>\upsilon_B$ δηλαδή το Α έχει **μεγαλύτερη αλγεβρική ταχύτητας** από αυτή του Β.

Προσοχή! Επειδή $\upsilon_A<0$, $\upsilon_B<0$ με $\upsilon_A>\upsilon_B$ θα είναι $|\upsilon_A|<|\upsilon_B|$ δηλαδή το δηλαδή το Α έχει **μικρότερο μέτρο ταχύτητας** από το Β …το Α κινείται πιο αργά από το Β.
Σο διάγραμμα υ-t παρατηρούμε μικρότερο μέτρο ταχύτητας έχει η ευθεία (3) …και συνεπώς αυτή αντιστοιχεί στο Α και η (4) στο Β.

… λίγο διαφορετικά: $|x_A|<|x_B| \Rightarrow |\upsilon_A t|<|\upsilon_B t| \Rightarrow |\upsilon_A|<|\upsilon_B|$

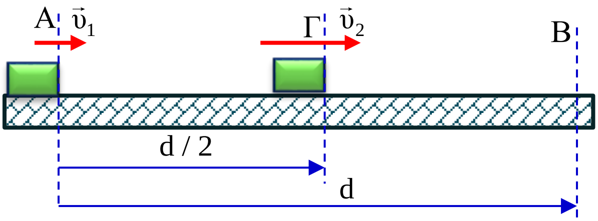
2η Λύση: Με βάση και τα αριθμητικά δεδομένα των γραφικών παραστάσεων.

Κινητό Α : $\upsilon_A=\dfrac{\Delta x_A}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_A=\dfrac{-20-0}{4-0}\dfrac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_A=-5m/s$ =σταθερή και στο διάγραμμα υ-t αντιστοιχεί στην ευθεία (3).

Κινητό Β : $\upsilon_B=\dfrac{\Delta x_B}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_B=\dfrac{-40-0}{4-0}\dfrac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_B=-10m/s$ =σταθερή και στο διάγραμμα υ-t αντιστοιχεί στην ευθεία (4).

Άρα **σωστή** η σχέση **(α).**

1.81 (2ο-13769-Β1) Στους κυλιόμενους διαδρόμους που μεταφέρουν τις βαλίτσες, από το αεροπλάνο στο χώρο παραλαβής των αποσκευών, στο αεροδρόμιο «Ελευθέριος Βενιζέλος» υπάρχει η δυνατότητα αυτοματοποιημένης επιλογής της ταχύτητας τους. Έστω ότι στο ευθύγραμμο και οριζόντιο τμήμα (ΑΒ)=d όπως αυτό του σχήματος παρατηρείτε την κίνηση μιας βαλίτσας. Κάποια χρονική στιγμή, η βαλίτσα διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα σταθερού μέτρου υ_1, ενώ όταν διέρχεται από το σημείο Γ το μέτρο της ταχύτητάς της διπλασιάζεται ακαριαία (σε ελάχιστο χρόνο μέσω του μηχανισμού αυτόματης επιλογής ταχύτητας) σε $\upsilon_2=2\upsilon_1$ και διατηρείται σταθερό, έως ότου η βαλίτσα να διέλθει από το σημείο Β. Αν το σημείο Γ απέχει d/2 από το σημείο Α για τη μέση ταχύτητα της βαλίτσας στη διαδρομή της από το Α στο Β ισχύει:



α. $\upsilon_\mu=\frac{3}{2}\upsilon_1$ **β.** $\upsilon_\mu=\frac{4}{3}\upsilon_1$ **γ.** $\upsilon_\mu=\frac{3}{4}\upsilon_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Διαδρομή ΑΓ: $\Delta x_1=\upsilon_1\Delta t_1 \Rightarrow d/2=\upsilon_1\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1=\frac{d/2}{\upsilon_1}=\frac{d}{2\upsilon_1}$ (1)

Διαδρομή ΓΒ: $\Delta x_2=\upsilon_2\Delta t_2 \Rightarrow d/2=2\upsilon_1\Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1=\frac{d/2}{2\upsilon_1}=\frac{d}{4\upsilon_1}$ (2)

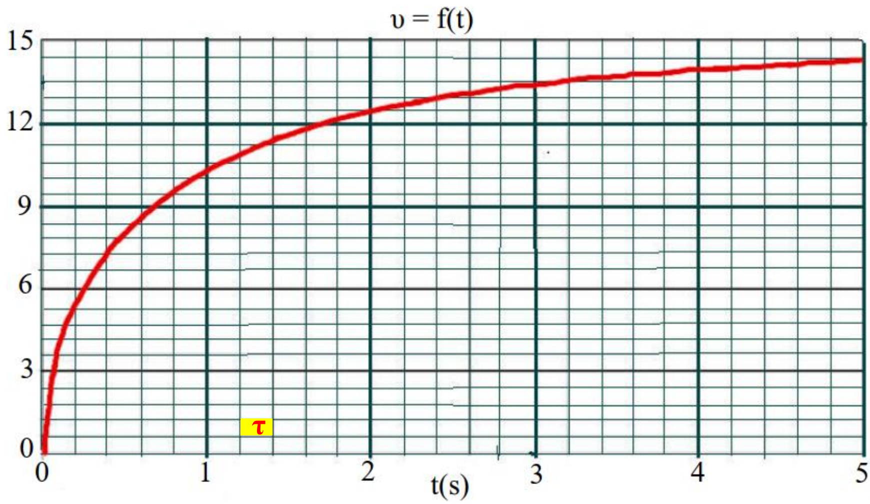
Διαδρομή ΑΒ: $\Delta t=\Delta t_1+\Delta t_2 \xrightarrow{1,2} \Delta t=\frac{d}{2\upsilon_1}+\frac{d}{4\upsilon_1} \Rightarrow \Delta t=\frac{3d}{4\upsilon_1}$

Μέση ταχύτητα στην διαδρομή ΑΒ: $\bar{\upsilon}=\frac{s_{AB}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\frac{d}{3d/4\upsilon_1} \Rightarrow \boldsymbol{\bar{\upsilon}=\frac{4\upsilon_1}{3}}$

Άρα **σωστή** η σχέση **(β).**

1.82(2ο-13771-Β2)

Στην παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος, το οποίο αφέθηκε να πέσει από ύψος h από την επιφάνεια του εδάφους. Το σώμα προσκρούει



στο έδαφος πέντε δευτερόλεπτα αργότερα.

Χρησιμοποιώντας αποκλειστικά δεδομένα από τη γραφική παράσταση, η καλύτερη εκτίμηση για το ύψος πτώσης h, είναι:

α. Μεταξύ 57 m και 63 m,

β. Μεταξύ 63 m και 66 m,

γ. Μεταξύ 123 m και 126 m.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Κάθε μικρό πλήρες τετράπλευρο **τ** που σχηματίζεται από τις τομές των υ,t έχει διαστάσεις $(\Delta\upsilon,\Delta t)=\left(\frac{3}{5}\frac{m}{s},\frac{1}{5}s\right)=(0{,}6m/s\ ,\ 0{,}2s)$ και το εμβαδόν του αντιστοιχεί σε μετατόπιση $E_\tau=\Delta y=0{,}6m/s.0{,}2s=0{,}12m$.

Παρατηρώντας το διάγραμμα υ-t με απλή μέτρηση βρίσκουμε ότι υπάρχουν 481 πλήρη τετράπλευρα τ που αντιστοιχούν σε μετατόπιση $\Delta y_1=481\cdot 0{,}12m=57{,}72m$

…και άλλα 33 **μη πλήρη** τετράπλευρα τ που αντιστοιχούν σε μετατόπιση

$0 < \Delta y_1 < 33 \cdot 0{,}12m = 3{,}96m$ … άρα η συνολική μετατόπιση και συνεπώς το ύψος h από το οποίο αφέθηκε το σώμα είναι $57{,}72m < h < 61{,}68m$.

Άρα **σωστή** η σχέση **(α).**

Σχόλιο: Το θέμα αυτό διαγράφηκε τελικά από την Τράπεζα ΙΕΠ

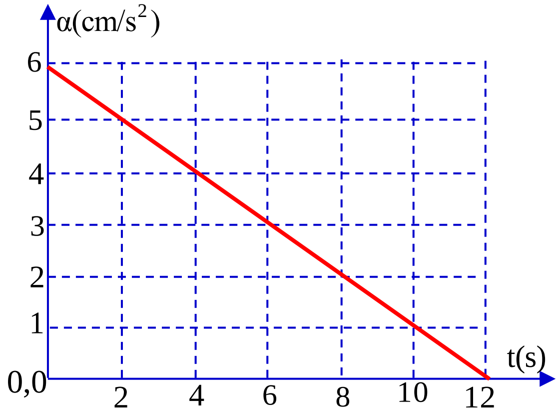
1.83(2ο-13772-Β1) Η γραφική παράσταση περιγράφει τη μεταβολή της επιτάχυνσης ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Η μεταβολή της ταχύτητας του σώματος από τη χρονική στιγμή t=0 έως τη χρονική στιγμή t=12s είναι:

α. 36m/s,

β. 72m/s,

γ. 0, 36m/s

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.



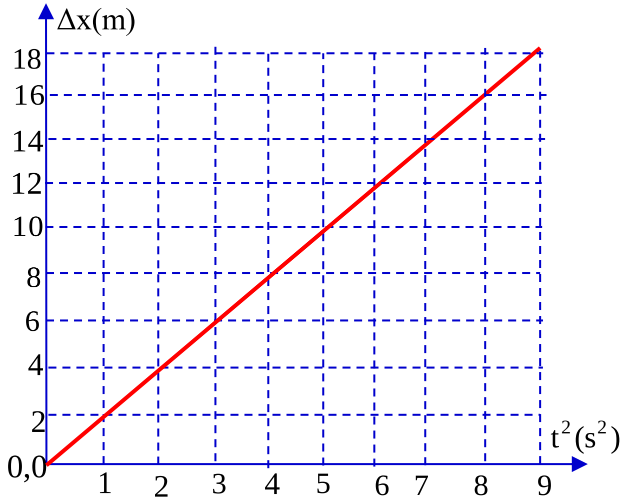
Απάντηση

Το εμβαδόν της α(t) δίνει την μεταβολή της ταχύτητας και στο (0-12)s είναι

$\Delta\upsilon = E = \frac{1}{2} 12s \cdot 6 \cdot 10^{-2} m/s^2 \Rightarrow \Delta\upsilon = 0{,}36m/s$. Άρα **σωστή** η σχέση **(γ).**

Σχόλιο: Για τον υπολογισμό της Δυ από τη γραφική παράσταση α(t) **(βλ.1.40 σελ.43).** Περισσότερα στη **Φυσική Α΄ Λυκείου-Βασίλης Τσούνης** §4.3-Ζ σελίδες 95-99.

1.84 (2ο-13784-Β2) Έστω σώμα μικρών διαστάσεων που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση του παραπάνω σχήματος αναπαριστά τη μεταβολή της τιμής της μετατόπισής του σε συνάρτηση του τετραγώνου του χρόνου στον οποίο συμβαίνει. Η τιμή της επιτάχυνσης του σώματος είναι:



α. $+2\ m/s^2$,
β. $+1\ m/s^2$,
γ. $+\ 4\ m/s^2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στην ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με έναρξη την $t_0=0$ χωρίς αρχική ταχύτητα η μετατόπιση δίνεται από την σχέση $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2$ και η γραφική της παράσταση $\Delta x=f(t^2)$ είναι ευθεία με κλίση $\frac{1}{2}\alpha$.

Η κλίση της $\Delta x=f(t^2)$ του διαγράμματος είναι $\frac{\Delta(\Delta x)}{\Delta(t^2)}=\frac{1}{2}\alpha \Rightarrow \frac{18\text{-}0}{9\text{-}0}\frac{m}{s^2}=\frac{1}{2}\alpha \Rightarrow$

$\alpha=4m/s^2$. Άρα **σωστή** η σχέση **(γ).**

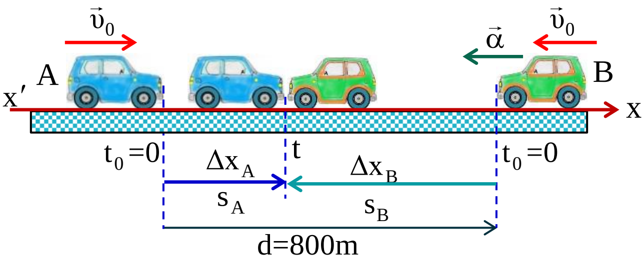
1.85 (2ο-14836 -Β2) Δυο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο σε αντίθετες κατευθύνσεις. Τη χρονική στιγμή t=0s απέχουν απόσταση 800m και κινούνται με ταχύτητες ίσων μέτρων με το Α να βρίσκεται σε σημείο Ο ευθύγραμμου δρόμου και να διατηρεί σταθερή την ταχύτητα του ενώ το Β κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Τα δυο αυτοκίνητα θα συναντηθούν όταν το Α θα έχει διανύσει απόσταση s_A, για την οποία ισχύει:

α. $s_A < 400m$ **β.** $s_A = 400m$ **γ.** $s_A > 400m$

Να επιλέξετε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Για το δεδομένο σύστημα αναφοράς και για κάθε κινητό από την χρονική στιγμή t_0=0 έως και τη στιγμή συνάντησης t έχουμε:



Κινητό Α: μετατόπιση $\Delta x_A = \upsilon_0 t$ και διάστημα $s_A = \upsilon_0 t$ (1)

Κινητό Β: μετατόπιση $\Delta x_B = -\upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2$ και διάστημα $s_B = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ (2) [υ_0 και α μέτρα] και με βάση την σχέση (1) $s_B = s_A + \frac{1}{2}\alpha t^2$ (3)

Από το σχήμα έχουμε $s_A + s_B = d = 800m \xrightarrow{(3)} s_A + s_A + \frac{1}{2}\alpha t^2 = 800m \Rightarrow$

$2s_A = 800m - \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 2s_A < 800m \Rightarrow \mathbf{s_A < 400m}$

Άρα σωστή η σχέση (α)

1.86 (2ο-14837 -Β2) Σε αγώνα της formula1 ένα αυτοκίνητο Α εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ σε ευθύγραμμο τμήμα της πίστας με ταχύτητα 50m/s. Εκείνη τη στιγμή ο οδηγός του ενεργοποιεί σύστημα που προσδίδει στο αυτοκίνητο σταθερή επιτάχυνση $2m/s^2$ για όλη την ευθύγραμμη διαδρομή πριν την επόμενη στροφή. Την ίδια στιγμή σε απόσταση 400m από το Α προπορεύεται αυτοκίνητο Β το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα 50m/s . Αν το ευθύγραμμο τμήμα της διαδρομής είναι 1000m και τα δυο αυτοκίνητα μπορούν να θεωρηθούν υλικά σημεία τότε το Α

α. δεν προσπερνά το Β μέχρι την επόμενη στροφή ,

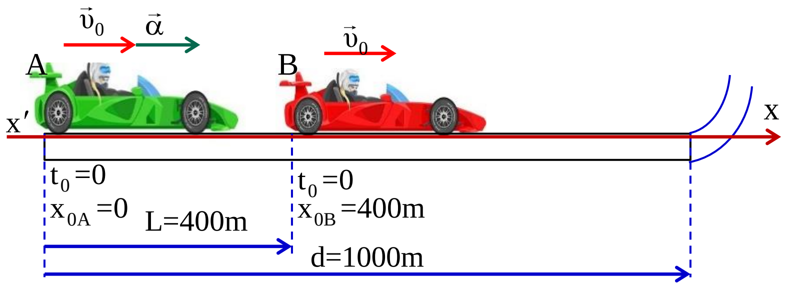
β. θα προσπεράσει το Β μετά από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος,

γ. θα προσπεράσει το Β στο τέλος του ευθυγράμμου τμήματος.

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση την σωστή πρόταση.

Απάντηση

Για το δεδομένο σύστημα αναφοράς και για κάθε κινητό οι χρονικές εξισώσεις κίνησης είναι :



Κινητό Α: $x_A = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} x_A = 50t + \frac{1}{2}2t^2 \Rightarrow x_A = 50t + t^2$ (S.I)

$x_B = x_{0B} + \upsilon_0 t \xrightarrow{S.I} x_B = 400 + 50t$ (S.I)

Όταν συναντηθούν (θέση που το Α θα περάσει το Β) έχουν $x_A = x_B \Rightarrow$

$50t + t^2 = 400 + 50t \Rightarrow 5t^2 = 400 \Rightarrow t = 20s$

Το κινητό Α θα συναντηθεί με το Β την στιγμή t=20s στην θέση $x_A = 50 \cdot 20 + 20^2$

$\Rightarrow x_A = 1400m > 1000m$.

Το κινητό Α θα προσπεράσει το Β 400m μετά το τέλος του ευθυγράμμου τμήματος, άρα δεν το προσπερνάει μέσα στο ευθύγραμμο τμήμα των d=1000m.

Άρα σωστή η πρόταση (α)

1.87(2ο-14838 -Β2) Σε έναν αγώνα δρόμου των 800m αθλητής Α εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ στο τελευταίο ευθύγραμμο τμήμα της διαδρομής που έχει μήκος 85m με ταχύτητα 6m/s και επιταχύνει κινούμενος με σταθερή επιτάχυνση 0,5m/s μέχρι τον τερματισμό. Την ίδια στιγμή σε απόσταση 25m προπορεύεται αθλητής Β κινούμενος μέχρι τον τερματισμό με σταθερή ταχύτητα 6m/s. Από τα δεδομένα αυτά μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

α. ο Α θα τερματίσει πριν από τον Β

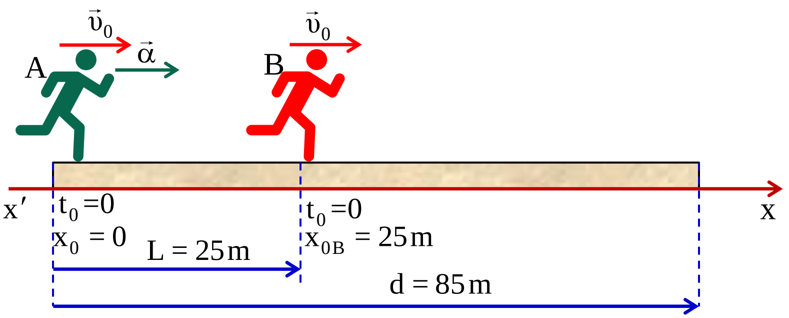
β. οι δυο αθλητές θα τερματίσουν συγχρόνως και ο νικητής θα αναδειχθεί στο photo finish

γ. ο Α θα τερματίσει μετά από τον Β

Να επιλέξετε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Για το δεδομένο σύστημα αναφοράς και για κάθε κινητό οι χρονικές εξισώσεις κίνησης είναι :



Αθλητής Α: $x_A = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} x_A = 6t + \frac{1}{2}0{,}5t^2 \Rightarrow x_A = 6t + 0{,}25t^2$ (S.I)

$x_B = x_{0B} + \upsilon_0 t \xrightarrow{S.I} x_B = 25 + 6t$ (S.I)

Όταν συναντηθούν (θέση που ο Α θα περάσει τον Β) έχουν $x_A = x_B \Rightarrow$

$6t + 0{,}25t^2 = 25 + 6t \Rightarrow 0{,}25t^2 = 25 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10s$

Το κινητό Α θα συναντηθεί με το Β την στιγμή t=10s στην θέση

$x_A = 6 \cdot 10 + 0{,}25 \cdot 10^2 \Rightarrow x_A = 85m$.

Ο αθλητής Α θα φθάσει τον Β στη θέση x=85m στο διαδρόμου, δηλαδή θα τερματίσουν μαζί και ο νικητής θα αναδειχθεί στο photo finish .

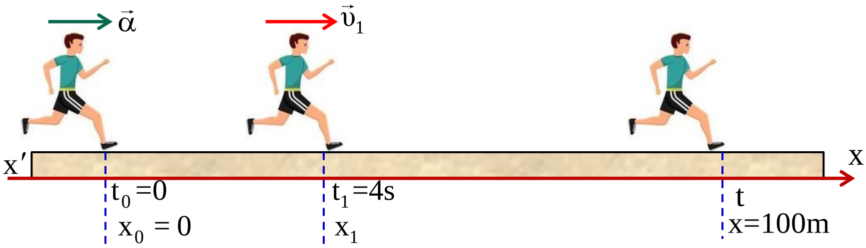
Άρα σωστή η πρόταση (β)

1.88(2ο-14839 -Β2) Σε αγώνα δρόμου των 100m, αθλητής ξεκινά από την ηρεμία, κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση για χρονικό διάστημα 4s και αποκτά ταχύτητα υ = 10m/s. Στη συνέχεια κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, διατηρώντας την ταχύτητα που απέκτησε τη χρονική στιγμή t_1 =4s μέχρι τον τερματισμό της κούρσας. Η επίδοση (ρεκόρ) του αθλητή, δηλαδή το συνολικό χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να διανύσει την απόσταση των 100m, είναι:

α. 12s **β.** 10s **γ.** 15s

Να επιλέξετε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

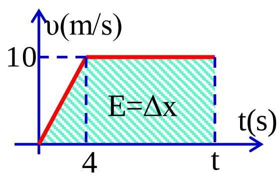


1η Λύση: 1η φάση της κίνησης $0 \le t \le t_1=4s$, κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\upsilon_1=\alpha t_1 \Rightarrow \alpha=\frac{\upsilon_1}{t_1} \xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{10m/s}{4s} \Rightarrow \alpha=2{,}5m/s^2$.

Στο τέλος της φάσης αυτής $t_1=4s$ ο αθλητής για το δεδομένο σύστημα αναφοράς βρίσκεται στη θέση $x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} x_1=\frac{1}{2}2{,}5\cdot 4^2=20m$

2η φάση $20m \le x \le 100m$, κίνηση ευθύγραμμη ομαλή και ο αθλητής με ταχύτητα υ_1=10m/s διανύει μέχρι τον τερματισμό μετατόπιση $\Delta x=80m$ σε χρόνο $\Delta t=t-t_1$, οπότε $\Delta x=\upsilon_1\Delta t \Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta x}{\upsilon_1} \xrightarrow{S.I} \Delta t=\frac{80m}{10m/s}=8s \Rightarrow t-t_1=8s \xrightarrow{t_1=4s} t=12s$

2η Λύση: Κάνουμε το διάγραμμα της ταχύτητας - χρόνου για όλη την μετατόπιση Δx=100m η οποία αριθμητικά ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του τραπεζίου…



$$E=\Delta x \xrightarrow{S.I} \frac{(t-0)s+(t-4)s}{2}10\frac{m}{s}=100m \Rightarrow$$

$2t-4=20 \Rightarrow \mathbf{t=12s}$

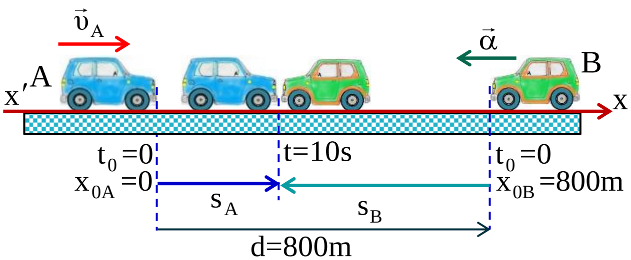
Άρα σωστή η πρόταση (γ)

1.89 (2ο-14840 -Β2) Δυο αυτοκίνητα Α και Β κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο προς αντίθετες κατευθύνσεις. Τη χρονική στιγμή t=0s απέχουν απόσταση 800m. Το Α κινείται με σταθερή ταχύτητα 30m/s, ενώ το Β ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση, πλησιάζοντας το Α. Τα δυο αυτοκίνητα συναντώνται τη χρονική στιγμή t = 10s. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Το αυτοκίνητο Β κινείται με επιτάχυνση:

α. $\alpha=10m/s^2$ **β.** $\alpha=16m/s^2$ **γ.** $\alpha=20m/s^2$

Απάντηση

1η Λύση. Για τη χρονική στιγμή t=10s που συναντώνται τα κινητά τα διανυόμενα διαστήματα είναι $s_A=\upsilon_A t$ (1) και $s_B=\frac{1}{2}\alpha t^2$ (2).



Όπως φαίνεται από το σχήμα για τα διαστήματα αυτά ισχύει, $s_A+s_B=d \xrightarrow{(1,2)}$

$$\upsilon_A t+\frac{1}{2}\alpha t^2=d \xrightarrow{(S.I)} 30\cdot 10+\frac{1}{2}\alpha\cdot 10^2=800 \Rightarrow \mathbf{\alpha=10m/s^2}$$

2η Λύση: Για το δεδομένο σύστημα αναφοράς οι εξισώσεις θέσης για τα κινητά Α και Β είναι $x_A=\upsilon_A t$ (3) και $x_B=d-\frac{1}{2}\alpha t^2$ (4). Για τη χρονική στιγμή t=10s που συναντώνται τα κινητά τα κινητά είναι στην ίδια θέση , οπότε $x_A=x_B \xrightarrow{(3,4)}$

$$\upsilon_A t=d-\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \upsilon_A t+\frac{1}{2}\alpha t^2=d \xrightarrow{(S.I)} 30\cdot 10+\frac{1}{2}\alpha\cdot 10^2=800 \Rightarrow \mathbf{\alpha=10m/s^2}$$

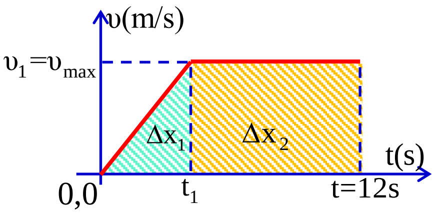
Άρα σωστή η σχέση (α)

1.90 (2ο-14846 -Β2) Σε αγώνα δρόμου των 100 m ένας αθλητής ξεκινά από την ηρεμία και κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση για διάστημα s_1=20m. Στη συνέχεια κινείται ευθύγραμμα και ομαλά διατηρώντας την ταχύτητα που απέκτησε μέχρι τον τερματισμό της κούρσας. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Αν γνωρίζετε ότι η επίδοση (ρεκόρ) του αθλητή, δηλαδή το συνολικό χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να διανύσει την απόσταση των 100 m, είναι 12*s*, τότε η μέγιστη ταχύτητα με την οποία κινήθηκε ο αθλητής στη διάρκεια της κούρσας είναι:

α. 100m/s **β.** 10m/s **γ.** 5m/s

Απάντηση

Κάνουμε το διάγραμμα της ταχύτητας - χρόνου για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης από την t_0=0 έως την t=12s που η συνολική είναι Δx=100m.



Τα επιμέρους γραμμοσκιασμένα εμβαδά της υ(t) δίνουν τις επιμέρους μετατοπίσεις Δx_1=20m και Δx_2=80m.

Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το σώμα είναι αυτή που έχει την στιγμή t_1 στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης στην $1^η$ φάση της κίνησης, $\upsilon_1=\upsilon_{max}$.

Έτσι $\Delta x_1=\frac{1}{2}t_1\upsilon_1 \Rightarrow t_1\upsilon_1=2\Delta x_1$ (1)

$\Delta x_2=\upsilon_1(t\text{-}t_1) \Rightarrow \Delta x_2=\upsilon_1 t\text{-}\upsilon_1 t_1 \xrightarrow{(1)} \Delta x_2=\upsilon_1 t\text{-}2\Delta x_1 \xrightarrow{S.I} 80=\upsilon_1\cdot 12\text{-}2\cdot 20 \Rightarrow$
υ_1=10m/s.

Άρα σωστή η σχέση (β)

Σχόλιο: Στις ενδεικτικές λύσεις του ΙΕΠ/ Τράπεζα Θεμάτων προτείνεται ως $2^{ος}$ τρόπος η επιλογή της σωστής πρότασης μέσω του αποκλεισμού των δύο από τις τρείς προτάσεις.

Συγκεκριμένα αποκλείεται η περίπτωση (γ) διότι ακόμη και αν ο δρομέας έτρεχε σε όλη την κούρσα με ταχύτητα ίση με τη μέγιστη, δεν θα μπορούσε να καλύψει τα 100m σε 12s.

Η περίπτωση (α) αποκλείεται διότι αναφέρεται σε ταχύτητα (100m/s=360Km/h) που δεν μπορεί να επιτύχει ένας άνθρωπος.

Παρατήρηση: Η ανωτέρω λύση μας τονίζει γιατί δεν είναι σωστές οι προτάσεις (α) και (γ) αλλά δεν εξηγεί γιατί είναι σωστή η (α). Προτείνεται να αποφεύγονται αυτού του είδους οι προσδιορισμοί της της σωστής πρότασης.
Η απόρριψη κάποιων προφανώς λανθασμένων προτάσεων μας οδηγεί πιο γρήγορα στον προσδιορισμό της σωστής πρότασης αλλά αυτή πρέπει να εξηγηθεί γιατί είναι σωστή!

1.91 (2ο-14847 -Β2) Ένα αυτοκίνητο αρχικά είναι ακίνητο μπροστά σε ένα φωτεινό σηματοδότη κόκκινου χρώματος. Τη χρονική στιγμή t=0s ο φωτεινός σηματοδότης γίνεται πράσινος και το αυτοκίνητο αρχίζει να κινείται για χρονικό διάστημα 5s με σταθερή επιτάχυνση οπότε αποκτά ταχύτητα 20m/s. Στη συνέχεια κινείται με την ταχύτητα που απέκτησε για χρονικό διάστημα 5s. Τότε ο οδηγός αντιλαμβάνεται έναν άλλο φωτεινό σηματοδότη να αποκτά πορτοκαλί χρώμα, οπότε πατάει το φρένο και το αυτοκίνητο αρχίζει να επιβραδύνεται για τα επόμενα 6s, στο τέλος των οποίων ακινητοποιείται. Αν η κίνηση του αυτοκινήτου είναι ευθύγραμμη και η απόσταση μεταξύ των δυο φωτεινών σηματοδοτών είναι 200m τότε το αυτοκίνητο σταματά:

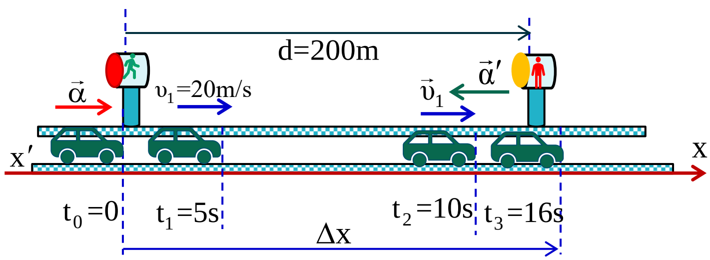
α. πριν από τον σηματοδότη.

β. ακριβώς δίπλα στον σηματοδότη.

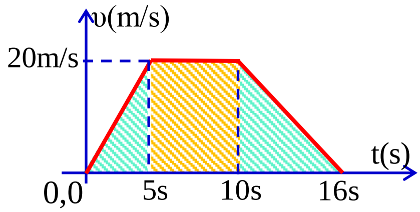
γ. μετά τον σηματοδότη.

Να επιλέξετε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Με βάση τα δεδομένα της άσκησης για τις επιμέρους κινήσεις του αυτοκινήτου ($1^η$ φάση $0 \le t \le 5s$ ομαλά επιταχυνόμενη, $2^η$ φάση $5s \le t \le 10s$ ευθύγραμμη ομαλή, $3^η$ φάση $10s \le t \le 16s$ (ομαλά) επιβραδυνόμενη) κάνουμε το διάγραμμα της ταχύτητας -χρόνου για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης από την t_0=0 έως την t_3=16s . Το γραμμοσκιασμένο εμβαδό της υ(t) δίνει την συνολική μετατόπιση του κινητού που είναι $\Delta x = E \xrightarrow{S.I}$

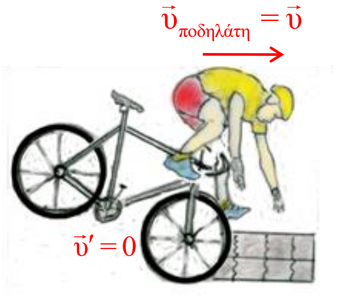


$$\Delta x = \frac{(16\text{-}0)s + (10\text{-}5)s}{2} 20\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x = 210m$$ …το αυτοκίνητο σταματάει 10m μετά τον $2^ο$ σηματοδότη. **Άρα σωστή η πρόταση (γ)**

Σχόλιο: Στην εκφώνηση της άσκησης αναφέρεται ότι «… οπότε πατάει το φρένο και το αυτοκίνητο αρχίζει να επιβραδύνεται για τα επόμενα 6s, στο τέλος των οποίων ακινητοποιείται». Για να υπάρξει δυνατότητα λύσης έπρεπε να αναφέρεται ότι « αρχίζει να επιβραδύνεται **με σταθερή επιβράδυνση**»

Β. Θέματα Β΄: Στατική-Δυναμική

Τα αποτελέσματα της αδράνειας … απαιτούν ζώνη ασφαλείας!!



… Η Στατική και Δυναμική … από το βιβλίο Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης

[Εκδόσεις Ζήτη (2020)]

Στις σελίδες 139-200 και 237-371 θα βρείτε αναλυτική παρουσίαση της

Στατικής και Δυναμικής

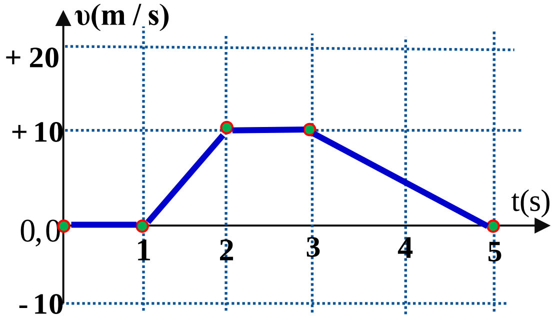
- **αναλυτική θεωρία –βοηθητικά θέματα – μεθοδολογία ασκήσεων,**
- **46 αναλυτικά και μεθοδολογικά λυμένα προβλήματα,**
- **58 ερωτήσεις κλειστού τύπου,**
- **63 ερωτήσεις κατανόησης,**
- **163 προβλήματα,**
- **8 κριτήρια αξιολόγησης.**

Β. Στατική-Δυναμική- Θέματα Β΄

Σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (ή να συμπληρώστε τον πίνακα τιμών) και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Β.1 Στατική (Σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων, Ισορροπία)

2.1 (2ο-8020-Β1) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα και στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται η τιμή της ταχύτητας του σε συνάρτηση με το χρόνο.



α. Στο χρονικό διάστημα (1→2s) η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.

β. Η ολική μετατόπιση του αυτοκινήτου είναι μηδέν.

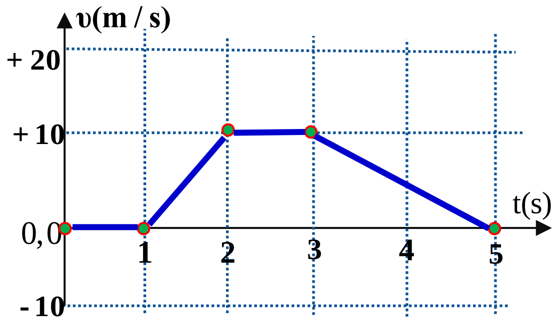
γ. Στο χρονικό διάστημα (2→3s) η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο είναι μηδέν.

Απάντηση

Σχόλιο: Επειδή οι ερωτήσεις αναφέρονται σε διαφορετικά αντικείμενα το θέμα είναι σωστού- λάθους και το ερώτημα να γίνει: Να σημειωθεί με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

α. Στο χρονικό διάστημα $[1s, 2s]$ η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο και η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

Άρα α- λανθασμένη.



β. Η ολική μετατόπιση ισούται με το εμβαδόν της υ(t) και του άξονα των χρόνων (εδώ είναι τραπέζιο) και έχει τιμή $\Delta x_{ολ} = \dfrac{(3\text{-}2)s+(5\text{-}1)s}{2}\cdot(+10m/s) \Rightarrow$

$\Delta x_{ολ} = 25m \neq 0$

Άρα β- λανθασμένη.

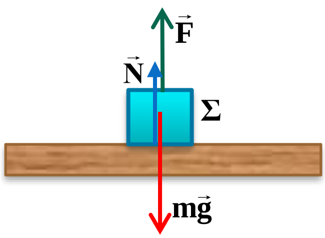
γ. Στο χρονικό διάστημα $[2s, 3s]$ η ταχύτητα παραμένει σταθερή, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, οπότε α=0 και $\Sigma F=0$. Άρα **η πρόταση γ είναι σωστή**.

2.2 (2ο-8054-Β1) Σώμα βάρους 10 N διατηρείται ακίνητο στο πάτωμα. Στο σώμα ασκείται κατακόρυφη δύναμη μέτρου F (μετρημένη σε N) με φορά προς τα πάνω. Το μέτρο της δύναμης διαρκώς αυξάνεται. Συμπληρώστε – με δικαιολόγηση- στον πίνακα το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής N, που ασκείται το από το πάτωμα στο σώμα.

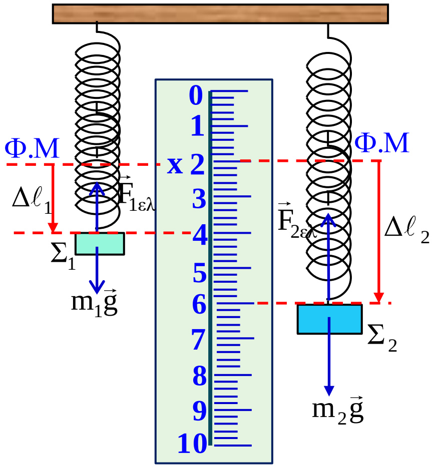
F(N)	0	2	6	10
N(N)				

Απάντηση

Στο σώμα Σ έχουν σημειωθεί ασκούμενες δυνάμεις και επειδή αυτό ισορροπεί έχουμε $\Sigma\vec{F}=0$ ή $F+N-mg=0 \Rightarrow N=mg-F \xrightarrow{S.I} N=10-F$ (S.I) …με βάση αυτή την σχέση συμπληρώνεται η 2η γραμμή του πίνακα τιμών.



F(N)	0	2	6	10
N(N)	10	8	4	0



2.3(2ο-13101-Β1 Μια ομάδα μαθητών προσπαθούν στο εργαστήριο να επιβεβαιώσουν το νόμο του Hooke. Χρησιμοποίησαν ένα ελατήριο ασήμαντης μάζας (αβαρές), το οποίο κρέμασαν ώστε να είναι κατακόρυφο, στερεώνοντας το πάνω άκρο του σε ακλόνητο σημείο. Δίπλα του στερέωσαν κατακόρυφο ένα υποδεκάμετρο, με τέτοιο τρόπο, ώστε να αυξάνονται οι ενδείξεις του προς τα κάτω, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Κρέμασαν στο κάτω άκρο του ελατηρίου ένα σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 και τότε το κάτω άκρο του ελατηρίου ισορρόπησε σε θέση που το υποδεκάμετρο δίπλα του έδειχνε 4cm.

Αφαίρεσαν αυτό το σώμα $Σ_1$ και κρέμασαν στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου, ένα δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας διπλάσιας από τη μάζα του πρώτου σώματος $m_2=2m_1$.

Τότε το κάτω άκρο του ελατηρίου ισορρόπησε σε θέση που το υποδεκάμετρο δίπλα του έδειχνε 6cm.

Όταν από το κάτω άκρο του ελατηρίου δεν κρέμεται κανένα σώμα, δηλαδή όταν το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος, το κάτω άκρο του θα βρίσκεται σε θέση, στην οποία το υποδεκάμετρο δείχνει:

α. 0 **β.** 2cm **γ.** 4cm

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

Έστω ότι αν κρέμεται κανένα σώμα – και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος - το κάτω άκρο του είναι σε ένδειξη x cm.

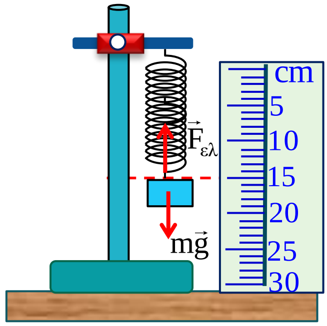
Ισορροπία $Σ_1$: $ΣFy=0 \Rightarrow m_1g-F_{1ελ}=0 \Rightarrow m_1g-KΔ\ell_1=0 \Rightarrow m_1g=K(4\text{-}x)$ (1)

Ισορροπία $Σ_2$: $ΣFy=0 \Rightarrow m_2g-F_{2ελ}=0 \Rightarrow m_2g-KΔ\ell_2=0 \Rightarrow m_2g=K(6\text{-}x)$ (2)

Από (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{4\text{-}x}{6\text{-}x} \Rightarrow \dfrac{m_1}{2m_1}=\dfrac{4\text{-}x}{6\text{-}x} \Rightarrow \dfrac{1}{2}=\dfrac{4\text{-}x}{6\text{-}x}$

$\Rightarrow$**x=2cm** Άρα **σωστή** η σχέση **(β).**

2.4(2ο-13103-Β1) Μια ομάδα μαθητών στο εργαστήριο του σχολείου στερεώνει το πάνω άκρο ενός δυναμομέτρου, σε ορθοστάτη. Στη συνέχεια πειραματίζονται κρεμώντας από το γάντζο του βαρίδια με διαφορετικές μάζες.



Μετρώντας τις επιμηκύνσεις του ελατηρίου του δυναμόμετρου, επιβεβαιώνουν ότι υπακούει στο νόμο του Hooke.
Στον πίνακα που ακολουθεί, στην πρώτη οριζόντια γραμμή δίνονται οι μάζες διαφόρων βαριδιών που κρέμασαν και κάτω από αυτές, οι επιμηκύνσεις του ελατηρίου του δυναμομέτρου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

Μάζα (g)		**100**	**200**		**300**
Επιμήκυνση Ελατηρίου cm)	**4**	**8**		**20**	

α. Να συμπληρώσετε τις τιμές που μας απέκρυψαν από τις μετρήσεις τους οι μαθητές.
β. Με τη βοήθεια των τιμών του πίνακα να κάνετε ένα διάγραμμα, με βαθμονομημένους άξονες, στο οποίο να δείξετε την γραφική παράσταση της επιμήκυνσης του ελατηρίου (σε cm) από το φυσικό του μήκος, σε συνάρτηση με τη μάζα (σε g), που κρεμούσαν στο άκρο του.

Απάντηση

α. Για κάθε μάζα Μ που ισορροπεί δεμένη στο κάτω άκρο του ελατηρίου και το έχει παραμορφώσει κατά $\Delta\ell_0$ ισχύει $\Sigma F_y=0 \Rightarrow Mg=K\Delta\ell_0 \Rightarrow \dfrac{M}{\Delta\ell_0}=\dfrac{K}{g}$ =σταθερή ποσότητα, ίδια για κάθε μάζα που ισορροπεί δεμένη στο κάτω άκρο του ελατηρίου. Έτσι ο λόγος της μάζας προς την παραμόρφωση κάθε στήλης είναι ίδιος.

$1^η$ και $2^η$ στήλη: $\dfrac{m_1}{\Delta\ell_1}=\dfrac{m_2}{\Delta\ell_2} \Rightarrow m_1=m_2\dfrac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} \Rightarrow m_1=100g\dfrac{4cm}{8cm} \Rightarrow m_1=50g$

$3^η$ και $2^η$ στήλη: $\dfrac{m_3}{\Delta\ell_3}=\dfrac{m_2}{\Delta\ell_2} \Rightarrow \Delta\ell_3=\Delta\ell_2\dfrac{m_3}{m_2} \Rightarrow \Delta\ell_3=8cm\dfrac{200g}{100g} \Rightarrow \Delta\ell_3=16cm$

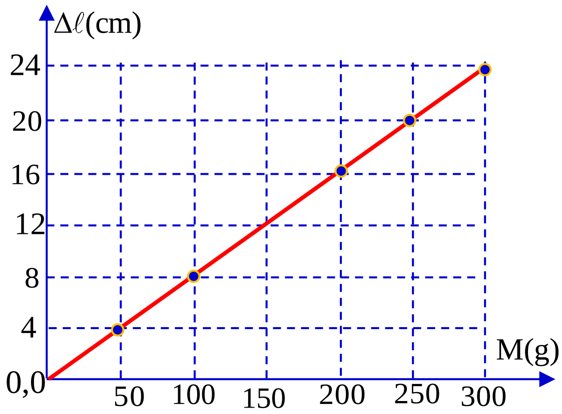
$4^{η}$ και $2^{η}$ στήλη: $\dfrac{m_4}{\Delta\ell_4}=\dfrac{m_2}{\Delta\ell_2} \Rightarrow m_4=m_2\dfrac{\Delta\ell_4}{\Delta\ell_2} \Rightarrow m_4=100g\dfrac{20cm}{8cm} \Rightarrow m_4=250g$

$5^{η}$ και $2^{η}$ στήλη: $\dfrac{m_5}{\Delta\ell_5}=\dfrac{m_2}{\Delta\ell_2} \Rightarrow \Delta\ell_5=\Delta\ell_2\dfrac{m_5}{m_2} \Rightarrow \Delta\ell_3=8cm\dfrac{300g}{100g} \Rightarrow \Delta\ell_4=24cm$

Έτσι ο πίνακας συμπληρώνεται ως εξής :

Μάζα (g)	**m_1=50**	**m_2=100**	**m_3=200**	**m_4=250**	**m_5=300**
Επιμήκυνση Ελατηρίου cm)	$\Delta\ell_1$=4	$\Delta\ell_2$=8	$\Delta\ell_3$=16	$\Delta\ell_4$=20	$\Delta\ell_5$=24

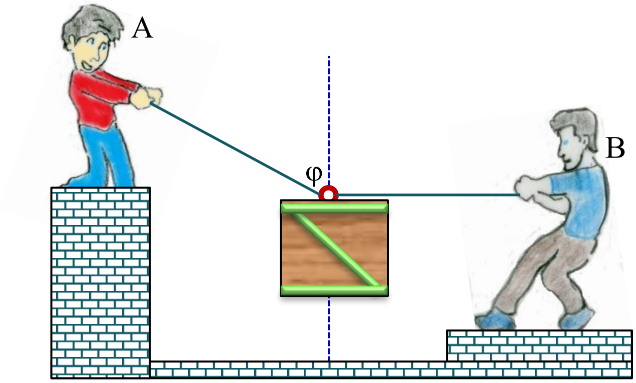
β. Σύμφωνα με την σχέση $\dfrac{M}{\Delta\ell_0}=\dfrac{K}{g}$=σταθερή ποσότητα, ίδια για κάθε μάζα που ισορροπεί δεμένη στο κάτω άκρο του ελατηρίου , σημαίνει ότι η παραμόρφωση του ελατηρίου που προκαλείται από μάζα που κρεμάμε σε αυτό (…και ισορροπεί..) είναι ανάλογη της παραμόρφωσης του ελατηρίου. Άρα περιμένουμε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\Delta\ell=f(M)$ να είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων …κάτι που επιβεβαιώνεται από διπλανό διάγραμμα, που προέκυψε από τις τιμές του πίνακα.



Σχόλιο: Στην εκφώνηση έπρεπε να τονίζεται ότι οι παραμορφώσεις του ελατηρίου του δυναμομέτρου **αντιστοιχούν στην κατάσταση ισορροπίας** των σωμάτων που κρέμονται από αυτό.

Σχόλιο: Περισσότερα για το δυναμόμετρο στη **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** §5.2, 5.3, 5.6, 5.6.3, 5.6.4

2.5(2ο-13104-Β2) Δύο εργάτες, ο Α και ο Β, προσπαθούν να ισορροπήσουν ένα κιβώτιο βάρους Β=180N, το οποίο έχουν δέσει με δύο σχοινιά από έναν κρίκο στο μέσον της επάνω επιφάνειάς του. Κάποια στιγμή το κρατούν ακίνητο στον αέρα, σε θέση όπου το σχοινί του Β είναι οριζόντιο, ενώ το σχοινί του Α σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία φ όπως στο σχήμα. Τα δύο σχοινιά είναι στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.



Εκείνη τη στιγμή ο Α μέσω του σχοινιού ασκεί στο κιβώτιο δύναμη $\vec{F}_A$, ενώ ο Β αντίστοιχα, δύναμη $\vec{F}_B$.

Για την γωνία φ δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί ημφ=0,8 και συνφ=0,6.

Τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ έχουν τιμές:

α. $F_A=F_B=90N$

β. $F_A=300N$ και $F_B=240N$

γ. $F_A=100N$ και $F_B=180N$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

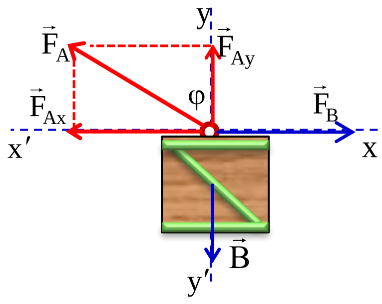
1η Λύση: Με ανάλυση δυνάμεων σε καθέτους άξονες x΄x και y΄y

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_{Ay}-B=0 \Rightarrow F_A\text{συνφ}-B=0 \Rightarrow$

$F_A=\dfrac{B}{\text{συνφ}} \Rightarrow F_A=\dfrac{180N}{0,6} \Rightarrow F_A=300N$

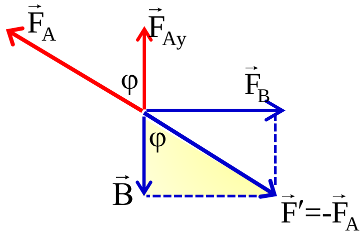
$\Sigma F_x=0 \Rightarrow F_B-F_{Ax}=0 \Rightarrow F_B=F_A\text{ημφ} \Rightarrow$

$F_B=300N.0,8 \Rightarrow F_B=240N$



Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

2η Λύση: Ισορροπία τριών δυνάμεων



Επειδή στο σώμα που ισορροπεί ασκούνται τρείς δυνάμεις, αυτές για να έχουν συνισταμένη μηδέν πρέπει η συνισταμένη των δύο να είναι αντίθετη της τρίτης δύναμης. Εδώ επειδή οι $\vec{F}_B$ και $\vec{B}$ είναι κάθετες, συμφέρει να συνθέσουμε αυτές και να αξιοποιήσουμε ότι η συνισταμένη τους $\vec{F}'$ είναι αντίθετη της $\vec{F}_A$ …

$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{F}_B + \vec{B} = -\vec{F}_A \Rightarrow$

$\vec{F}' = -\vec{F}_A$ …όπως φαίνεται στο σχήμα.

Από το ορθογώνιο γραμμοσκιασμένο τρίγωνο έχουμε:

$$\text{συνφ} = \frac{B}{F'} \Rightarrow \text{συνφ} = \frac{B}{F_A} \Rightarrow F_A = \frac{B}{\text{συνφ}} \Rightarrow F_A = \frac{180\text{N}}{0,6} \Rightarrow F_A = 300\text{N}$$

$$\text{εφφ} = \frac{F_B}{B} \Rightarrow F_B = B\,\text{εφφ} \Rightarrow F_B = B\frac{\text{ημφ}}{\text{συνφ}} \Rightarrow F_B = 180\text{N}\frac{0,8}{0,6} \Rightarrow F_B = 240\text{N}$$

Σχόλιο: Ένας πιο εύκολος αλγεβρικός υπολογισμός

Στο γραμμοσκιασμένο τρίγωνο εφαρμόζουμε τον νόμο ημιτόνων $\frac{F'}{\text{ημ}90^0} = \frac{F_B}{\text{ημφ}} = \frac{B}{\text{ημθ}} \xrightarrow{\text{S.I}} \frac{F_A}{1} = \frac{F_B}{0,8} = \frac{180}{0,6} \Rightarrow \frac{F_A}{1} = \frac{F_B}{0,8} = 300$ και από εδώ βρίσκουμε $F_A = 300\text{N}$ και $F_B = 240\text{N}$

Σχόλιο: Περισσότερα για την ισορροπία τριών δυνάμεων **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 263,264, 272,276, 277

2.6(2ο-13271-Β2) Σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση τριών ομοεπιπέδων δυνάμεων, ίσου μέτρου F, οι φορείς των οποίων σχηματίζουν, ανά δύο, γωνία φ=120°. Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:

α. ΣF=0 **β.** ΣF=F **γ.** ΣF=2F

Επιλέξτε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η Λύση: Ανάλυση σε κάθετους άξονες και σύνθεση

$\Sigma F_x = F_1 - F_{2x} - F_{3x} \Rightarrow$

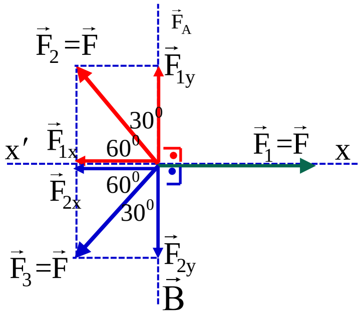
$\Sigma F_x = F_1 - F_2 συν60^0 - F_3 συν60^0 \Rightarrow$

$\Sigma F_x = F - F\frac{1}{2} - F\frac{1}{2} \Rightarrow \Sigma F_x = 0 \ (1)$

$\Sigma F_y = F_{2y} - F_{3y} \Rightarrow \Sigma F_y = F_2 ημ60^0 - F_3 ημ60^0 \Rightarrow$

$\Sigma F_y = Fημ60^0 - Fημ60^0 \Rightarrow \Sigma F_y = 0 \ (2)$

Άρα $\Sigma\vec{F} = \Sigma\vec{F}_x + \Sigma\vec{F}_y \xrightarrow{1,2} \Sigma\vec{F} = 0$



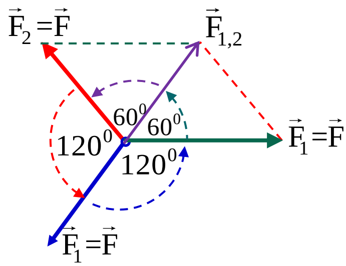
2η Λύση: Με διαδοχική σύνθεση

Συνθέτουμε αρχικά τις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που δίνουν συνισταμένη με μέτρο

$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 συν120^0} \Rightarrow F_{1,2} = \sqrt{F^2 + F^2 + 2FF\left(-\frac{1}{2}\right)} \Rightarrow F_{1,2} = F$$

Το παραλληλόγραμμο των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ επειδή $F_1 = F_2 = F$ είναι ρόμβος, οπότε η διαγώνιός του $\vec{F}_{1,2}$ είναι και διχοτόμος, η δε γωνία των $\vec{F}_{1,2}$ και $\vec{F}_1$ θα είναι 60^0.

Τώρα από το σχήμα φαίνεται ότι η γωνία των $\vec{F}_{1,2}$ και $\vec{F}_3$ είναι 180^0, οπότε οι δυνάμεις αυτές είναι στη ίδια διεύθυνση με αντίθετες φορές και ίσα μέτρα (αντίθετες), άρα θα έχουν συνισταμένη μηδέν, $\vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3 = 0$ …δηλαδή η συνολική συνισταμένη είναι μηδενική.

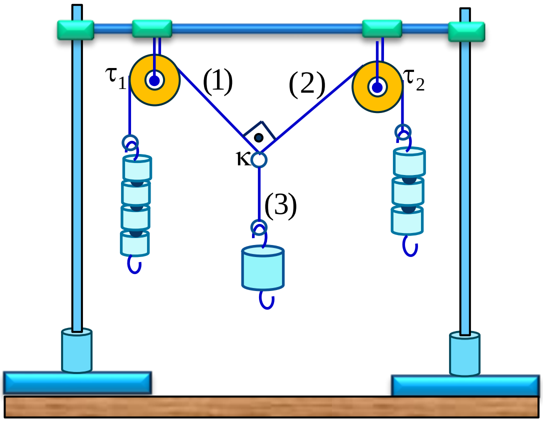


$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \Rightarrow \Sigma\vec{F} = [\vec{F}_1 + \vec{F}_2] + \vec{F}_3 \Rightarrow \Sigma\vec{F} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3 \Rightarrow \Sigma F = F_{1,2} - F_3 \Rightarrow \Sigma F = F - F \Rightarrow \Sigma F = 0$.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

Σχόλιο: Περισσότερα για την ισορροπία τριών δυνάμεων **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 239-251

2.7(2ο-13345-Β1) Μια ομάδα μαθητριών και μαθητών, με τη βοήθεια του καθηγητή τους, δημιούργησαν στο εργαστήριο τη διάταξη του διπλανού σχήματος, για να επιβεβαιώσουν όσα έμαθαν για τη σύνθεση ομοεπιπέδων δυνάμεων.



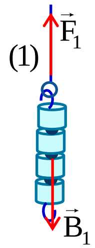
Σε μια οριζόντια ακλόνητη ράβδο στερέωσαν δύο τροχαλίες.
Ο καθηγητής τους έδωσε επτά όμοια βαρίδια, βάρους $\vec{β}$ το καθένα, τα οποία έχουν γάντζους για να συνδέονται μεταξύ τους.
Σε ένα κρίκο (κ) έδεσαν τις άκρες τριών λεπτών νημάτων. Το νήμα (1) το πέρασαν στο αυλάκι της μιας τροχαλίας ($τ_1$), και στο άλλο του άκρο στερέωσαν τέσσερα από τα βαρίδια αυτά. Το νήμα (2) το πέρασαν στο αυλάκι της δεύτερης τροχαλίας ($τ_2$) και στο άλλο άκρο του στερέωσαν τα υπόλοιπα τρία βαρίδια.
Ο καθηγητής τους έδωσε ένα άλλο μεγαλύτερο βαρίδι βάρους $\vec{B}$ και με το γάντζο του το κρέμασαν στο ελεύθερο άκρο του νήματος (3).
Παρατήρησαν ότι η διάταξη ισορρόπησε, με τα νήματα (1) και (2) να είναι κάθετα το ένα στο άλλο, όπως στο σχήμα. Τα νήματα και ο κρίκος έχουν ασήμαντες μάζες και τα αυλάκια των δύο τροχαλιών εμφανίζουν αμελητέες δυνάμεις τριβής με τα νήματα.
Στη συνέχεια ζύγισαν ένα από τα επτά όμοια βαρίδια και βρήκαν ότι η μάζα του είναι 100g. Αν τώρα ζυγίσουν το μεγάλο βαρίδι που κρέμασαν στο νήμα (3), θα διαπιστώσουν ότι η μάζα του είναι:

α. 700g **β.** 100g **γ.** 500g

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

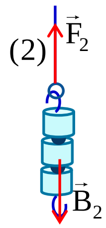
Απάντηση

Στο σύστημα των τεσσάρων βαριδίων ασκούνται η δύναμη $\vec{F}_1$ νήματος (1) και βάρος των βαριδίων $\vec{B}_1$ με $B_1=4β=4mg$ με m=100g.



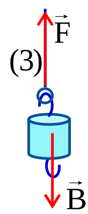
Από την ισορροπία αυτών έχουμε $ΣF_y=0 \Rightarrow F_1\text{-}B_1=0 \Rightarrow$ $F_1=4mg$

Στο σύστημα των τριών βαριδίων ασκούνται η δύναμη $\vec{F}_1$ νήματος (2) και βάρος των βαριδίων $\vec{B}_2$ με $B_2=3β=3mg$ με m=100g.



Από την ισορροπία αυτών έχουμε $ΣF_y=0 \Rightarrow F_2\text{-}B_2=0 \Rightarrow$ $F_2=3mg$

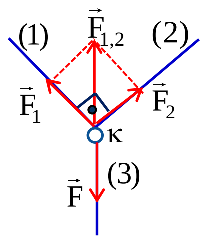
Στο μεγάλο βαρίδι δύναμη νήματος $\vec{F}$ ασκούνται η δύναμη $\vec{F}$ νήματος (3) και βάρος του βαριδίου $\vec{B}$ με B=Mg .



Από την ισορροπία αυτών έχουμε $ΣF_y=0 \Rightarrow F\text{-}B=0 \Rightarrow F=Mg$

Στο κρίκο κ ασκούνται η δύναμη $\vec{F}_1$ από το νήμα(1), η δύναμη $\vec{F}_2$ από το νήμα (2) και η δύναμη $\vec{F}$ από το νήμα(3).

Επειδή ο αβαρής κρίκος ισορροπεί πρέπει $Σ\vec{F}=0$ και για να ισχύει αυτό πρέπει η συνισταμένη $\vec{F}_{1,2}$ των καθέτων δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ να είναι αντίθετη της $\vec{F}$, $\vec{F}=-\vec{F}_{1,2}$ και οι οποίες προφανώς έχουν ίσα μέτρα $F=F_{1,2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2}$



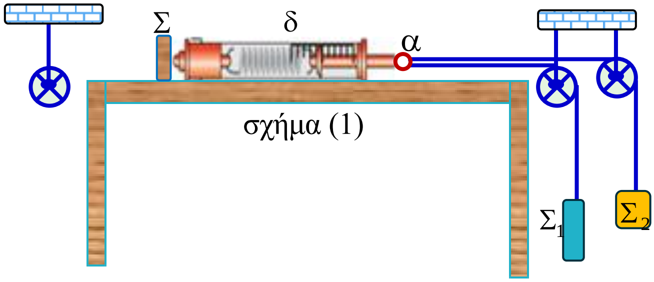
$$\xrightarrow{1,2,3} Mg=\sqrt{(4mg)^2+(3mg)^2} \Rightarrow M=5m=500g.$$

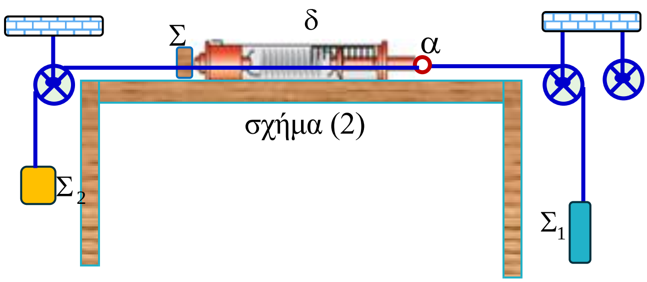
Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ).**

Σχόλιο: Έπρεπε να δίνεται ότι κάθε ένα νήμα ασκεί ίσες δυνάμεις στον κρίκο (κ) και στο σώμα $Σ_1$ ή $Σ_2$. Ακόμη και να δίνονταν ότι οι μάζες και οι διαστάσεις των τροχαλιών είναι ασήμαντες οι μαθητές της Α΄ Λυκείου δεν μπορούν να το αξιοποιήσουν.

Σχόλιο: Για τις δυνάμεις που ασκεί ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 269-271,275-276

2.8(2o-13347-B1) Μαθητές προσπαθούν να επιβεβαιώσουν πειραματικά, όσα έμαθαν για τη σύνθεση συγγραμμικών δυνάμεων. Στερέωσαν το ένα άκρο ενός δυναμόμετρου σε ακλόνητο σημείο πάνω σε οριζόντιο πάγκο και στα άκρα του πάγκου στερέωσαν τροχαλίες σε κατάλληλες θέσεις. Στον γάντζο του δυναμόμετρου έδεσαν τα άκρα δύο νημάτων, στα άλλα άκρα των οποίων έδεσαν δύο σώματα Σ_1 και Σ_2. Τα βάρη των δύο σωμάτων είναι $\vec{B}_1$ και $\vec{B}_2$ αντίστοιχα, για τα μέτρα των οποίων ισχύει $B_1>B_2$.





Στο σχήμα (1) έδεσαν στο γάντζο (α) -του δεμένου ακλόνητα στο στήριγμα Σ - δυναμομέτρου (δ) τα δύο οριζόντια και παράλληλα νήματα που διέρχονται μέσα από τα αυλάκια δύο ακλόνητων τροχαλιών και στα άκρα των νημάτων αυτών δένουμε τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2. Στην περίπτωση αυτή του σχήματος (1) που τα νήματα έλκουν το δυναμόμετρο προς την ίδια κατεύθυνση και όταν όλο το σύστημα ισορροπεί, παρατηρούμε ότι το δυναμόμετρο **δείχνει ένδειξη 16N** με το ελατήριό του σε επιμήκυνση.

Στο σχήμα (2) έδεσαν **στο γάντζο (α) -του δεμένου ακλόνητα στο στήριγμα Σ** - δυναμομέτρου (δ) τα δύο οριζόντια και παράλληλα νήματα που διέρχονται μέσα από τα αυλάκια δύο ακλόνητων τροχαλιών και στα άκρα των νημάτων αυτών δένουμε τα δύο σώματα Σ_1 και Σ_2. Στην περίπτωση αυτή του σχήματος (2) που τα νήματα έλκουν τον γάντζο (α) του δυναμομέτρου προς αντίθετες κατευθύνσεις και όταν όλο το σύστημα ισορροπεί, παρατηρούμε ότι το δυναμόμετρο **δείχνει ένδειξη 4N** με το ελατήριό του σε μικρότερη επιμήκυνση.

Τα μέτρα των βαρών των δύο σωμάτων είναι:

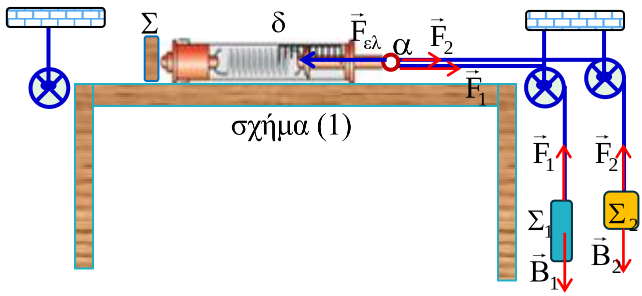
α. $B_1=10N$, $B_2=6N$ **β.** $B_1=16N$, $B_2=4N$ **γ.** $B_1=20N$, $B_2=4N$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Σχόλιο: Τα σημειωμένα **έγχρωμα** σημεία του θέματος είναι **ίδιες διορθώσεις** ειδικά για το σχήμα (2) που πρέπει εμφανώς να τονίζεται ότι **το ελατήριο είναι με το ένα άκρο του ακλόνητα στερεωμένο στο ακλόνητο στήριγμα Σ** και ότι και **τα δύο νήματα είναι δεμένα στον γάντζο (α).**

Απάντηση

1ο σχήμα: Στο $Σ_1$ ασκούνται η δύναμη $\vec{F}_1$ του νήματος και βάρος $\vec{B}_1$ του $Σ_1$.



σχήμα (1)

Από την ισορροπία αυτού έχουμε $ΣF_y=0 \Rightarrow$ $F_1-B_1=0 \Rightarrow F_1=B_1$ (1)

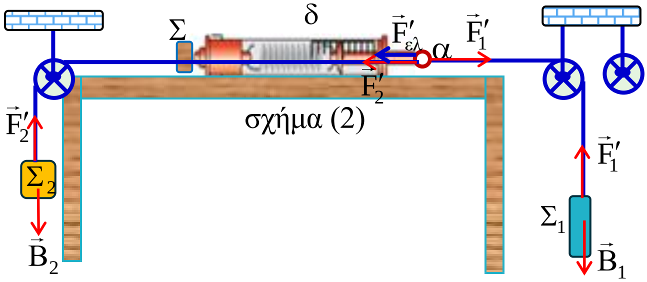
Στο $Σ_2$ ασκούνται η δύναμη $\vec{F}_2$ του νήματος και βάρος $\vec{B}_2$ του $Σ_2$.

Από την ισορροπία αυτού έχουμε $ΣF_y=0 \Rightarrow F_2-B_2=0 \Rightarrow F_2=B_2$ (2)

Στον γάντζο (α) ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ από τα δύο νήματα και η δύναμη $\vec{F}_{ελ}$ που είναι ίσου μέτρου με την ένδειξη του δυναμομέτρου $F_{ελ}$=16N (3).

Από την ισορροπία του γάντζου έχουμε $ΣF_x=0 \Rightarrow F_{ελ}-F_1-F_2=0 \Rightarrow F_{ελ}=F_1+F_2$ $\xrightarrow{1,2,3}$ $B_1+B_2=16N$ **(4).**

2ο σχήμα: Στο $Σ_1$ ασκούνται η δύναμη $\vec{F}'_1$ του νήματος και βάρος $\vec{B}_1$ του $Σ_1$.



σχήμα (2)

Από την ισορροπία αυτού έχουμε $ΣF_y=0$ $\Rightarrow F'_1-B_1=0 \Rightarrow F'_1=B_1$ (5)

Στο $Σ_2$ ασκούνται η δύναμη $\vec{F}'_2$ του νήματος και βάρος $\vec{B}_2$ του $Σ_2$.

Από την ισορροπία αυτού έχουμε $ΣF_y=0 \Rightarrow F'_2-B_2=0 \Rightarrow F'_2=B_2$ (6)

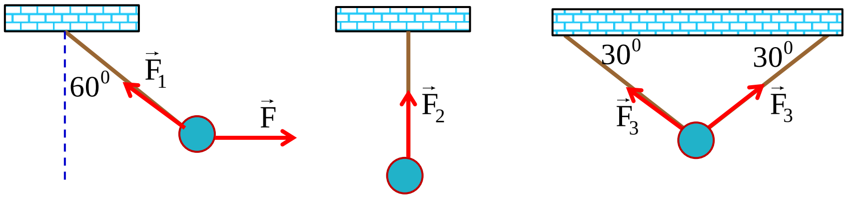
Στον γάντζο (α) ασκούνται οι δυνάμεις $\vec{F}'_1$ και $\vec{F}'_2$ από τα δύο νήματα και η δύναμη $\vec{F}'_{ελ}$ που είναι ίσου μέτρου με την ένδειξη του δυναμομέτρου $F'_{ελ}$=4N (7).

Από την ισορροπία του γάντζου έχουμε $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_2' + F_{\varepsilon\lambda}' - F_1' = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}' = F_1' - F_2'$
$\xrightarrow{5,6,7} B_1 - B_2 = 4N$ (8).

Από το σύστημα των (4) και (8) βρίσκουμε B_1=10N και B_2=6N
Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

2ο Σχόλιο: Έπρεπε να δίνεται ότι τα νήματα είναι αβαρή και κάθε ένα ασκεί ίσες δυνάμεις στον γάντζο (α) και στο σώμα Σ_1 ή Σ_2. Ακόμη και να δίνονταν ότι οι μάζες και οι διαστάσεις των τροχαλιών είναι ασήμαντες οι μαθητές της Α΄ Λυκείου δεν μπορούν να το αξιοποιήσουν.

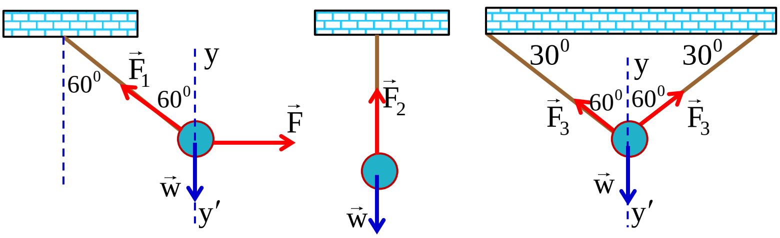
2.9 (2ο-13508-Β2) Το σώμα βάρους $\vec{w}$ και στις τρεις περιπτώσεις, όπως



φαίνονται στα παρακάτω σχήματα, ισορροπεί δεμένο στο αντίστοιχο νήμα ή στα νήματα. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1, F_2, F_3, που δέχεται το σώμα από το νήμα ή τα νήματα ισχύει:

α. $F_1 > F_2 > F_3$ **β.** $F_1 > F_2 = F_3$ γ. $F_1 < F_2 = F_3$ Δίνεται $\sigma\upsilon\nu 60^0 = 0{,}5$.
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η



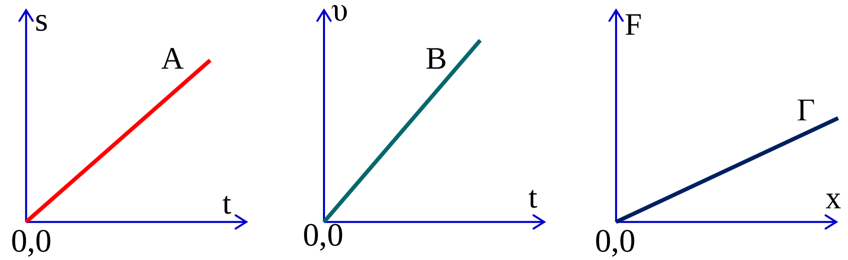
1η περίπτωση: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_1 \sigma\upsilon\nu 60 - w = 0 \Rightarrow F_1 = 2w$ (1)

2η περίπτωση: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_2 - w = 0 \Rightarrow F_2 = w$ (2)

3η περίπτωση: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow 2F_3 \sigma\upsilon\nu 60 - w = 0 \Rightarrow F_3 = w$ (3) $\ldots \xrightarrow{1,2,3} F_1 > F_2 = F_3$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

2.10(2ο-13568-Β1) Τα πιο κάτω διαγράμματα έχουν κοινή μορφή, αλλά αναπαριστούν διαφορετικό φυσικό μέγεθος στον κατακόρυφο άξονα. Στο (Α) παρουσιάζεται το διάστημα που διανύει ένα κινούμενο σώμα σε σχέση με το χρόνο. Στο (Β) περιγράφεται η ταχύτητα με την οποία κινείται ένα δεύτερο σώμα σε σχέση με το χρόνο και στο (Γ) απεικονίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης που δέχεται ένα τρίτο σώμα σε σχέση με τη μετατόπισή του. Το κάθε διάγραμμα είναι κατάλληλο για έναν από τους τέσσερεις τρόπους υπολογισμού που περιγράφονται στις πιο κάτω φράσεις:



1. Μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητα από την κλίση της ευθείας.
2. Μπορώ να υπολογίσω την μετατόπιση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
3. Μπορώ να υπολογίσω την επιτάχυνση από το εμβαδό που περικλείεται μεταξύ της ευθείας και του άξονα του χρόνου.
4. Αν είναι δύναμη που επιμηκύνει ελατήριο μπορώ να υπολογίσω τη σταθερά του από την κλίση της ευθείας.
Στο τετράδιό σας να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τον ακόλουθο πίνακα:

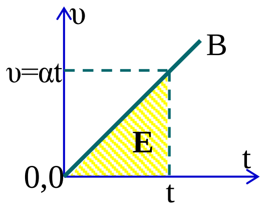
Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
Α	
Β	
Γ	

Απάντηση

Διάγραμμα Α (s, t): Επειδή η s=f(t) είναι ευθεία, θα έχει σταθερή κλίση $\frac{\Delta s}{\Delta t}$, ίδια για κάθε Δt. Η κλίση όμως $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ που είναι η ταχύτητα του κινητού.

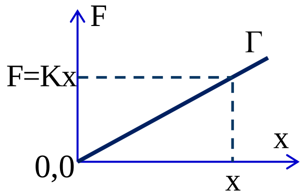
Άρα $\frac{\Delta s}{\Delta t}$=υ=σταθερή

Διάγραμμα Β (υ, t): Επειδή η υ=f(t) είναι ευθεία, θα έχει σταθερή κλίση $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$, ίδια για κάθε Δt που είναι η επιτάχυνση. Άρα $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$=α=σταθερή , η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα (διότι η υ=f(t) διέρχεται από την αρχή 0,0 δηλαδή την t_0=0 έχει υ0=0) με υ=αt.



Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν δίνει $E=\frac{1}{2}t\upsilon=\frac{1}{2}t\alpha t=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow E=\Delta x$=μετατόπιση

Διάγραμμα Γ (F, x): Η δύναμη του ελατηρίου είναι $F_{\varepsilon\lambda}=K\Delta\ell$ ή $F_{\varepsilon\lambda}=Kx$ όπου $\Delta\ell$ ή x η παραμόρφωση του ελατηρίου, δηλαδή η δύναμη του ελατηρίου είναι ανάλογη της παραμόρφωσης x και η γραφική της παράσταση ίδια με αυτή του τρίτου σχήματος.



Η κλίση αυτής είναι σταθερή $\frac{\Delta F}{\Delta x}=\frac{F-0}{x-0}=\frac{Kx}{x}=K$ και δίνει την σταθερά του ελατηρίου Κ.

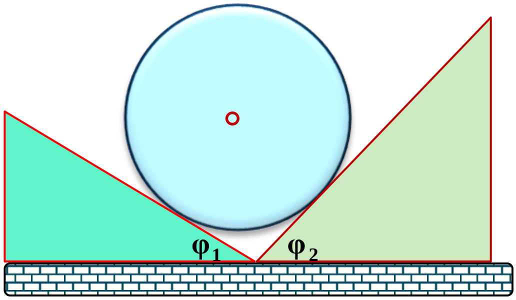
Έτσι η συμπλήρωση του πίνακα δίνει

Γραφική παράσταση	Αριθμός πρότασης
Α	1
Β	2
Γ	4

Σχόλιο: Ειδικά για το Β διάγραμμα υ(t) που το εμβαδόν δίνει την μετατόπιση, αυτό δείχνεται πιο γενικά χωρίς να γνωρίζουμε τη σχέση της μετατόπισης …το αντίθετο από το εμβαδόν του υ(t) προκύπτει η μετατόπιση.

Δείτε την ανάλυση **Φυσική Α΄ Λυκείου- Βασίλης Τσούνης σελίδα 74.**

2.11(2ο-13572-Β2) Λεία σφαίρα μάζας 100kg ισορροπεί ακουμπώντας σε δύο αμετακίνητες σφήνες γωνιών βάσης $\varphi_1 = 30^o$ (σφήνα 1) και $\varphi_2 = 60^o$ (σφήνα 2), όπως στο σχήμα. Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες είναι:



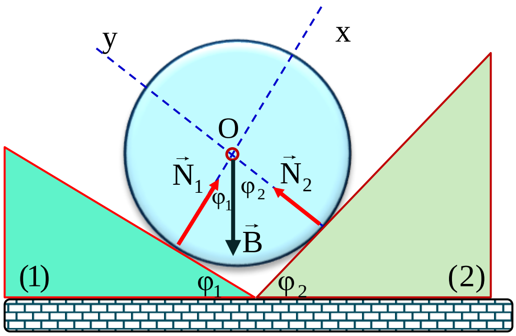
α. mgσυν30°, mgσυν60°,
β. mgημ30°, mgημ60°,
γ. mgημ30°, mgσυν60°.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Γενικές παρατηρήσεις για όλες τις λύσεις

Στα σχήμα φαίνεται σε μια κατακόρυφη τομή όλη η διάταξη που οι σφήνες φαίνονται ως κεκλιμένα επίπεδα και επειδή $\varphi_1+\varphi_2=90^0$ η τομή τους σχηματίζει 90^0.

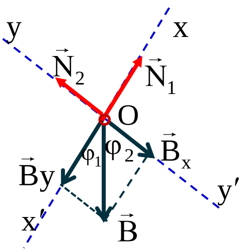


Τοποθετούμε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα και αυτές είναι, το βάρος της $\vec{B}=m\vec{g}$, η δύναμη στήριξης $\vec{N}_1$ από τη σφήνα (1) που είναι κάθετη στη επιφάνεια επαφής και συνεπώς διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας και η δύναμη στήριξης $\vec{N}_2$ από τη σφήνα (2) που είναι κάθετη στη επιφάνεια επαφής και συνεπώς διέρχεται από το κέντρο της σφαίρας.

Παρατηρούμε ότι οι φορείς των δυνάμεων $\vec{N}_1$ και $\vec{B}$ τεμνόμενοι σχηματίζουν γωνία φ_1 ίση με αυτή της σφήνας (1) [πλευρές κάθετες μία προς μία] …όπως και οι φορείς των δυνάμεων $\vec{N}_2$ και $\vec{B}$ τεμνόμενοι σχηματίζουν γωνία φ_2 ίση με αυτή της σφήνας (2) [πλευρές κάθετες μία προς μία]

1η Λύση: Όλες οι δυνάμεις διέρχονται από το κέντρο Ο της σφαίρας για ευκολία τις μεταφέρουμε ώστε όλες να έχουν την ίδια αρχή Ο .

Αναλύουμε το βάρος σε άξονες x′x και y′y των δυνάμεων στήριξης που είναι μεταξύ τους κάθετοι.

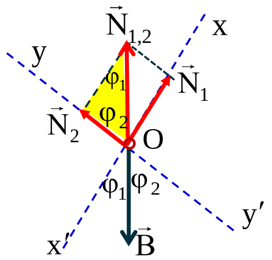


Επειδή η σφαίρα ισορροπεί $\Sigma F_x = 0 \Rightarrow N_1\text{-}B_x = 0 \Rightarrow$

$N_1 = B\sigma\upsilon\nu\varphi_1 \Rightarrow N_1 = mg\sigma\upsilon\nu 30^0$ και $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

$N_2\text{-}B_y = 0 \Rightarrow N_2 = B\sigma\upsilon\nu\varphi_2 \Rightarrow N_2 = mg\sigma\upsilon\nu 60^0$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**



2η Λύση: Επειδή στη σφαίρα ασκούνται τρεις δυνάμεις $\vec{B} = m\vec{g}$, $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ και η σφαίρα ισορροπεί για να έχουν συνισταμένη μηδέν, πρέπει η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης. Έτσι συνθέτουμε τις κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ που δίνουν συνισταμένη $\vec{N}_{1,2}$ που είναι αντίθετη του βάρους $\vec{B} = m\vec{g}$ της σφαίρας.

Από το γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε

$$N_2 = N_{1,2}\sigma\upsilon\nu\varphi_2 \xrightarrow{N_{1,2}=mg} N_2 = mg\sigma\upsilon\nu\varphi_2 \Rightarrow N_2 = mg\sigma\upsilon\nu 60^0$$

$$N_1 = N_{1,2}\sigma\upsilon\nu\varphi 1 \xrightarrow{N_{1,2}=mg} N_1 = mg\sigma\upsilon\nu\varphi_1 \Rightarrow N_1 = mg\sigma\upsilon\nu 30^0$$

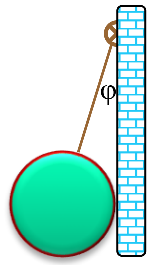
3η Λύση. Μπορούμε στο αρχικό σχήμα να αναλύσουμε τις δυνάμεις $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$ σε οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα και να γράψουμε συνθήκες ισορροπίας ανά άξονα. Η αλγεβρική όμως επεξεργασία είναι πιο επίπονη και θα την αποφύγουμε.

Σχόλιο: Η αριθμητική τιμή για την μάζα της σφαίρας 100Kg με βάση τις απαντήσεις που χρησιμοποιείται το σύμβολο m – χωρίς να αναφέρεται ότι αφορά την μάζα της σφαίρας-δεν χρειάζεται. Σκόπιμο θα ήταν η αρχική πρόταση να ήταν «Λεία σφαίρα μάζας m»

Σχόλιο: Επειδή μπορεί να υπάρξει σύγχυση στους μαθητές μεταξύ των απαντήσεων (α) και (β) το ερώτημα θα έπρεπε να προσδιορίζει σε ποια σφήνα αντιστοιχεί η κάθε δύναμη που δίνεται ως απάντηση. Σκόπιμο θα ήταν να γράφονταν ως εξής «Τα μέτρα των δυνάμεων που δέχεται η σφαίρα στα σημεία επαφής από τις σφήνες (1) και (2) αντίστοιχα είναι:»

Σχόλιο: Το ΙΕΠ ενώ δίνει τις ανωτέρω τιμές για τις δυνάμεις μάλλον από αβλεψία θεωρεί ως σωστό το (β) αντί του (α).

2.12(2ο-13573-Β2) Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο. Επιλέξτε το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σφαίρα από τον τοίχο και σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται η σφαίρα:

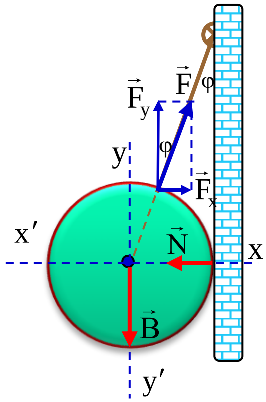


α. $\dfrac{mg}{\text{συνφ}}\text{ημφ}$ **β.** $\dfrac{mg}{\text{ημφ}}\text{συνφ}$ **γ.** mg.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

1η Λύση: Οι ασκούμενες στη σφαίρα δυνάμεις είναι το βάρος της $\vec{B}=m\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}$ από το νήμα και δύναμη στήριξη $\vec{N}$ από τον τοίχο.



Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους άξονες τον οριζόντιο x′x και στον κατακόρυφο y′y . Επειδή η σφαίρα ισορροπεί έχουμε

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x\text{-}N=0 \Rightarrow N=F\text{ημφ}\,(1)$

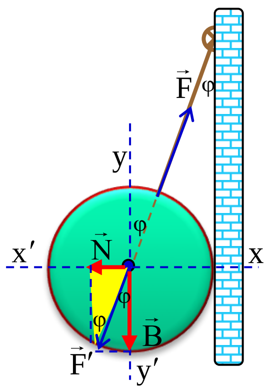
$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_y\text{-}B=0 \Rightarrow B=F\text{συνφ}$ ή $mg=F\text{συνφ}$ (2)

Με διαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) έχουμε

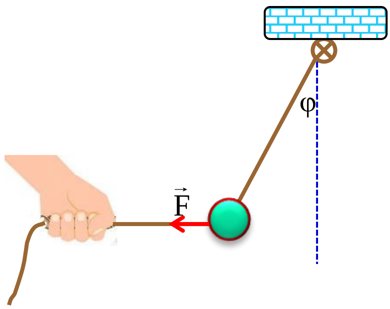
$\dfrac{N}{mg}=\dfrac{F\text{ημφ}}{F\text{συνφ}} \Rightarrow N=mg\dfrac{\text{ημφ}}{\text{συνφ}}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

2η Λύση: Επειδή στη σφαίρα ασκούνται τρεις δυνάμεις $\vec{B}=m\vec{g}$, $\vec{F}$, $\vec{N}$ και η σφαίρα ισορροπεί για να έχουν συνισταμένη μηδέν, πρέπει η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης . Έτσι συνθέτουμε τις κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις $\vec{B}$, $\vec{N}$ που δίνουν συνισταμένη $\vec{F}'$ που είναι αντίθετη της δύναμης του νήματος $\vec{F}$, δηλαδή $\vec{F}'=-\vec{F}$. Από το γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $\text{εφφ}=\dfrac{N}{B} \Rightarrow N=mg\text{εφφ} \Rightarrow N=mg\dfrac{\text{ημφ}}{\text{συνφ}}$



2.13(2ο-13574-Β1) Σφαίρα μάζας 1kg ισορροπεί όπως στο σχήμα υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης μέτρου F=10N. Δίνεται: g = 10 m/s^2. Η γωνία απόκλισης του αβαρούς νήματος από την κατακόρυφο στην θέση ισορροπίας της σφαίρας είναι:



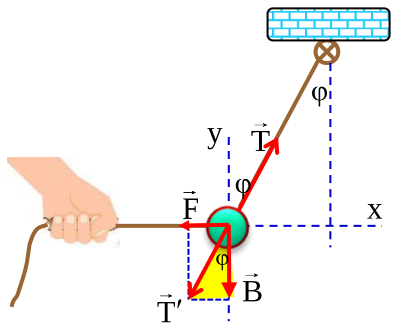
α. 30^o **β.** 45^o **γ.** 60^o

Δίνονται: συν60^o = ημ30^o = 0,5, ημ45^o = συν45^o = $\frac{\sqrt{2}}{2}$ και ημ60^o = συν30^o = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

1^η Λύση: Στη σφαίρα επειδή ασκούνται τρεις δυνάμεις το βάρος $\vec{B}=m\vec{g}$, η οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και η δύναμη του νήματος $\vec{T}$ και η σφαίρα ισορροπεί, αυτές για να έχουν συνισταμένη μηδέν, πρέπει η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης. Έτσι συνθέτουμε τις κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις $\vec{B}$, $\vec{F}$ που δίνουν συνισταμένη $\vec{T}'$ που είναι αντίθετη της δύναμης του νήματος $\vec{T}$, δηλαδή $\vec{T}'=-\vec{T}$. Από το γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $εφφ=\frac{F}{B}$ $\Rightarrow$



$εφφ=\frac{F}{mg} \Rightarrow εφφ=\frac{10N}{1Kg\cdot 10m/s^2}=1 \Rightarrow$ **φ=45^0 .** Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

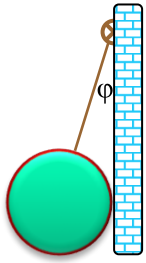
2^η Λύση: Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους άξονες τον οριζόντιο $x'x$ και στον κατακόρυφο $y'y$. Επειδή η σφαίρα ισορροπεί έχουμε

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_x\text{-}F=0 \Rightarrow Tημφ=F$ (1)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_y\text{-}B=0 \Rightarrow Tσυνφ=B$ ή $Tσυνφ=mg$ (2)

Με διαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) έχουμε $\frac{Tημφ}{Tσυνφ}=\frac{F}{mg} \Rightarrow εφφ=\frac{F}{mg} \Rightarrow εφφ=1$

2.14(2ο-13578-Β2) Λεία σφαίρα μάζας m ισορροπεί όπως στο σχήμα με το νήμα να σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο τοίχο. Αν η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα είναι διπλάσιο της δύναμης που ασκεί ο τοίχος στη σφαίρα, επιλέξτε ποια σχέση ισχύει για τη γωνία φ:

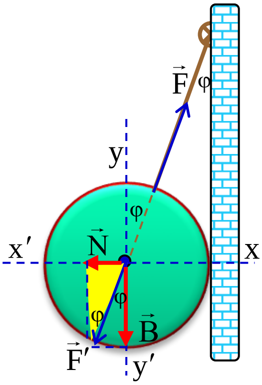


α. ημφ = 0,5 **β.** ημφ = 0,6 **γ.** ημφ = συνφ.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

1η Λύση: Οι ασκούμενες στη σφαίρα δυνάμεις είναι το βάρος της $\vec{B}=m\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}$ από το νήμα και δύναμη στήριξη $\vec{N}$ από τον τοίχο. Επειδή η σφαίρα ισορροπεί αυτές για να έχουν συνισταμένη μηδέν, πρέπει η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης . Έτσι συνθέτουμε τις κάθετες μεταξύ τους δυνάμεις $\vec{B}$, $\vec{N}$ που δίνουν συνισταμένη $\vec{F}'$ που είναι αντίθετη της δύναμης του νήματος $\vec{F}$, δηλαδή $\vec{F}'=-\vec{F}$. Από το γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $ημφ=\frac{N}{F'} \Rightarrow ημφ=\frac{N}{F} \Rightarrow$

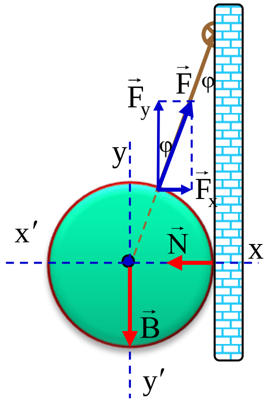


$ημφ=\frac{N}{2N} \Rightarrow ημφ=0,5$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

2η Λύση: Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους άξονες τον οριζόντιο $x'x$ και στον κατακόρυφο $y'y$. Επειδή η σφαίρα ισορροπεί έχουμε

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_x\text{-}N=0 \Rightarrow N=Fημφ \xrightarrow{F=2N} N=2Nημφ$

$\Rightarrow ημφ=0,5$

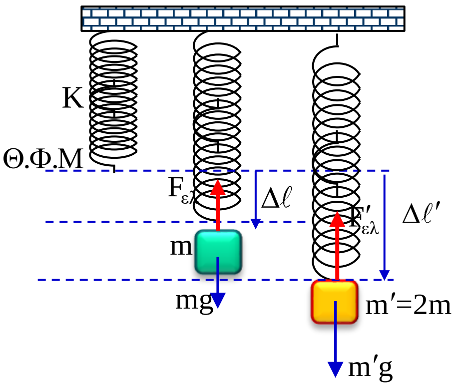


2.15(2ο-13614-Β1) Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς Κ, έχει το ανώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Δένουμε στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου σώμα μάζας m και το σύστημα ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell$. Αν στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου συνδέσουμε σώμα μάζας 2m, το σύστημα θα ισορροπεί σε θέση όπου το ελατήριο θα έχει επιμήκυνση:

α. $\Delta\ell$ **β.** $2\Delta\ell$ **γ.** $\Delta\ell/2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Σε κάθε σώμα που ισορροπεί ασκούνται το βάρος του και η δύναμη του ελατηρίου:

Ισορροπία 1ου σώματος: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

$F_{\varepsilon\lambda} - mg = 0 \Rightarrow K\Delta\ell = mg \; (1)$

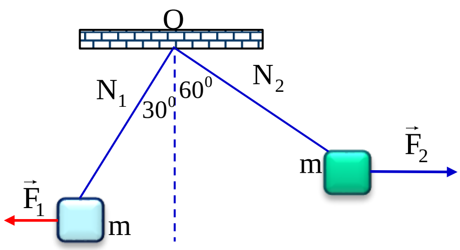
Ισορροπία 2ου σώματος: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$

$F'_{\varepsilon\lambda} - m'g = 0 \Rightarrow K\Delta\ell' = 2mg \; (2)$

Από (1) και (2) βρίσκουμε $\Delta\ell' = 2\Delta\ell$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

2.16(2ο-13614-Β2) Δύο σώματα ίσων μαζών m ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων N_1 και N_2 -τα άλλα άκρα των οποίων είναι στερεωμένα ακλόνητα σε σημείο Ο-, με την επίδραση δύο οριζόντιων, σταθερών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα. Το νήμα N_1 σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία 30° και το νήμα N_2 γωνία 60°. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει:



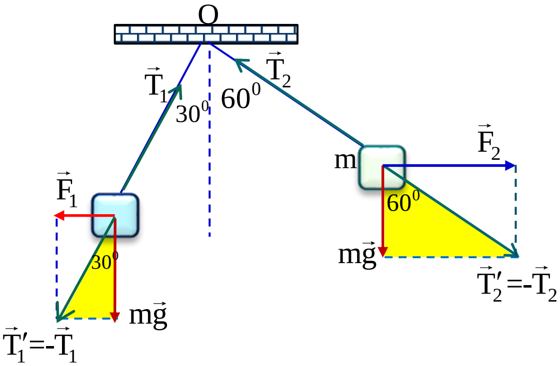
α. $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{1}{3}$ **β.** $\dfrac{F_1}{F_2} = 3$ **γ.** $\dfrac{F_1}{F_2} = \sqrt{3}$

Δίνονται: εφ30°$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ και εφ60° $= \sqrt{3}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο σχήμα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα. Επειδή κάθε σώμα ισορροπεί η συνισταμένη των δύο είναι αντίθετη της τρίτης δύναμης- όπως έχουν σχεδιασθεί στο σχήμα.



Από τα γραμμοσκιασμένα τρίγωνα έχουμε :

$$\varepsilon\varphi 30^0 = \frac{F_1}{mg} \Rightarrow$$

$$F_1 = mg \cdot \varepsilon\varphi 30^0 \ (1)$$

$$\varepsilon\varphi 60^0 = \frac{F_2}{mg} \Rightarrow$$

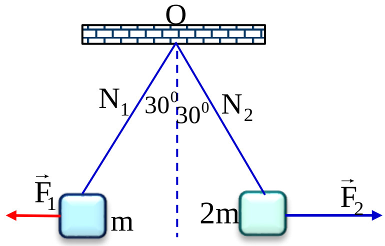
$$F_2 = mg \cdot \varepsilon\varphi 60^0 \ (2)$$

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε $\frac{F_1}{F_2} = \frac{mg \cdot \varepsilon\varphi 30^0}{mg \cdot \varepsilon\varphi 60^0} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{\sqrt{3}/3}{\sqrt{3}} \Rightarrow$

$\frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3}$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

Σχόλιο: Μπορούμε να αναλύσουμε τις δυνάμεις κάθε σώματος σε δύο κάθετους άξονες, να γράψουμε τις εξισώσεις ισορροπίας και από αυτές να αναζητήσουμε τον λόγο F_1/F_2.

2.17(2ο-13615-Β2) Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, με μάζες m=1kg και 2m αντίστοιχα ισορροπούν δεμένα στα ελεύθερα άκρα δύο ιδανικών νημάτων N_1 και N_2, τα άλλα άκρα των οποίων είναι δεμένα ακλόνητα σε σημείο Ο, με την επίδραση δύο οριζόντιων, σταθερών δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως στο σχήμα. Τα νήματα N_1 και N_2 σχηματίζουν με την κατακόρυφο γωνία 30°. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 ισχύει

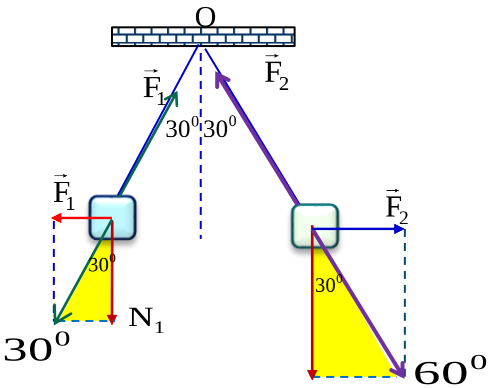


α. $\frac{F_1}{F_2}=\frac{1}{2}$, **β.** $\frac{F_1}{F_2}=2$, **γ.** $\frac{F_1}{F_2}=\sqrt{2}$.Δίνονται: εφ30° = $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο σχήμα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα. Επειδή κάθε σώμα ισορροπεί η συνισταμένη των δύο είναι αντίθετη της τρίτης δύναμης- όπως έχουν σχεδιασθεί στο σχήμα.



Από τα γραμμοσκιασμένα τρίγωνα έχουμε : $εφ30^0=\frac{F_1}{mg} \Rightarrow$

$F_1 = mg \cdot εφ30^0$ (1)

$εφ30^0=\frac{F_2}{2mg} \Rightarrow F_2 = 2mg \cdot εφ30^0$

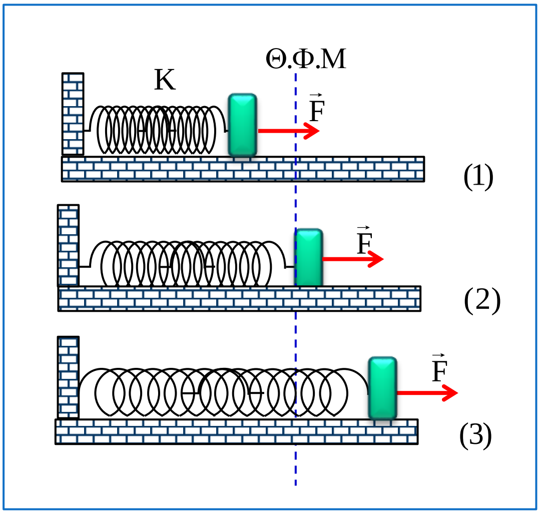
(2)

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε $\frac{F_1}{F_2}=\frac{mg\cdot εφ30^0}{2mg\cdot εφ30^0} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{F_1}{F_2}=\frac{1}{2}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

Σχόλιο: Μπορούμε να αναλύσουμε τις δυνάμεις κάθε σώματος σε δύο κάθετους άξονες, να γράψουμε τις εξισώσεις ισορροπίας και από αυτές να αναζητήσουμε τον λόγο F_1/F_2.

2.18(2ο-13657-Β1) Στην εικόνα παρουσιάζεται ένα ελατήριο που στην ελεύθερη άκρη του υπάρχει σώμα μικρής μάζας m. Το ελατήριο ταλαντώνεται οριζοντίως σε λείο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή (1) απεικονίζεται το ελατήριο συσπειρωμένο, στη (2) βρίσκεται στο φυσικό του μήκος και στην (3) είναι επιμηκυμένο. Και στα τρία πιθανά στιγμιότυπα, στην άκρη του, έχει σχεδιαστεί μόνο η πιθανή δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα. Η δύναμη του ελατηρίου έχει σχεδιαστεί σωστά στο:



α. Στιγμιότυπο 1
β. Στιγμιότυπο 2
γ. Στιγμιότυπο 3

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Ένα παραμορφωμένο ελατήριο, δηλαδή ελατήριο με μήκος διαφορετικό κατά $\Delta\ell$ από το φυσικό μήκος, ασκεί σε σώμα που είναι δεμένο στο άκρο αυτού ασκεί δύναμη $\vec{F}$ που έχει μέτρο $F=K\ \Delta\ell$, διεύθυνση αυτή του άξονα του ελατηρίου και φορά πάντοτε ώστε να θέλει να επανέλθει στο φυσικό του μήκος.

1ο σχήμα: Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο και ασκεί απωστική δύναμη στο σώμα (προς τα δεξιά) και προς την θέση που το άκρο να έλθει στο φυσικό μήκος .
(1) -Η δύναμη είναι **σωστά** σχεδιασμένη.

2ο σχήμα: Το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και δεν ασκεί δύναμη.
(2) - Η δύναμη είναι **λάθος** σχεδιασμένη.

3ο σχήμα: Το ελατήριο έχει επιμήκυνση και ασκεί ελκτική δύναμη στο σώμα (προς τα αριστερά) και προς την θέση που το άκρο να έλθει στο φυσικό μήκος .
(3) - Η δύναμη είναι **λάθος** σχεδιασμένη.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

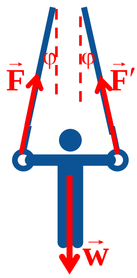
2.19 (2ο-14223-Β2) Αθλητής βάρους $\vec{w}$, της ενόργανης γυμναστικής στο αγώνισμα των κρίκων, στέκεται στον αέρα εντελώς ακίνητος. Τα χέρια του πιάνουν τους δύο κρίκους ασήμαντου βάρους και είναι στην ίδια οριζόντια ευθεία. Τα νήματα των δύο κρίκων σχηματίζουν με την κατακόρυφη διεύθυνση την ίδια γωνία φ, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα και ασκούν στα χέρια του, δυνάμεις $\vec{F}$ και $\vec{F}'$, ίσου μέτρου (F=F′). Για τη γωνία φ δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί **συνφ=0,6** και **ημφ=0,8**. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_α$, την οποία ασκεί το κάθε χέρι του αθλητή στον αντίστοιχο κρίκο είναι:

α. $F_α = w$ **β.** $F_α = \frac{5w}{6}$ **γ.** $F_α = \frac{w}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους άξονες τον οριζόντιο x′x και κατακόρυφο y′y και επειδή υπάρχει ισορροπία: $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow$ Fημφ=F′ημφ $\Rightarrow$ F=F′ (1).



$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$ Fσυνφ+F′συνφ=W $\xrightarrow{(1)}$ 2Fσυνφ=W $\Rightarrow$

$$F = \frac{W}{2συνφ} \xrightarrow{(S.I)} F = \frac{W}{2\cdot 0{,}6} \Rightarrow F = \frac{W}{1{,}2} = \frac{10W}{12} \Rightarrow$$

$\mathbf{F = \frac{5W}{6}}$. Αυτή τη δύναμη ασκεί ο κρίκος στο χέρι , άρα και το χέρι ασκεί στον κρίκο δύναμη ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς $\mathbf{F_α = \frac{5W}{6}}$.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

1ο Σχόλιο: Η εκφώνηση αρχικά έδινε **συνφ=0,8** και **ημφ=0,6 δεδομένα που δεν οδηγούν σε κανένα σωστό αποτέλεσμα.** Με ίδια επιλογή διορθώθηκαν σε **συνφ=0,6** και **ημφ=0,8 για ένα υπάρχει ως σωστή μια από τις δεδομένες επιλογές!**

2ο Σχόλιο: Η εκφώνηση δίνει ως δεδομένο F=F′, που όπως φαίνεται από τη σχέση (1) είναι συμπέρασμα από τα δεδομένα και όχι μια υπόθεση.

2.20(2ο-14837-Β1) Διαστημικό σκάφος προσεγγίζει την επιφάνεια της σελήνης. Είναι γνωστό ότι η Σελήνη δεν έχει ατμόσφαιρα. Θεωρούμε ότι στο σκάφος ασκείται σταθερή βαρυτική δύναμη από τη σελήνη (το σεληνιακό βάρος) ενώ οι βαρυτικές δυνάμεις που ασκούνται από άλλα ουράνια σώματα θεωρούνται αμελητέες.

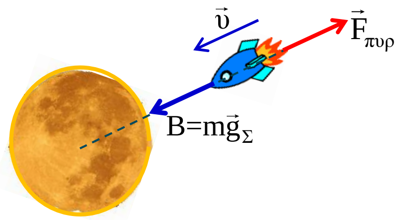
Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή: Προκειμένου το σκάφος να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, οι αστροναύτες ενεργοποιούν βοηθητικούς πυραύλους, οι οποίοι ασκούν στο σκάφος πρόσθετη δύναμη. Αυτή, σε σύγκριση με το βάρος του σκάφους έχει:

α. το ίδιο μέτρο και την ίδια κατεύθυνση,

β. το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση,

γ. διπλάσιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση .

Απάντηση



Στο σχήμα φαίνεται το διαστημικό σκάφος που κινείται σε διεύθυνση ακτινική προς την σελήνη με σταθερή ταχύτητα. Οι ασκούμενες στο διαστημικό σκάφος δυνάμεις είναι το βάρος του ως προς την σελήνη $\vec{B}=m\vec{g}_Σ$ και η δύναμη από του βοηθητικούς πυραύλους του $\vec{F}_{πυρ}$

Επειδή υ=σταθερή, σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton οι ασκούμενες δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν, $Σ\vec{F}=0 \Rightarrow \vec{B}+\vec{F}_{πυρ}=0 \Rightarrow \vec{B}=-\vec{F}_{πυρ}$, δηλαδή είναι αντίθετες , έχουν το ίδιο μέτρο και αντίθετη κατεύθυνση.

Άρα σωστή η πρόταση (β)

2.21(2ο-14838-Β1) Σώμα Α είναι ακίνητο. Από τη χρονική στιγμή t=0s ασκούνται σε αυτό μόνο δυο δυνάμεις ίσων μέτρων και αντίθετων κατευθύνσεων.

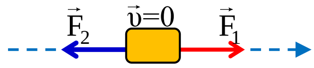
Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Το σώμα Α:

α. παραμένει ακίνητο

β. κινείται ευθύγραμμα και ομαλά

γ. κινείται με σταθερή επιτάχυνση
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Α π ά ν τ η σ η



Στο σχήμα φαίνεται ένα σώμα και οι ασκούμενε σε αυτό δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που είναι αντίθετες (έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις) , οπότε έχουν μηδενική συνισταμένης $\Sigma\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2 \xrightarrow{\vec{F}_1=-\vec{F}_2} \Sigma F=F_1-F_2=0$

Επειδή $\Sigma F=0$ το σώμα ισορροπεί και συνεχίζει να έχει κατάσταση που είχε (ακινησία ή σταθερή ταχύτητας) όταν τη $t_0=0$ ασκήθηκαν οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$. Το σώμα την $t_0=0$ ήταν ακίνητο και συνεπώς παραμένει ακίνητο.

Άρα σωστή η πρόταση (α)

2.22(2ο-14842-Β1) Σε μια μικρή σφαίρα ασκούνται δυο δυνάμεις με μέτρα 80N και 60N. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Αν η συνισταμένη των δυνάμεων έχει μέτρο 100N τότε τα διανύσματα των δυνάμεων σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία

α. 0^0 **β.** 90^0 **γ.** 180^0

Α π ά ν τ η σ η

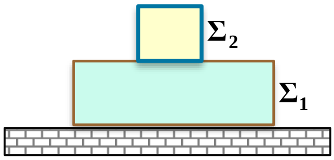
Η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}$ των δυνάμεων $F_1=80N$ και $F_2=60N$ που σχηματίζουν γωνία φ δίνεται από την σχέση $\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow (\Sigma F)^2=F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\sigma\upsilon\nu\varphi$

$\xrightarrow{S.I} 100^2=80^2+60^2+2\cdot 80\cdot 60\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi=0 \Rightarrow \varphi=90^0$

Άρα σωστή η πρόταση (β)

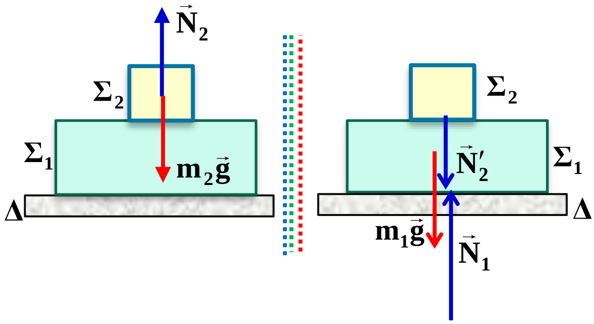
Β.2 3ος Νόμος Newton (Δράση -Αντίδραση)

2.23(2ο-8002-Β1) Θεωρούμε **το** σύστημα των δυο ακίνητων κουτιών $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος πάνω σε οριζόντιο επίπεδο.



α. Να αντιγράψετε το σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε σε κάθε κουτί ξεχωριστά τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό. Για καθεμιά δύναμη να προσδιορίσετε το σώμα που ασκεί τη δύναμη.
β. Να προσδιορίσετε ποιες από τις δυνάμεις που σχεδιάσατε είναι δυνάμεις από επαφή και ποιες δυνάμεις από απόσταση.
γ. Να προσδιορίσετε ποιες από τις δυνάμεις που σχεδιάσατε αποτελούν ζεύγος δράση - αντίδραση.

Απάντηση



α. Δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα $Σ_2$: το βάρος του $m_2\vec{g}$ από το γήινο βαρυτικό πεδίο (έλξη από την Γη) και η δύναμη στήριξης $\vec{N}_2$ από το σώμα $Σ_1$. Επειδή δε το σώμα $Σ_2$ ισορροπεί θα ισχύει $ΣF_y=0 \Rightarrow$

$$N_2\text{-}m_2g=0 \Rightarrow N_2=m_2g \ (1)$$

Δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα $Σ_1$: το βάρος του $m_1\vec{g}$ από το γήινο βαρυτικό πεδίο (έλξη από την Γη) , η δύναμη στήριξης $\vec{N}_1$ από το δάπεδο Δ και η δύναμη επαφής $\vec{N}'_2$ από το σώμα $Σ_1$. Επειδή δε το σώμα $Σ_1$ ισορροπεί θα ισχύει $ΣF_y=0 \Rightarrow$

$$N_1\text{-}N'_2\text{-}m_1g=0 \Rightarrow N_1=N'_2+m_1g \xrightarrow{(1)} N_1=m_2g+m_1g$$

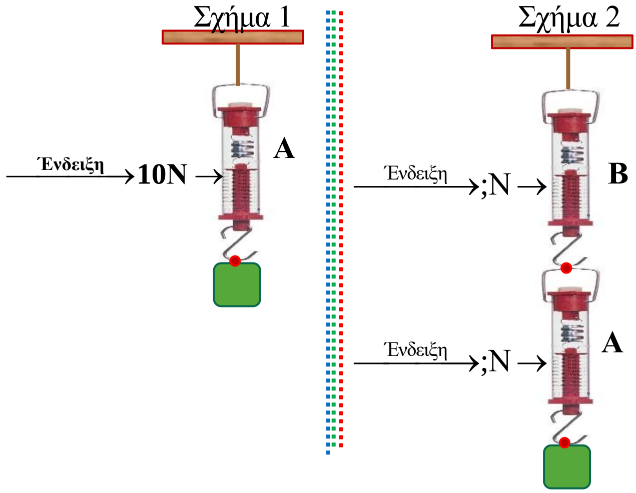
β. Δυνάμεις επαφής: Στο $Σ_2$ είναι η δύναμη στήριξης $\vec{N}_2$ και στο $Σ_1$ η δύναμη στήριξης $\vec{N}_1$ και την δύναμη επαφής $\vec{N}'_2$ που δέχεται από το σώμα $Σ_1$.

γ. Οι δυνάμεις που έχουν σχέση δράσης - αντίδρασης είναι η $\vec{N}_2$ και η $\vec{N}'_2$.

Αναλυτική παρουσίαση για την τοποθέτηση δυνάμεων σε ένα σώμα είναι στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 264-270**

2.24 (2ο-8003-Β1) Το βάρος ενός σώματος μετρήθηκε με τη βοήθεια του δυναμόμετρου Α και βρέθηκε ίσο με 10N (Σχήμα 1).

Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο ίδια δυναμόμετρα (το Α και το Β) κρεμάμε το σώμα όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



Αν θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα τότε οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

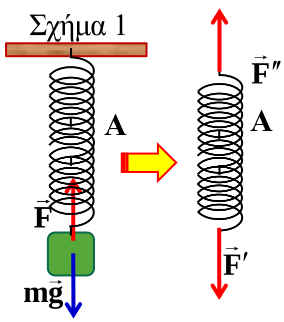
α. δυναμόμετρο Α: 5 Ν, δυναμόμετρο Β: 10 Ν

β. δυναμόμετρο Α: 5 Ν, δυναμόμετρο Β: 5 Ν

γ. δυναμόμετρο Α: 10 Ν, δυναμόμετρο Β: 10 Ν

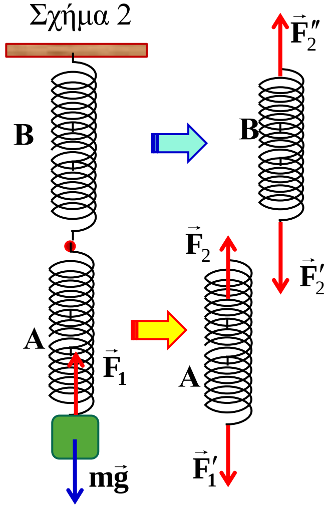
Απάντηση

Το δυναμόμετρο μετράει την δύναμη που δέχεται το ελατήριό του και το παραμορφώνει. Στο σχήμα (1) στο σώμα ασκούνται το βάρος του $m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το δυναμόμετρο- ελατήριο Α. Επειδή το σώμα ισορροπεί έχουμε $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F\text{-}mg=0 \Rightarrow F=mg \Rightarrow F=10N$ (1). Αφού το ελατήριο ασκεί στο σώμα την $\vec{F}$ και το σώμα ασκεί στο ελατήριο την $\vec{F}'=-\vec{F}$ (δράση -αντίδραση) και κατά μέτρο $F'=F=10N$. Αυτή τη δύναμη $F'=10N$ που τείνει το ελατήριο Α, αυτή μετράει-δείχνει το δυναμόμετρο Α.



Στο σχήμα (2) στο σώμα ασκούνται το βάρος του $m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{F}_1$ από το δυναμόμετρο- ελατήριο Α. Επειδή το σώμα ισορροπεί έχουμε $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_1\text{-}mg=0 \Rightarrow F_1=mg \Rightarrow F_1=10N$ (1). Αφού το ελατήριο ασκεί στο σώμα την $\vec{F}_1$ και το σώμα ασκεί στο ελατήριο την $\vec{F}_1' = -\vec{F}_1$ (δράση - αντίδραση) και κατά μέτρο $F_1' = F_1 = 10N$. Αυτή τη δύναμη $F_1' = 10N$ που τείνει το ελατήριο Α, αυτή μετράει -δείχνει το δυναμόμετρο Α και στη δεύτερη περίπτωση.

Σχήμα 2



Το αβαρές ελατήριο Α δέχεται την $\vec{F}_1'$ από το σώμα και την $\vec{F}_2$ από το ελατήριο Β και επειδή ισορροπεί θα έχουμε $\Sigma F_y = 0$

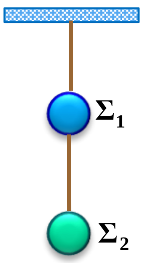
$\Rightarrow F_2 - F_1' = 0 \Rightarrow F_2 = F_1' \Rightarrow F_2 = 10N$ (2).

Αφού το ελατήριο Β ασκεί στο ελατήριο Α την $\vec{F}_2$ και το Α θα ασκεί στο Β την $\vec{F}_2' = -\vec{F}_2$ (δράση -αντίδραση) και κατά μέτρο $F_2' = F_2 = 10N$. Αυτή τη δύναμη $F_2' = 10N$ που τείνει το ελατήριο Β, αυτή μετράει -δείχνει το δυναμόμετρο Β στη δεύτερη περίπτωση.

Άρα σωστή η πρόταση γ.

Περισσότερα για το δυναμόμετρο και την μέτρηση δύναμης στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 143 και 148-153**

2.25 (2ο-8017-Β1) Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1, Σ_2 έχουν βάρη B_1 και B_2 αντίστοιχα και κρέμονται ακίνητες με τη βοήθεια λεπτών νημάτων αμελητέας μάζας από την οροφή, όπως παριστάνεται στο σχήμα.



α. Να μεταφέρετε το διπλανό σχήμα στο γραπτό σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στις σφαίρες Σ_1 και Σ_2.

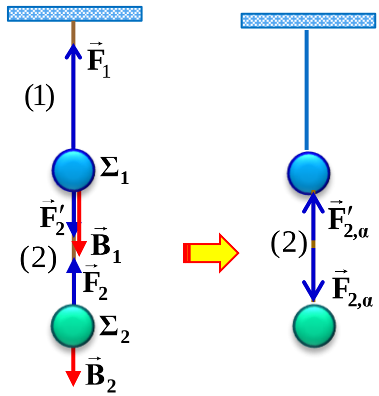
β. Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που σχεδιάσατε, σε συνάρτηση με τα βάρη B_1 και B_2 των δύο σφαιρών.

Απάντηση

α. Οι δυνάμεις στο σώμα Σ2 είναι το βάρος του $\vec{B}_2$ και η δύναμη $\vec{F}_2$ από το νήμα (2), ενώ στο σώμα Σ1 ασκούνται το βάρος του $\vec{B}_1$, η δύναμη $\vec{F}_2'$ από το νήμα (2) και η δύναμη $\vec{F}_1$ από το νήμα (1).

β. Επειδή το Σ2 ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_2-B_2=0 \Rightarrow F_2=B_2$ (1).

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο νήμα (2) είναι:



- η $\vec{F}_{2,\alpha}$ από το σώμα Σ2 και είναι η αντίδραση της $\vec{F}_2$, άρα $\vec{F}_{2,\alpha}=-\vec{F}_2$ και κατά μέτρο $F_{2,\alpha}=F_2$ (2)
- η $\vec{F}_{2,\alpha}'$ από το σώμα Σ1 και είναι η αντίδραση της $\vec{F}_2'$, άρα $\vec{F}_{2,\alpha}'=-\vec{F}_2'$ και κατά μέτρο $F_{2,\alpha}'=F_2'$ (3)

Επειδή το νήμα (2) ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_{2,\alpha}'-F_{2,\alpha}=0 \Rightarrow F_{2,\alpha}'=F_{2,\alpha} \xrightarrow{2,3} F_2'=F_2$ (4)

Επειδή το Σ1 ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_1-F_2'-B_1=0 \Rightarrow F_1=F_2'+B_1 \xrightarrow{4} F_1=F_2+B_1$

$\xrightarrow{1} F_1=B_2+B_1$.

Συμπερασματικά: Δυνάμεις στο Σ2: [B_2, $F_2=B_2$]

Δυνάμεις στο Σ1: B_1, $F_2'=B_2$, $F_1=B_1+B_2$

2.26 (2ο-8029-Β1) Πίθηκος με μάζα 40Kg κρέμεται από το κλαδί ενός δένδρου. Αν η επιτάχυνση τα βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$ τότε η δύναμη που ασκεί ο πίθηκος στο κλαδί έχει μέτρο

α. 0 N **β.** 400 N **γ.** 800 N

Απάντηση

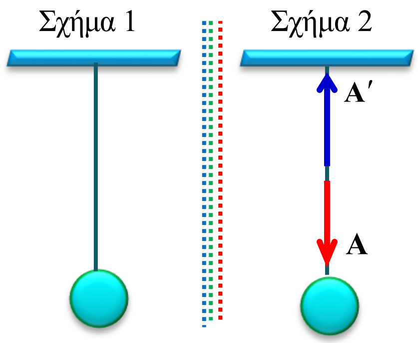
Οι δυνάμεις που ασκούνται στον πίθηκο είναι το βάρος του $\vec{B}=m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το κλαδί του δένδρου και επειδή αυτός ισορροπεί θα ισχύει $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F-B=0$

$\Rightarrow F=B=mg \xrightarrow{S.I} F=400N$ (1).

Αφού το κλαδί ασκεί στον πίθηκο την δύναμη $\vec{F}$ και ο πίθηκος ασκεί στο κλαδί μια δύναμη $\vec{F}'$ που είναι η αντίδραση της $\vec{F}$ και προφανώς $\vec{F}'=-\vec{F}$ και κατά μέτρο $F'=F$

$\xrightarrow{(1)} F'=400N$. **Άρα σωστή η πρόταση β**.

2.27 (2ο-8050-Β1) Ένα μικρό σώμα κρέμεται μέσω σχοινιού που θεωρείται αβαρές από το ταβάνι (σχήμα 1). Ένας μαθητής σχεδιάζει σωστά τις δυνάμεις που ασκούνται στο σκοινί (σχήμα 2) και κάνει τον εξής συλλογισμό: «Σύμφωνα με τον 3ο Νόμο του Νεύτωνα, οι δυνάμεις Α και Α΄ είναι αντίθετες».



α. ο συλλογισμός του μαθητή είναι σωστός

β. ο συλλογισμός του μαθητή είναι λάθος

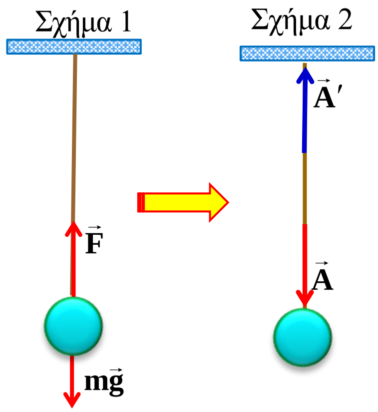
γ. δεν έχει επαρκή στοιχεία για να συγκρίνει τις δυνάμεις

Απάντηση

α. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ είναι το βάρος του $m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το νήμα και επειδή ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow$ $F-mg=0 \Rightarrow F=mg$ (1).

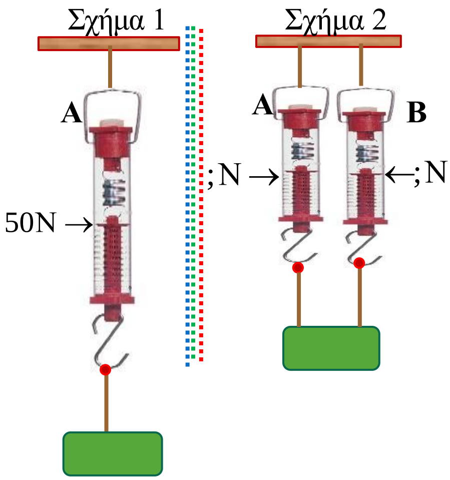
Οι δυνάμεις που ασκούνται στο νήμα είναι:

- η $\vec{A}$ από το σώμα Σ που είναι η αντίδραση της $\vec{F}$, άρα $\vec{F}=-\vec{A}$ και κατά μέτρο $F=A$ (2)
- η $\vec{A}'$ από την οροφή εξάρτησης του νήματος και επειδή το νήμα ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow \vec{A}'+\vec{A}=0 \Rightarrow \vec{A}'=-\vec{A}$.



Δηλαδή οι δυνάμεις $\vec{A}$ και $\vec{A}'$ που ασκούνται στο νήμα **είναι αντίθετες** (έχουν αντίθετη κατεύθυνση και ίσα μέτρα $A'=A$) **αλλά λόγω της ισορροπίας του νήματος** και **όχι ως δράση – αντίδραση**. Η $\vec{A}$ είναι αντίδραση της $\vec{F}$, ενώ η αντίδραση της $\vec{A}'$ είναι μια άλλη αντίθετη αυτής δύναμη που ασκείται από το νήμα στην οροφή. Άρα ο συλλογισμός του μαθητή είναι λανθασμένος και **σωστή η πρόταση β**.

2.28 (2ο-12004 -Β1) Το βάρος του σώματος, με τη βοήθεια του δυναμόμετρου Α, βρέθηκε ίσο με 50Ν (σχήμα 1). Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας δύο δυναμόμετρα (το Α και ένα ίδιο δυναμόμετρο Β) κρεμάμε το σώμα όπως στο σχήμα 2.



Οι τιμές των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

(α) Δυναμόμετρο Α: 50 Ν
Δυναμόμετρο Β: 100 Ν

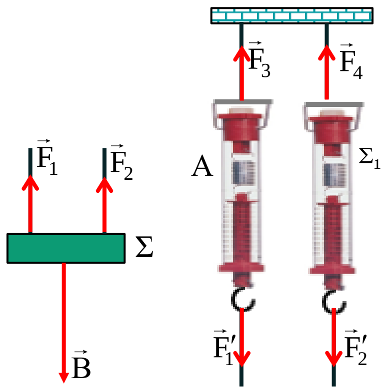
(β) Δυναμόμετρο Α: 50 Ν
Δυναμόμετρο Β: 50 Ν

(γ) Δυναμόμετρο Α: 25 Ν
Δυναμόμετρο Β: 25 Ν

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.
Να θεωρήσετε ότι τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα.

Απάντηση

Για το σχήμα (2) έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα Σ, δυναμόμετρο Α και δυναμόμετρο Β.



Σώμα Σ: Δυνάμεις το βάρος Β=50Ν και οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ από το πάνω νήμα.

Δυναμόμετρο Α: Η δύναμη $\vec{F}_1'$ από το κάτω νήμα και η δύναμη $\vec{F}_3$ από το πάνω νήμα. Η δύναμη $\vec{F}_1'$ που έχει μέτρο $F_1' = F_1$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Α και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,A}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_1' = -\vec{F}_{\varepsilon\lambda,A} =$ ή $F_1' = F_{\varepsilon\lambda,A}$.

Δυναμόμετρο Β: Η δύναμη $\vec{F}_2'$ από το κάτω νήμα και η δύναμη $\vec{F}_4$ από το πάνω νήμα.

Η δύναμη $\vec{F}_2'$ που έχει μέτρο $F_2' = F_2$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Β και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda,A}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_2' = -\vec{F}_{\varepsilon\lambda,B}$ ή $F_1' = F_{\varepsilon\lambda,B}$

Σχόλιο: Τα ελατήρια των δυναμομέτρων είναι όμοια (ίδιο φυσικό μήκος και ίδια σταθερά Κ) και τα κάτω άκρα τους είναι στην ίδια οριζόντια θέση πριν κρεμάσουμε τα σώμα Σ_1 και Σ_2 , τότε μετά το κρέμασμα και ισορροπία των σωμάτων και επειδή το Σ_2 είναι σε οριζόντια θέση από τη γεωμετρία του σχήματος φαίνεται ότι τα ελατήρια έχουν υποστεί την ίδια παραμόρφωση $\Delta\ell$ και θα ασκούν δυνάμεις $F_{\varepsilon\lambda,A} = F_{\varepsilon\lambda,B} = K \cdot \Delta\ell$

Με βάση τώρα τις προηγούμενες σχέσεις θα έχουμε ίσα μέτρα δυνάμεων $F_1 = F_2 = F_1' = F_2' = F_{\varepsilon\lambda,A} = F_{\varepsilon\lambda,B}$.

Επειδή το Σ ισορροπεί $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_1 + F_2 - B = 0 \xrightarrow{F_1 = F_2 = F} F + F - 50N = 0 \Rightarrow F = 25N$

Η ένδειξη του δυναμομέτρου Α είναι $F_{\varepsilon\lambda,A} = F_1 = F = 25N$, όπως και του δυναμομέτρου Β είναι $F_{\varepsilon\lambda,A} = F_2 = F = 25N$

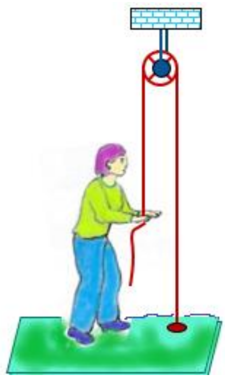
Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ).**

Άρα σωστή η πρόταση γ.

Δείτε και την ανάλυση στην ερώτηση **2.4 (2ο -8003-Β.1)** της τράπεζας θεμάτων/ Α΄ Λυκείου

Περισσότερα για το δυναμόμετρο και την μέτρηση δύναμης στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 143 και 148-153**

2.29(2ο-13269-Β1) Η κοπέλα της εικόνας έχει βάρος $\vec{w}_1$, μέτρου w_1=600N και ισορροπεί, στον αέρα, πατώντας σε κινητό δάπεδο. Το κινητό δάπεδο έχει βάρος $\vec{w}_2$, μέτρου w_2=100N.



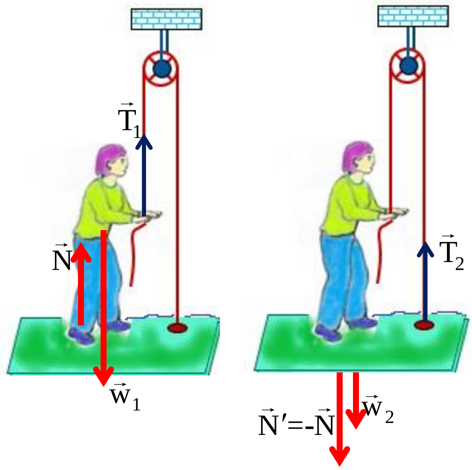
Η τάση του νήματος $\vec{T}$ έχει μέτρο:

α. T=700N **β.** T=600N

γ. T=100N **δ.** T=350N

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση



Στα σχήματα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στην κοπέλα και το κινητό δάπεδο.

Κοπέλα: Ασκούνται το βάρος της $\vec{w}_1$, η δύναμη από το νήμα $\vec{T}_1$ και η δύναμη $\vec{N}$ από το δάπεδο. Επειδή δε η κοπέλα ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_1+N-w_1=0$ (1).

Κινητό δάπεδο: Ασκούνται το βάρος του $\vec{w}_2$, η δύναμη από το νήμα $\vec{T}_2$ και η δύναμη $\vec{N}'$ από την κοπέλα που είναι η αντίδραση της $\vec{N}$, οπότε $\vec{N}'=-\vec{N}$. Επειδή το δάπεδο ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$T_2-N'-w_2=0 \Rightarrow T_2-N-w_2=0$ (2).

Επειδή το νήμα ασκεί δυνάμεις με ίσα μέτρα στα σώματα με τα οποία είναι δεμένο $T_1=T_2=T$ (βλ. σχόλια).

Προσθέτοντας τις (1) και (2) έχουμε $T_1+T_2-w_1-w_2=0 \Rightarrow 2T=w_1+w_2 \Rightarrow$

$$T=\frac{w_1+w_2}{2} \xrightarrow{S.I} T=350N$$

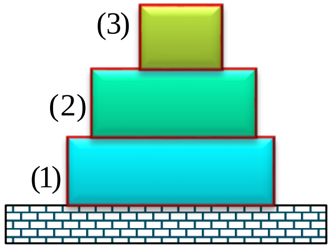
Προσοχή: Η λύση που δίνεται από το ΙΕΠ όπως τουλάχιστον ήταν στην αρχική ανάρτηση είναι λανθασμένη. **Η επιλογή δ είναι ίδια πρόσθετη επιλογή ώστε να υπάρχει και σωστή απάντηση**

Σχόλιο: Για τις δυνάμεις που ασκεί ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 269-271,275-276

Σχόλιο: Εδώ έπρεπε να δίνεται ότι το νήμα ασκεί ίσες δυνάμεις στην κοπέλα και το κινητό δάπεδο. Ακόμη και να δίνονταν ότι οι μάζες και οι διαστάσεις των τροχαλιών είναι ασήμαντες οι μαθητές της Α΄ Λυκείου δεν μπορούν να το αξιοποιήσουν.

Σχόλιο: Τελικά η άσκηση διαγράφηκε από το ΙΕΠ, αλλά εδώ αφήνεται ως άσκηση κατανόησης του 3ου νόμου του Newton και της τοποθέτησης δυνάμεων σε σώματα ενός που συστήματος που είναι σε επαφή.

2.30(2ο-13514-Β2) Τα κιβώτια (1), (2) και (3) ισορροπούν επάνω σε ένα οριζόντιο ακίνητο δάπεδο, τοποθετημένα το ένα επάνω στο άλλο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα βάρη των τριών κιβωτίων έχουν μέτρα αντίστοιχα: w_1= 60N, w_2=50 N, w_3=40N.



Το κιβώτιο (2):

α. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη μέτρου F_{12}=50N με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ολ}$=20N.

β. Δέχεται από το κιβώτιο (1) δύναμη F_{12} =90N με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ολ}$=0 N.

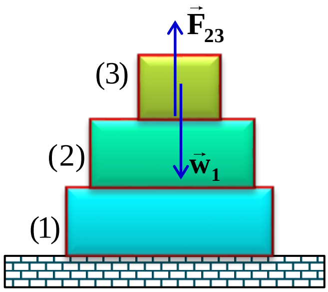
γ. Ασκεί στο το κιβώτιο (3) δύναμη F_{23}=50N με φορά προς τα επάνω και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σ' αυτό είναι $F_{ολ}$=0 N.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

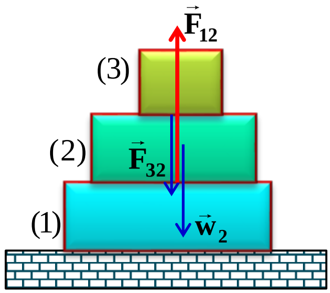
Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (3) και φαίνονται σημειωμένες στο σχήμα, είναι το βάρος του w_3=40N και η δύναμη $\vec{F}_{23}$ από το σώμα (2). Επειδή το σώμα (3) ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow$

$F_{23}-w_3=0 \Rightarrow F_{23}=w_3=40N$.



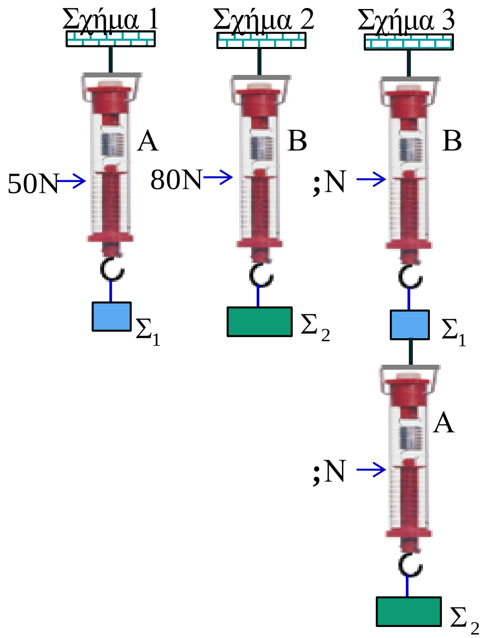
Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα (2) και φαίνονται σημειωμένες στο δεύτερο σχήμα, είναι το βάρος του w_2=50N , η δύναμη $\vec{F}_{12}$ από το σώμα (1) και η δύναμη $\vec{F}_{32}$ από το σώμα (3) που είναι η αντίδραση της $\vec{F}_{23}$ και ισχύει $\vec{F}_{32}=-\vec{F}_{23}$. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{32}$ είναι $F_{32}=F_{23}=40N$. Επειδή το σώμα (2) ισορροπεί έχουμε $\Sigma F_{ολ}=0$ και επειδή όλες οι ασκούμενες σε αυτό δυνάμεις είναι στον ίδιο άξονα y΄y: $\Sigma F_y=0 \Rightarrow F_{12}-F_{32}-w_2=0 \Rightarrow$

$F_{12}=F_{32}+w_2 \Rightarrow F_{12}=90N$



Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

2.31(2ο-13543-Β2) Τα βάρη των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50N και 80N αντίστοιχα. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

α. Δυναμόμετρο Α: 80N,
Δυναμόμετρο Β: 130N

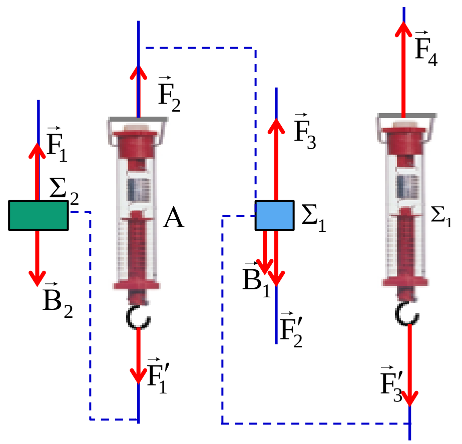
β. Δυναμόμετρο Α: 50N,
Δυναμόμετρο Β: 80N

γ. Δυναμόμετρο Α: 50N,
Δυναμόμετρο Β: 130N

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

\Για το σχήμα 3 έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώμα $Σ_2$, δυναμόμετρο Α, σώμα $Σ_1$ και δυναμόμετρο Β.



Σώμα $Σ_2$: Δυνάμεις το βάρος B_2=80N και η δύναμη $\vec{F}_1$ από το νήμα, επειδή δε ισορροπεί $F_1=B_2 \Rightarrow F_1=80N$.

Δυναμόμετρο Α: Η δύναμη $\vec{F}_1'$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F_1'=F_1=80N$ και η δύναμη $\vec{F}_2$ από το πάνω νήμα.

(Κάθε τεντωμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα που τείνεται ασκεί στα σώμα που είναι δεμένα στα άκρα του ελκτικές δυνάμεις που είναι αντίθετες – έχουν ίσα μέτρα).

Επειδή το δυναμόμετρο ισορροπεί $F_2 = F_1' = 80N$

Η δύναμη $\vec{F}_1'$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Α και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{ελ,A}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_{ελ,A} = -\vec{F}_1'$ ή $\mathbf{F_{ελ,A} = F_1' = 80N}$ **που είναι και η ένδειξη του δυναμομέτρου Α**

Σώμα $Σ_1$: Δυνάμεις το βάρος $B_1=50N$, η δύναμη $\vec{F}_2'$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F_2' = F_2 = 80N$ και η $\vec{F}_3$ από το πάνω νήμα. Επειδή ισορροπεί $ΣF_y = 0$ $F_3 = F_2' + B_1$ $\Rightarrow F_3=130N$.

Δυναμόμετρο Β: Η δύναμη $\vec{F}_3'$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F_3' = F_3 = 130N$ και η δύναμη $\vec{F}_4$ από το πάνω νήμα.

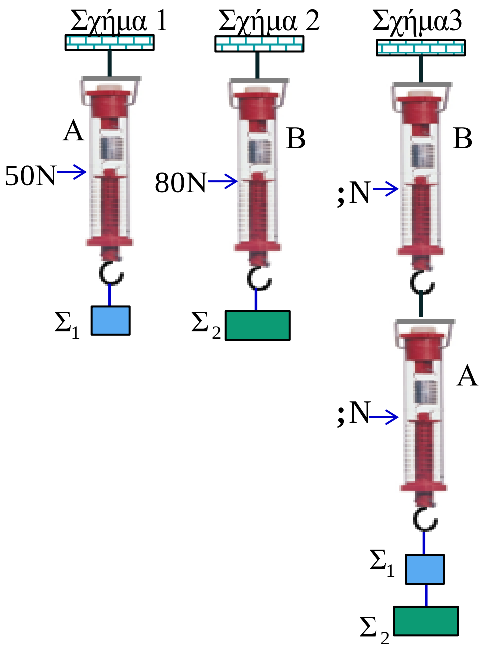
Η δύναμη $\vec{F}_3'$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Β και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{ελ,B}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_{ελ,\ BA} = -\vec{F}_3'$ ή $\mathbf{F_{ελ,B} = F_3' = 130N}$ **που είναι και η ένδειξη του δυναμομέτρου Β**

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

Σχόλιο: Για τις δυνάμεις που ασκεί ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 269-271,275-276

Σχόλιο: Περισσότερα για την δύναμη που μετράει το δυναμόμετρο δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης §5.3 , 5.6, 5.6.3 και 5.6.4**

2.32(2ο-13544-Β1) Τα βάρη των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50Ν και 80Ν αντίστοιχα. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα.



Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

α. Δυναμόμετρο Α: 80Ν,
Δυναμόμετρο Β: 130Ν

β. Δυναμόμετρο Α: 50Ν,
Δυναμόμετρο Β: 130Ν

γ. Δυναμόμετρο Α: 130Ν,
Δυναμόμετρο Β: 130Ν

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Για το σχήμα 3 έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δυναμόμετρο Α και δυναμόμετρο Β.

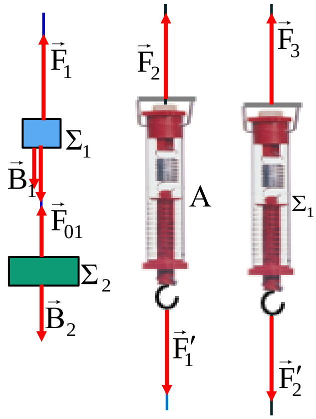
Σώμα $Σ_2$: Δυνάμεις το βάρος B_2=80Ν και η δύναμη $\vec{F}_{01}$ από το νήμα, επειδή δε ισορροπεί $F_{01}=B_2 \Rightarrow F_{01}=80N$.

Σώμα $Σ_1$: Δυνάμεις το βάρος B_1=50Ν, η δύναμη $\vec{F}'_{01}$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F'_{01}=F_{01}=80N$ και η $\vec{F}_1$ από το πάνω νήμα. Επειδή ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow$ $F_1=F'_{01}+B_1 \Rightarrow F_1=130N$.

Δυναμόμετρο Α: Η δύναμη $\vec{F}'_1$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F'_1=F_1=130N$ και η δύναμη $\vec{F}_2$ από το πάνω νήμα.

(Κάθε τεντωμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα που τείνεται ασκεί στα σώματα που είναι δεμένα στα άκρα του ελκτικές δυνάμεις που είναι αντίθετες – έχουν ίσα μέτρα).
Επειδή το δυναμόμετρο ισορροπεί $F_2=F'_1=130N$

Η δύναμη $\vec{F}_1'$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Α και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{ελ,Α}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_{ελ,Α}=-\vec{F}_1'$ ή $\mathbf{F_{ελ,Α}=F_1'=130N}$ **που είναι και η ένδειξη του δυναμομέτρου Α**



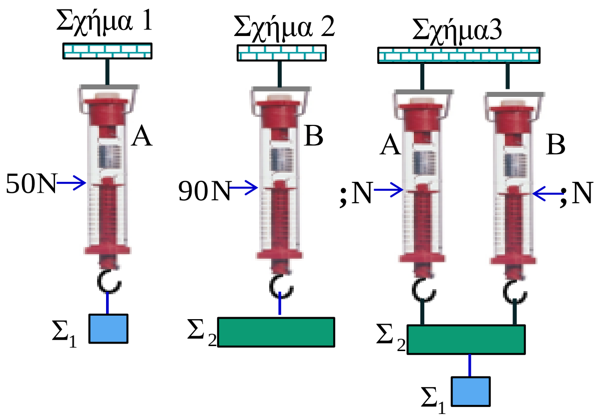
Δυναμόμετρο Β: Η δύναμη $\vec{F}_2'$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F_2'=F_2=130N$ και η δύναμη $\vec{F}_4$ από το πάνω νήμα.

Η δύναμη $\vec{F}_2'$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Β και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{ελ,Β}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_{ελ,ΒΑ}=-\vec{F}_2'$ ή $\mathbf{F_{ελ,Β}=F_2'=130N}$ **που είναι και η ένδειξη του δυναμομέτρου Β**

Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ).**

(*) Δείτε τα σχόλια της προηγούμενης ερώτησης 13543-Β2

2.33(2ο-13545-Β1) Τα βάρη των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$, με τη βοήθεια των δυναμόμετρων Α και Β, βρέθηκαν ίσα με 50N και 90N αντίστοιχα. Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας τα δύο δυναμόμετρα Α και Β κρεμάμε τα σώματα όπως στο τρίτο σχήμα. Αν τα βάρη των δυναμόμετρων και των νημάτων είναι αμελητέα, οι ενδείξεις των δυναμόμετρων Α και Β είναι:

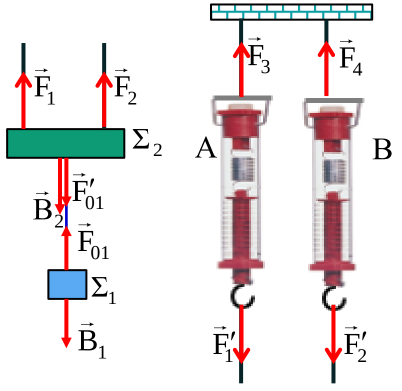


α. Δυναμόμετρο Α: 50N, Δυναμόμετρο Β: 90N
β. Δυναμόμετρο Α: 70N, Δυναμόμετρο Β: 70N
γ. Δυναμόμετρο Α: 90N, Δυναμόμετρο Β: 50N

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Για το σχήμα 3 έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δυναμόμετρο Α και δυναμόμετρο Β.



Σώμα $Σ_1$: Δυνάμεις το βάρος B_1=50N και η δύναμη $\vec{F}_{01}$ από το νήμα, επειδή δε ισορροπεί $F_{01}=B_1 \Rightarrow F_{01}=50N$.

Σώμα $Σ_2$: Δυνάμεις το βάρος B_2=90N, η δύναμη $\vec{F}'_{01}$ από το κάτω νήμα που έχει μέτρο $F'_{01}=F_{01}=50N$ και οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ από το πάνω νήμα.

Δυναμόμετρο Α: Η δύναμη $\vec{F}'_1$ από το κάτω νήμα και η δύναμη $\vec{F}_3$ από το πάνω νήμα. Η δύναμη $\vec{F}'_1$ που έχει μέτρο $F'_1=F_1$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Α και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{ελ,Α}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}'_1=-\vec{F}_{ελ,Α}=$ ή $F'_1=F_{ελ,Α}$.

Δυναμόμετρο Β: Η δύναμη $\vec{F}_2'$ από το κάτω νήμα και η δύναμη $\vec{F}_4$ από το πάνω νήμα.

Η δύναμη $\vec{F}_2'$ που έχει μέτρο $F_2' = F_2$ είναι αυτή που παραμορφώνει το ελατήριο του δυναμομέτρου Β και εδώ ισούται κατά μέτρο με την δύναμη του παραμορφωμένου ελατηρίου $\vec{F}_{ελ,Α}$ που καθορίζει την ένδειξη του δυναμομέτρου $\vec{F}_2' = -\vec{F}_{ελ,Β}$ ή $F_1' = F_{ελ,Β}$

Σχόλιο: Αν τα ελατήρια των δυναμομέτρων είναι όμοια (ίδιο φυσικό μήκος και ίδια σταθερά Κ) και τα κάτω άκρα τους είναι στην ίδια οριζόντια θέση πριν κρεμάσουμε τα σώμα $Σ_1$ και $Σ_2$, τότε μετά το κρέμασμα και ισορροπία των σωμάτων και επειδή το $Σ_2$ είναι σε οριζόντια θέση από τη γεωμετρία του σχήματος φαίνεται ότι τα ελατήρια έχουν υποστεί την ίδια παραμόρφωση $Δ\ell$ και θα ασκούν δυνάμεις $F_{ελ,Α} = F_{ελ,Β} = K \cdot Δ\ell$

Με βάση τώρα τις προηγούμενες σχέσεις θα έχουμε ίσα μέτρα δυνάμεων $F_1 = F_2 = F_1' = F_2' = F_{ελ,Α} = F_{ελ,Β}$.

Επειδή το $Σ_2$ ισορροπεί $Σ\vec{F}=0 \Rightarrow F_1 + F_2 - B_2 - F_{01}' = 0 \xrightarrow{F_1=F_2=F} F+F-90N-50N=0 \Rightarrow$ $F=70N$

Η ένδειξη του δυναμομέτρου Α είναι $F_{ελ,Α} = F_1' = F = 70N$, όπως και του δυναμομέτρου Β είναι $F_{ελ,Α} = F_2' = F = 70N$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

Σχόλιο: Μπορούμε να αντιμετωπίσουμε το θέμα και χωρίς τις παραδοχές του προηγούμενου σχολίου, αλλά πρέπει να θεωρήσουμε το $Σ_2$ ομογενές και τα ελατήρια δεμένα σε συμμετρικές θέσεις γύρω από το μέσον του. Αυτό όμως ξεφεύγει από τις γνώσεις της Α΄ Λυκείου.

Σχόλιο: Συμπερασματικά στο θέμα αυτό έπρεπε να δίνεται ότι τα δυναμόμετρα έχουν ίδιες ενδείξεις ή να δίνονται η προϋποθέσεις του πρώτου σχολίου.

(*) Δείτε και τα σχόλια της προηγούμενης ερώτησης 13543-Β2

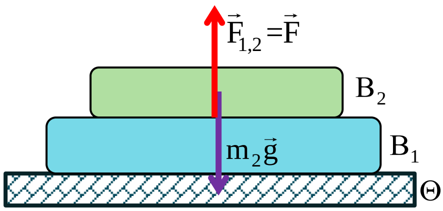
2.34(2ο-13770-Β1) Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο βιβλία B_1 και B_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1=2m_2$. Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ. Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο (B_1) στο βιβλίο (B_2) έχει μέτρο F, τότε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο (Θ), στο βιβλίο (B_1) είναι:

α. F, **β.** 2F, **γ.** 3F

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα βιβλία B_2 και B_1.

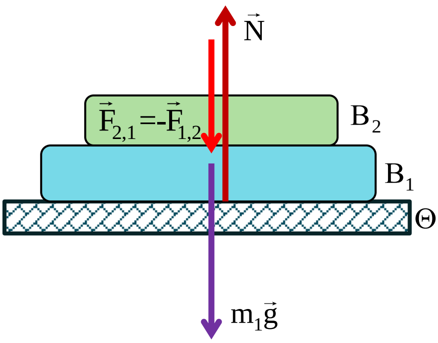


Βιβλίο B_2: Ασκούνται το βάρος του βιβλίου $m_2\vec{g}$,η δύναμη $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}$ από το βιβλίο B_1. Επειδή δε το βιβλίο ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_{1,2}=m_2g \xrightarrow{F_{1,2}=F} F=m_2g$ (1).

Βιβλίο B_1: Ασκούνται το βάρος του βιβλίου $m_1\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}_{2,1}$ από το βιβλίο B_2 και η δύναμη $\vec{N}$ από το θρανίο. Επειδή $\vec{F}_{2,1}$ και $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}$ έχουν σχέση δράσης αντίδρασης θα είναι $\vec{F}_{2,1}=-\vec{F}_{1,2} \xrightarrow{(1)} F_{2,1}=F$ (2) και επειδή το βιβλίο ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$N=F_{2,1}+m_1g \xrightarrow{F_{2,1}=F,\ m_1=2m_2}$

$N=F+2m_2g \xrightarrow{(1)} \mathbf{N=3F}$.



Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ).**

2.35(2ο-13773-Β2) Στο παραπάνω σχήμα (Ι) απεικονίζονται δύο βιβλία B_1 και B_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Τα βιβλία ισορροπούν πάνω σε ένα σχολικό θρανίο Θ. Αν η δύναμη που ασκεί το βιβλίο (B_1) στο βιβλίο (B_2) έχει μέτρο F, και το

μέτρο της δύναμης που ασκεί το θρανίο (Θ), στο βιβλίο (B_1) είναι 3F για το λόγο των μαζών m_1 και m_2, ισχύει:

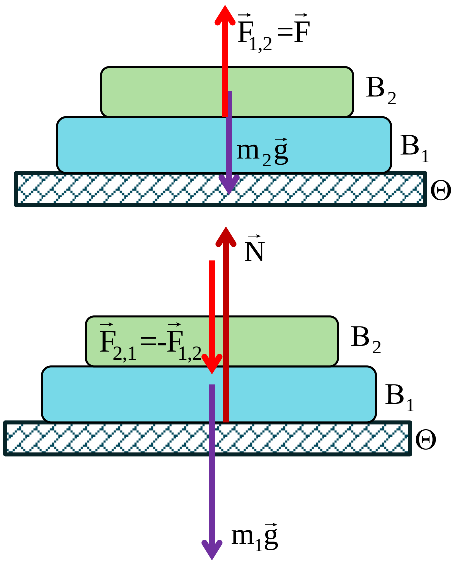
α. $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{1}{1}$, **β.** $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{2}{1}$, **γ.** $\dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{1}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα βιβλία B_2 και B_1.

Βιβλίο B_2: Ασκούνται το βάρος του βιβλίου $m_2\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}$ από το βιβλίο B_1. Επειδή δε το βιβλίο ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_{1,2}=m_2g \xrightarrow{F_{1,2}=F} F=m_2g$ (1).



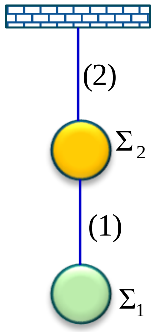
Βιβλίο B_1: Ασκούνται το βάρος του βιβλίου $m_1\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}_{2,1}$ από το βιβλίο B_2 και η δύναμη $\vec{N}$ από το θρανίο. Επειδή $\vec{F}_{2,1}$ και $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}$ έχουν σχέση δράσης αντίδρασης θα είναι $\vec{F}_{2,1}=-\vec{F}_{1,2} \xrightarrow{(1)} F_{2,1}=F$ (2) και επειδή το βιβλίο ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$N=F_{2,1}+m_1g \xrightarrow{F_{2,1}=F} N=F+m_1g \Rightarrow$

$$3F=F+m_1g \Rightarrow m_1g=2F \xrightarrow{(1)} m_1g=2m_2g \Rightarrow \frac{m_1}{m_2}=\frac{2}{1}$$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β).**

2.36(2ο-13777-Β2) Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες που ισορροπούν με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο Σ_2 και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της τάσης $\vec{T}_1$ που ασκεί το νήμα (1) στο Σ_1, και της τάσης $\vec{T}_2$ που ασκεί το νήμα (2) στο Σ_2 είναι:

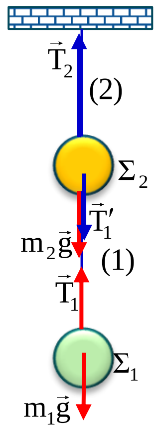


α. $T_2=2T_1$ **β.** $T_2=T_1$ **γ.** $T_1=2T_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Σ_1 και Σ_2



Σώμα Σ_1: Ασκούνται το βάρος του $m_1\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{T}_1$ του νήματος (1). Επειδή το σώμα ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow T_1=m_1g$ (1).

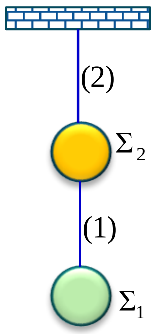
Σώμα Σ_2: Ασκούνται το βάρος του $m_2\vec{g}$, η δύναμη $\vec{T}_1'$ από το νήμα (1) και η δύναμη $\vec{T}_2$ από το νήμα (2). Επειδή το σώμα ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow T_2\text{-}T_1'\text{-}m_2g=0 \Rightarrow T_2=T_1'+m_2g=0$ (2).

Κάθε τεντωμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα που τείνεται ασκεί στα σώματα που είναι δεμένα στα άκρα του ελκτικές δυνάμεις που είναι αντίθετες – έχουν ίσα μέτρα , άρα $T_1'=T_1 \xrightarrow{(2)}$

$T_2=T_1+m_2g=0 \xrightarrow{(1)} T_2=m_1g+m_2g \xrightarrow{m_1=m_2} T_2=2m_1g$ (3)

Από (1) και (3) φαίνεται ότι $T_2=2T_1$.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**



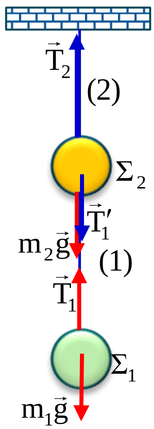
2.37(2ο-13778-Β2) Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1 = 2m_2$. Τα σώματα ισορροπούν ακίνητα με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων. Το νήμα (1) συνδέει μεταξύ τους τα σώματα, ενώ το νήμα (2) έχει το ένα άκρο του προσδεμένο στο Σ_2 και το άλλο άκρο του είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Ο λόγος των μέτρων της τάσης $\vec{T}_1$ που ασκεί το νήμα (1) στο Σ_1, και της τάσης $\vec{T}_2$ που ασκεί το νήμα (2) στο Σ_2 είναι:

α. $\frac{T_1}{T_2}=\frac{3}{2}$ **β.** $\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{2}$ **γ.** $\frac{T_1}{T_2}=\frac{2}{3}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Σ_1 και Σ_2



Σώμα Σ_1: Ασκούνται το βάρος του $m_1\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{T}_1$ του νήματος (1). Επειδή το σώμα ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_1=m_1g$ (1).

Σώμα Σ_2: Ασκούνται το βάρος του $m_2\vec{g}$, η δύναμη $\vec{T}_1'$ από το νήμα (1) και η δύναμη $\vec{T}_2$ από το νήμα (2). Επειδή το σώμα ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_2-T_1'-m_2g=0 \Rightarrow T_2=T_1'+m_2g=0$ (2).

Κάθε τεντωμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα που τείνεται ασκεί στα σώματα που είναι δεμένα στα άκρα του ελκτικές δυνάμεις που είναι αντίθετες – έχουν ίσα μέτρα , άρα $T_1'=T_1 \xrightarrow{(2)}$

$T_2=T_1+m_2g=0 \xrightarrow{(1)} T_2=m_1g+m_2g \xrightarrow{m_2=m_1/2}$

$$T_2=m_1g+\frac{m_1}{2}g=\frac{3m_1g}{2} \quad (3)$$

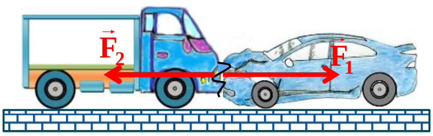
Από (1) και (3) με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε $\frac{T_1}{T_2}=\frac{m_1g}{3m_1g/2} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2}=\frac{2}{3}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ).**

2.38(2ο-14845-Β1) Ένα φορτηγό και ένα επιβατηγό ΙΧ αυτοκίνητο συγκρούονται μετωπικά. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο ΙΧ αυτοκίνητο συγκριτικά με αυτό της δύναμης που ασκείται στο φορτηγό είναι:

α. ίδιο **β.** μικρότερο **β.** μεγαλύτερο

Απάντηση

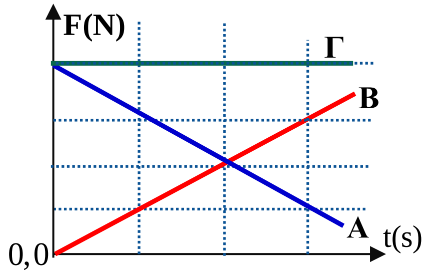


Η δύναμη $\vec{F}_1$ που ασκεί το φορτηγό στο ΙΧ και η δύναμη $\vec{F}_2$ που ασκεί το ΙΧ στο φορτηγό έχουν σχέση δράσης- αντίδρασης και σύμφωνα με τον 3^o νόμο Newton είναι αντίθετες, έχουν ίσα μέτρα και αντίρροπες κατευθύνσεις.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α).**

Β.3 2ος Νόμος Newton (Δυναμική) -Τριβή

2.39(2ο-7970-Β2) Κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και η τιμή της ταχύτητας του μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $\upsilon = 5t$ (S.I). Στη διπλανή εικόνα παριστάνονται τρία διαγράμματα, τα Α, Β και Γ, που το καθένα μπορεί παριστάνει την τιμή της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο. Το διάγραμμα που παριστάνει σωστά την τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο είναι το:



α. Α **β.** Γ **γ.** Β

Απάντηση

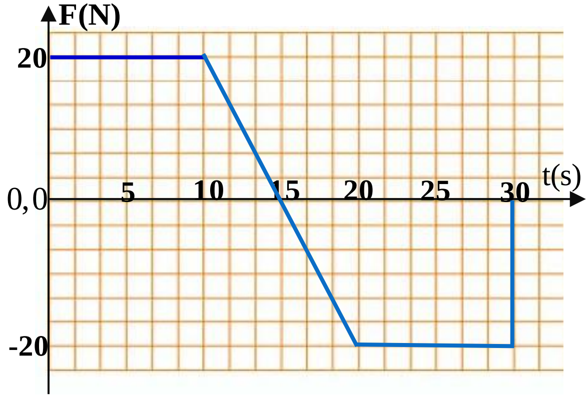
Επειδή η χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = 5t$ (S.I.) είναι της μορφής $\boldsymbol{\upsilon = \alpha t}$ (S.I.) το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχοντας σταθερή επιτάχυνση **α=5m/s²**.

Άλλωστε $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\dfrac{\upsilon_2-\upsilon_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \alpha=\dfrac{5t_2-5t_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \alpha=5m/s^2$ σταθερή και ανεξάρτητη του χρόνου.

Έτσι η ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη σύμφωνα με τον 2ο νόμο Newton είναι $\Sigma F=m\alpha$ και επειδή α=σταθερή θα είναι και ΣF=σταθερή . Από τα διαγράμματα σταθερή χρονικά δύναμη αποδίδει μόνο το διάγραμμα Γ.

Άρα σωστή η πρόταση β.

2.40(2ο-7971-Β2) Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα.



Το κιβώτιο αποκτά τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή:

α. t=10s **β.** t=15s **γ.** t=30s

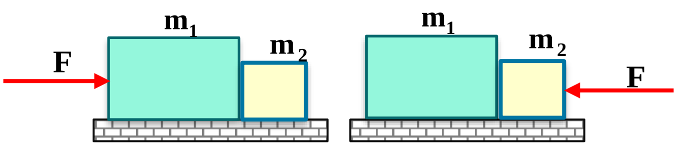
Απάντηση

Επειδή το επίπεδο είναι λείο η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο είναι μόνο η δύναμη $\vec{F}$, $\Sigma\vec{F}=\vec{F}$. Από το διάγραμμα F(t) και τον 2ο νόμο Newton ΣF=mα συμπεραίνουμε ότι,

- από **0s έως 10s** η συνισταμένη δύναμη και η επιτάχυνση έχουν σταθερές τιμές, η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη και **η ταχύτητα αυξάνεται** γραμμικά με το χρόνο, επειδή δε $υ_0=0$ το σώμα κινείται στην κατεύθυνση της δύναμης προς τα θετικά (υ>0).
- από **10s έως 15s** το μέτρο της συνισταμένης δύναμης όπως και της επιτάχυνσης μειώνεται, αλλά είναι ομόρροπες της ταχύτητας (υ>0, ΣF>0, α>0) και έτσι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη με μειούμενη επιτάχυνση. Η κίνηση είναι προς τα θετικά με τη την ταχύτητα να **συνεχίζει να αυξάνεται** αλλά με μειούμενο ρυθμό.
- Μετά τη στιγμή **t= 15s και ενώ η ταχύτητα είναι θετική** η αλγεβρική τιμή της δύναμης και της επιτάχυνσης γίνεται αρνητική (είναι αντίρροπες με την ταχύτητα) και η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη με το μέτρο της ταχύτητας να μειώνεται. Άρα το μέτρο της ταχύτητας γίνεται μέγιστο **τη χρονική στιγμή t=15s** που η κίνηση από επιταχυνόμενη γίνεται επιβραδυνόμενη (… η δύναμη F αλλάζει φορά …) **Άρα σωστή η πρόταση β**.

Σχόλιο. Κανονικά πρέπει σε αυτές τις ασκήσεις να ελέγχεται που μηδενίζεται η ταχύτητα … και αν η F συνεχίζει να υπάρχει, αντιστρέφεται η φορά της κίνησης και αυτή γίνεται επιταχυνόμενη με το μέτρο της ταχύτητας να αυξάνεται και πάλι ….και ίσως γίνει μεγαλύτερο από όσο ήταν την t=15s. Εδώ πάντως δεν συμβαίνει αυτό.

2.41 (2ο-7978-Β2) Δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 για τις οποίες ισχύει $m_1 > m_2$ βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και είναι σε επαφή μεταξύ τους.



Σχήμα (α) Σχήμα (β)

Μπορούμε να μετακινήσουμε τα σώματα, εφαρμόζοντας οριζόντια δύναμη ίσου μέτρου F, είτε στο σώμα m_1 με φορά προς τα δεξιά, όπως φαίνεται στο σχήμα (α), είτε στο σώμα m_2 με φορά προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα (β).

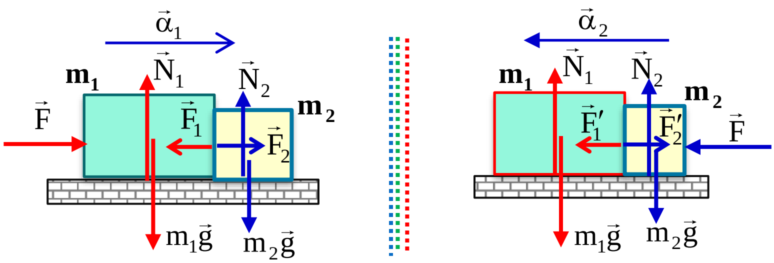
Για το μέτρο της δύναμης που ασκεί το ένα κιβώτιο στο άλλο ισχύει:

α. είναι ίσο με μηδέν και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις,

β. είναι μεγαλύτερο στην περίπτωση που η δύναμη ασκείται στο m_1 προς τα δεξιά (σχήμα α),

γ. είναι μεγαλύτερο στην περίπτωση που η δύναμη ασκείται στο m_2 προς τα αριστερά (σχήμα β).

Απάντηση



Σχήμα (α) Σχήμα (β)

Στα δύο σχήματα έχουν σημειωθεί όλες οι ασκούμενες σε αυτά δυνάμεις (με κόκκινο χρώμα για m_1 και με μπλε για το m_2) .

Στο σχήμα (α) το σώμα μάζας m_1 δέχεται την F_1 από το m_2 και ασκεί σε αυτό την F_2 Οι δύο αυτές δυνάμεις έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και είναι αντίθετες $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ και κατά μέτρο ίσες $F_1 = F_2$ (1). Επίσης στο σχήμα (β) οι δυνάμεις $\vec{F}_1'$, $\vec{F}_2'$ που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και είναι αντίθετες $\vec{F}_1' = -\vec{F}_2'$ και κατά μέτρο ίσες $F_1' = F_2'$ (2).

Σε κάθε περίπτωση και για τον άξονα κίνησης γράφουμε τον 2ο νόμο Newton για το σύστημα

1ο σχήμα: $\Sigma\vec{F}=(m_1+m_2)\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F\text{-}F_1+F_2=(m_1+m_2)\alpha_1 \xrightarrow{(1)} F=(m_1+m_2)\alpha_1 \Rightarrow$

$$\alpha_1=\frac{F}{m_1+m_2} \quad (3)$$

2ο σχήμα: $\Sigma\vec{F}=(m_1+m_2)\vec{\alpha}_2 \Rightarrow F\text{-}F_1'+F_2'=(m_1+m_2)\alpha_2 \xrightarrow{(2)} F=(m_1+m_2)\alpha_2 \Rightarrow$

$$\alpha_2=\frac{F}{m_1+m_2} \quad (4)$$

Στο 1ο σχήμα και για τον άξονα κίνησης **γράφουμε** τον **2ο νόμο Newton** για το πιο **«απλό» σώμα** μάζας m2: $\Sigma\vec{F}=m_2\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F_2=m_2\alpha_1 \xrightarrow{(3)} F_2=m_2\frac{F}{m_1+m_2} \Rightarrow$

$$F_2=F\frac{m_2}{m_1+m_2} \xrightarrow{(1)} F_1=F\frac{m_2}{m_1+m_2} \quad (5).$$

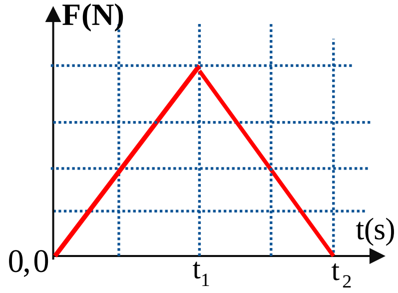
Στο 2ο σχήμα και για τον άξονα κίνησης **γράφουμε** τον **2ο νόμο Newton** για το πιο **«απλό» σώμα** μάζας m1: $\Sigma\vec{F}=m_1\vec{\alpha}_2 \Rightarrow F_1'=m_1\alpha_2 \xrightarrow{(4)} F_1'=m_1\frac{F}{m_1+m_2} \Rightarrow$

$$F_1'=F\frac{m_1}{m_1+m_2} (6).$$

Επειδή $m_1>m_2 \xrightarrow{(5,6)} F_1'>F_1$. **Άρα σωστή η πρόταση γ.**

Περισσότερα για την εφαρμογή του 2ου νόμου Newton σε σύστημα σωμάτων στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 273, 309-313, 320-322**

2.42(2ο-7986-Β2) Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t= 0s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια (συνισταμένη) δύναμη $\vec{F}$ η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα στη διπλανή εικόνα.



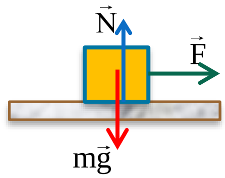
Το κιβώτιο κινείται με:

α τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_1

β. τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_2

γ. τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_1 και τη μέγιστη κατά μέτρο ταχύτητα τη χρονική στιγμή t_2.

Απάντηση



Επειδή το σώμα αρχικά είναι ακίνητο κινείται στη κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης, που εδώ λόγω του λείου δαπέδου ταυτίζεται με την F.

Επειδή η δύναμη στο χρονικό διάστημα $[0, t_2]$ **δεν αλλάζει φορά** και είναι συνεχώς ομόρροπη της κίνησης, το σώμα **συνεχώς επιταχύνεται** και η ταχύτητά του συνεχώς αυξάνεται (*) και **η μέγιστη ταχύτητα θα είναι στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης**, δηλαδή τη χρονική στιγμή t_2.

Σύμφωνα με το 2ο νόμο Newton η επιτάχυνση είναι **ανάλογη** της συνισταμένης δύναμης, **επομένως το σώμα αποκτά τη μέγιστη κατά μέτρο επιτάχυνση όταν μεγιστοποιείται η δύναμη**, δηλαδή τη χρονική στιγμή t_1.

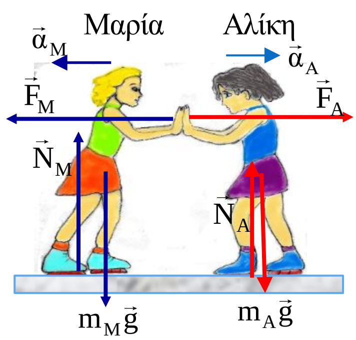
Άρα ***σωστή η πρόταση γ***.

(*) Στο χρονικό διάστημα $[0, t_1]$ η δύναμη και επιτάχυνση αυξάνονται και η ταχύτητα αυξάνεται με αυξανόμενο ρυθμό. Στο χρονικό διάστημα $[t_1, t_2]$ η δύναμη και επιτάχυνση μειώνονται (αλλά δεν αλλάζουν φορά παραμένουν ομόρροπες της κίνησης) , οπότε η κίνηση συνεχίζει να είναι επιταχυνόμενη με την ταχύτητα να αυξάνεται μέχρι την στιγμή t_2 αλλά με μειούμενο ρυθμό.

2.43 (2ο-7992-Β2) Η Μαρία και η Αλίκη μαθήτριες της Α΄ Λυκείου, στέκονται ακίνητες στη μέση ενός παγοδρομίου, φορώντας τα παγοπέδιλα τους και κοιτάζοντας η μία την άλλη. Η Μαρία έχει μεγαλύτερη μάζα από την Αλίκη. Κάποια χρονική στιγμή σπρώχνει η μία την άλλη με αποτέλεσμα να αρχίσουν να κινούνται πάνω στον πάγο. Αν τα μέτρα των επιταχύνσεων που αποκτούν η Μαρία και η Αλίκη, αμέσως μετά την ώθηση που δίνει η μία στην άλλη, είναι α_M και α_A αντίστοιχα τότε ισχύει:

α. $\alpha_M = \alpha_N$ **β.** $\alpha_M > \alpha_N$ **γ.** $\alpha_M < \alpha_N$

Απάντηση



Σχεδιάζουμε τις ασκούμενες σε κάθε μαθήτρια δυνάμεις με τις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_M$ που δέχεται η Αλίκη από την Μαρία και αντιστρόφως η Μαρία από την Αλίκη να έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και να είναι αντίθετες $\vec{F}_A = -\vec{F}_M$ με ίσα μέτρα $F_A = F_M$ (1).

Στον οριζόντιο άξονα οι ανωτέρω δυνάμεις είναι και οι μοναδικές, οπότε εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο Newton για κάθε μαθήτρια έχουμε ,

Μαρία $\vec{\alpha}_M = \dfrac{\Sigma\vec{F}_M}{m_M} \Rightarrow \alpha_M = \dfrac{F_M}{m_M}$ (2)

Αλίκη $\vec{\alpha}_A = \dfrac{\Sigma\vec{F}_A}{m_A} \Rightarrow \alpha_A = \dfrac{F_A}{m_A}$ (3)

Από τις (2) και (3 με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε ,

$$\frac{\alpha_M}{\alpha_A} = \frac{F_M/m_M}{F_A/m_A} \xrightarrow{(1)} \frac{\alpha_M}{\alpha_A} = \frac{m_A}{m_M} \xrightarrow{m_A<m_M} \alpha_M < \alpha_A$$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

2.44(2ο-7993-Β1) Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης έχει μέτρο $g_Γ$=9,8m/s^2 ενώ στην επιφάνεια του Δία, $g_Δ$=25,9m/s^2. Οι παρακάτω δύο στήλες αναφέρονται στο μέτρο της ελκτικής βαρυτικής δύναμης που ασκεί ο πλανήτη Δίας σε έναν αστροναύτη, καθώς και στη μάζα του αστροναύτη, όταν βρίσκεται στην επιφάνεια του.
Α) Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

	Μέτρο της ελκτικής δύναμης που ασκεί ο πλανήτης Δίας στον αστροναύτη	Μάζα του αστροναύτη στον πλανήτη Δία
α	Μεγαλύτερο, σε σχέση αυτό της ελκτικής δύναμης που ασκείται στον αστροναύτη από τη Γη όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της.	Ίδια με αυτή στη Γη
β	Μεγαλύτερο, σε σχέση αυτό της ελκτικής δύναμης που ασκείται στον αστροναύτη από τη Γη όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της.	Μεγαλύτερη από τη μάζα του στη Γη
γ	Ίσο σε σχέση με αυτό της ελκτικής δύναμης που ασκείται στον αστροναύτη από τη Γη όταν βρίσκεται στην επιφάνεια της.	Ίδια με αυτή στη Γη

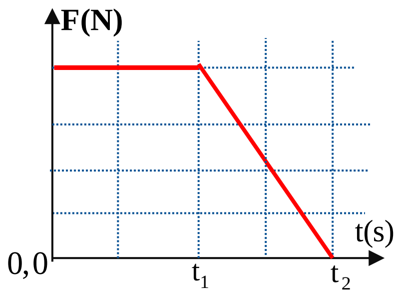
Απάντηση

Η **μάζα** του αστροναύτη είναι **ίδια σε κάθε περιοχή,** ενώ η ελκτική δύναμη που δέχεται από το βαρυτικό πεδίο δίνεται από τη σχέση B=mg και έτσι για τη Γη έχουμε $B_Γ = mg_Γ$ (1) και για το Δία $B_Δ = mg_Δ$ (2).

Με διαίρεση κατά μέλη των (1) και (2) έχουμε $\frac{B_Δ}{B_Γ} = \frac{mg_Δ}{mg_Γ} \Rightarrow \frac{B_Δ}{B_Γ} = \frac{g_Δ}{g_Γ} \xrightarrow{g_Δ > g_Γ}$

$B_Δ > B_Γ$ ***Άρα σωστή η πρόταση α.***

2.45(2ο-7999-Β2) Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή t= 0 να εφαρμόζεται μια οριζόντια δύναμη σταθερής κατεύθυνσης, το μέτρο της οποίας είναι σταθερό μέχρι τη στιγμή t_1. Στη συνέχεια το μέτρο της δύναμης μειώνεται μέχρι που μηδενίζεται τη χρονική στιγμή t_2, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



α. Μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 το κιβώτιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

β. Μέχρι την στιγμή t_1 το κιβώτιο εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και στην συνέχεια επιβραδυνόμενη κίνηση.

γ. Μετά από τον μηδενισμό της δύναμης το κιβώτιο συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα.

Απάντηση

Επειδή το επίπεδο είναι λείο η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο είναι μόνο η δύναμη $\vec{F}$, $\Sigma\vec{F}=\vec{F}$. Από το διάγραμμα F(t) και τον 2ο νόμο Newton $\Sigma F=m\alpha$ συμπεραίνουμε ότι,

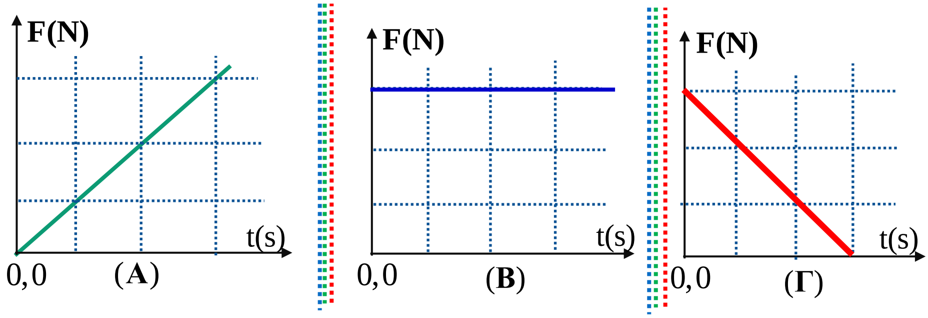
- από **0 έως t_1** η συνισταμένη δύναμη και η επιτάχυνση έχουν σταθερές τιμές, η κίνηση **είναι ομαλά επιταχυνόμενη** και **η ταχύτητα αυξάνεται** γραμμικά με το χρόνο και επειδή $\upsilon_0=0$ το σώμα να κινείται την κατεύθυνση της δύναμης προς τα θετικά.
- από **t_1 έως t_2** το μέτρο της συνισταμένη δύναμης μειώνεται όπως και το μέτρο της επιτάχυνσης, αλλά συνεχίζουν να είναι ομόρροπες της κίνησης ($\upsilon>0$, $\Sigma F>0$, $\alpha>0$) και συνεπώς η κίνηση **είναι επιταχυνόμενη** με μειούμενη επιτάχυνση. Η ταχύτητα **συνεχίζει να αυξάνεται** αλλά με μειούμενο ρυθμό.

Έτσι α- λανθασμένη (η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη) ,

β-λανθασμένη (η κίνηση είναι συνεχώς επιταχυνόμενη μέχρι την στιγμή t_2).

Μετά τη στιγμή t_2 η δύναμη F μηδενίζεται και στον άξονα κίνησης για το σώμα έχουμε $\Sigma F_x=0$, οπότε το σώμα συνεχίζει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα αυτή που έχει αποκτήσει την στιγμή t_2 . **Άρα η πρόταση γ είναι σωστή.**

2.46 (2ο-8000-Β1) Σε ένα κιβώτιο που αρχικά ήταν ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Το κιβώτιο κινείται πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα που αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο. Η γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης (F) που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο (t) παριστάνεται σωστά από το:



α. διάγραμμα (Α) **β.** διάγραμμα (Β) **γ.** διάγραμμα (Γ)

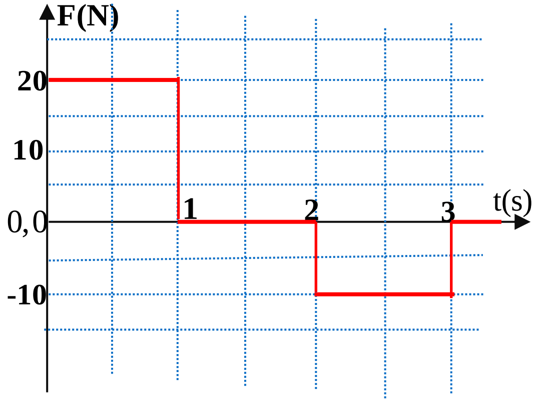
Απάντηση

Επειδή η ταχύτητα αυξάνεται από μηδενική τιμή ανάλογα με το χρόνο θα είναι της μορφής $\upsilon = \sigma\tau\alpha\theta \cdot t$ ή $\upsilon = \alpha \cdot t$, δηλαδή το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση α.

Έτσι από τον 2ο νόμο Newton για τον άξονα κίνησης έχουμε $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ και επειδή το σώμα κινείται σε λείο δάπεδο η $\vec{F}$ είναι η μοναδική δύναμη στον άξονα αυτό, οπότε $F = m\alpha$ και επειδή η επιτάχυνση είναι σταθερή θα είναι και F= σταθερή. Από τα διαγράμματα όμως σταθερή χρονικά δύναμη αποδίδει μόνο το διάγραμμα Β.

Άρα σωστή η πρόταση β.

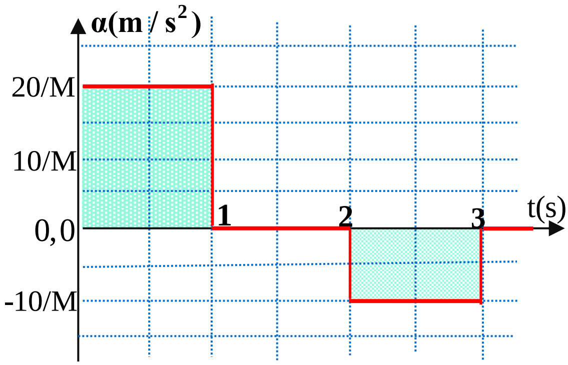
2.47(2ο-8004-Β2) Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x. Τη χρονική στιγμή t=3s, το κιβώτιο:



α. εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x.
β. ηρεμεί.
γ. κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα x.

Απάντηση

Επειδή το σώμα μάζας M κινείται σε λείο δάπεδο η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης ταυτίζεται με την δύναμη $\vec{F}$ δηλαδή ΣF=F, οπότε η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι $\alpha=\dfrac{F}{M}$.
Η γραφική παράσταση α(t) είναι ομοιόμορφη με την F(t) και αποδίδεται στο σχήμα.



Το εμβαδόν της α(t) και του άξονα των χρόνων δίνει τη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας. Έτσι για το χρονικό διάστημα $[0,3\text{s}]$ η μεταβολή της ταχύτητας ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.

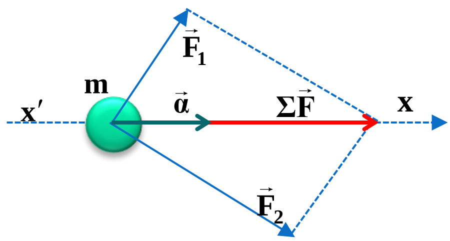
$$\Delta\upsilon=E=(1\text{-}0)\text{s}\left(\frac{20}{M}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)+0+(3\text{-}2)\text{s}\left(-\frac{10}{M}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)\Rightarrow$$

$\Delta\upsilon=\dfrac{10}{M}\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\Rightarrow\upsilon_3\text{-}\upsilon_0=\dfrac{10}{M}\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\xrightarrow{\upsilon_0=0}\upsilon_3=\dfrac{10}{M}\dfrac{\text{m}}{\text{s}}>0$ δηλαδή το κινητό κινείται προς τα θετικά του άξονα κίνησης. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

2.48 (2ο-8008-Β2) Μια μικρή σφαίρα μάζας m =2 kg κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση δυο μόνο δυνάμεων και σταθερής κατεύθυνσης. Οι δυνάμεις είναι συνεχώς κάθετες μεταξύ τους με μέτρα F_1=3N και F_2=4N.
Η σφαίρα κινείται με επιτάχυνση που έχει μέτρο ίσο με:
α. 3,5 m/s^2 **β.** 2,5 m/s^2 **γ.** 0,5 m/s^2

Απάντηση

Στο σχήμα φαίνεται η σφαίρα (έστω σε λείο οριζόντιο δάπεδο που την βλέπουμε από «πάνω») και οι ασκούμενες σε αυτή, κάθετες μεταξύ τους οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.



[Αν είμαστε μέσα σε βαρυτικό πεδίο υπάρχει και το βάρος της σφαίρας, όπως και η αντίδραση του δαπέδου, κάθετες στο οριζόντιο δάπεδο που εξουδετερώνονται μεταξύ τους και δεν φαίνονται στο σχήμα).

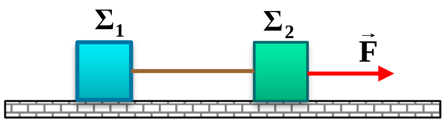
Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών είναι $\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \xrightarrow{S.I} \Sigma F=5N$ και το σώμα αποκτά επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ στην κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton $\alpha=\dfrac{\Sigma F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha=2{,}5m/s^2$.

Άρα σωστή η πρόταση β.

2.49 (2ο-8009-Β2) Κιβώτιο αρχίζει την t=0 να κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο και η τιμή της ταχύτητας δίδεται από τη σχέση υ=5t (SI).
Η τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο:
α. ελαττώνεται με το χρόνο
β. αυξάνεται με το χρόνο
γ. παραμένει σταθερή

Απάντηση

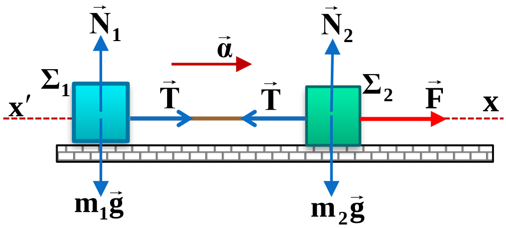
Επειδή η χρονική εξίσωση της ταχύτητας υ = 5t (S.I.) είναι της μορφής **υ =αt** το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση έχοντας **σταθερή** επιτάχυνση **α=5m/s^2.**
Έτσι η ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη σύμφωνα με τον 2ο νόμο Newton είναι $\Sigma F=ma \xrightarrow{\alpha=\text{σταθερή}} \Sigma F=$**σταθερή** . **Άρα σωστή η πρόταση γ.**



2.50(2ο-8010-Β2) Τα κιβώτια Σ_1 και Σ_2, του διπλανού σχήματος, έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, με $m_2=m_1$ και είναι δεμένα με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Τα κιβώτια σύρονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας σταθερής δύναμης $\vec{F}$ και μετακινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση α, ενώ το νήμα που τα συνδέει παραμένει συνεχώς τεντωμένο. Αν T είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο, τότε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι:

α. F = T **β.** F = 2T **γ.** F = 3T

Απάντηση



Κάθε ένα από τα δύο σώματα στον ίδιο χρόνο έχει ίσες μετατοπίσεις, άρα ίδια επιτάχυνση μεταβολής της ταχύτητας.

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για το σύστημα στον άξονα κινήσεως $\Sigma\vec{F}x=(m_1+m_2)\vec{\alpha} \Rightarrow$

$$F-T+T=(m_1+m_2)\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{F}{m_1+m_2} \quad (1).$$

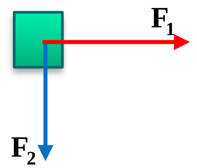
Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για το σώμα Σ_1 στον άξονα κινήσεως $\Sigma\vec{F}_x=m_1\vec{\alpha}$

$$\Rightarrow T=m_1\alpha \xrightarrow{(1)} T=m_1\frac{F}{m_1+m_2} \xrightarrow{m_1=m_2} T=\frac{F}{2} \Rightarrow F=2T.$$

Άρα σωστή η σχέση β

Σχόλιο: Σύμφωνα με την εκφώνηση « αν T είναι το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο». **Γιατί το νήμα ασκεί ίσα μέτρα δυνάμεων;**
Δείτε την ανάλυση στο βιβλίο: **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 269-270**

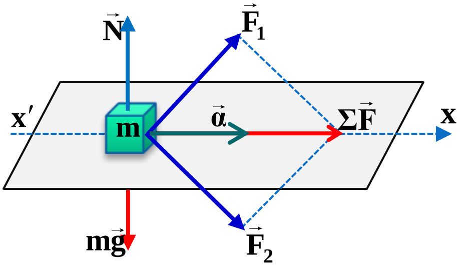
2.51 (2ο-8014-Β1) Σε κύβο μάζας 2kg που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις μέτρου F_1=4N και F_2=3N κάθετες μεταξύ τους όπως δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος έχει μέτρο ίσο με:

α. 2,5 m/s^2 **β.** 1,5 m/s^2 **γ.** 2 m/s^2

Απάντηση

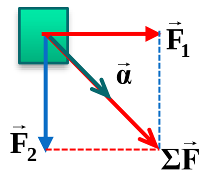


Στο σχήμα φαίνεται σε τρισδιάστατη μορφή ο κύβος και οι ασκούμενες σε αυτόν δυνάμεις. Αρχικά σχεδιάζουμε το βάρος του $m\vec{g}$ και τη δύναμη στήριξης $\vec{N}$ που δέχεται ο κύβος από το δάπεδο. Οι δυνάμεις αυτές είναι σε κατακόρυφο άξονα στον οποίον ο κύβος ισορροπεί και προφανώς εξουδετερώνονται, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}mg=0$. Η κίνηση του κύβου καθορίζεται από τις ασκούμενες σε αυτόν κάθετες μεταξύ τους οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

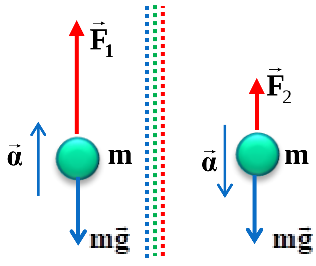
Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών είναι $\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \xrightarrow{S.I} \Sigma F=5N$ και ο κύβος αποκτά επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ στην κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που υπολογίζεται από τον 2^o νόμο Newton $\alpha=\dfrac{\Sigma F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha=2{,}5m/s^2$.

Άρα σωστή η πρόταση α.

Σχόλιο: Αν διατηρούσαμε την « επίπεδη» μορφή που δίνεται στην άσκηση (φαντασθείτε ότι βλέπουμε τον κύβο από πάνω) η επιτάχυνση και κατεύθυνση της κίνησης θα ήταν στην κατεύθυνση της $\Sigma\vec{F}$, όπως αυτή φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



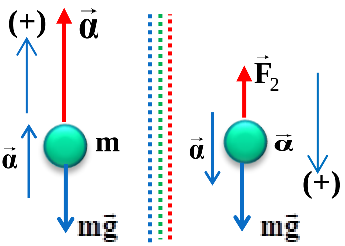
2.52 (2ο-8016-Β2) Μία μεταλλική σφαίρα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και κατακόρυφα προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση, το μέτρο της οποίας είναι ίσο με α και στις δύο περιπτώσεις, όπως φαίνεται στην εικόνα. Στην εικόνα παριστάνονται επίσης και οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα σε κάθε περίπτωση. Για τα μέτρα των δυνάμεων ισχύει η σχέση:



α. $F_1+F_2=2mg$ **β.** $F_1-F_2=mg$ **γ.** $F_1+F_2=mg$

Απάντηση

Για κάθε μια από τις δύο αυτές περιπτώσεις εφαρμόζουμε τον νόμο 2ο νόμο Newton στον κατακόρυφο άξονα κίνησης:



1η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow F_1\text{-}mg=m\alpha\ (1)$

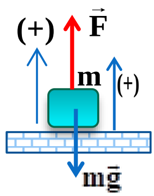
2η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow mg\text{-}F_2=m\alpha\ (2)$

Με αφαίρεση των δύο αυτών σχέσεων κατά μέλη έχουμε: $F_1+F_2-2mg=0 \Rightarrow F_1+F_2=2mg$. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

2.53(2ο-8018-Β2) Σε ένα σώμα μάζας m που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου F, οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α=2g, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος Β του σώματος θα έχει μέτρο:

α. F **β.** F/3 **γ.** 3F

Απάντηση



Εφαρμόζουμε τον νόμο 2ο νόμο Newton στον κατακόρυφο άξονα κίνησης: $\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}mg=m\alpha \Rightarrow F\text{-}mg=m\cdot 2g$

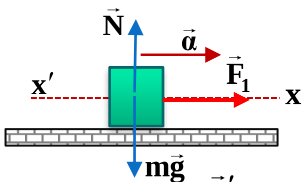
$\Rightarrow F=3mg \Rightarrow mg=\dfrac{F}{3}$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

2.54 (2ο-8021-Β2) Σε ένα κιβώτιο μάζας m που βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}_1$ και το σώμα κινείται με επιτάχυνση μέτρου α. Αν μαζί με την $\vec{F}_1$ ασκούμε στο κιβώτιο και δεύτερη οριζόντια δύναμη $\vec{F}_2$ με μέτρο $F_2=F_1/3$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την $\vec{F}_1$, τότε η επιτάχυνση με την οποία θα κινείται το κιβώτιο θα έχει μέτρο ίσο με:

α. α/2 **β.** 2α /3 **γ.** α/3

Απάντηση

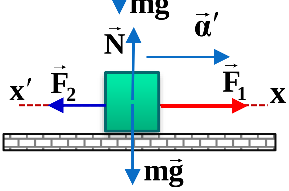
Για κάθε μια από τις δύο αυτές περιπτώσεις εφαρμόζουμε τον νόμο 2° νόμο Newton στον άξονα κίνησης:



1η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F_1=m\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{F_1}{m}$ (1)

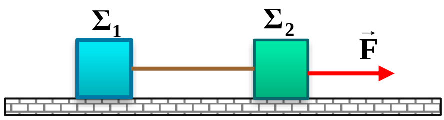
2η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}' \Rightarrow F_1\text{-}F_2=m\alpha' \Rightarrow$

$$F_1-\frac{F_1}{3}=m\alpha' \Rightarrow \frac{2F_1}{3}=m\alpha' \Rightarrow \alpha'=\frac{2F_1}{3m} \xrightarrow{(1)} \alpha'=\frac{2\alpha}{3}$$



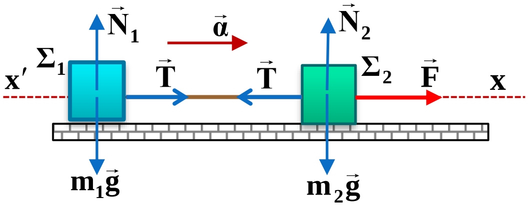
Άρα σωστή η πρόταση β.

2.55(2ο-8022-Β2) Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες $m_1=m_2$ βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο δεμένα στα άκρα αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Στο σώμα Σ_2 ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F, όπως φαίνεται στο σχήμα και το σύστημα των δυο σωμάτων κινείται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση μέτρου α, ενώ το νήμα παραμένει συνεχώς τεντωμένο και οριζόντιο. Το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε σώμα ισούται με:



α. F **β.** F/2 **γ.** 3F

Απάντηση



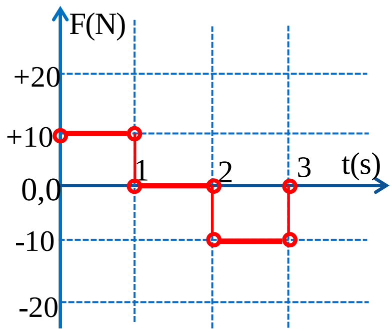
Κάθε ένα από τα δύο σώματα στον ίδιο χρόνο έχει ίσες μετατοπίσεις, άρα ίδια επιτάχυνση μεταβολής της ταχύτητας.
Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για το σύστημα στον άξονα κινήσεως $\Sigma\vec{F}x=(m_1+m_2)\vec{\alpha} \Rightarrow$

$$F-T+T=(m_1+m_2)\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{F}{m_1+m_2} \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για το σώμα Σ_1 στον άξονα κινήσεως $\Sigma\vec{F}_x=m_1\vec{\alpha}$

$$\Rightarrow T=m_1\alpha \xrightarrow{(1)} T=m_1\frac{F}{m_1+m_2} \xrightarrow{m_1=m_2} T=\frac{F}{2}.$$ **Άρα σωστή η σχέση β.**

2.56(2ο-8025-Β2) Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x. Τη χρονική στιγμή t=3s, το κιβώτιο:



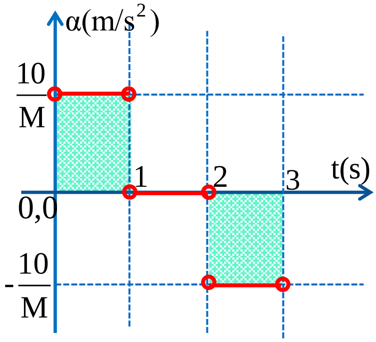
α. ηρεμεί,
β. εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x,
γ. κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα x.

Απάντηση

Επειδή το σώμα μάζας Μ κινείται σε λείο δάπεδο η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης ταυτίζεται με την δύναμη $\vec{F}$ δηλαδή $\Sigma F=F$, οπότε η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι $\alpha=\frac{F}{M}$.

Η γραφική παράσταση α(t) είναι ομοιόμορφη με την F(t) και αποδίδεται στο σχήμα.

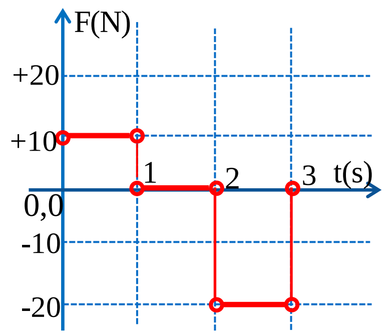
Το εμβαδόν της α(t) και του άξονα των χρόνων δίνει τη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας. Έτσι για το χρονικό διάστημα $\left[0,\,3\text{s}\right]$ η μεταβολή της ταχύτητας ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.



$$\Delta\upsilon=\text{E}=(1\text{-}0)\text{s}\left(\frac{10}{\text{M}}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)+0+(3\text{-}2)\text{s}\left(\text{-}\frac{10}{\text{M}}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$\Rightarrow \Delta\upsilon=0 \Rightarrow \upsilon_3\text{-}\upsilon_0=0 \xrightarrow{\upsilon_0=0} \upsilon_3=0$ δηλαδή την t_3=3s η ταχύτητα του κινητού μηδενίζεται και επειδή μηδενίζεται και η δύναμη συνεχίζει να παραμένει ακίνητο. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

2.57 (2ο-8026-B2) Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη η τιμή της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα που παριστάνεται στη διπλανή εικόνα, οπότε το κιβώτιο αρχίζει να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x. Τη χρονική στιγμή t=3s, το κιβώτιο:



α. εξακολουθεί να κινείται κατά τη θετική φορά του άξονα x,

β. ακινητοποιείται

γ. κινείται κατά την αρνητική φορά του άξονα x.

Απάντηση

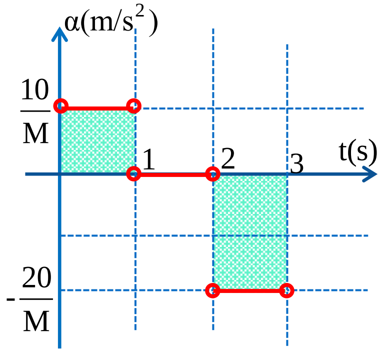
Επειδή το σώμα μάζας M κινείται σε λείο δάπεδο η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης ταυτίζεται με την δύναμη $\vec{\text{F}}$ δηλαδή $\Sigma\text{F}=\text{F}$, οπότε η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι $\alpha=\dfrac{\text{F}}{\text{M}}$.

Η γραφική παράσταση α(t) είναι ομοιόμορφη με την F(t) και αποδίδεται στο σχήμα. Το εμβαδόν της α(t) και του άξονα των χρόνων δίνει τη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας. Έτσι για το χρονικό διάστημα $\left[0,\,3\text{s}\right]$ η μεταβολή της ταχύτητας ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.

$$\Delta\upsilon = E = (1\text{-}0)s\left(\frac{10}{M}\frac{m}{s^2}\right) + 0 + (3\text{-}2)s\left(-\frac{20}{M}\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta\upsilon = -\frac{10}{M}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \upsilon_3 - \upsilon_0 = -\frac{10}{M}\frac{m}{s^2} \xrightarrow{\upsilon_0=0}$$

$\upsilon_3 = -\frac{10}{M}\frac{m}{s^2} < 0$ δηλαδή την t_3=3s η ταχύτητα του κινητού έχει αρνητική αλγεβρική τιμή, που σημαίνει ότι το κινητό κινείται προς τα αρνητικά του άξονα κινήσεως $x'x$.



Πως έγινε αυτό;

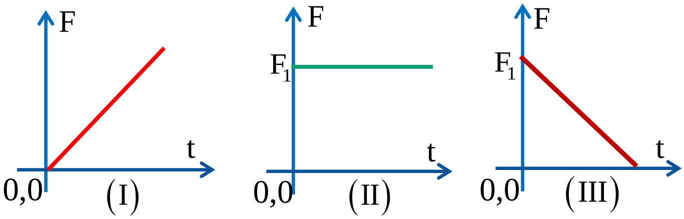
Καθώς το σώμα κινούνταν προς τα θετικά του άξονα $x'x$ η κίνηση τη t=2s έγινε επιβραδυνόμενη και την t=2,5s η ταχύτητα μηδενίσθηκε στιγμιαία …

$$\Delta\upsilon = E = (1\text{-}0)s\left(\frac{10}{M}\frac{m}{s^2}\right) + 0 + (t\text{-}2)s\left(-\frac{20}{M}\frac{m}{s^2}\right) = 0 \Rightarrow t = 2{,}5s\ldots.$$

Επειδή όμως εκείνη τη στιγμή ασκείται ακόμη δύναμη F=-20N, επιταχύνει το σώμα από την ηρεμία προς την κατεύθυνσή της, δηλαδή προς τα αρνητικά. Μετά την t=3s που F=0 το σώμα συνεχίζει να κινείται προς τα αρνητικά με σταθερή ταχύτητα όση είχε την t=3s δηλαδή $\upsilon_3 = -\frac{10}{M}\frac{m}{s^2} < 0$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

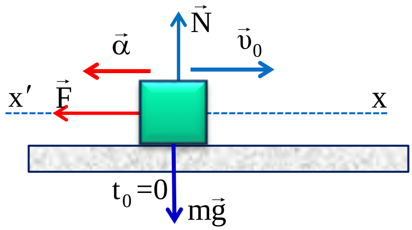
2.58(2ο-8026-Β1) Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά. Η γραφική παράσταση του μέτρου F της δύναμης $\vec{F}$ που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:



α. I **β.** II **γ.** III

Απάντηση

Το σώμα του σχήματος που κινείται πάνω σε λείο δάπεδο και κάποια στιγμή $t_0=0$ έχει ταχύτητα έστω $\vec{\upsilon}_0$ για να συνεχίσει με επιβραδυνόμενη κίνηση πρέπει η συνισταμένη δύναμη στον άξονα x′x να είναι αντίθετη της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$. Επειδή το δάπεδο είναι λείο μοναδική δύναμη στον άξονα x′x είναι η δύναμη $\vec{F}$ που είναι αντίθετη της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

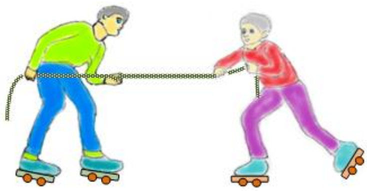


Τώρα η κίνηση για να είναι ομαλά επιβραδυνόμενη, πρέπει η επιβράδυνση $\vec{\alpha}$ να είναι σταθερή, οπότε $\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}}{m}=\text{σταθερή} \Rightarrow \vec{\alpha}=\frac{\vec{F}}{m}=\text{σταθερή} \xrightarrow{m=\text{σταθ.}}$ $\vec{F}=\text{σταθερή}$.

Από τα διαγράμματα όμως σταθερό μέτρο έχει μόνο η δύναμη του διαγράμματος ΙΙ.

Άρα σωστή η πρόταση β.

2.59(2ο-8027-Β2) Ο χονδρός (Α) και ο λιγνός (Β) έχουν μάζες μαζί με τα αντίστοιχα πατίνια m_A και m_B με σχέση $m_A = 2m_B$. Οι δυο τους στέκονται με πατίνια σε λείο οριζόντιο δάπεδο κρατώντας το τεντωμένο σκοινί αμελητέας μάζας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

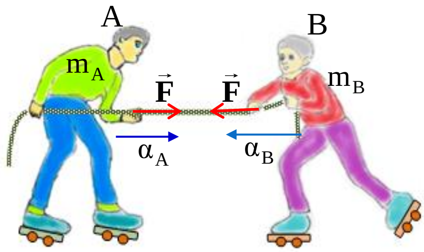


Τραβώντας το σκοινί αρχίζουν να κινούνται με επιταχύνσεις μέτρων α_A και α_B που έχουν σχέση:

α. $\alpha_A = \alpha_B = 0$ **β.** $\alpha_A = 2\alpha_B$ **γ.** $\alpha_B = 2\alpha_A$

Απάντηση

Στο άξονα κίνησης η μόνη δύναμη που ασκείται είναι η $\vec{F}$ του νήματος (τα βάρη και οι δυνάμεις στήριξης από το έδαφος εξουδετερώνονται και δεν έχουν σημειωθεί). Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο Newton για κάθε άνθρωπο Α και Β ...,



Α: $\vec{\alpha}_A = \dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m_A} \Rightarrow \alpha_A = \dfrac{F}{m_A}$ (1)

Β: $\vec{\alpha}_B = \dfrac{\Sigma\vec{F}_B}{m_B} \Rightarrow \alpha_B = \dfrac{F}{m_B}$ (2)

Από τις (1) και (2 με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε $\dfrac{\alpha_A}{\alpha_B} = \dfrac{F/m_A}{F/m_B} \Rightarrow \dfrac{\alpha_A}{\alpha_B} = \dfrac{m_B}{m_A}$

$$\xrightarrow{m_A=2m_B} \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{m_B}{2m_B} \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha_B = 2\alpha_A \ .$$

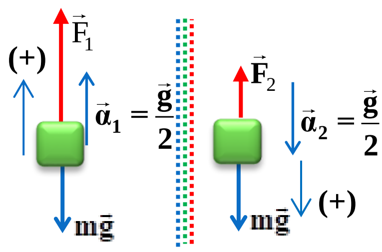
Άρα σωστή η πρόταση γ.

2.60 (2ο-8030-Β2) Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_1$ με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο ανεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου g/2, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Όταν ο γερανός κατεβάζει το ίδιο κιβώτιο ασκώντας σε αυτό κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}_2$ το κιβώτιο κατεβαίνει με επιτάχυνση μέτρου g/2. Αν στο κιβώτιο σε κάθε περίπτωση ασκούνται δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους και αυτή από το γερανό, τότε για τα μέτρα τους θα ισχύει:

α. $F_1 = F_2$ **β.** $F_1 = 3F_2$ **γ.** $F_1 = 2F_2$

Απάντηση

Για κάθε μια από τις δύο αυτές περιπτώσεις εφαρμόζουμε τον νόμο 2ο νόμο Newton στον κατακόρυφο άξονα κίνησης:



1η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_1 - mg = m\frac{g}{2}$

$\Rightarrow F_1 = 1{,}5mg \ (1)$

2η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow mg - F_2 = m\frac{g}{2}$

$\Rightarrow F_2 = 0{,}5mg \ (2)$

Από τις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{F_1}{F_2} = \frac{1{,}5mg}{0{,}5mg} = 3 \Rightarrow F_1 = 3F_2$.

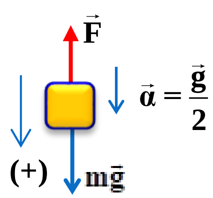
Άρα σωστή η πρόταση β.

2.61 (2ο-8031-Β2) Γερανός ασκεί σε κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με την επίδραση της οποίας το κιβώτιο κατεβαίνει κατακόρυφα με επιτάχυνση μέτρου g/2, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας.
Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, τότε για το μέτρο F της δύναμης $\vec{F}$ και το μέτρο B του βάρους του κιβωτίου ισχύει .

α. F=B/2 **β.** F= 2B **γ.** F =B

Απάντηση

Εφαρμόζουμε τον νόμο 2ο νόμο Newton στον κατακόρυφο άξονα κίνησης:



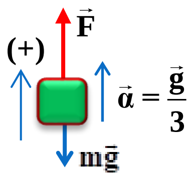
$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow mg - F = m\frac{g}{2} \Rightarrow F = 0{,}5mg \Rightarrow F = \frac{B}{2}$.

Άρα σωστή η πρόταση α.

2.62(2ο-8032-Β1) Γερανός ασκεί σταθερή κατακόρυφη δύναμη μέτρου F σε ένα κιβώτιο βάρους Β το οποίο αποκτά κατακόρυφη επιτάχυνση με φορά προς τα πάνω μέτρου g/3, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Στο κιβώτιο σε ασκούνται μόνο δύο δυνάμεις, η δύναμη του βάρους και αυτή από το γερανό. Για τα μέτρα των δυο δυνάμεων ισχύει:

α. F = B/3 **β.** F =4B/3 **γ.** F = 2B/3

Απάντηση



Εφαρμόζουμε τον νόμο 2^o νόμο Newton στον κατακόρυφο άξονα κίνησης:

$$\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}mg=m\frac{g}{3} \Rightarrow F=\frac{4}{3}mg \Rightarrow F=\frac{4B}{3}.$$

Άρα σωστή η πρόταση β.

2.63 (2ο-8033-Β1) Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000 Kg εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται οι τιμές της θέσης x του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με τον χρόνο

t(s)	x(m)
0	0
1	+1
2	+4
3	+9

Με βάση τις παραπάνω τιμές συμπεραίνουμε ότι,

α. το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 4 m/s^2,

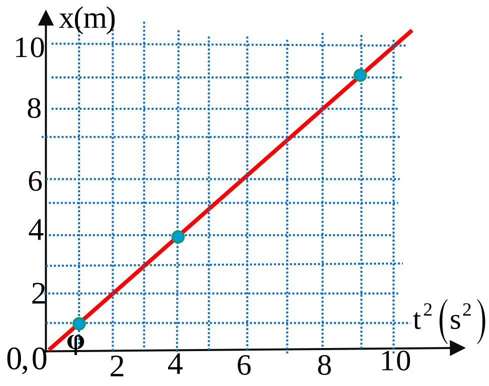
β. το αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή t = 2 s έχει ταχύτητα μέτρου υ=4 m/s,

γ. στο αυτοκίνητο ασκείται σταθερή συνισταμένη δύναμη μέτρου 1000N.

Απάντηση

α. Παρατηρούμε ότι για όλες τις γραμμές του πίνακα η ποσότητα $\frac{x}{t^2}$ είναι σταθερή και ίση με $\frac{x}{t^2}=1\ (S.I)$. Άρα $x=1\cdot t^2\ (S.I)$ δηλαδή η θέση (που εδώ ταυτίζεται με μετατόπιση) είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου και συγκρινόμενη με την $x=\frac{1}{2}\alpha t^2$ βρίσκουμε $\frac{1}{2}\alpha=1\ (S.I) \Rightarrow \alpha=2m/s^2$

(*) Εδώ εναλλακτικά μπορούμε να κάνουμε την γραφική παράσταση $x(t^2)$ που παρατηρούμε ότι είναι ευθεία, δηλαδή έχει εξίσωση $x=\sigma\tau\alpha\theta\cdot t^2$ με σταθερή κλίση (εφφ=σταθ.) και αναλογικά πληροί την εξίσωση $x=\frac{1}{2}\alpha t^2$ δηλαδή $\frac{1}{2}\alpha=\varepsilon\varphi\varphi$ ή $\alpha=2\varepsilon\varphi\varphi\,(1)$



Από το διάγραμμα βρίσκουμε την κλίση $\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\Delta x}{\Delta t^2} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi=\frac{9\text{-}0}{9\text{-}0}=1$ (S.I) (2) .

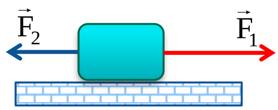
Από (1) και (2) έχουμε $\alpha=2m/s$. Άρα η πρόταση α είναι λανθασμένη.

β. $\upsilon=\alpha t \Rightarrow \upsilon=2t\,(S.I) \xrightarrow{t=2s} \upsilon=4\ m/s$. **Άρα η πρόταση β είναι σωστή.**

γ. $\Sigma F=m\alpha \xrightarrow{S.I} \Sigma F=1000Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow \Sigma F=2000N$

Άρα η πρόταση γ είναι λανθασμένη.

2.64(2ο-8035-Β1) Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο ασκούνται δυο σταθερές οριζόντιες αντίρροπες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με αποτέλεσμα το κιβώτιο να κινείται με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ομόρροπη της $\vec{F}_1$.



Αν καταργηθεί η $\vec{F}_2$, η επιτάχυνση με την οποία κινείται το κιβώτιο έχει διπλάσιο μέτρο χωρίς να αλλάξει φορά. Τότε τα μέτρα των δυνάμεων συνδέονται με τη σχέση :

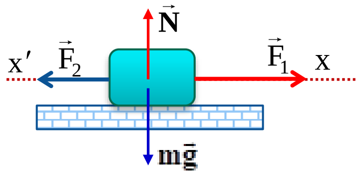
α. $F_1=2F_2$ **β.** $F_2=2F_1$ **γ.** $F_1=3F_2$

Απάντηση

Για κάθε μια από τις δύο αυτές περιπτώσεις εφαρμόζουμε τον νόμο 2ο νόμο Newton στον άξονα κίνησης $x'x$

1η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F_1\text{-}F_2=m\alpha\ (1)$ και

2η περίπτωση: $\Sigma \vec{F}'_x = m\vec{\alpha}' \Rightarrow \quad F_1 = m \cdot 2\alpha$ ή $F_1 = 2m\alpha$ (2).



Από (1) και (2) παίρνουμε $F_2 = m\alpha$ (3).

Από (2) και (3) συμπεραίνουμε ότι $F_1 = 2F_2$.

Άρα η σωστή η πρόταση α.

2.65 (2ο-8036-Β1) Καθώς ο Μάριος περπατούσε από το σχολείο προς το σπίτι του, είδε έναν ελαιοχρωματιστή να στέκεται σε μια ψηλή σκαλωσιά και να βάφει ένα τοίχο. Κατά λάθος, ο ελαιοχρωματιστής έσπρωξε τον κουβά με την μπογιά (μάζας 10kg) και τη βούρτσα (μάζας 0,5kg). Τα δύο αντικείμενα έπεσαν στο έδαφος ταυτόχρονα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

α. Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στον κουβά με την μπογιά έχει μεγαλύτερο μέτρο από τη δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στη βούρτσα.

β. Αφού τα δύο αντικείμενα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση, το μέτρο της δύναμης της βαρύτητας που ασκείται στο κάθε ένα θα πρέπει να είναι το ίδιο.

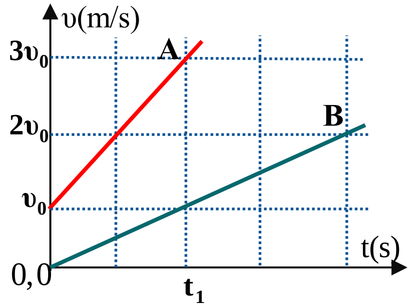
γ. Η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται στη βούρτσα έχει μεγαλύτερο μέτρο ώστε να φτάσει ταυτόχρονα στο έδαφος με τον κουβά.

Απάντηση

Ο κουβάς και η βούρτσα εκτελούν ελεύθερη πτώση με ίδια σταθερή επιτάχυνση που ισούται με τη επιτάχυνση βαρύτητας που λόγω του μικρού ύψους παραμένει σταθερή, άλλωστε $\vec{\alpha} = \dfrac{\Sigma \vec{F}_y}{m} \Rightarrow \vec{\alpha} = \dfrac{\vec{B}_{βάρος}}{m} \Rightarrow \vec{\alpha} = \dfrac{m\vec{g}}{m} \Rightarrow \vec{\alpha} = \vec{g}$. Η δύναμη βαρύτητας σε αυτή την περίπτωση για κάθε σώμα είναι ανάλογη της μάζας (B=mg) άρα μεγαλύτερη δύναμη βαρύτητας δέχεται ο κουβάς με τη μεγαλύτερη μάζα $B_κ = m_κ g$ και $B_β = m_β g$ … $\Rightarrow \dfrac{B_κ}{B_β} = \dfrac{m_κ g}{m_β g} \Rightarrow \dfrac{B_κ}{B_β} = \dfrac{m_κ}{m_β} \xrightarrow{S.I} \dfrac{B_κ}{B_β} = \dfrac{10Kg}{0{,}5Kg} \Rightarrow$

$B_κ = 20B_β$. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

2.66(2ο-8037-Β1) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιασθεί τα διαγράμματα Α και Β της τιμής της ταχύτητας δυο αυτοκινήτων, σε συνάρτηση με το χρόνο. Τα αυτοκίνητα κινούνται σε παράλληλες και οριζόντιες ευθύγραμμες τροχιές.



α. Τα μέτρα των επιταχύνσεων των δύο αυτοκινήτων ικανοποιούν τη σχέση $\alpha_B=2\alpha_A$.

β. Αν τα δύο αυτοκίνητα έχουν ίσες μάζες τότε η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο πρώτο (Α) είναι ίση με τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο δεύτερο (Β).

γ. Αν S_A το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο Α στο χρονικό διάστημα $[0,t_1]$ και S_B το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο Β στο ίδιο χρονικό διάστημα θα ισχύει, $S_A = 4\, S_B$.

Απάντηση

α. Επιτάχυνση αυτοκινήτου Α: $\alpha_A=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_A=\dfrac{3\upsilon_0-\upsilon_0}{t_1-0} \Rightarrow \alpha_A=\dfrac{2\upsilon_0}{t_1}$ (1)

Επιτάχυνση αυτοκινήτου Β: $\alpha_B=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_B=\dfrac{\upsilon_0-0}{t_1-0} \Rightarrow \alpha_B=\dfrac{\upsilon_0}{t_1}$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε: $\alpha_A=2\alpha_B$ …άρα α-λανθασμένη.

β. Από τον 2ο νόμο Newton για κάθε αυτοκίνητο στον άξονας κίνησης έχουμε,

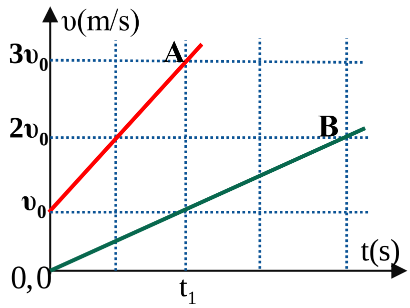
αυτοκίνητο Α: $\Sigma\vec{F}_A=m\vec{\alpha}_A \Rightarrow \Sigma F_A=m\alpha_A$ (3)

αυτοκίνητο Β: $\Sigma\vec{F}_B=m\vec{\alpha}_B \Rightarrow \Sigma F_B=m\alpha_B$ (4)

Από (3) και (4) έχουμε: $\dfrac{\Sigma F_A}{\Sigma F_B}=\dfrac{m\alpha_A}{m\alpha_B} \Rightarrow$

$\dfrac{\Sigma F_A}{\Sigma F_B}=\dfrac{\alpha_A}{\alpha_B} \xrightarrow{\alpha_A=2\alpha_B} \dfrac{\Sigma F_A}{\Sigma F_B}=2 \Rightarrow$

$\Sigma F_A=2\cdot\Sigma F_B$ άρα β-λανθασμένη.



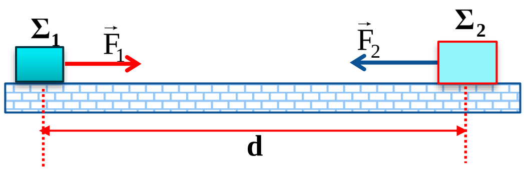
γ. Το διάστημα του κάθε αυτοκινήτου στο χρονικό διάστημα $[0,\, t_1]$ ισούται με την μετατόπιση και υπολογίζεται από εμβαδόν της υ(t) και του άξονα των χρόνων.

αυτοκίνητο Α: $s_A = \Delta x_A = \dfrac{3\upsilon_0 + \upsilon_0}{2} t_1 \Rightarrow s_A = 2\upsilon_0 t_1$ (5)

αυτοκίνητο Β: $s_B = \Delta x_B = \dfrac{1}{2}\upsilon_0 t_1 \Rightarrow s_B = 0{,}5\upsilon_0 t_1$ (6)

Από (5) και (6) έχουμε, $\dfrac{s_A}{s_B} = \dfrac{2\upsilon_0 t_1}{0{,}5\upsilon_0 t_1} \Rightarrow s_A = 4 s_B$ άρα η **πρόταση γ είναι σωστή**.

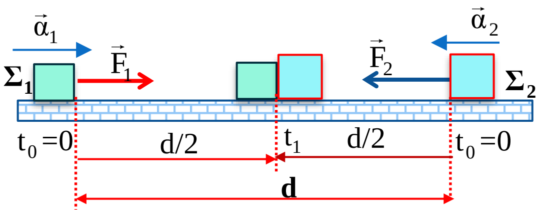
2.67 (2ο-8039-Β1) Δύο μικροί κύβοι Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_2 = 2m_1$, είναι αρχικά ακίνητοι πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο και απέχουν απόσταση d. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούμε ταυτόχρονα δυο οριζόντιες σταθερές δυνάμεις $\vec{F}_1$ στο κύβο Σ_1 και $\vec{F}_2$ στο κύβο Σ_2, με αποτέλεσμα αυτοί να κινηθούν πάνω στην ίδια ευθεία και σε αντίθετες κατευθύνσεις.



Αν οι κύβοι συναντώνται στο μέσο της μεταξύ τους απόστασης, τότε για τα μέτρα των δυνάμεων θα ισχύει:

α. $F_1 = 2F_2$ **β.** $F_1 = F_2$ **γ.** $F_2 = 2F_1$

Απάντηση



Σώμα Σ1: $s_1 = |\Delta x_1| = \dfrac{1}{2}\alpha_1 t^2 \Rightarrow$

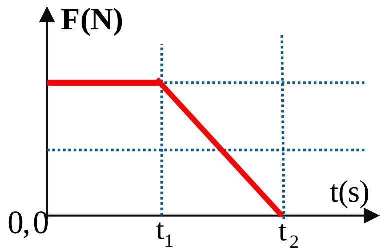
$\dfrac{d}{2} = \dfrac{1}{2}\alpha_1 t_1^2$ (1) ,

Σώμα Σ_2: $s_2 = |\Delta x_2| = \dfrac{1}{2}\alpha_2 t^2 \Rightarrow$

$\dfrac{d}{2} = \dfrac{1}{2}\alpha_2 t_1^2$ (1) . Από (1) και (2) $\dfrac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 = \dfrac{1}{2}\alpha_2 t_1^2 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 \Rightarrow \dfrac{\Sigma F_{1x}}{m_1} = \dfrac{\Sigma F_{2x}}{m_2} \Rightarrow$

$\dfrac{F_1}{m_1} = \dfrac{F_2}{m_2} \Rightarrow \dfrac{F_1}{m_1} = \dfrac{F_2}{2m_1} \Rightarrow F_2 = 2F_1$ **Άρα σωστή η πρόταση γ.**

2.68 (2ο-8040-Β1) Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη F Στο διπλανό διάγραμμα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης F σε συνάρτηση με το χρόνο.



α. Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και μετά ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

β. Μέχρι την χρονική στιγμή t_1 το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και μετά ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος την χρονική στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερο από το μέτρο της ταχύτητας την στιγμή t_1.

Απάντηση

Σύμφωνα με το 2ο νόμο του Newton για το κιβώτιο $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m}$ και επειδή η κίνηση είναι σε λείο δάπεδο μοναδική δύναμη στον άξονα κίνησης είναι η F, οπότε $\vec{\alpha}=\dfrac{\vec{F}}{m}$ και η επιτάχυνση μεταβάλλεται χρονικά όπως η δύναμη F.

Για τη χρονική διάρκεια $\left[0,t_1\right]$ η συνισταμένη δύναμη έχει σταθερό μέτρο, άρα και η επιτάχυνση θα είναι σταθερού μέτρου και το κιβώτιο θα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση ξεκινώντας από την ηρεμία προς τη θετική φορά (τη φορά της δύναμης και της επιτάχυνσης) με την ταχύτητα να αυξάνεται γραμμικά με τον χρόνο.

Για τη χρονική διάρκεια $\left[t_1, t_2\right]$ το μέτρο της συνισταμένης δύναμης μειώνεται, αλλά η δύναμη είναι θετική ομόρροπη της κίνησης και συνεπώς η κίνηση μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 είναι επιταχυνόμενη με μειούμενη επιτάχυνση. Στο χρονικό αυτό διάστημα η ταχύτητα **συνεχίζει να αυξάνεται** και αποκτά την **μέγιστη** τιμή της στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης, τη στιγμή t_2, που μηδενίζεται η αιτία αύξησής της δηλαδή η δύναμη F. Η ταχύτητα τη στιγμή t_2 είναι μεγαλύτερη από την τιμή που είχε την t_1, **σωστή η πρόταση γ.**

2.69(2ο-8040-Β2) Ο Μάριος που έχει μάζα 20kg με τη μαμά του που έχει μάζα 60kg κάνουν πατινάζ στον πάγο. Κάποια στιγμή, από απροσεξία, συγκρούονται με αποτέλεσμα να ακινητοποιηθούν και οι δύο.

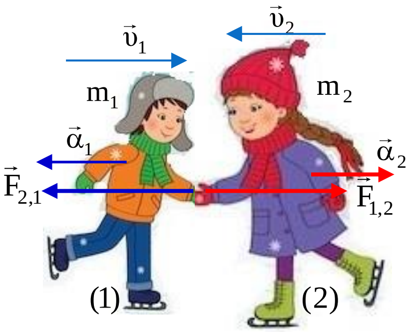
Κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης:

α. Οι δυνάμεις που ασκούνται ανάμεσα στον Μάριο και τη μαμά του έχουν ίσα μέτρα αλλά προκαλούν επιβραδύνσεις με διαφορετικό μέτρο στον Μάριο και τη μαμά του.

β. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ του Μάριου και της μαμάς του έχουν ίσα μέτρα και προκαλούν ίσες επιβραδύνσεις στον Μάριο και τη μαμά του.

γ. Η μαμά ασκεί μεγαλύτερη δύναμη στον Μάριο αφού έχει μεγαλύτερη μάζα.

Απάντηση



Κατά την «σύγκρουση» του Μάριου (1) με τη μαμά (2) του, της ασκεί δύναμη $\vec{F}_{1,2}$ και δέχεται από τη μαμά του δύναμη $\vec{F}_{2,1}$.

Οι δυνάμεις αυτές έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton είναι αντίθετες $\vec{F}_{1,2}=-\vec{F}_{2,1}$ με ίσα μέτρα $F_{1,2}=F_{2,1}$ (1).

Τη στιγμή της «κρούσης» ο Μάριος δέχεται τη δύναμη $\vec{F}_{2,1}$ που είναι αντίθετη με την ταχύτητά του $\vec{\upsilon}_1$ που έχει εκείνη τη στιγμή και έτσι επιβραδύνεται με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_1$.

Επίσης η μαμά του τη στιγμή της «κρούσης» δέχεται τη δύναμη $\vec{F}_{1,2}$ που είναι αντίθετη με την ταχύτητά της $\vec{\upsilon}_2$ που έχει εκείνη τη στιγμή και έτσι επιβραδύνεται με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_2$.

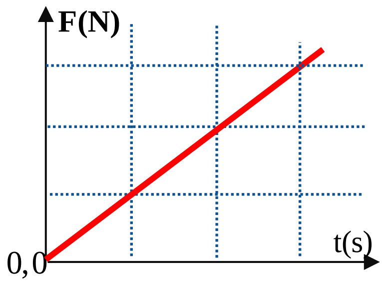
Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton έχουμε:

Μάριος (1) $\vec{\alpha}_1=\dfrac{\Sigma\vec{F}_{x,1}}{m_1} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{F_{2,1}}{m_1}$ (2) , μαμά (2) $\vec{\alpha}_2=\dfrac{\Sigma\vec{F}_{x,2}}{m_2} \Rightarrow \alpha_2=\dfrac{F_{1,2}}{m_2}$ (3)

Από τις (2) και (3) έχουμε $\dfrac{\alpha_1}{\alpha_2}=\dfrac{F_{2,1}/m_1}{F_{1,2}/m_2} \xrightarrow{(1)} \dfrac{\alpha_1}{\alpha_2}=\dfrac{m_2}{m_1} \xrightarrow{m_2>m_1} \alpha_1>\alpha_2$.

Άρα σωστή η πρόταση α.

2.70(2ο-8045-Β1) Ένας μικρός κύβος βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Την στιγμή t=0s αρχίζει να ασκείται στον κύβο οριζόντια δύναμη σταθερής κατεύθυνσης της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται με το χρόνο όπως παριστάνεται στο διάγραμμα.



Η επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί ο κύβος θα έχει

α. σταθερό μέτρο και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση,

β. μέτρο που αυξάνεται με το χρόνο και σταθερή κατεύθυνση,

γ. μέτρο που μειώνεται με το χρόνο και σταθερή κατεύθυνση.

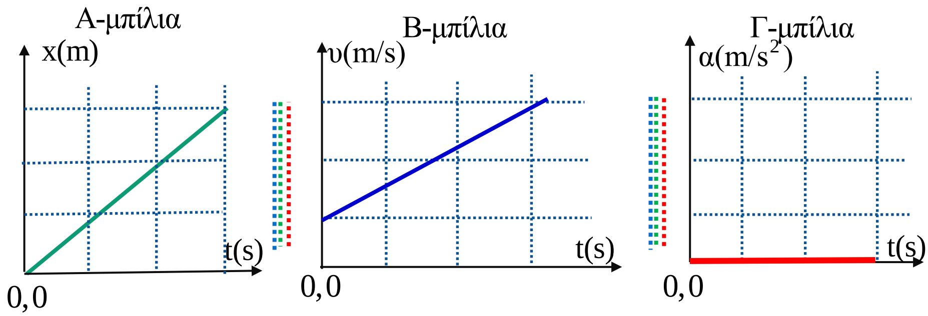
Απάντηση

Σύμφωνα με το 2ο νόμο Newton για το κιβώτιο $\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m}$ και επειδή η κίνηση είναι σε λείο δάπεδο μοναδική δύναμη στον άξονα κίνησης είναι η F, οπότε $\vec{\alpha}=\frac{\vec{F}}{m}$ (1).

Η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ μεταβάλλεται χρονικά όπως η δύναμη $\vec{F}$ και σύμφωνα με την εξίσωση (1) αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο, έχοντας συνεχώς τη σταθερή κατεύθυνση της $\vec{F}$ (και θετική αλγεβρική τιμή – κατεύθυνση).

Άρα σωστή η πρόταση β.

2.71(2ο-8047-Β2) Τρεις σκληρές ατσάλινες μπίλιες Α, Β, Γ κινούνται ευθύγραμμα σε λείο δάπεδο. Για κάθε μία από αυτές δίνεται μια γραφική παράσταση ενός μεγέθους που χαρακτηρίζει την κίνησή τους.



Μικρό σώμα Δ κινείται ευθύγραμμα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η μετατόπισή του είναι ανάλογη του χρόνου.
Να μεταφέρετε στο γραπτό σας τον πίνακα και να συμπληρώσετε – με δικαιολόγηση- στην αντίστοιχη στήλη του «ναι», αν απαιτείται δράση οριζόντιας δύναμης για να προκύψει η κίνηση του σώματος, διαφορετικά, να συμπληρώσετε «όχι».

Μπίλια (Α,Β,Γ) ή σώμα Δ	Απαιτείται δράση δύναμης για να αιτιολογηθεί η κίνηση του σώματος (ναι ή όχι)
Α	
Β	
Γ	
Δ	

Απάντηση

Διάγραμμα Α: x(t) ευθεία, σταθερή κλίση, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$=σταθ. $\Rightarrow$ υ=σταθ. $\Rightarrow \alpha=0 \Rightarrow$

$\Sigma F=0$, κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.
Άρα δεν απαιτείται δύναμη για κίνηση αυτή **(Α- όχι)**.

Διάγραμμα Β: υ(t) ευθεία, σταθερή κλίση, $\frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$=σταθ. $\Rightarrow$ α=σταθερή$\Rightarrow$

ΣF=σταθερή $\neq 0$, κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, απαιτείται σταθερή συνισταμένη δύναμη για κίνηση αυτή **(Β- Ναι)**.

Διάγραμμα Γ: α(t) ευθεία μηδενικής τιμής, $\alpha=0 \Rightarrow \Sigma F=0$, κίνηση ευθύγραμμη ομαλή, δεν απαιτείται δύναμη για κίνηση αυτή **(Γ- όχι)**.

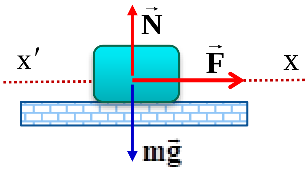
Περίπτωση Δ: Δx , Δt ανάλογα $\Rightarrow \Delta x=\sigma\tau\alpha\theta.\Delta t \Rightarrow \dfrac{\Delta x}{\Delta t}=\sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow \upsilon=\sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow$ $\alpha=0 \Rightarrow \Sigma F=0$, $\Rightarrow$κίνηση ευθύγραμμη ομαλή, δεν απαιτείται δύναμη για κίνηση αυτή **(Δ- όχι)**.

2.72 (2ο-8048-Β1) Μικρός κύβος κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο κύβο ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ κατά τη διεύθυνση της κίνησής του για χρονικό διάστημα 12s, οπότε αυξάνεται το μέτρο της ταχύτητας του κύβου κατά 6m/s. Αν στον ίδιο κύβο ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}'$ κατά τη διεύθυνση της κίνησής του με μέτρο διπλάσιο της F, τότε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να αλλάξει η ταχύτητά του κύβου από 6m/s σε 8m/s είναι:

α. 12 s **β.** 6 s **γ.** 2 s

Απάντηση

Επειδή το σώμα κινείται πάνω σε λείο δάπεδο στον άξονα κίνησης μοναδική δύναμη είναι η $\vec{F}$.



1η περίπτωση: $\Sigma \vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F=m\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{F}{m}$ (1)

…με $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\dfrac{6m/s}{12s} \Rightarrow \alpha=0{,}5m/s^2$ (2)

2η περίπτωση: $\Sigma \vec{F}'_x=m\vec{\alpha}' \Rightarrow F'=m\alpha' \Rightarrow \alpha'=\dfrac{2F}{m} \xrightarrow{(1)} \alpha'=2\alpha \xrightarrow{(2)} \alpha'=1m/s^2$

$\alpha'=\dfrac{\Delta\upsilon'}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t'=\dfrac{\Delta\upsilon'}{\alpha'} \xrightarrow{S.I} \Delta t'=\dfrac{8m/s-6m/s}{1m/s^2} \Rightarrow \Delta t'=2s$.

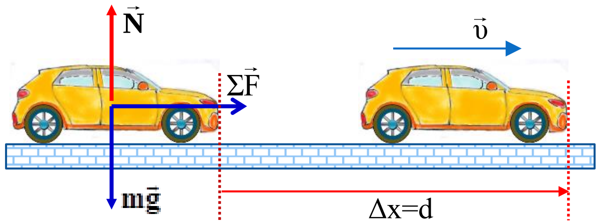
Άρα σωστή η πρόταση γ.

2.73(2ο-8051-Β1) Δύο αυτοκίνητα με μάζες $m_A=4000Kg$ και $m_B=1000Kg$ είναι αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δρόμο. Τα αυτοκίνητα αρχίζουν να κινούνται στο δρόμο με σταθερή επιτάχυνση. Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στα δυο αυτοκίνητα έχει το ίδιο μέτρο. Όταν τα αυτοκίνητα έχουν διανύσει απόσταση d κινούνται με ταχύτητες μέτρου υ_A και υ_B αντίστοιχα για τα οποία ισχύει:

α. $\upsilon_A=\upsilon_B$ **β.** $2\upsilon_A=\upsilon_B$ **γ.** $\upsilon_A=2\upsilon_B$

Απάντηση

1ος τρόπος: Στην επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα έχουμε $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2$ και $\upsilon=\alpha t$ από τις οποίες με απαλοιφή χρόνου βρίσκουμε $\upsilon^2=2\alpha\Delta x$ (1) .



Ειδική ανάλυση στο Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης, 4.3-Β σελ. 80-82

1ο αυτοκίνητο (Α): $\upsilon_A^2=2\alpha_A d \Rightarrow \upsilon_A^2=2\frac{\Sigma F}{m_A}d$ (1)

2ο αυτοκίνητο (Β): $\upsilon_B^2=2\alpha_B d \Rightarrow \upsilon_B^2=2\frac{\Sigma F}{m_B}d$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε : $\frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=\frac{2\Sigma F\cdot d/m_A}{2\Sigma F\cdot d/m_B} \Rightarrow \frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=\frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=\frac{1000Kg}{4000Kg} \Rightarrow$

$\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\frac{1}{2} \Rightarrow \upsilon_B=2\upsilon_A$

2ος τρόπος (*): Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάθε αυτοκίνητο,

1ο αυτοκίνητο (Α): $\Delta K_A=W_{o\lambda(A)} \Rightarrow \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2-0=\Sigma F\cdot d$ (3)

2ο αυτοκίνητο (Β): $\Delta K_B=W_{o\lambda(B)} \Rightarrow \frac{1}{2}m_B\upsilon_B^2-0=\Sigma F\cdot d$ (4)

Από (3) και (4) έχουμε $m_A\upsilon_A^2=m_B\upsilon_B^2 \Rightarrow \frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=\frac{m_B}{m_A} \Rightarrow \frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=\frac{1000Kg}{4000Kg} \Rightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \upsilon_B=2\upsilon_A$

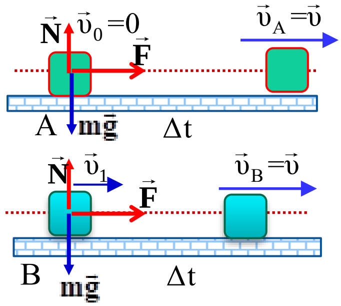
Άρα σωστή η πρόταση β.

(*). Να μελετηθεί μετά τη διδασκαλία των ενεργειών.

2.74 (2ο-8052-Β1) Δύο μικρά σώματα Α, Β διαφορετικών μαζών, βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Α είναι ακίνητο ενώ το Β κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Κάποια στιγμή ασκούμε την ίδια οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ (προς την κατεύθυνση της ταχύτητας $υ_1$) για το ίδιο χρονικό διάστημα και στα δύο σώματα, με αποτέλεσμα αυτά να αποκτήσουν ταχύτητες ίδιου μέτρου . Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει:

α. $m_A < m_B$ **β.** $m_A > m_B$ **γ.** $m_A = m_B$

Απάντηση



Επειδή το σώμα κινείται πάνω σε λείο δάπεδο στον άξονα κίνησης μοναδική δύναμη είναι η $\vec{F}$

Σώμα Α: $\Sigma\vec{F}_x = m_A\vec{α}_A \Rightarrow F = m_A α_A \Rightarrow$

$$α_A = \frac{F}{m_A} \Rightarrow \frac{Δυ_A}{Δt} = \frac{F}{m_A} \Rightarrow \frac{υ_A - 0}{Δt} = \frac{F}{m_A} \text{ ή}$$

$υ_A m_A = FΔt$ (1)

Σώμα Β: $\Sigma\vec{F}_x = m_B\vec{α}_B \Rightarrow F = m_B α_B \Rightarrow$

$$α_B = \frac{F}{m_B} \Rightarrow \frac{Δυ_B}{Δt} = \frac{F}{m_B} \Rightarrow \frac{υ_B - υ_1}{Δt} = \frac{F}{m_B} \text{ ή } (υ_B - υ_1)m_B = FΔt \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε $υ_A m_A = (υ_B - υ_1)m_B \xrightarrow{υ_A = υ_B = υ} \frac{m_B}{m_A} = \frac{υ}{υ - υ_1} > 1 \Rightarrow$

$m_B > m_A$ ή $m_A < m_B$.

Άρα σωστή η πρόταση α.

2.75(2ο-8053-Β1) Σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ ασκείται σε μικρό σώμα που κινείται ευθύγραμμα σε λείο δάπεδο με ταχύτητα 4m/s οπότε μηδενίζεται η ταχύτητά του σε χρονικό διάστημα 4s.

Άλλη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}'$, διπλάσιου μέτρου της πρώτης, ασκείται στο ίδιο σώμα όταν κινείται με ταχύτητα 8m/s οπότε η ταχύτητά του μηδενίζεται στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Επεξεργαζόμενος τα δεδομένα αυτά ένας μαθητής της Α΄ Λυκείου καταλήγει στο συμπέρασμα: «Το μέτρο της επιτάχυνσης (ή της επιβράδυνσης) ενός σώματος είναι ανάλογο του μέτρου της εφαρμοζόμενης δύναμης.»

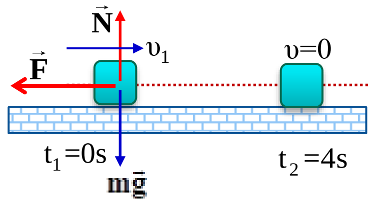
α. το συμπέρασμα του μαθητή είναι λάθος,

β. το συμπέρασμα του μαθητή είναι σωστό,

γ. τα παραπάνω δεδομένα δεν επαρκούν για να καταλήξει ο μαθητής σε συμπέρασμα.

Απάντηση

1η περίπτωση: Η επιβράδυνση $α_1$ του σώματος μάζας m, στο χρονικό διάστημα t=0s μέχρι και t=4s είναι:



$$α_1=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow α_1=\frac{0\text{-}4m/s}{4s} \Rightarrow α_1=-1m/s^2$$

και το μέτρο της $|α_1|=1m/s^2$.

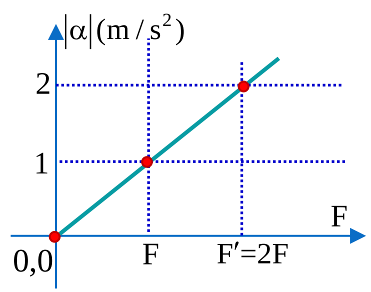
Η επιβράδυνση αυτή προκύπτει ύστερα από άσκηση δύναμης F σε μάζα m.

2η περίπτωση: Η επιβράδυνση $α_2$ του ίδιου σώματος από το χρονικό διάστημα t=0s μέχρι και t=4s είναι :

$$α_2=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow α_2=\frac{0\text{-}8m/s}{4s} \Rightarrow α_2=-2m/s^2$$ και το μέτρο της $|α_2|=2m/s^2$.

Η επιβράδυνση αυτή προκύπτει ύστερα από άσκηση δύναμης F' στην ίδια μάζα m. Παρατηρούμε ότι $|α_2|=2|α_1|$ ίδια με τη σχέση των δυνάμεων $F'=2F$ που τις δημιουργούν, δεδομένο που σημαίνει ότι η επιτάχυνση που αποκτάει δεδομένο σώμα είναι ανάλογη της ασκούμενης δύναμης.

Η αναλογία αυτή φαίνεται πιο καλά αν γίνει το διάγραμμα μέτρου επιτάχυνσης – δύναμης που είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή … άρα α και F ανάλογα.



Συνεπώς, **το συμπέρασμα του μαθητή είναι σωστό.**

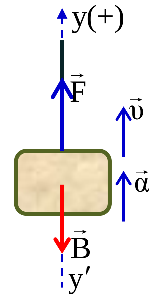
2.76(2ο-12053 -Β2) Κιβώτιο βάρους Β, το οποίο θεωρούμε ως υλικό σημείο, κρέμεται κατακόρυφα με τη βοήθεια νήματος στο άκρο του όποιου ασκείται δύναμη F με φορά προς τα πάνω. Η σταθερή επιτάχυνση με την οποία το νήμα με το κιβώτιο κινείται προς τα πάνω είναι 0,2g όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας .Το μέτρο της F σε σχέση με το βάρος Β είναι

α. Ίσο με το μέτρο του βάρους (F=B)

β. τα 1,2 του μέτρου του βάρους (F=1,2B)

γ. τα 0,2 του μέτρου του βάρους (F=0,2B)

Να δικαιολογήσετε την άποψη σας.



Απάντηση

$$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}B = m\alpha \Rightarrow F\text{-}B = \frac{B}{g}0,2g \Rightarrow F = 1,2B$$

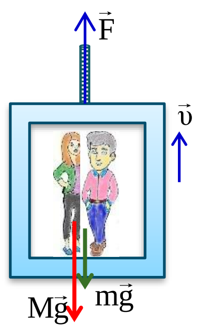
Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

Σχόλιο: Επειδή η ανερχόμενη κίνηση είναι επιταχυνόμενη θα είναι $\Sigma F>0 \Rightarrow F>B$ αλλά μόνο η πρόταση (β) πληροί αυτή την συνθήκη. Για το λόγο αυτό και οι άλλες προτάσεις έπρεπε να είναι στην λογική F>B.

2.77(2ο-12353-Β1) Ένας ανελκυστήρας μάζας M μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας m. Ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Ζητούμενο είναι να υπολογίσουμε την τάση του (αβαρούς) συρματόσχοινου το οποίο προσδένεται στον ανελκυστήρα. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσχοινο. Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η τάση του συρματόσχοινου έχει μέτρο που ισούται με:

α. Mg **β.** $(M\text{-}m)g$ **γ.** $(M+m)g$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.



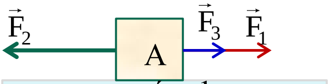
Απάντηση

Αφού υ=σταθερή $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow F\text{-}Mg\text{-}mg = 0 \Rightarrow F = (M+m)g$

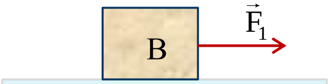
Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

2.78(2ο-13100-Β2 Ένας κύβος Α, μάζας $m_A=m$ βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο και ακλόνητο δάπεδο. Ασκούμε στον κύβο Α τρείς οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$.



σχήμα 1



σχήμα 2

Οι τρεις αυτές δυνάμεις είναι συγγραμμικές, με τις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ να έχουν ίδια κατεύθυνση, ενώ η $\vec{F}_2$ αντίθετη κατεύθυνση από αυτές, όπως στο σχήμα. Ο κύβος Α ισορροπεί ακίνητος με την επίδραση αυτών των δυνάμεων (σχήμα 1). Αν κάποια στιγμή καταργηθεί μόνο η δύναμη $\vec{F}_1$, ο κύβος Α αποκτά επιτάχυνση μέτρου $α_1$. Αν ασκήσουμε τη δύναμη $\vec{F}_1$ σε ένα άλλο κύβο Β μάζας $m_B=2m$, ο οποίος βρίσκεται επίσης πάνω σε λείο οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο και είναι ακίνητος αλλά ελεύθερος να κινηθεί (σχήμα.2), τότε ο κύβος Β θα αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου $α_2$.

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση που ισχύει για τα μέτρα των δύο επιταχύνσεων:

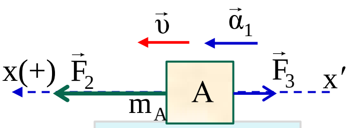
α. $α_1=α_2$ **β.** $α_1=2α_2$ **γ.** $α_2=2α_1$

Απάντηση

Ισορροπία σώματος Α (σχήμα 1):

$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_1+F_3-F_2=0 \Rightarrow F_1=F_2-F_3$ (1).

Κίνηση σώματος Α (σχήμα 3):

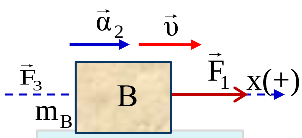


σχήμα 3

$\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{α}_1 \xrightarrow{m_A=m} \Rightarrow F_2-F_3=mα_1$

$\xrightarrow{(1)} F_1=mα_1$ (2)

Κίνηση σώματος Β (σχήμα 4):



σχήμα 4

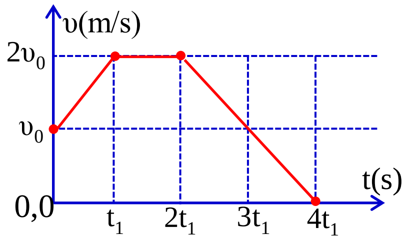
$\Sigma\vec{F}_x=m_B\vec{α}_2 \xrightarrow{m_B=2m} \Rightarrow F_1=2mα_2$ (3)

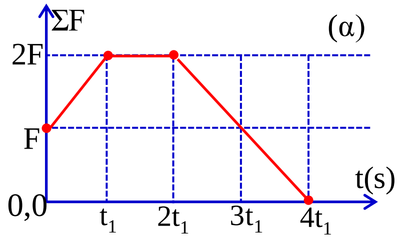
Από τις σχέσεις (2) και (3) φαίνεται ότι $mα_1=2mα_2 \Rightarrow \boldsymbol{α_1=2α_2}$

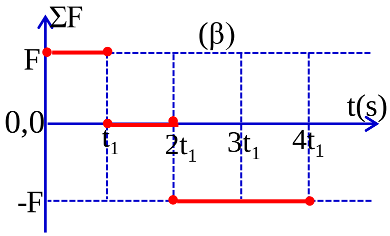
Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

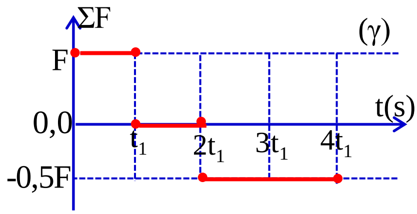
2.79(2ο-13101-Β2 Μικρό σώμα μάζας m κινείται ευθύγραμμα και το διπλανό διάγραμμα, αποδίδει την τιμή της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με το χρόνο της κίνησης. Από τα διαγράμματα (α), (β) και (γ), εκείνο, το οποίο αποδίδει σωστά την τιμή της συνισταμένης δύναμη που δέχεται το σώμα στην κίνηση αυτή, σε συνάρτηση με το χρόνο είναι το:

α. διάγραμμα (α)
β. διάγραμμα (β)
γ. διάγραμμα (γ)









Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

1η φάση: $0 \le t \le t_1$ κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με υ>0 με $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{2\upsilon_0 - \upsilon_0}{t_1 - 0} \Rightarrow$

$\alpha_1 = \upsilon_0 / t_1$=σταθερή (1) και ασκούμενη συνισταμένη δύναμη $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \xrightarrow{(1)}$

$\Sigma F_1 = m\alpha_1 = m\upsilon_0 / t_1 = F$ (2)

2η φάση: $t_1 \le t \le 2t_1$ κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με υ>0=σταθερή, με $\alpha_2 = 0$ και

$\Sigma F_2 = 0$ (3)

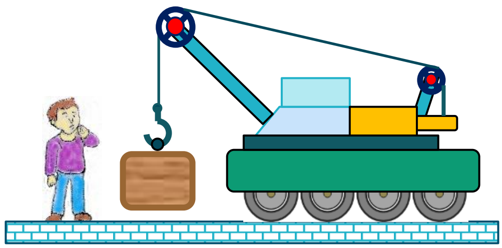
3η φάση: $2t_1 \le t \le 4t_1$ κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη με υ>0, με $\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{0 - 2\upsilon_0}{4t_1 - 2t_1}$

$\Rightarrow \alpha_3 = -\upsilon_0 / t_1$ =σταθερή (4) και ασκούμενη συνισταμένη δύναμη $\Sigma F_3 = m\alpha_3 \xrightarrow{(4)}$

$\Sigma F_3 = m\alpha_3 = -m\upsilon_0 / t_1 = -F$ (5)

Από σχέσεις (2,3,5) φαίνεται ότι **σωστό** είναι το **διάγραμμα (β)**

2.80(2ο-13102-Β1 Ένα βαρύ κιβώτιο μάζας m, είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δένουμε στο κιβώτιο το ένα άκρο ανθεκτικού νήματος, το άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σε γερανό όπως στο σχήμα. Ο γερανός σηκώνει το κιβώτιο και το ανεβάζει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ μέτρου $\alpha=\frac{g}{8}$ όπου g το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας. Οι δυνάμεις από τον αέρα μπορούν να αγνοηθούν. Η δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται από το νήμα στο κιβώτιο καθώς το ανεβάζει, έχει μέτρο:



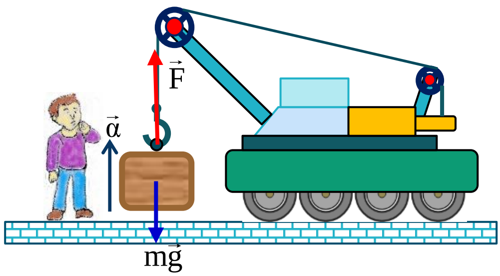
α. $F=mg$ **β.** $F=\frac{9}{8}mg$ **γ.** $F=2mg$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

Σημειώνουμε τις ασκούμενες στο κιβώτιο δυνάμεις, την $\vec{F}$ που ασκεί ο γάντζος που είναι δεμένος στο κάτω άκρο του νήματος και το βάρος του κιβωτίου. Επειδή το κιβώτιο ανέρχεται με επιτάχυνση γράφουμε ,

$$\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}mg=m\frac{g}{8} \Rightarrow \mathbf{F=\frac{9mg}{8}}$$



Σχόλιο: Αυτή είναι η δύναμη $F=\frac{9mg}{8}$ που ασκεί ο γάντζος στο κιβώτιο.

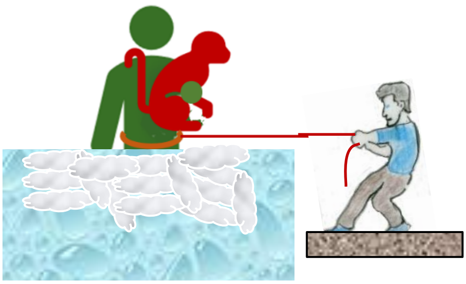
Αν ο γάντζος θεωρηθεί αβαρής τόση είναι η δύναμη που ασκεί και το νήμα του γερανού.

Αν ο γάντζος έχει βάρος (που είναι και η πραγματικότητα) η δύναμη του νήματος είναι μεγαλύτερη $F>\frac{9mg}{8}$.

Αν δέναμε το νήμα απευθείας -χωρίς τον γάντζο – στο κιβώτιο τότε το θεωρούμενο ως αβαρές νήμα θα ασκεί στο κιβώτιο δύναμη $F=\frac{9mg}{8}$.

Άρα σωστή η σχέση **(β)**

2.81(2ο-13105-Β2) Ένα άτυχο σκυλάκι έπεσε στην παγωμένη λίμνη του Κολοράντο της πόλης Lone Tree των Η.Π.Α. Το άτυχο ζώο έμεινε αρκετές ώρες παγιδευμένο, αλλά κατάφερε να επιβιώσει.



Ένας διασώστης κατάφερε να πλησιάσει το σκυλάκι, το πήρε αγκαλιά και οι συνάδελφοί του άρχισαν να τους τραβούν, με τη βοήθεια σχοινιού που είναι δεμένο στη ζώνη του διασώστη.
Η μάζα του διασώστη είναι επτά φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του σκύλου $m_\delta=7m_\sigma$. Το σχοινί είναι συνεχώς τεντωμένο και οριζόντιο και ασκεί σταθερή δύναμη στη ζώνη του διασώστη μέτρου F=80N. Η τριβή με την επιφάνεια της παγωμένης λίμνης μπορεί να θεωρηθεί μηδέν και οι αντιστάσεις αέρα να αγνοηθούν. Το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που ασκεί ο διασώστης στο σκύλο, καθώς τον έχει στην αγκαλιά του έχει μέτρο .

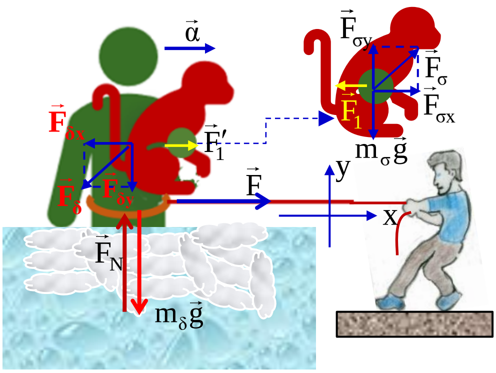
α. $F_\sigma=80N$ **β.** $F_\sigma=10N$ **γ.** $F_\sigma=70N$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Α π ά ν τ η σ η

1η Λύση: Με αναλυτική τοποθέτηση δυνάμεων

Λόγω της δύναμης του νήματος $\vec{F}$ και του δεδομένου ότι ο σκύλος είναι σε επαφή με τον διασώστη του το σύστημα τους (διασώστης - σκύλος) κινείται με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.



Δυνάμεις στο σκύλο: Ασκούνται το βάρος $m_\sigma\vec{g}$ και επειδή λόγω αδρανείας ο σκύλος τείνει να φύγει προς τα πίσω δέχεται την δύναμη επαφής $\vec{F}_\sigma$ από τον διασώστη που αναλύεται σε μια οριζόντια $\vec{F}_{\sigma x}$ και μια κατακόρυφη $\vec{F}_{\sigma y}$. Επίσης ο σκύλος δέχεται μια ελκτική δύναμη $\vec{F}_1$ από το χέρι του διασώστη.

Άξονας y΄y ο σκύλος ισορροπεί: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_{\sigma y}-m_\sigma g=0 \Rightarrow F_{\sigma y}=m_\sigma g$

Άξονας x΄x ο σκύλος επιταχύνεται: $\Sigma\vec{F}_x=m_\sigma\vec{\alpha} \Rightarrow \Sigma F_x=m_\sigma\alpha \Rightarrow F_{\sigma x}-F_1=m_\sigma\alpha$ (1)

Ουσιαστικά ζητείται η $\Sigma F_x = F_{\sigma x} - F_1$.

Δυνάμεις στο διασώστη: Ασκούνται το βάρος $m_\delta \vec{g}$, η δύναμη από το νερό $\vec{F}_N$, η δύναμη από το νήμα $\vec{F}$ και οι αντιδράσεις των δυνάμεων από το σκύλο που είναι η δύναμη επαφής $\vec{F}_\delta$ που αναλύεται σε μια οριζόντια $\vec{F}_{\delta x}$ και μια κατακόρυφη $\vec{F}_{\delta y}$ μέτρα $F_{\delta x} = F_{\sigma x}$ και $F_{\delta y} = F_{\sigma y}$. Επίσης ο διασώστης δέχεται στο χέρι του από τον σκύλο την $\vec{F}_1'$ αντίθετη της $\vec{F}_1$.

Άξονας y΄y ο διασώστης ισορροπεί: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_N - m_\delta g - F_{\delta y} = 0$

Άξονας x΄x ο διασώστης επιταχύνεται: $\Sigma \vec{F}_x = m_\delta \vec{\alpha} \Rightarrow F - F_{\delta x} + F_1' = m_\delta \alpha$ (2)

Προσθέτουμε τις (1) και (2) κατά μέλη, οπότε $F - \cancel{F_{\delta x}} + \cancel{F'_1} + \cancel{F_{\sigma x}} - \cancel{F_1} = m_\delta \alpha + m_\sigma \alpha$

$$\xrightarrow{m_\delta = 7m_\sigma} F = 8m_\sigma \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F}{8m_\sigma} \ (3).$$

$$(1,3) \Rightarrow \Sigma F_x = m_\sigma \alpha \Rightarrow \Sigma F_x = m_\sigma \frac{F}{8m_\sigma} \Rightarrow \Sigma F_{\sigma\kappa\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon, x} = \frac{F}{8} = 10\text{N}$$

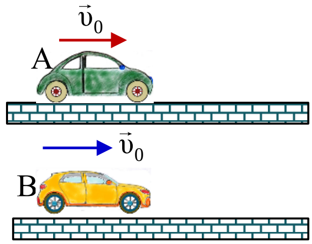
Άρα σωστή η σχέση **(β)**

1η Λύση: …συνοπτική..

Επειδή ο σκύλος είναι σε επαφή με τον διασώστη του το σύστημα τους (διασώστης -σκύλος) κινείται οριζόντια με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ και επειδή στο σύστημα η μόνη εξωτερική οριζόντια δύναμη είναι η δύναμη του νήματος $\vec{F}$ από το 2ο νόμο Newton για το σύστημα έχουμε $\Sigma \vec{F}_x = (m_\sigma + m_\sigma)\vec{\alpha} \xrightarrow{m_\delta = 7m_\sigma} F = 8m_\sigma \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F}{8m_\sigma}$

Επειδή τώρα ο σκύλος ως μέρος του συνόλου κινείται με την ίδια επιτάχυνση θα δέχεται οριζόντια δύναμη από τον διασώστη που θα του βγάζει την ανωτέρω επιτάχυνση $\Sigma \vec{F}_{x,\sigma\kappa\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} = m_\sigma \vec{\alpha} \Rightarrow \Sigma F_{x,\sigma\kappa\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon} = m_\sigma \frac{F}{8m_\sigma} \Rightarrow \Sigma F_{\sigma\kappa\acute{\upsilon}\lambda o\upsilon, x} = \frac{F}{8} = 10\text{N}$

2.82(2ο-13270-Β2) Τα αυτοκίνητα Α και Β της εικόνας έχουν ίσες μάζες και κινούνται ευθύγραμμα, με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_0.



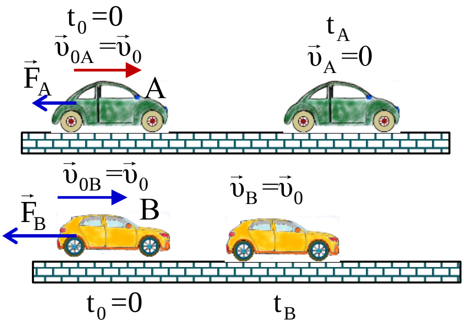
Αν το ελάχιστο χρονικό διάστημα που απαιτείται για την ακινητοποίηση των αυτοκινήτων Α και Β είναι t_A και t_B αντίστοιχα με $t_A = 2t_B$, τότε για τη μέγιστη τιμή του μέτρου της επιβραδύνουσας δύναμης, που μπορεί να αναπτύξει το σύστημα πέδησης των αυτοκινήτων Α και Β (F_A και F_B αντίστοιχα) ισχύει:

α. $F_B = 4F_A$ **β.** $F_B = 2F_A$ **γ.** $F_A = 4F_B$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Κινητό Α:



Επιτάχυνση, $\alpha_A = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{0-\upsilon_0}{t_A - 0} \Rightarrow$

$\alpha_A = -\dfrac{\upsilon_0}{t_A}$

Δύναμη, $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_A \Rightarrow F_A = m\left(-\dfrac{\upsilon_0}{t_A}\right)$

$\Rightarrow F_A = -\dfrac{m\upsilon_0}{t_A}$ ή $F_A = \dfrac{m\upsilon_0}{t_A}$ (μέτρο) (1)

Κινητό Β:

Επιτάχυνση, $\alpha_B = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \dfrac{0-\upsilon_0}{t_B - 0} \Rightarrow \alpha_B = -\dfrac{\upsilon_0}{t_B}$

Δύναμη, $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_B \Rightarrow F_B = m\left(-\dfrac{\upsilon_0}{t_B}\right) \Rightarrow F_B = -\dfrac{m\upsilon_0}{t_B}$ ή $F_B = \dfrac{m\upsilon_0}{t_B}$ (μέτρο) (2).

Από τις (1) και (2) παίρνουμε $\dfrac{F_A}{F_B} = \dfrac{m\upsilon_0/t_A}{m\upsilon_0/t_B} \Rightarrow \dfrac{F_A}{F_B} = \dfrac{t_B}{t_A} \xrightarrow{t_A=2t_B} \dfrac{F_A}{F_B} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$\mathbf{F_B = 2F_A}$ **Άρα σωστή** η σχέση **(β)**

2.83(2ο-13272-Β2) Σημειακό αντικείμενο μάζας m, κινείται ευθύγραμμα και δέχεται την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$. Η μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας Δυ του κινητού σε χρονικό διάστημα Δt δίνεται από τη σχέση:

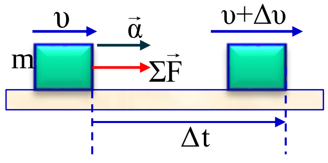
α. $\Delta\upsilon=\frac{\Sigma F}{m}\Delta t$ **β.** $\Delta\upsilon=\frac{\Sigma F}{m\cdot\Delta t}$ **γ.** $\Delta\upsilon=\Sigma F\cdot m\cdot\Delta t$

Επιλέξτε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η Λύση: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{a} \Rightarrow \Sigma F=m\frac{(\upsilon+\Delta\upsilon)-\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

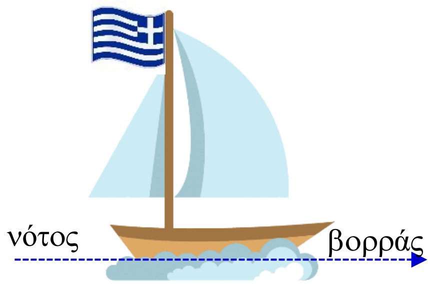
$\Sigma F=m\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\upsilon=\frac{\Sigma F}{m}\Delta t$



2η Λύση: $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\upsilon=\alpha\Delta t \Rightarrow \Delta\upsilon=\frac{\Sigma F}{m}\Delta t$

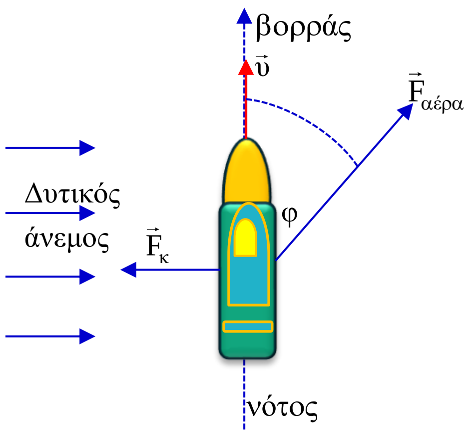
Άρα σωστή η σχέση **(α)**

2.84(2ο-13346-Β2) Ένα ιστιοφόρο πλέει με σταθερή ταχύτητα και κατεύθυνση προς τον Βορρά. Η κατεύθυνση πλεύσης καθορίζεται από την πλάγια δύναμη $\vec{F}_{αέρα}$, που ασκείται από τον δυτικό άνεμο στο «φουσκωμένο» πανί του και τη δύναμη $\vec{F}_{κ}$, που ασκείται από το νερό στην καρίνα του σκάφους, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης του.



Η δύναμη $\vec{F}_{αέρα}$ είναι σταθερή, έχει μέτρο $F_{αέρα}=2\cdot10^4 N$ και η κατεύθυνσή της σχηματίζει γωνία φ με την κατεύθυνση πλεύσης.

Για τη γωνία δίνεται ημφ=0,6 και συνφ=0,8.



Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{κ}$, την οποία δέχεται η καρίνα του σκάφους από το νερό, κάθετα στην κατεύθυνση πλεύσης είναι:

α. $F_κ=2\cdot 10^4 N$ **β.** $F_κ=1,2\cdot 10^4 N$ **γ.** $F_κ=1,6\cdot 10^4 N$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

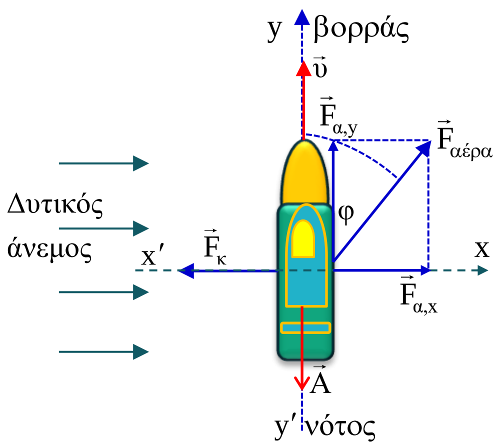
Απάντηση

Το ιστιοφόρο στον άξονα των x΄x δεν κινείται οπότε $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow$

$$F_{α,x}-F_κ=0 \Rightarrow F_κ=F_{αέρα}ημφ \xrightarrow{S.I}$$

$$F_κ=2\cdot 10^4\cdot 0,6 \Rightarrow F_κ=1,2\cdot 10^4 N$$

Άρα σωστή η σχέση **(β)**



Σχόλιο: Επειδή το ιστιοφόρο κινείται με σταθερή ταχύτητα στον άξονα y΄y με τα υπάρχοντα δεδομένα πρέπει στον άξονα κίνησης να υπάρχει αντίσταση από αέρα- νερό $\vec{A}$ τέτοια ώστε $\Sigma\vec{F}_y=0$

$$\Rightarrow F_{α,y}-A=0 \Rightarrow A=F_{αέρα}συνφ$$

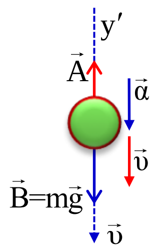
$$\xrightarrow{S.I} A=2\cdot 10^4\cdot 0,8 \Rightarrow A=1,6\cdot 10^4 N$$

Σχόλιο: Στην απάντηση του ΙΕΠ από αβλεψία δίνεται $F_κ=F_{α,x}=F_{αέρα}συνφ$ ή $F_κ=1,2\cdot 10^4 N$ και σωστό το(β)

2.85(2ο-13464-Β1 Σώμα με βάρος μέτρου Β=100Ναφήνεται ελεύθερο από μικρό ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης. Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία πέφτει το σώμα είναι $α=4 m/s^2$. Αν δίνεται $g=10 m/s^2$, το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από τον αέρα είναι:

α. 60 N **β.** 40 N **γ.** 140 N

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.



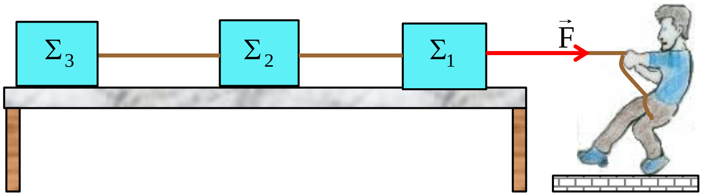
Απάντηση

$$\Sigma\vec{F}_y=m\vec{α} \Rightarrow B-A=mα \Rightarrow A=B-mα \Rightarrow A=B-\frac{B}{g}α \Rightarrow$$

$$A=B\frac{g-α}{g} \xrightarrow{S.I} A=100\frac{10-4}{10}N \Rightarrow \mathbf{A=60N}$$

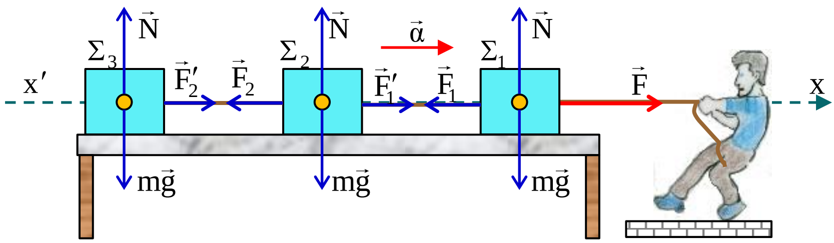
Άρα σωστή η σχέση **(α)**

2.86(2ο-13466-Β1) Τα κιβώτια $Σ_1$, $Σ_2$ και $Σ_3$ του σχήματος έχουν ίσες μάζες και συνδέονται μεταξύ τους με αβαρή νήματα, τα οποία έχουν όριο θραύσης $T_{θρ}=180N$. Ένας μαθητής ασκεί στο κιβώτιο $Σ_1$ σταθερή, οριζόντια δύναμη μέτρου F=300N, με αποτέλεσμα το σύστημα των τριών κιβωτίων να ξεκινά να κινείται επάνω στο οριζόντιο, λείο, ακλόνητο δάπεδο. Τα νήματα που συνδέουν τα κιβώτια παραμένουν οριζόντια και στην κίνηση αυτή:



α. θα κοπεί το νήμα που συνδέει τα κιβώτια $Σ_2$ και $Σ_3$,
β. θα κοπεί το νήμα που συνδέει τα κιβώτια $Σ_1$ και $Σ_2$,
γ. δεν θα κοπεί κάποιο από τα νήματα.
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα με την παρατήρηση ότι $F_1'=F_1$ (κατά μέτρο) διότι ασκούνται από το ίδιο αβαρές νήμα, όπως και $F_2'=F_2$
Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο Newton στον άξονα για όλο το σύστημα (όλα τα σώματα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση) $Σ\vec{F}_x=m_{ολ}\vec{α} \Rightarrow F\text{-}F_1+F_1'\text{-}F_2+F_2'=3mα$

$$\xrightarrow{F_1=F_1',F_2=F_2'} F=3mα \Rightarrow α=\frac{F}{3m} \quad (1)$$

2ο νόμος Newton για το $Σ_1$: $Σ\vec{F}_x=m\vec{α} \Rightarrow F\text{-}F_1=mα \xrightarrow{(1)} F\text{-}F_1=m\frac{F}{3m} \Rightarrow F_1=\frac{2F}{3} \Rightarrow$

$$F_1=\frac{2\cdot 300N}{3}=200N$$

$2^{\text{ο}}$ νόμος Newton για το Σ_3: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_2' = m\alpha \xrightarrow{(1)} F_2' = m\dfrac{F}{3m} \Rightarrow F_2' = \dfrac{F}{3} \Rightarrow$

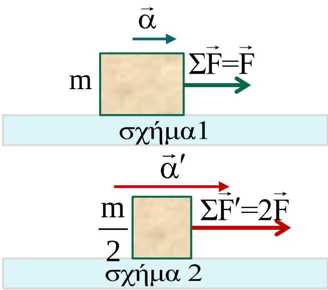
$F_2' = \dfrac{300N}{3} = 100N$

Παρατηρούμε $F_1 = 200N > 180N = T_{\theta\rho}$, άρα το νήμα που συνδέει τα Σ_1,Σ_2 κόβεται , ενώ $F_2' = F_2 = 100N < 180N = T_{\theta\rho}$ άρα το νήμα που συνδέει τα Σ_2,Σ_3 δεν κόβεται ..

Σωστή η πρόταση (β)

2.87(2o-13509-B1) Σώμα μάζας m δέχεται την επίδραση συνισταμένης δύναμης μέτρου F. Κόβουμε το σώμα σε δύο κομμάτια ίσων μαζών m/2 και στο ένα απ' αυτά ασκούμε δύναμη μέτρου 2F. Η επιτάχυνση α′ του κομματιού μάζας m/2 σε σχέση με την επιτάχυνση α του αρχικού σώματος μάζας m είναι:
α. Αυξημένη κατά 100% , **β.** Μειωμένη κατά 300%, **γ.** Αυξημένη κατά 300%
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η



$1^{\text{ο}}$ Σχήμα: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow \vec{\alpha} = \dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha = \dfrac{F}{m}$ (1)

$2^{\text{ο}}$ Σχήμα: $\Sigma\vec{F}_x = \dfrac{m}{2}\vec{\alpha}' \Rightarrow \vec{\alpha}' = \dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m/2} \Rightarrow \alpha' = \dfrac{2F}{m/2} \Rightarrow$

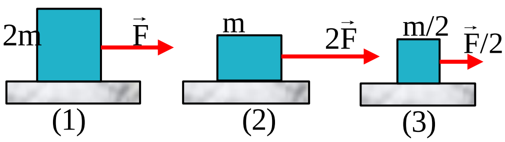
$\alpha' = \dfrac{4F}{m}$ (2) Από (1) και (2) έχουμε $\alpha' = 4\alpha$

Μεταβολή % της επιτάχυνσης: $\pi\% = \dfrac{\Delta\alpha}{\alpha}100\% \Rightarrow$

$\pi\% = \dfrac{\alpha' - \alpha}{\alpha}100\% \Rightarrow \pi\% = \dfrac{4\alpha - \alpha}{\alpha}100\% \Rightarrow \pi\% = 300\%$ **Άρα σωστή** η σχέση **(γ)**

Σχόλιο: Στην εκφώνηση έπρεπε και στη 2^{η} περίπτωση της μάζας m/2 να αναφέρεται ότι **η ασκούμενη δύναμη μέτρου 2F αποτελεί τη συνισταμένη δύναμη**

2.88(2o-13511-B1) Τα σώματα (1), (2) και (3) αποκτούν επιταχύνσεις μέτρων α_1, α_2 και α_3 αντίστοιχα. Για τα μέτρα των επιταχύνσεων ισχύει:



α. $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$
β. $\alpha_2 > \alpha_1 > \alpha_3$
γ. $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3$
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

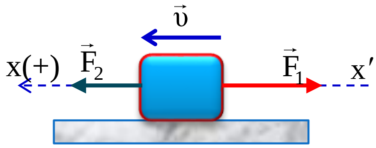
Σχήμα(1): $\alpha_1 = \frac{\Sigma F}{2m} = \frac{F}{2m} = 0,5\frac{F}{m}$ (1) Σχήμα(2): $\alpha_2 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{2F}{m} = 2\frac{F}{m}$ (2)

Σχήμα(3): $\alpha_3 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{2F/2}{m/2} = 1\frac{F}{m}$ (3) Από (1,2,3) φαίνεται $\alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_1$

Άρα σωστή η σχέση **(α)**

Σχόλιο: Στην εκφώνηση έπρεπε να αναφέρεται ότι το δάπεδο είναι **λείο**, **ή** ότι οι σημειωμένες δυνάμεις **αποτελούν τη συνισταμένη δύναμη**

2.89(2ο-13512-Β1) Το σώμα του παρακάτω σχήματος κινείται προς τα αριστερά πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα υ. Τη χρονική στιγμή t_0=0s ασκούνται στο σώμα ταυτόχρονα δύο οριζόντιες δυνάμεις F_1 και F_2 ($F_1 > F_2$). Κάποια χρονική στιγμή ($t_1 > t_0$) και ενώ το σώμα εξακολουθεί να κινείται προς τα αριστερά καταργούμε τη δύναμη F_2.



α. Το σώμα θα αρχίσει να κινείται προς τα δεξιά.

β. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα μειώνεται πιο γρήγορα.

γ. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος θα αρχίσει να αυξάνεται.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση,

Απάντηση

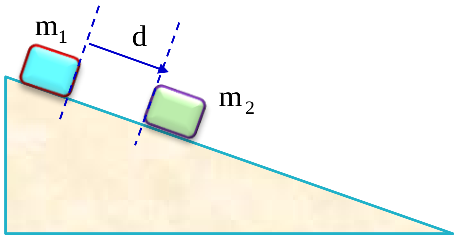
Αρχικά το σώμα λόγω της ταχύτητας του υ>0 κινείται προς τα αριστερά (θεωρούμε αυτή τη φορά ως θετική) με ασκούμενε συνισταμένη δύναμη $\Sigma F = F_2 - F_1 < 0$ αντίρροπη της ταχύτητας $\vec{\upsilon}$ και συνεπώς η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_2 - F_1}{m} < 0$ (1).

Μετά τη χρονική στιγμή $t = t_1$ το κινητό έχει ακόμη θετική ταχύτητα υ>0 και κινείται προς τα θετικά (προς τα αριστερά) με επιβραδυνόμενη κίνηση και επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Sigma F}{m} = -\frac{F_1}{m} < 0$ (2).

Από τις (1) και (2) παρατηρούμε ότι $|\alpha_2| > |\alpha_1|$ δηλαδή το κινητό μετά την $t = t_1$ επιβραδύνεται με μεγαλύτερη επιβράδυνση, η ταχύτητά του μειώνεται με μεγαλύτερο ρυθμό…μειώνεται πιο γρήγορα.

Άρα σωστή η σχέση **(β)**

2.90(2ο-13544-Β2) Δύο σώματα m_1 και m_2 ($m_1 > m_2$) αφήνονται ταυτόχρονα να ολισθήσουν κατά μήκος ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου. Τη χρονική στιγμή ($t_0=0s$) που αφέθηκαν η απόσταση μεταξύ τους ήταν d. Τη χρονική στιγμή που το σώμα m_2 θα φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων d′ θα είναι:

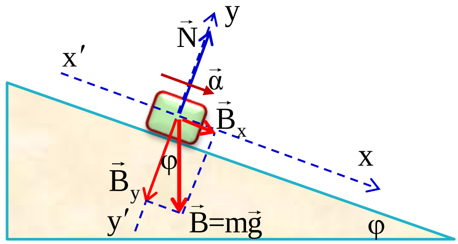


α. d′ > d **β.** d′ = d **γ.** d′ < d

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

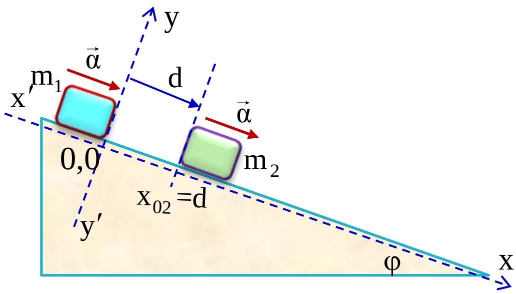
Αρχικά θα βρούμε τη επιτάχυνση με την οποία κατέρχεται ένα σώμα που αφήνεται να κατέβει ένα λείο κεκλιμένο επίπεδο, όπως στο 1° σχήμα.



$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow B_x = m\alpha \Rightarrow mg\eta\mu\varphi = m\alpha$

$\Rightarrow \alpha = g\eta\mu\varphi$ (1), ανεξάρτητη από την μάζα του σώματος.

Άρα και τα δύο σώματα διαφορετικής μάζας στο 2° σχήμα κατέρχονται με την ίδια επιτάχυνση $\alpha = g\eta\mu\varphi$ χωρίς αρχική ταχύτητα ξεκινώντας την ίδια χρονική στιγμή $t_0=0$. Για σύστημα αναφοράς του σχήματος γράφουμε τις εξισώσεις θέσης για τα δύο σώματα.



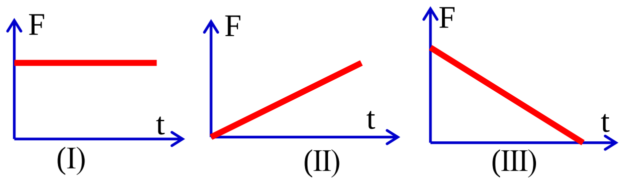
Σώμα μάζας m_1: $x_1 = \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{(1)} x_1 = \frac{1}{2} g\,\eta\mu\varphi\, t^2$

Σώμα μάζας m_2: $x_2 = x_{02} + \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{(1)} x_2 = d + \frac{1}{2} g\,\eta\mu\varphi\, t^2$

Τα σώματα θα απέχουν απόσταση $d' = x_2 - x_1 \Rightarrow d' = d + \frac{1}{2} g\,\eta\mu\varphi\, t^2 - \frac{1}{2} g\,\eta\mu\varphi\, t^2 \Rightarrow$

$d' = d$ για κάθε χρονική στιγμή $t \geq t_0$. **Άρα σωστή** η σχέση **(β)**

2.91(2ο-13546-Β2) Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F και το σώμα αρχίζει να επιταχύνεται. Το μέτρο της επιτάχυνσης μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο κίνησης του σώματος. Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με τον χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:

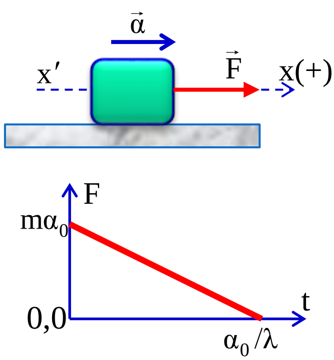


α. (I) **β.** (II) **γ.** (III)

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

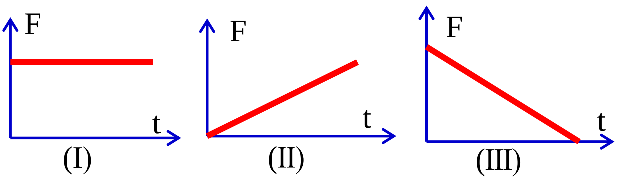
Α π ά ν τ η σ η

Επειδή η επιτάχυνση μειώνεται γραμμικά με το χρόνο θα έχει εξίσωση $\alpha=\alpha_0-\lambda t$ (1) ($\lambda>0$ και σταθερή ποσότητα). Από τη σχέση $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow$ $F=m\alpha$ και για m=σταθερή φαίνεται ότι η δύναμη F είναι ανάλογη της επιτάχυνσης α και θα περιγράφεται από εξίσωση $F=m\alpha \xrightarrow{(1)}$ $F=m(\alpha_0-\lambda t) \Rightarrow F=m\alpha_0-m\lambda t$ και η γραφική της παράσταση αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα όμοιο με το (III) από τα αυτά που δίνονται.



Άρα σωστή η σχέση **(γ)**

2.92(2ο-13548-Β1) Σε κιβώτιο που βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$ οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Η ταχύτητα του κιβωτίου αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο. Η γραφική παράσταση του

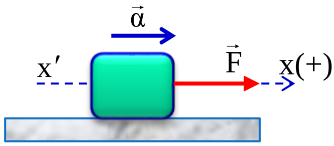


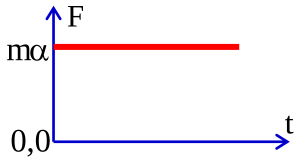
μέτρου της δύναμης $\vec{F}$ που ασκείται στο κιβώτιο σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα: **α.** (Ι) **β.** (ΙΙ) **γ.** (ΙΙΙ)

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

Επειδή η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, δηλαδή έχει σταθερή επιτάχυνση α=σταθερή. Από τη σχέση $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}$ $\Rightarrow$ F=mα και για m=σταθερή φαίνεται ότι η δύναμη F είναι ανάλογη της επιτάχυνσης α και θα περιγράφεται από εξίσωση F=mα =σταθερή και η γραφική της παράσταση αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα όμοιο με το (Ι) από τα αυτά που δίνονται.



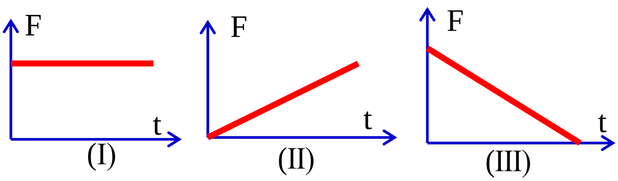


Άρα σωστή η σχέση **(α)**

1ο Σχόλιο: Στην εκφώνηση έπρεπε να δίνεται ότι **το οριζόντιο δάπεδο είναι λείο** ή αν το δάπεδο είναι μη λείο **η τριβή και οι παντός είδους αντιστάσεις έχουν σταθερή τιμή** ή διαφορετικά ότι **η ασκούμενη δύναμη $\vec{F}$ είναι η συνισταμένη δύναμη**.

2ο Σχόλιο: Για να αυξάνεται η ταχύτητα ανάλογα με το χρόνο πρέπει το σώμα να ξεκινάει από την ηρεμία οπότε υ=αt . **Αν είχε αρχική ταχύτητα** με τη άσκηση σταθερής συνισταμένης δύναμης **η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο** (όχι ανάλογα) $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t$.

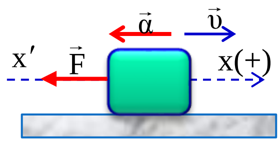
2.93(2ο-13550-Β1) Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το σώμα αρχίζει να επιβραδύνεται ομαλά. Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίδεται από το διάγραμμα:



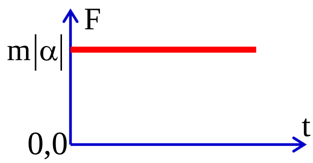
α. (I) **β.** (II) **γ.** (III)

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

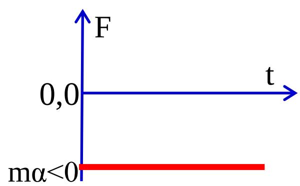


Επειδή η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο, μειώνεται με σταθερή επιτάχυνση και για το σχήμα πήραμε υ>0, οπότε α<0=σταθερή. Από τη σχέση $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F = m\alpha$ και για m=σταθερή φαίνεται ότι η δύναμη F είναι ανάλογη της επιτάχυνσης α και θα περιγράφεται από εξίσωση $F = m\alpha < 0$=σταθερή το δε μέτρο της από την εξίσωση $F_{μέτρο} = m|\alpha|$ =σταθερή και η γραφική της παράσταση αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα όμοιο με το (I) από τα αυτά που δίνονται.

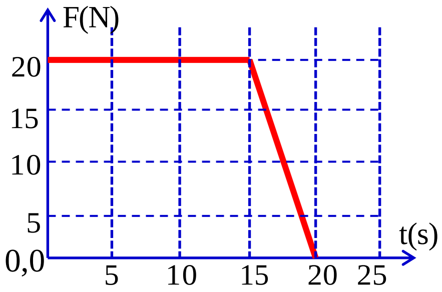


Άρα σωστή η σχέση **(α)**

Σχόλιο: Αν θέλαμε το διάγραμμα της δύναμης με το χρόνο, έπρεπε να γίνει το διάγραμμα της **αλγεβρικής τιμής της δύναμης** $F = m\alpha < 0$=σταθερή, όπως αυτό φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



2.94(2ο-13552-Β2) Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή t=0s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα, ενώ η διεύθυνσή της παραμένει σταθερή.



α. Για όλο το χρονικό διάστημα από 0s έως 20s το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση.

β. Το χρονικό διάστημα από 0s έως 15s το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση, ενώ το χρονικό διάστημα από 15s έως 20s το σώμα επιβραδύνεται.

γ. Για όλο το χρονικό διάστημα από 0s έως 20s το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

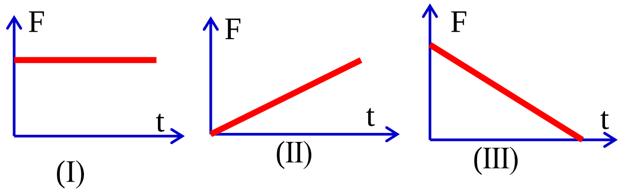
1η φάση $0s \le t < 15s$: $\Sigma F = F = 20N$ σταθερή $\Rightarrow$ $\alpha = \dfrac{F}{m}$ =σταθερή , κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με θετική ταχύτητα $\upsilon > 0$.

2η φάση $15s \le t \le 20s$:Έχουμε $\upsilon > 0$, δύναμη $\Sigma F = F > 0$ ομόρροπη της κίνησης που μειώνεται γραμμικά με το χρόνο και δίνει στο κινητό επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ομόρροπη της κίνησης-ταχύτητας , οπότε έχουμε επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση γραμμικά μειούμενη με το χρόνο. Η ταχύτητα στη φάση αυτή αυξάνεται αλλά με μειούμενο ρυθμό και προφανώς η φορά της όπως και του κινητού συνεχίζει να είναι θετική.

Αρά σε όλη την διάρκεια $0s \le t \le 20s$ το κινητό κινείται με $\upsilon > 0$ που αυξάνεται συνεχώς , στην πρώτη φάση με σταθερό ρυθμό και στην δεύτερη φάση με μειούμενο ρυθμό, δηλαδή σε όλη την διάρκεια έχουμε επιταχυνόμενη κίνηση.

Άρα σωστή η σχέση **(α)**

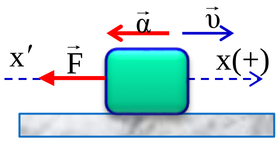
2.95(2ο-13553-Β2) Ένα σώμα κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, οπότε αρχίζει να επιβραδύνεται. Το μέτρο της επιβράδυνσης αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο κίνησης του σώματος. Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης (F) που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (t) δίνεται από το διάγραμμα: **α.** (Ι) **β.** (ΙΙ) **γ.** (ΙΙΙ)



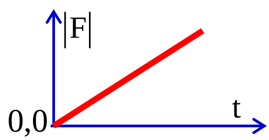
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Επειδή το μέτρο της επιβράδυνσης αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο, η επιβράδυνση θα έχει εξίσωση αλγεβρικής τιμής $\alpha=-\lambda t$ (1) ($\lambda>0$ και σταθερή ποσότητα) ή εξίσωση μέτρου $|\alpha|=\lambda t$ (2)

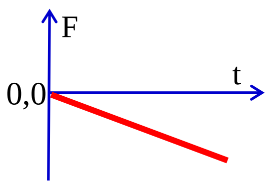


Από τη σχέση $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}\Rightarrow F=m\alpha$ και για m=σταθερή φαίνεται ότι η δύναμη F είναι ανάλογη της επιτάχυνσης (επιβράδυνσης) α και θα περιγράφεται από εξίσωση $F=m\alpha \xrightarrow{(1)}$ $F=-m\lambda t$ (αλγεβρική τιμή) ή το μέτρο της θα δίνεται από τη σχέση $\Rightarrow |F|=m\lambda t$ και η γραφική της παράσταση αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα όμοιο με το (ΙΙ) από τα αυτά που δίνονται.

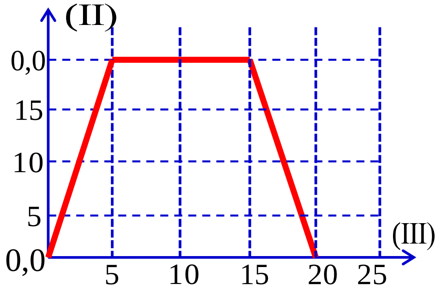


Άρα σωστή η σχέση **(β)**

Σχόλιο: Αν θέλαμε το διάγραμμα της δύναμης με το χρόνο, έπρεπε να γίνει το διάγραμμα της **αλγεβρικής τιμής της δύναμης** $F=m\alpha<0$=σταθερή, όπως αυτό φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



2.96(2ο-13555-Β1) Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή t_0=0s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



α. Στο χρονικό διάστημα από 15s έως 20s το σώμα επιβραδύνεται γιατί η δύναμη που του ασκείται είναι μικρότερη από τη δύναμη το χρονικό διάστημα από 5s έως 10s.
β. Το χρονικό διάστημα από 5s έως 15s το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα.
γ. Για όλο το χρονικό διάστημα από 0s έως 20s η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνεται.
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η φάση $0s \le t < 5s$:Η συνισταμένη δύναμη αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο με εξίσωση $F=4t$ (S.I), το σώμα (μάζας m) αποκτά επιτάχυνση $\alpha=\frac{F}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{4t}{m}$ (S.I) και αρχίζει να κινείται με επιταχυνόμενη κίνηση προς την θετική κατεύθυνση με την ταχύτητα τα αυξάνεται με αυξανόμενο ρυθμό.

2η φάση $5s \le t < 15s$:Η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή με το χρόνο με εξίσωση $F=20N$, το σώμα αποκτά σταθερή επιτάχυνση $\alpha=\frac{F}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{20}{m}$ (S.I) και συνεχίζει την κίνηση με ομαλά επιταχυνόμενο κίνηση προς την θετική κατεύθυνση με την ταχύτητα τα αυξάνεται με σταθερό ρυθμό.

3η φάση $15s \le t \le 20s$:Η συνισταμένη δύναμη συνεχίζει να είναι ομόρροπη της κίνησης ($F>0$) – άρα η κίνηση συνεχίζει να είναι επιταχυνόμενη. Η δύναμη μειώνεται γραμμικά με το χρόνο με εξίσωση $F=20-4(t-15)$ (S.I), το σώμα αποκτά επιτάχυνση $\alpha=\frac{F}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{20-4(t-15)}{m}$ (S.I) (S.I) και σώμα συνεχίζει να κινείται με επιταχυνόμενη κίνηση προς την θετική κατεύθυνση με την ταχύτητα τα αυξάνεται με μειούμενο ρυθμό.

Παρατηρούμε ότι για όλο το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 20s$ η ταχύτητα του σώματος συνεχώς αυξάνεται. **Άρα σωστή** η πρόταση **(γ)**.

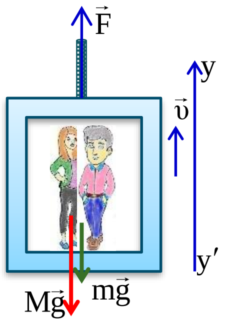
2.97(2ο-13566-Β1) Ένας ανελκυστήρας μάζας 350kg μεταφέρει δύο άτομα συνολικής μάζας 150kg, ξεκινώντας να ανέρχεται από την ηρεμία την $t_0=0$ με σταθερή επιτάχυνση. Για το χρονικό διάστημα 0–10s η ταχύτητα του μεταβλήθηκε κατά 2m/s. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσκοινο. Η δύναμη που ασκεί το συρματόσχοινο στον ανελκυστήρα έχει μέτρο ίσο με: **α.** 5000N, **β.** 5100N, **γ.** 5150N

Δίνεται $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

1η Λύση: Μελέτη ασανσέρ-ατόμων ως ενιαίο σύστημα



Ο ανελκυστήρας έχει επιτάχυνση $α=\dfrac{Δυ}{Δt} \Rightarrow α=\dfrac{2m/s}{10s} \Rightarrow$

$α=0,2m/s^2$

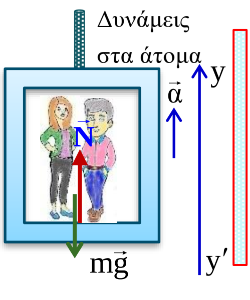
Νόμος Newton για όλο το σύστημα $Σ\vec{F}_y=m_{ολ}\vec{α} \Rightarrow$

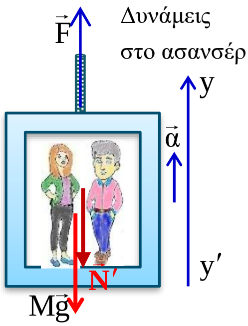
$$F\text{-}Mg\text{-}mg=(M+m)α \Rightarrow F=(M+m)(g+α) \xrightarrow{S.I} F=5100N$$

Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**

2η Λύση: Μελέτη ασανσέρ και ατόμων ξεχωριστά

Δυνάμεις στα άτομα…το συνολικό τους βάρος $m\vec{g}$ και η συνολική δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από το ασανσέρ …και επειδή για ακίνητο παρατηρητή εκτελούν επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $α=0,2m/s^2$ έχουμε $Σ\vec{F}_y=m\vec{α} \Rightarrow$ N-mg=mα (1)

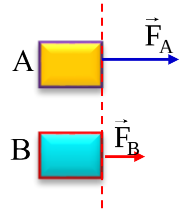




Δυνάμεις στο ασανσέρ … το βάρος $M\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}$ από το συρματόσχοινο και η δύναμη $\vec{N}'$ από τα άτομα ως αντίδραση της $\vec{N}$ με $\vec{N}'=-\vec{N}$ (ίδια μέτρα)…και επειδή για ακίνητο παρατηρητή το ασανσέρ εκτελεί επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $α=0,2m/s^2$ έχουμε $Σ\vec{F}_y=M\vec{α}$ $\Rightarrow$ F-N′-Mg=Mα $\Rightarrow$ F-N-Mg=Mα (2). Προσθέτοντας τις (1) και (2) έχουμε

$$F\text{-}Mg\text{-}mg=(M+m)α \Rightarrow F=(M+m)(g+α) \xrightarrow{S.I} F=5100N.$$

2.98(2ο-13566-Β2) Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A=3F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι υ. Το κιβώτιο Β αποκτά ταχύτητα ίδιου μέτρου (υ) τη χρονική στιγμή $t_2=20s$. Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:



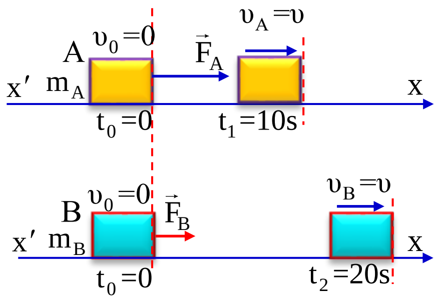
α. $m_A=m_B$ **β.** $m_A=\frac{2}{3}m_B$ **γ.** $m_B=\frac{2}{3}m_A$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Κινητό Α: Επιτάχυνση $\alpha_A=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\Rightarrow$

$$\alpha_A=\frac{\upsilon-\upsilon_0}{t_1-t_0}\Rightarrow\alpha_A=\frac{\upsilon-0}{t_1-0}\Rightarrow\alpha_A=\frac{\upsilon}{t_1}\quad(1)$$



Κινητό Β: Επιτάχυνση $\alpha_B=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\Rightarrow$

$$\alpha_B=\frac{\upsilon-\upsilon_0}{t_2-t_0}\Rightarrow\alpha_B=\frac{\upsilon-0}{t_2-0}\Rightarrow\alpha_B=\frac{\upsilon}{t_2}\quad(2)$$

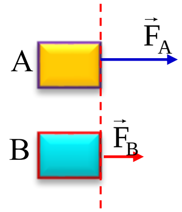
Από (1) και (2) έχουμε $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{\upsilon/t_1}{\upsilon/t_2}\Rightarrow$

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{t_2}{t_1}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{20s}{10s}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=2\Rightarrow\frac{\Sigma F_A/m_A}{\Sigma F_B/m_B}=2\Rightarrow\frac{F_A/m_A}{F_B/m_B}=2\Rightarrow$$

$$\frac{F_A}{F_B}\frac{m_B}{m_A}=2\xrightarrow{F_A=3F_B}\frac{m_B}{m_A}=\frac{2}{3}\Rightarrow m_B=\frac{2}{3}m_A$$

Άρα σωστή η πρόταση **(γ)**.

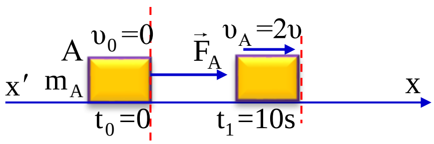
2.99(2ο-13568-Β2) Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A=3F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ η ταχύτητα του κιβωτίου Α είναι διπλάσια από την ταχύτητα του κιβωτίου Β. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση. Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:



α. $m_A=m_B$ **β.** $m_A=\frac{2}{3}m_B$ **γ.** $m_B=\frac{2}{3}m_A$

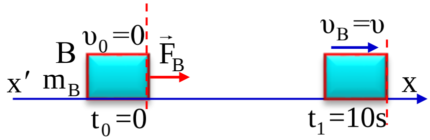
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση



Κινητό Α: Επιτάχυνση $\alpha_A=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\alpha_A=\frac{\upsilon_A-\upsilon_0}{t_1-t_0} \Rightarrow \alpha_A=\frac{\upsilon_A-0}{t_1-0} \Rightarrow \alpha_A=\frac{2\upsilon}{t_1} \quad (1)$$



Κινητό Β: Επιτάχυνση $\alpha_B=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

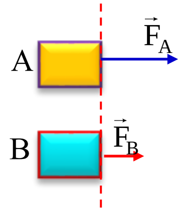
$$\alpha_B=\frac{\upsilon_B-\upsilon_0}{t_1-t_0} \Rightarrow \alpha_B=\frac{\upsilon_B-0}{t_1-0} \Rightarrow \alpha_B=\frac{\upsilon}{t_1} \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε $\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{2\upsilon/t_1}{\upsilon/t_1} \Rightarrow \frac{\alpha_A}{\alpha_B}=2 \Rightarrow$

$$\frac{\Sigma F_A/m_A}{\Sigma F_B/m_B}=2 \Rightarrow \frac{F_A/m_A}{F_B/m_B}=2 \Rightarrow \frac{F_A}{F_B}\frac{m_B}{m_A}=2 \xrightarrow{F_A=3F_B} \frac{m_B}{m_A}=\frac{2}{3} \Rightarrow m_B=\frac{2}{3}m_A$$

Άρα σωστή η πρόταση **(γ)**.

2.100(2ο-13569-Β2) Δυο κιβώτια Α και Β βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκούνται και στα δύο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα $F_A=3F_B$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ το κιβώτιο Β έχει διανύσει τριπλάσια απόσταση από το κιβώτιο Α. Με βάση τα πιο πάνω δεδομένα, η σύγκριση των δύο μαζών οδηγεί στο συμπέρασμα ότι:

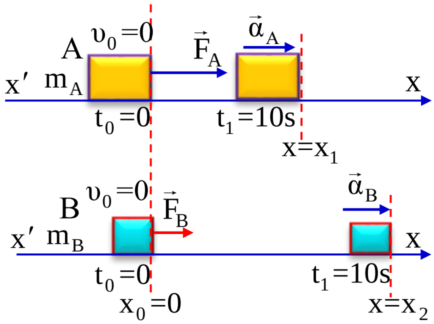


α. $m_A=m_B$ **β.** $m_A=9m_B$ **γ.** $m_B=\frac{1}{3}m_A$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Κινητό Α: $\Delta x_A=\frac{1}{2}\alpha_A t_1^2 \Rightarrow$

$x_1=\frac{1}{2}\alpha_A t_1^2$ (1)



Κινητό Β: $\Delta x_B=\frac{1}{2}\alpha_B t_1^2 \Rightarrow$

$x_2=\frac{1}{2}\alpha_A t_1^2$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε $\frac{x_1}{x_2}=\frac{\frac{1}{2}\alpha_A t_1^2}{\frac{1}{2}\alpha_A t_1^2}$

$$\xrightarrow{x_2=3x_1} \frac{1}{3}=\frac{\alpha_A}{\alpha_B} \Rightarrow \alpha_B=3\alpha_A \Rightarrow \frac{\Sigma F_B}{m_B}=3\frac{\Sigma F_A}{m_A} \Rightarrow \frac{F_B}{m_B}=3\frac{F_A}{m_A} \xrightarrow{F_A=3F_B}$$

$$\frac{F_B}{m_B}=3\frac{3F_B}{m_A} \Rightarrow m_A=9m_B$$

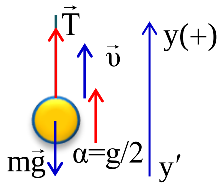
Άρα σωστή η πρόταση **(β)**.

2.101-(2ο-13571-Β1) Σφαίρα μάζας m=10kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Γνωρίζετε ότι: $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να συνδυάσετε με **δικαιολόγηση** κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	**Τάση νήματος**
α. πάνω με επιτάχυνση g/2	**1.** T=0N
β. κάτω με επιτάχυνση g	**2.** T=50N
γ. πάνω με επιβράδυνση g/2	**3.** T=100N
δ. πάνω με σταθερή ταχύτητα	**4.** T=150N
	5. T=200N

Α π ά ν τ η σ η

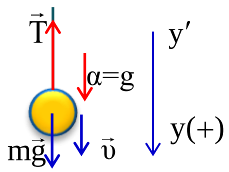
α. Κίνηση προς τα πάνω με επιτάχυνση α=g/2



$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow$ T-mg=mg/2 $\Rightarrow$ T=3mg/2 $\Rightarrow$ T=150N

Άρα α $\rightarrow$ 4

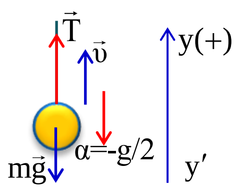
β. Κίνηση προς τα κάτω με επιτάχυνση α=g



$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow$ mg-T=mg $\Rightarrow$ T=0

Άρα β $\rightarrow$ 1

γ. Κίνηση προς τα πάνω με επιβράδυνση μέτρου α=g/2



$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow$ T-mg=m(-g/2) $\Rightarrow$ T=mg/2 $\Rightarrow$ T=50N

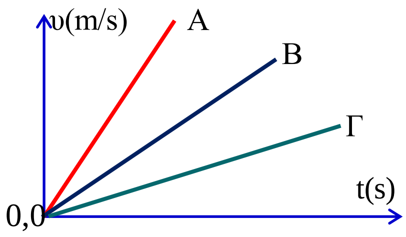
Άρα γ $\rightarrow$ 2

δ. Κίνηση προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα

$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$ T-mg=0 $\Rightarrow$ T=mg $\Rightarrow$ T=100N

Άρα δ $\rightarrow$ 3

2.102(2ο-13572-Β1) Τρία ακίνητα σώματα Α, Β και Γ με διαφορετικές μάζες δέχονται την ίδια συνισταμένη δύναμη F και ξεκινούν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. Το διάγραμμα παρουσιάζει τις μεταβολές των ταχυτήτων τους ως προς το χρόνο για το χρονικό διάστημα που το καθένα δέχεται δύναμη. Επιλέξτε ποια είναι η σωστή σχέση μαζών των σωμάτων:



α. $m_A = m_B = m_\Gamma$ **β.** $m_A < m_B < m_\Gamma$ **γ.** $m_A > m_B > m_\Gamma$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

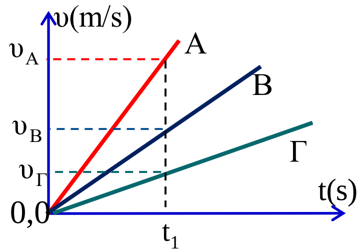
Από τις γραφικές παραστάσεις των υ(t) για τα τρία κινητά, φαίνεται ότι η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο και οι κινήσεις είναι ομαλά επιταχυνόμενες (α=σταθερή) χωρίς αρχική ταχύτητα. Η κλίση της υ(t) δίνει την επιτάχυνση του κάθε κινητού και έτσι συμπεραίνουμε ότι για τις επιταχύνσεις των κινητών Α, Β, Γ ισχύει

$$\alpha_A > \alpha_B > \alpha_\Gamma \Rightarrow \frac{\Sigma F_A}{m_A} > \frac{\Sigma F_B}{m_B} > \frac{\Sigma F_\Gamma}{m_\Gamma} \Rightarrow$$

$$\frac{F}{m_A} > \frac{F}{m_B} > \frac{F}{m_\Gamma} \Rightarrow \frac{1}{m_A} > \frac{1}{m_B} > \frac{1}{m_\Gamma} \Rightarrow \mathbf{m_A < m_B < m_\Gamma}$$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

Σχόλιο: Μπορούμε να συγκρίνουμε τις επιταχύνσεις και ως εξής:
Παίρνουμε μια χρονική στιγμή t_1 και από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι για τις ταχύτητες των κινητών Α, Β, Γ ισχύει $\upsilon_A > \upsilon_B > \upsilon_\Gamma \Rightarrow$
$\alpha_A t_1 > \alpha_B t_1 > \alpha_\Gamma t_1 \Rightarrow \alpha_A > \alpha_B > \alpha_\Gamma$



2.103(2ο-13576-Β1) **Σ**φαίρα μάζας m = 10 kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Γνωρίζετε ότι: $g = 10 m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να συνδυάσετε με **δικαιολόγηση** κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	**Τάση νήματος**
α. πάνω με επιτάχυνση g/4	**1.** T=0N
β. κάτω με επιτάχυνση g	**2.** T=50N
γ. πάνω με επιβράδυνση g/2	**3.** T=100N
δ. πάνω με σταθερή ταχύτητα	**4.** T=125N
	5. T=200N

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

Εργαζόμενοι όπως στην 2.100 ($2^{ο}$-13571-Β1) βρίσκουμε
α-4, β-1, γ-4, δ-3

2.104(2ο-13577-Β2) Σφαίρα μάζας m=2kg κρέμεται από την οροφή ενός ανελκυστήρα μέσω ενός αβαρούς και μη εκτατού νήματος. Γνωρίζετε ότι: $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα $\vec{F}_A$ μπορεί να θεωρηθεί ως μια σταθερή δύναμη μέτρου 10 Ν που έχει πάντα αντίθετη φορά από τη φορά κίνησης της σφαίρας. Να συνδυάσετε με **δικαιολόγηση** κάθε είδος κίνησης του ανελκυστήρα από την πρώτη στήλη του επόμενου πίνακα, με το κατάλληλο μέτρο της τάσης που θα επιλέξετε από την δεύτερη στήλη:

Κίνηση προς τα:	**Τάση νήματος**
α. πάνω με επιτάχυνση 3g/4	**1.** T=0N
β. πάνω με σταθερή ταχύτητα	**2.** T=10N
γ. κάτω με επιτάχυνση g/2	**3.** T=15N
δ. κάτω με σταθερή ταχύτητα	**4.** T=30N
	5. T=45N

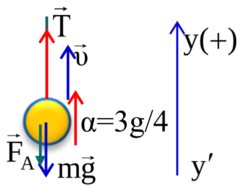
Απάντηση

α. Κίνηση προς τα πάνω με επιτάχυνση α=3g/4

$$\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow T\text{-}mg\text{-}F_A=m\cdot 3g/4 \Rightarrow$$

$$T=mg+F_A+3mg/4 \xrightarrow{S.I} T=45N,$$

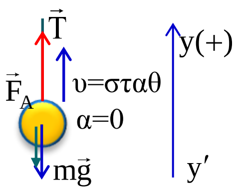
Άρα $\alpha \to 5$



β. Κίνηση προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T\text{-}mg\text{-}F_A=0 \Rightarrow T=mg+F_A \xrightarrow{S.I} T=30N$$

Άρα $\beta \to 4$

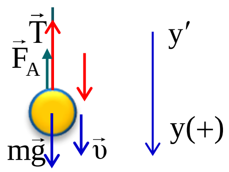


γ. Κίνηση προς τα κάτω με επιτάχυνση α=g/2

$$\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow mg\text{-}T\text{-}F_A=m\cdot g/2 \Rightarrow$$

$$T=mg\text{-}mg/2\text{-}F_A \xrightarrow{S.I} T=0N$$

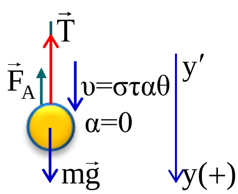
Άρα $\gamma \to 1$



δ. Κίνηση προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow mg\text{-}T\text{-}F_A=0 \Rightarrow T=mg\text{-}F_A \Rightarrow T=10N$$

Άρα $\delta \to 2$



2.105 (2ο-13578-Β1) Ένας ανελκυστήρας μάζας 5m μεταφέρει δύο άτομα μάζας m το κάθε ένα. Αρχικά ο ανελκυστήρας ανεβαίνει με σταθερή ταχύτητα. Μετά από μια στάση σε έναν όροφο και αφότου κατέβει ο ένας επιβάτης ο ανελκυστήρας συνεχίζει να ανεβαίνει διατηρώντας σταθερή την τάση του (αβαρούς και άκαμπτου) συρματόσχοινου καθ' όλη τη διάρκεια της διαδρομής. Δίνεται $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Θεωρήστε ότι οι μοναδικές δυνάμεις που δέχεται ο θάλαμος του ανελκυστήρα κατά την άνοδο είναι αυτές που ασκούνται από τη Γη και το συρματόσκοινο. Όταν ο ανελκυστήρας έχει πλέον έναν επιβάτη κινείται με επιτάχυνση:

α. $\alpha=\frac{5}{3}\frac{m}{s^2}$ **β.** $\alpha=\frac{8}{3}\frac{m}{s^2}$ **γ.** $\alpha=\frac{10}{3}\frac{m}{s^2}$

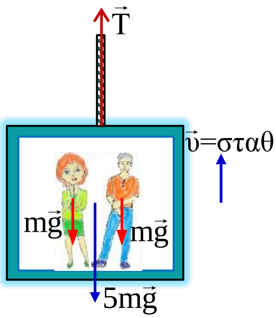
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

1η φάση της κίνησης: Ευθύγραμμη ομαλή με ασκούμενες δυνάμεις στο σύστημα ασανσέρ-άτομα όπως είναι σημειωμένες στο πρώτο σχήμα και για τις οποίες ισχύει : $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$ T-5mg-mg-mg=0 $\Rightarrow$

T=7mg (1)

(Η δύναμη που ασκεί το συρματόσχοινο και η οποία παραμένει σταθερή και στη 2η φάση της κίνησης).

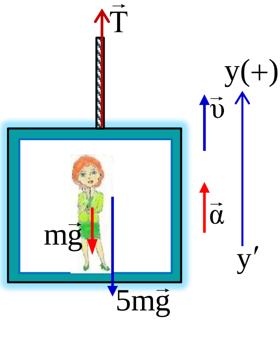


2η φάση της κίνησης: Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη. Για τις ασκούμενες δυνάμεις στο σύστημα ασανσέρ-άτομο ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_y=m_{ολ}\vec{\alpha} \Rightarrow T-5mg-mg=(5m+m)\alpha \xrightarrow{(1)}$$

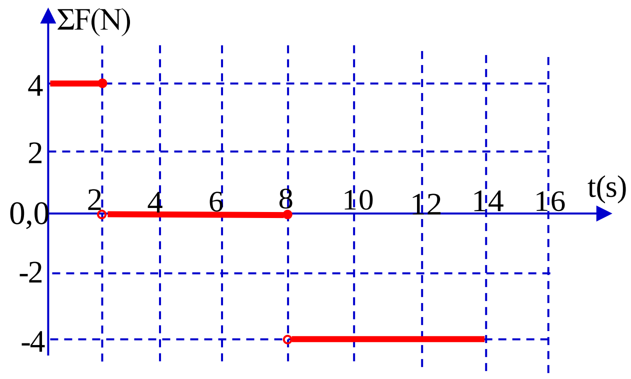
$$7mg-5mg-mg=(5m+m)\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{g}{6} \Rightarrow \alpha=\frac{10}{6}\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha=\frac{5}{3}\frac{m}{s^2}}$$



Άρα **σωστή** η πρόταση **(α)**

2.106(2ο-13617-Β1) Σημειακό αντικείμενο μάζας m=1kg κινείται ευθύγραμμα. Η συνισταμένη των δυνάμεων που του ασκούνται μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί. Αν τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η ταχύτητά του είναι: $υ_0=0$, να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τον παρακάτω πίνακα:



t(s)	2	4	6	8	10	12	14
υ(m/s)							

Απάντηση

1η φάση $0s \le t \le 2s$: κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με $υ_0=0$, επιτάχυνση $α_1=\dfrac{ΣF}{m} \Rightarrow$

$α_1=4N/1Kg \Rightarrow α_1=4m/s^2$ και εξίσωση ταχύτητας $υ=α_1 t=4t$ (S.I) $\xrightarrow{t=2s}$ $υ=8m/s$

2η φάση $2s < t \le 2s$: κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με $υ=8m/s$

3η φάση $8s < t \le 14s$: κίνηση με σταθερή επιτάχυνση $α_3=\dfrac{ΣF}{m} \Rightarrow α_3=-4N/1Kg \Rightarrow$

$α_3= -4m/s^2$, αρχική ταχύτητα $υ'_0=8m/s$ και εξίσωση ταχύτητας $υ=υ'_0+α_1(t\text{-}8)$ $υ=8\text{-}4(t\text{-}8)$ (S.I)

Η κίνηση αυτή **αρχικά και μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας** είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με θετικές αλγεβρικές τιμές της ταχύτητας και φορά κίνησης προς τα θετικά. Η ταχύτητα μηδενίζεται τη χρονική στιγμή … $υ=8\text{-}4(t\text{-}8) \Rightarrow 0=8\text{-}4(t\text{-}8) \Rightarrow t=10s$.

Μετά την t=10s που η δύναμη με αρνητική κατεύθυνση συνεχίζει να δρα η φορά της κίνησης αντιστρέφεται προς τα αρνητικά (υ<0) και η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με μηδενική αρχική ταχύτητα $υ'_0=0$, $α=α_3= -4m/s^2$.

Επειδή η επιτάχυνση είναι σταθερή για όλο το χρονικό διάστημα $8s < t \le 14s$ η εξίσωση της ταχύτητας $υ=8\text{-}4(t\text{-}8)$ (S.I) (1) ισχύει και για τα δύο τμήματα της φάσης αυτής, δηλαδή στο χρονικό διάστημα $8s < t \leq 10s$ (επιβραδυνόμενη κίνηση) , αλλά και στο χρονικό διάστημα $10s \leq t \leq 14s$ (επιταχυνόμενη κίνηση).

Ειδικά για το τμήμα $10s \leq t \leq 14s$ για την ταχύτητα μπορεί να δοθεί από την εξίσωση της επιταχυνόμενης κίνησης $υ=α_3(t-10)$ (S.I) ή $υ=-4(t-10)$ (S.I) (2)

Για t=8s: $υ=8-4(t-8) \Rightarrow υ=8-4(8-8)=8m/s$

Για t=10s: $υ=8-4(t-8) \Rightarrow υ=8-4(10-8)=0m/s$

Για t=12s: $υ=8-4(t-8) \Rightarrow υ=8-4(12-8)=-8m/s$ αλλά και από την $υ=-4(t-10) \Rightarrow$ $υ=-4(12-10)=-8m/s$

Για t=14s: $υ=8-4(t-8) \Rightarrow υ=8-4(14-8)=-16m/s$ αλλά και από την $υ=-4(t-10) \Rightarrow$ $υ=-4(14-10)=-16m/s$

Με βάση την ανωτέρω ανάλυση ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

t(s)	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**	**12**	**14**
υ(m/s)	8	8	8	8	0	-8	-16

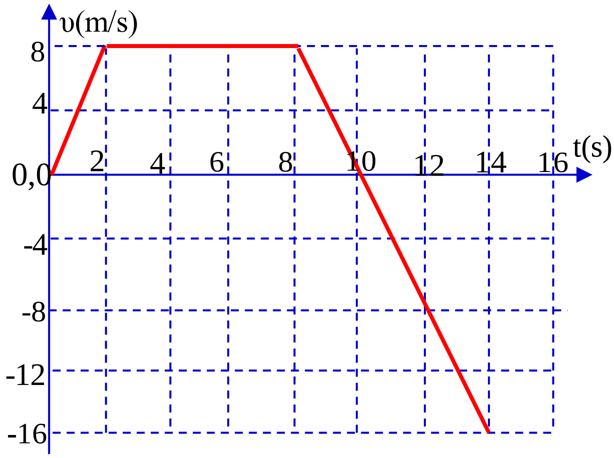
Σχόλιο: Αναλυτική παρουσίαση για το θέμα,

«Η επιβραδυνόμενη κίνηση που γίνεται επιταχυνόμενη…»

δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου** - **Βασίλης Τσούνης**

§4.3-Θ και **§4.3-14** σελίδες **102-105** αλλά και τις ασκήσεις **4.41, 4.42, 4.43**.

2.107(2ο-13618-Β1) Σημειακό αντικείμενο μάζας m=1kg κινείται ευθύγραμμα. Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί.



Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας για τη χρονική στιγμή t=10s.

t(s)	2	4	6	10	12	14
ΣF(N)						

Απάντηση

1η φάση $0s \le t \le 2s$: Η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο, η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με υ₀=0, επιτάχυνση $\alpha_1=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\frac{8\text{-}0}{2\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1=4m/s^2$ και η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma\vec{F}_1=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow$ $\Sigma F_1=1Kg\cdot 4m/s^2 \Rightarrow$ $\Sigma F_1=4N$ =σταθερή.

2η φάση $2s < t \le 2s$: Η ταχύτητα είναι σταθερή, η κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με α=0 και $\Sigma F_2=0$

3η φάση $8s < t \le 14s$: κίνηση με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_3=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3=\frac{0\text{-}8}{2\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow$ $\alpha_3=-4m/s^2$, αρχική ταχύτητα $\upsilon_0'=8m/s$ και εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_0'+\alpha_1(t\text{-}8)$ $\upsilon=8\text{-}4(t\text{-}8)$ (S.I). Η αλγεβρική της συνισταμένης δύναμης είναι $\Sigma\vec{F}_3=m\vec{\alpha}_3 \Rightarrow$ $\Sigma F_3=1Kg\cdot(-4m/s^2) \Rightarrow$ $\Sigma F_3=-4N$ =σταθερή σε το χρονικό διάστημα $8s < t \le 14s$ της τρίτης φάσης, άρα και στην ζητούμενη στιγμή t=10s .

Σχόλιο: Δείτε την λύση του θέματος 13617-Β1 ειδικά για την 3η φάση της κίνησης.

t(s)	2	4	6	10	12	14
ΣF(N)	4	0	0	-4	-4	-4

2.108(2ο-13620-Β2) Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας m, κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο Β, μάζας 2m, κινείται ευθύγραμμα με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$. Αν $\Delta\vec{\upsilon}_A$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Α σε χρονικό διάστημα Δt και $\Delta\vec{\upsilon}_B$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Β σε χρονικό διάστημα 2Δt, τότε:

α. $\Delta\vec{\upsilon}_A = \Delta\vec{\upsilon}_B$, **β.** $\Delta\vec{\upsilon}_A = 2\Delta\vec{\upsilon}_B$, **γ.** $\Delta\vec{\upsilon}_A = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_B}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

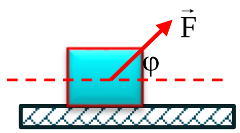
Απάντηση

Α: $\Delta\vec{\upsilon}_A = \vec{\alpha}_A \Delta t_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A = \dfrac{\Sigma\vec{F}_A}{m_A}\Delta t_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}\Delta t \; (1)$

Β: $\Delta\vec{\upsilon}_B = \vec{\alpha}_B \Delta t_B \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B = \dfrac{\Sigma\vec{F}_B}{m_B}\Delta t_B \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{2m}2\Delta t \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B = \dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}\Delta t \; (2)$

Από (1,2) φαίνεται ότι $\Delta\vec{\upsilon}_A = \Delta\vec{\upsilon}_B$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(α)**

2.109(2ο-13771-Β1) Σώμα βάρους w ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια στιγμή t=0, αρχίζει να ασκείται σε αυτό δύναμη $\vec{F}$ το μέτρο της οποίας αυξάνεται συνεχώς ανάλογα με το χρόνο. Η $\vec{F}$ σχηματίζει συνεχώς γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία ισχύει ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8. Τη στιγμή που το σώμα θα χάσει την επαφή με το έδαφος, θα ισχύει:

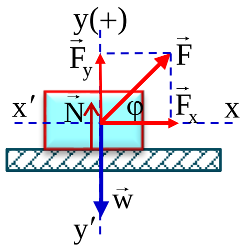


α. 0,8F =w, **β.** 0,6F =w, **γ.** F =w

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

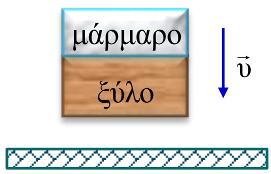
Για όσο χρόνο υπάρχει επαφή, υπάρχει και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και στον άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία και ισχύει $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_y + N - w = 0 \Rightarrow F\etaμφ + N - w = 0 \; (1)$.



Όταν χάνεται η επαφή N=0 οπότε από την (1) έχουμε $F\etaμφ - w = 0 \Rightarrow F0{,}6 = w$ ή $0{,}6F = w$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

2.110 (2ο-13772-Β2) Δύο μαθητές της Α Λυκείου πειραματίζονται στην ελεύθερη πτώση. Σε κάποιο από τα πειράματά τους επιλέγουν να αφήσουν να πέσουν ελεύθερα ένα κομμάτι μάρμαρο (Μ) και ένα κομμάτι ξύλο (Ξ) από το μπαλκόνι του 1^{ου} ορόφου του σχολείου τους. Το μάρμαρο και το ξύλο έχουν ίδιο σχήμα (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο) και όγκο. Ο Νίκος τοποθετεί το μάρμαρο πάνω στο ξύλο και αφήνει τα σώματα να πέσουν, ενώ η Αγγελική βρίσκεται στο προαύλιο και παρατηρεί ότι τα σώματα φτάνουν στο προαύλιο και σε κανένα σημείο της τροχιάς δεν παρατηρείται απομάκρυνση του ενός από το άλλο. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, η δύναμη που ασκεί το (Μ) στο (Ξ) κατά την πτώση είναι:

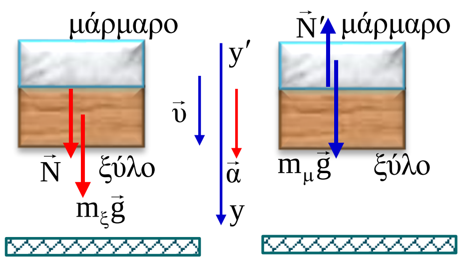


α. ομόρροπη με την ταχύτητα, **β.** μηδέν, **γ.** αντίρροπη με ταχύτητα,

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο σχήματα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις στο ξύλο και μάρμαρο ξεχωριστά. Στο ξύλο ασκείται το βάρος του $m_\xi \vec{g}$ και η δύναμη επαφής $\vec{N}$ από το μάρμαρο, όπως και στο μάρμαρο το βάρος του $m_\mu \vec{g}$ και η δύναμη επαφής $\vec{N}'$ από το ξύλο με τις $\vec{N}$ και $\vec{N}'$ ως δράση -αντίδραση να είναι αντίθετες (έχουν ίσα μέτρα N=N΄).



Επειδή το σύστημα των δύο σωμάτων πέφτει και είναι συνεχώς σε επαφή τα σώματα πέφτουν με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Γράφουμε τον 2^{ο} νόμο Newton για κάθε σώμα:

ξύλο: $\Sigma\vec{F}_y = m_\xi \vec{\alpha} \Rightarrow m_\xi g + N = m_\xi \alpha$ (1), μάρμαρο: $\Sigma\vec{F}_y = m_\mu \vec{\alpha} \Rightarrow m_\mu g - N' = m_\mu \alpha$ (2)

Προσθέτουμε τις (1) και (2) $m_\xi g + N + m_\mu g - N' = m_\xi \alpha + m_\mu \alpha \xrightarrow{N=N'}$

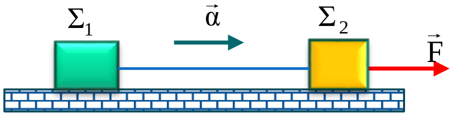
$\left(m_\xi + m_\mu\right) g = \left(m_\xi + m_\mu\right) \alpha \Rightarrow \alpha = g$ (3)

Από (1) και (3) έχουμε $m_\xi g + N = m_\xi \alpha \xrightarrow{\alpha=g} m_\xi g + N = m_\xi g \Rightarrow \mathbf{N=0}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

Σχόλιο: Μπορούμε να το δεχθούμε και απευθείας **ότι το σύστημα εκτελεί ελεύθερη πτώση** δεδομένου ότι σε αυτό οι εξωτερικές δυνάμεις είναι μόνο τα βάρη. Οι έννοιες όμως του συστήματος και εσωτερικών - εξωτερικών δυνάμεων δεν είναι γνωστές στου μαθητές(-τριες) της Α΄ Λυκείου

2.111(2ο-13774-Β2) Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με ίσες μάζες που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο $Σ_2$ ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\vec{α}$. Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης $\vec{F}$ και της τάσης $\vec{T}_1$ που ασκεί το νήμα στο $Σ_1$, είναι:



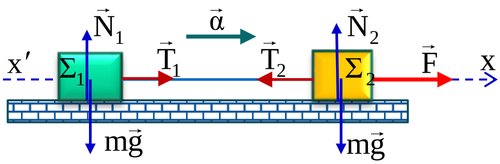
α. $F=2T_1$ **β.** $F=1{,}5T_1$, **γ.** $F=T_1$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο σχήματα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις σε κάθε σώμα ξεχωριστά με τις δυνάμεις $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ ως δυνάμεις του ιδίου αβαρούς νήματος να έχουν ίσα μέτρα $T_1=T_2$.

Γράφουμε τον 2ο νόμο Newton στον άξονα κίνησης $x'x$ για κάθε σώμα.



$Σ_1$: $Σ\vec{F}_x=m\vec{α} \Rightarrow T_1=mα$ (1) $Σ_2$: $Σ\vec{F}_x=m\vec{α} \Rightarrow F-T_2=mα$ (2)

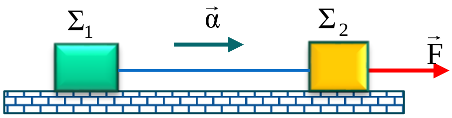
Προσθέτουμε τις (1) και (2)… $T_1+F-T_2=mα+mα \xrightarrow{T_1=T_2} F=2mα \Rightarrow α=\dfrac{F}{2m}$ (3) .

Από (1) και (3) βρίσκουμε $T_1=m\dfrac{F}{2m} \Rightarrow T_1=\dfrac{F}{2} \Rightarrow \mathbf{F=2T_1}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α)**

Σχόλιο: Για τις δυνάμεις που ασκεί ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 269-271,275-276

2.112(2ο-13776-Β2) Στο παραπάνω σχήμα απεικονίζονται δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ που κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $m_1 = 3m_2$. Τα σώματα συνδέονται με οριζόντιο, αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο $Σ_2$ ασκείται συνεχώς σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το σύστημα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με επιτάχυνση $\vec{α}$. Η σχέση που συνδέει τα μέτρα της δύναμης $\vec{F}$ και της τάσης $\vec{T}_1$ που ασκεί το νήμα στο $Σ_1$, είναι:



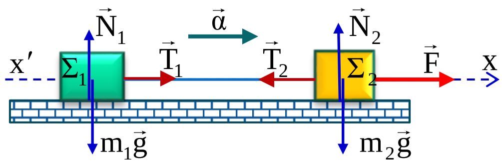
α. $F = 3T_1$, **β.** $F = 2T_1$, **γ.** $F = \frac{4}{3}T_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο σχήματα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις σε κάθε σώμα ξεχωριστά με τις δυνάμεις $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ ως δυνάμεις του ιδίου αβαρούς νήματος να έχουν ίσα μέτρα $T_1=T_2$.

Γράφουμε τον 2° νόμο Newton στον άξονα κίνησης $x'x$ για κάθε σώμα.



$Σ_1$: $Σ\vec{F}_x=m_1\vec{α} \Rightarrow T_1=m_1α$ (1) $Σ_2$: $Σ\vec{F}_x=m\vec{α} \Rightarrow F-T_2=m_2α$ (2)

Προσθέτουμε τις (1) και (2)… $T_1+F-T_2=m_1α+m_2α \xrightarrow{T_1=T_2} F=m_1α+\frac{m_1}{3}α$

$F=\frac{4m_1}{3}α \Rightarrow α=\frac{3F}{4m_1}$ (3) . Από (1) και (3) βρίσκουμε $T_1=m_1\frac{3F}{4m_1} \Rightarrow T_1=\frac{3F}{4} \Rightarrow$

$\mathbf{F = \frac{4}{3}T_1}$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**

Σχόλιο: Για τις δυνάμεις που ασκεί ένα αβαρές και μη εκτατό νήμα δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 269-271,275-276

2.113(2ο-14202-B2) Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας m, κινείται με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο Β, μάζας 2m, κινείται με την επίδραση σταθερής συνισταμένης δύναμης $2\Sigma\vec{F}$. Αν $\Delta\vec{\upsilon}_A$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Α σε χρονικό διάστημα Δt και $\Delta\vec{\upsilon}_B$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Β σε χρονικό διάστημα 2Δt, τότε: **α.** $\Delta\vec{\upsilon}_A=\Delta\vec{\upsilon}_B$ **β.** $\Delta\vec{\upsilon}_A=2\Delta\vec{\upsilon}_B$ **γ.** $\Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_B}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Α: $\Delta\vec{\upsilon}_A=\vec{\alpha}_A\Delta t_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Sigma\vec{F}_A}{m_A}\Delta t_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}\Delta t$ (1)

Β: $\Delta\vec{\upsilon}_B=\vec{\alpha}_B\Delta t_B \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B=\dfrac{\Sigma\vec{F}_B}{m_B}\Delta t_B \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B=\dfrac{2\Sigma\vec{F}}{2m}2\Delta t \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B=2\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}\Delta t$ (2)

Από (1,2) φαίνεται ότι $\Delta\vec{\upsilon}_B=2\Delta\vec{\upsilon}_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_B}{2}$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**

2.114(2ο-14204-B2) Σημειακό αντικείμενο Α, μάζας m, κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση σταθερής συνισταμένης οριζόντιας δύναμης $\Sigma\vec{F}$. Σημειακό αντικείμενο Β, μάζας m/2, κινείται στο ίδιο δάπεδο, με την επίδραση σταθερής συνισταμένης οριζόντιας δύναμης $\Sigma\vec{F}$. Αν $\Delta\vec{\upsilon}_A$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Α σε χρονικό διάστημα Δt και $\Delta\vec{\upsilon}_B$ είναι η μεταβολή της ταχύτητας του σημειακού αντικειμένου Β σε χρονικό διάστημα 2Δt, τότε: **α.** $\Delta\vec{\upsilon}_A=\Delta\vec{\upsilon}_B$ **β.** $\Delta\vec{\upsilon}_A=4\Delta\vec{\upsilon}_B$ **γ.** $\Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_B}{4}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Α: $\Delta\vec{\upsilon}_A=\vec{\alpha}_A\Delta t_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Sigma\vec{F}_A}{m_A}\Delta t_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}\Delta t$ (1)

Β: $\Delta\vec{\upsilon}_B=\vec{\alpha}_B\Delta t_B \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B=\dfrac{\Sigma\vec{F}_B}{m_B}\Delta t_B \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m/2}2\Delta t \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_B=4\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}\Delta t$ (2)

Από (1,2) φαίνεται ότι $\Delta\vec{\upsilon}_B=4\Delta\vec{\upsilon}_A \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_A=\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}_B}{4}$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**

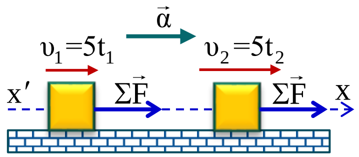
Σχόλιο: Στην απάντηση του ΙΕΠ ενώ είναι σωστή η επεξεργασία, εκ παραδρομής δίνει $\Delta\vec{\upsilon}_A = 4\Delta\vec{\upsilon}_B$ αντί του $\Delta\vec{\upsilon}_B = 4\Delta\vec{\upsilon}_A$ και σωστό το (β) αντί του (γ).

2.115(2ο-14835-Β2) Κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα η τιμή της οποίας δίνεται από τη σχέση $\upsilon=5t$ (SI).
Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση
Συμπεραίνουμε ότι η τιμή της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο

α. ελαττώνεται με το χρόνο **β.** παραμένει σταθερή **γ.** αυξάνεται με το χρόνο

Απάντηση

Επειδή $\upsilon=5t$ (S.I) (1) το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται ανάλογα με τον χρόνο, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{t_2-t_1} \xrightarrow{(1)}$



$$\alpha=\frac{5t_2-5t_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \alpha=\frac{5(t_2-t_1)}{t_2-t_1} \Rightarrow \alpha=5m/s^2.$$

Από το 2ο νόμο του Newton στο κιβώτιο σταθερής μάζας m έχουμε $\Sigma F=m\alpha$ $\xrightarrow[m=\text{σταθερή}]{\alpha=\text{σταθερή}}$ $\Sigma F=$σταθερή . Άρα **σωστή** η πρόταση **(β) .**

Σχόλιο: Σε μια πιο αυστηρή διατύπωση – αν και είναι αυτονόητο- έπρεπε να τονίζεται **ότι η μάζα είναι σταθερή**.

2.116(2ο-14836-Β1) Ένας αφηρημένος επιβάτης αεροπλάνου ξεχνάει να δέσει τη ζώνη του και η αεροσυνοδός δεν το αντιλαμβάνεται.
Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με δικαιολόγηση την επιστημονικά ορθή:
Αν η τριβή που ασκεί το κάθισμα στον επιβάτη θεωρηθεί αμελητέα, τότε ο επιβάτης κινδυνεύει περισσότερο:

α. κατά την απογείωση του αεροπλάνου

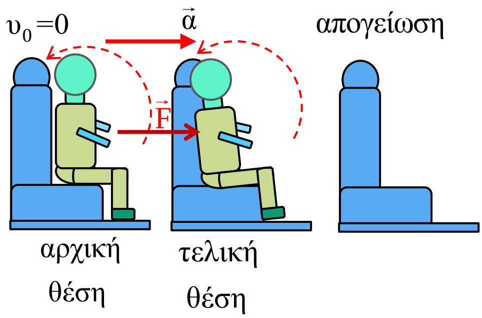
β. κατά την προσγείωση του αεροπλάνου

γ. εξίσου κατά την απογείωση και την προσγείωση του αεροπλάνου

Απάντηση

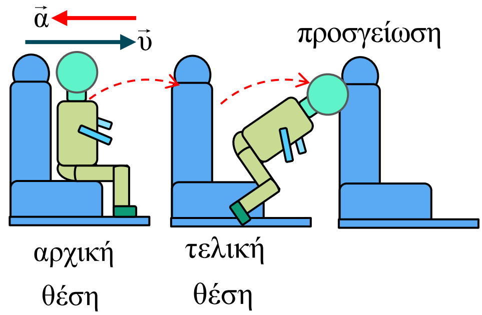
$1^η$ περίπτωση: Η απογείωση

Όταν το αεροπλάνο ξεκινάει από την ηρεμία για απογείωση αναπτύσσει μεγάλη επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Ο επιβάτης μάζας m λόγω αδρανείας θέλει να διατηρήσει την αρχική κατάσταση της ηρεμίας του και τείνει να φύγει προς τα πίσω όπως στο σχήμα. Έτσι κτυπάει στη πλάτης του καθίσματος που του ασκεί δύναμη $\vec{F}$ προς τα εμπρός δίνοντάς του την επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ του αεροπλάνου ώστε να κινείται όπως αυτό $\vec{F} = m\vec{\alpha}$. Εδώ το αρχικό κτύπημα που δέχεται ο επιβάτης με το μαλακό τοίχωμα του καθίσματος κυρίως στην πλάτη δεν έχουν σοβαρές παρενέργειες. Πιο μεγάλες επιπτώσεις υπάρχουν από το κτύπημα το κεφαλιού αλλά και στους αυχενικούς σπονδύλους.



2η περίπτωση: Η προσγείωση

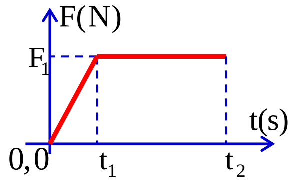
Στην προσγείωση το αεροπλάνο έχοντας ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ αναπτύσσει μεγάλη επιβράδυνση $\vec{\alpha}$ για να σταματήσει. Ο επιβάτης μάζας m λόγω αδρανείας θέλει να διατηρήσει την αρχική κατάσταση – την ταχύτητα που έχει και είναι για ακίνητο παρατηρητή αυτή του αεροπλάνου -τείνει να φύγει – και λόγω έλλειψης τριβών και κυρίως της ζώνης με την οποία δεν είναι δεμένος – φεύγει απότομα προς εμπρός με μεγάλο κίνδυνο να κτυπήσει απότομα στο μπροστινό κάθισμα. Εδώ το κτύπημα που δέχεται ο επιβάτης με το πίσω σχετικά σκληρό τοίχωμα του καθίσματος έχει συνήθως επώδυνα αποτελέσματα σε όλο το σώμα και πιο έντονα στο κεφάλι και στους αυχενικούς σπονδύλους.



Συμπερασματικά τα πιο πολλά και επώδυνα κτυπήματα για τον επιβάτη, που δεν έχει δεμένη τη ζώνη, είναι στην προσγείωση.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**.

2.117(2ο-14840-Β1) Κιβώτιο βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t =0s στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη σταθερής διεύθυνσης, το μέτρο της οποίας σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από το διάγραμμα της διπλανής εικόνας.



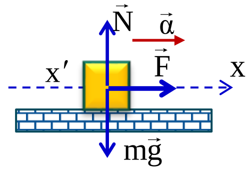
Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Η κίνηση του κιβωτίου είναι:

α. επιταχυνόμενη μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 και ομαλή από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2.

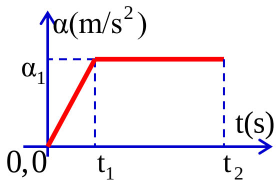
β. ομαλά επιταχυνόμενη μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 και ομαλή από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2.

γ. επιταχυνόμενη μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 και ομαλά επιταχυνόμενη από τη χρονική στιγμή t_1 έως τη χρονική στιγμή t_2.

Απάντηση



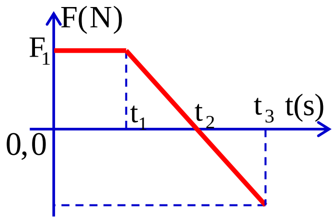
Η επιτάχυνση του κινητού δίνεται από τον 2^o νόμο Newton $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{F}{m}$ και είναι ανάλογη της δύναμης $\vec{F}$ και άρα έχει όμοια γραφική παράσταση α(t) που αποδίδεται στο σχήμα . Παρατηρούμε ότι σε όλη την διάρκεια της κίνησης υπάρχει επιτάχυνση $\alpha \neq 0$ και άρα η κίνηση είναι συνεχώς επιταχυνόμενη.



Ειδικά στη $1^η$ φάση της κίνησης $0 \leq t \leq t_1$ η κίνηση είναι επιταχυνόμενη αυξανόμενη επιτάχυνση , ενώ στη $2^η$ φάση $t_1 \leq t \leq t_2$ -που η επιτάχυνση είναι σταθερή -η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ) .**

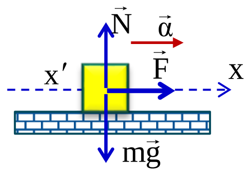
2.118 (2ο-14843-Β2) Ένα κιβώτιο είναι αρχικά ακίνητο σε λείο F οριζόντιο επίπεδο. Στο κιβώτιο ασκείται οριζόντια δύναμη που η τιμή της μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα της διπλανής εικόνας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Η κινητική ενέργεια του κιβωτίου γίνεται μέγιστη τη χρονική στιγμή

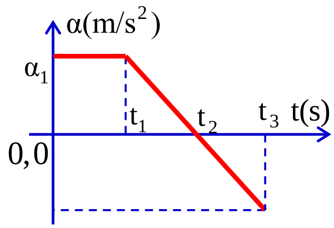


α. t_1 **β.** t_2 **γ.** t_3

Απάντηση

Η επιτάχυνση του κινητού δίνεται από τον 2ο νόμο Newton $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{F}{m}$ και είναι ανάλογη της δύναμης $\vec{F}$ και άρα έχει όμοια γραφική παράσταση α(t) που αποδίδεται στο σχήμα. Επειδή το σώμα αρχικά είναι ακίνητο θα κινηθεί στην κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης στο άξονα κίνησης, που είναι η $\vec{F}$.



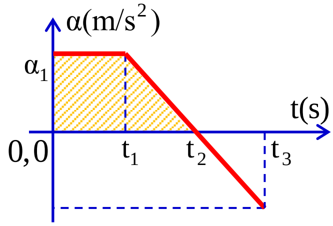


1η φάση της κίνησης $0 \le t \le t_1$: Επειδή η δύναμη άρα και η επιτάχυνση είναι σταθερή $\alpha_1=\dfrac{F_1}{m}$ η κίνηση είναι **ομαλά επιταχυνόμενη** με αυξανόμενη ταχύτητα ομόρροπη της δύναμης και επιτάχυνσης (F>0, α>0, υ>0)

2η φάση της κίνησης $t_1 \le t \le t_2$: Η δύναμη άρα και η επιτάχυνση μειώνονται με το χρόνο, αλλά συνεχίζουν να έχουν θετική φορά ομόρροπη της ταχύτητας (F>0, α>0, υ>0). Η κίνηση είναι **επιταχυνόμενη** με μειούμενη επιτάχυνση που σημαίνει ότι η ταχύτητα **αυξάνεται** αλλά με μειούμενο ρυθμό!

3η φάση της κίνησης $t_2 \le t \le t_3$: Η δύναμη άρα και η επιτάχυνση αλλάζουν φορά, γίνονται αρνητικές F<0, α<0 ενώ η ταχύτητα έχει λόγω της προηγούμενης επιταχυνόμενης κίνησης θετική φορά υ>0. Η κίνηση είναι **επιβραδυνόμενη και η ταχύτητα** $t \ge t_2$ μειώνεται . Άρα **σωστή** η πρόταση **(β) .**

Σχόλιο: Το εμβαδόν της α(t) δίνει την μεταβολή της ταχύτητας και αν αυτό μετρηθεί από την αρχή $t_0=0$ -που το σώμα είναι ακίνητο – μας δίνει **την ταχύτητα σε κάθε χρονική στιγμή t**, υ=εμβαδόν.

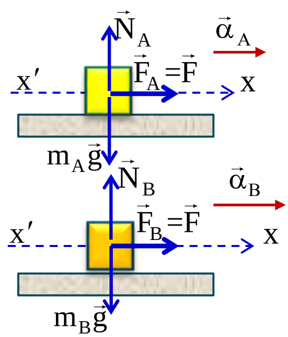


Έτσι όσο το εμβαδόν της α(t) αυξάνεται με το χρόνο αυξάνεται και η ταχύτητα του κινητού, ενώ όταν το εμβαδόν μειώνεται (η α(t) έχει αρνητική τιμές…περνάει στα αρνητικά) τότε και η ταχύτητα μειώνεται. Παρατηρούμε ότι μέχρι την $t=t_2$ το εμβαδόν αυξάνεται και μετά μειώνεται, άρα το κινητό έχει τη μέγιστη ταχύτητα και μέγιστη κινητική ενέργεια τη χρονική στιγμή t_2.
Η μέγιστη ταχύτητα υπολογίζεται από το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της α(t) [από $t_0=0$ έως $t=t_2$] και είναι $\upsilon_{max}=\frac{t_1+t_2}{2}\alpha_1$ ή $\boldsymbol{\upsilon_{max}=\frac{t_1+t_2}{2}\frac{F_1}{m}}$

2.119 (2ο-14844-Β1) Δυο κιβώτια Α και Β ηρεμούν σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στα κιβώτια ασκούνται δυο οριζόντιες ομόρροπες δυνάμεις με ίσα μέτρα. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή.
Αν γνωρίζετε ότι η μάζα του Α είναι διπλάσια της μάζας του Β $m_A=2m_B$ τότε για τις επιταχύνσεις με τις οποίες κινούνται τα κιβώτια ισχύει:

α. $\alpha_A=\alpha_B$ **β.** $\alpha_A=2\alpha_B$ **γ.** $\alpha_B=2\alpha_A$

Απάντηση



Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton για κάθε κιβώτιο άξονα κίνησης x΄x ..

Κιβώτιο Α: $\vec{\alpha}_A=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m_A}\Rightarrow\alpha_A=\frac{F_A}{m_A}=\frac{F}{m_A}$ (1)

Κιβώτιο Β: $\vec{\alpha}_B=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m_B}\Rightarrow\alpha_B=\frac{F_B}{m_B}=\frac{F}{m_B}$ (2)

Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε

$\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{F/m_A}{F/m_B}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{m_B}{m_A}\Rightarrow\frac{\alpha_A}{\alpha_B}=\frac{m_B}{2m_B}\Rightarrow$

$\boldsymbol{\alpha_B=2\alpha_A}$

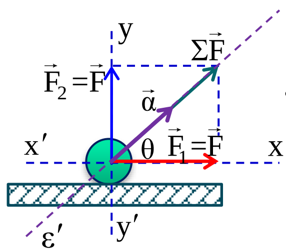
Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)** .

2.120 (2ο-14846-Β1) Σε μια σφαίρα μάζας m, που βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο, ασκούνται μόνο δυο οριζόντιες δυνάμεις σε κάθετες διευθύνσεις μεταξύ τους, με μέτρο ίσο προς F η κάθε μια.
Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Η σφαίρα κινείται με επιτάχυνση μέτρου:

α. $\dfrac{F\sqrt{2}}{m}$ **β.** $\dfrac{F}{m}$ **γ.** $\dfrac{2F}{m}$

Απάντηση

Η σφαίρα επειδή αρχικά είναι ακίνητη εξαιτίας των δύο οριζοντίων καθέτων δυνάμεων $\vec{F}_1=\vec{F}$ και $\vec{F}_2=\vec{F}$ (όπως φαίνονται στο σχήμα … το βλέπουμε από «πάνω»), θα κινηθεί στη κατεύθυνση ε΄ε της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ των ανωτέρω δυνάμεων με επιτάχυνση $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$ (1).



$\Sigma\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$ και επειδή $\vec{F}_1\perp\vec{F}_2$,

$\Sigma F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}\Rightarrow \Sigma F=\sqrt{F^2+F^2}\Rightarrow \Sigma F=F\sqrt{2}$ (2)

με $\varepsilon\varphi\theta=\dfrac{F_2}{F_1}=\dfrac{F}{F}=1\Rightarrow \theta=\dfrac{\pi}{2}\text{rad}$

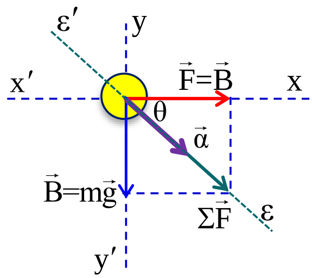
Από (1) και (2) έχουμε, $\boldsymbol{\alpha=\dfrac{F\sqrt{2}}{m}}$, Άρα **σωστή** η πρόταση **(α) .**

2.121(2ο-14847-Β1) Σε μια σφαίρα μάζας m, που βρίσκεται σε ορισμένο ύψος από το έδαφος, ασκούνται μόνο το βάρος της και μια οριζόντια δύναμη με μέτρο ίσο με το μέτρο του βάρους της.

Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Αν g είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας τότε η σφαίρα κινείται με επιτάχυνση μέτρου

α. $g\sqrt{2}$ **β.** g **γ.** 2g

Α π ά ν τ η σ η



Η σφαίρα επειδή αρχικά είναι ακίνητη εξαιτίας των δύο καθέτων δυνάμεων $\vec{B}=m\vec{g}$ και $\vec{F}=\vec{B}=m\vec{g}$ (όπως φαίνονται στο σχήμα) , θα κινηθεί στη κατεύθυνση ε΄ε της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ των ανωτέρω δυνάμεων με επιτάχυνση $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m}$ (1).

$\Sigma\vec{F}=\vec{B}+\vec{F}$ και επειδή $\vec{F}\perp\vec{B}$,

$\Sigma F=\sqrt{B^2+F^2} \Rightarrow \Sigma F=\sqrt{B^2+B^2} \Rightarrow \Sigma F=B\sqrt{2}$ (2)

με $\varepsilon\varphi\theta=\dfrac{B}{F}=\dfrac{B}{B}=1 \Rightarrow \theta=\dfrac{\pi}{2}\text{rad}$

Από (1) και (2) έχουμε, $\alpha=\dfrac{B\sqrt{2}}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{mg\sqrt{2}}{m} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha=g\sqrt{2}}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α) .**

Β.3-1: Τριβή

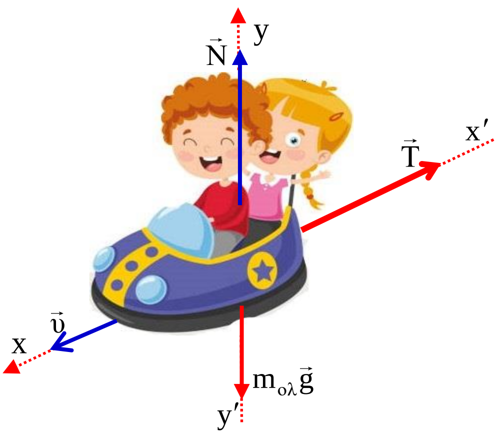
2.122(2ο-7972-Β2) Θέλετε να μειώσετε τη δύναμη της τριβής μεταξύ ενός «συγκρουόμενου αυτοκινήτου» του Λούνα Παρκ, το οποίο συνηθίζετε να οδηγείτε μαζί με ένα φίλο σας, και της οριζόντιας πίστας του Λούνα Πάρκ. Για να πετύχετε κάτι τέτοιο θα πρέπει:

α. να οδηγείτε το αυτοκίνητο με μεγαλύτερη ταχύτητα,

β. να επιλέξετε το αυτοκίνητο που έχει τη μικρότερη βάση (επιφάνεια επαφής),

γ. να μην πάρετε μαζί σας το φίλο σας και να οδηγήσετε μόνος σας το αυτοκίνητο.

Απάντηση



Στο αυτοκινητάκι και στον άξονα $y'y$ που είναι κάθετος στον άξονα κίνησης $x'x$ οι ασκούμενες δυνάμεις είναι το συνολικό βάρος (αυτοκινήτου και των δύο παιδιών) $m_{ολ}\vec{g}$ και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$. Επειδή στον άξονα αυτό υπάρχει ισορροπία ισχύει, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-m_{ολ}g=0$ ή $N=m_{ολ}g$ (1).

Η τριβή ολίσθησης είναι $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu m_{ολ}g$ (2)

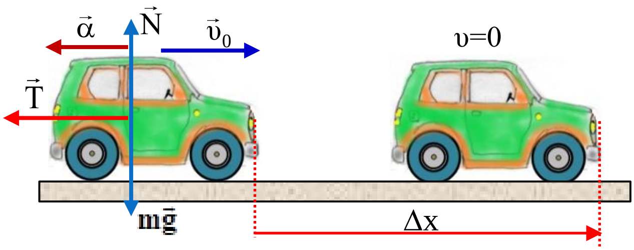
Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι για δεδομένο συντελεστή τριβής, η δύναμης της τριβής ολίσθησης είναι ανάλογη με τη συνολική μάζα του αυτοκινήτου- παιδιών. Άρα για να μειωθεί η τριβή ολίσθησης πρέπει να μειωθεί η συνολική μάζα, κάτι που θα συμβεί αν κατεβεί το ένα παιδί.

Σωστή η πρόταση γ.

2.123(2ο -7979-Β2) Ένα όχημα κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα μέτρου $υ_0$. Ο οδηγός του αντιλαμβανόμενος επικίνδυνη κατάσταση μπροστά του, εφαρμόζει απότομα τα φρένα και μπλοκάροντας τους τροχούς καταφέρνει να σταματήσει το όχημα μετά από μετατόπιση Δx. Αν το όχημα είχε αρχικά τη διπλάσια ταχύτητα και οι συνθήκες ήταν πανομοιότυπες, δηλαδή ο οδηγός ασκώντας τα φρένα προκαλεί δύναμη τριβής ακριβώς ίδιου μέτρου με αυτήν στην προηγούμενη περίπτωση, τότε το όχημα θα σταματούσε μετά από μετατόπιση:

α. $2Δx$ **β.** $4Δx$ **γ.** $\sqrt{2}Δx$

Απάντηση



Από τις χρονικές εξισώσεις της μετατόπισης και ταχύτητας στη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με απαλοιφή του χρόνου βρίσκουμε $υ^2=υ_0^2-2α\cdot Δx$ (α μέτρο της επιβράδυνσης) και για υ=0 έχουμε την ολική μετατόπιση μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας $0=υ_0^2-2α\cdot Δx \Rightarrow$

$Δx=\dfrac{υ_0^2}{2α}$ (1). Επειδή στην επιβραδυνόμενη κίνηση του αυτοκινήτου έχουμε $\vec{α}=\dfrac{Σ\vec{F}}{m}$

$\Rightarrow -α=\dfrac{-T}{m}$ ή $α=\dfrac{T}{m} \xrightarrow{(1)} Δx=\dfrac{υ_0^2}{2T/m}$ ή $Δx=\dfrac{υ_0^2}{2}\dfrac{m}{T}$ (2).

1η περίπτωση φρεναρίσματος με αρχική ταχύτητα $υ_0$: $Δx=\dfrac{υ_0^2}{2}\dfrac{m}{T}$ (3)

2η περίπτωση φρεναρίσματος με αρχική ταχύτητα $2υ_0$: $Δx'=\dfrac{(2υ_0)^2}{2}\dfrac{m}{T}$ ή

$Δx'=4\dfrac{υ_0^2}{2}\dfrac{m}{T}$ (4). Από (3) και (4) παίρνουμε $Δx'=4Δx$ … **άρα σωστή η σχέση β.**

2ος τρόπος (*) πιο εύκολος: Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάθε περίπτωση,

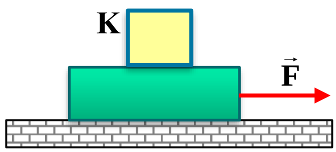
1η περίπτωση $ΔK=W_T \Rightarrow \dfrac{1}{2}mυ_0^2-0=-T\cdot Δx$ (5)

1η περίπτωση $ΔK=W_T \Rightarrow \dfrac{1}{2}m(2υ_0)^2=-T\cdot Δx'$ (6)

Από (5) και (6) με διαίρεση κατά μέλη παίρνουμε $\frac{1}{4}=\frac{\Delta x}{\Delta x'} \Rightarrow \Delta x'=4\Delta x$

(*). Να μελετηθεί μετά τη διδασκαλία των ενεργειών.

2.124(2ο-7996-Β1) Ο κύβος Κ βρίσκεται πάνω σε μια σανίδα, η οποία κινείται οριζόντια με επιτάχυνση μέτρου α, με την επίδραση οριζόντιας δύναμης μέτρου $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ο κύβος Κ κινείται μαζί με την σανίδα χωρίς να ολισθαίνει πάνω σε αυτή.



Α. Να αντιγράψετε το σχήμα στη κόλλα του γραπτού σας και να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο.

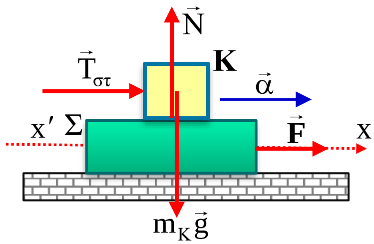
Β. Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση.

Ποια δύναμη από τις παρακάτω, αναγκάζει τον κύβο να κινείται μαζί με τη σανίδα ;

α. Η δύναμη $\vec{F}$ **β.** Το βάρος του **γ.** Η στατική τριβή

Απάντηση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύβο, πριν τη άσκηση της δύναμης $\vec{F}$, είναι το βάρος $m_K\vec{g}$ (έλξη από το γήινο πεδίο βαρύτητας) και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από τη σανίδα Σ. Τώρα εξαιτίας της δύναμης $\vec{F}$ που ασκείται στη σανίδα, αυτή επιταχύνεται και κινείται προς τα θετικά του άξονα $x'x$. Το κυβικό σώμα Κ λόγω



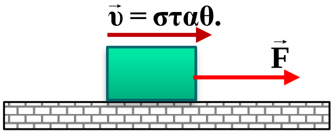
αδρανείας – «αντιδρώντας» σε αυτή τη μεταβολή – και «θέλοντας» να διατηρήσει την αρχική του κατάσταση τείνει φύγει προς τα πίσω. Σε αυτή τη τάση κίνησής του δέχεται από τη σανίδα στατική τριβή $\vec{T}_{\sigma\tau}$, αντίθετη με τη φορά που αυτό τείνει να κινηθεί, δηλαδή προς τα θετικά του άξονα. Τώρα ο κύβος για να παραμένει ακίνητος ως προς την σανίδα, πρέπει ως ακίνητο παρατηρητή να κινείται με την ίδια επιτάχυνση και ταχύτητα με την σανίδα. Για να γίνεται όμως αυτό πρέπει η συνισταμένη $\Sigma\vec{F}_x$ που ασκούνται στον κύβο, αφενός μεν πρέπει να υπάρχει και αφετέρου να μπορεί να βγάλει την επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ στον κύβο Κ, που σημαίνει ότι πρέπει να πληροί τη σχέση $\Sigma\vec{F}_x = m_K\vec{\alpha}$. Στο παράδειγμα που έχουμε, η μόνη δύναμη που ασκείται στον κύβο στον άξονα $x'x$ είναι η στατική τριβή…που πρέπει να έχει τιμή $\Sigma\vec{F}_x = m_K\vec{\alpha} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = m_K\alpha$

Άρα η δύναμη που αναγκάζει (υπό συνθήκες) τον κύβο να κινείται μαζί με τη σανίδα είναι η στατική τριβή.

Σωστή η πρόταση γ.

Δείτε ειδική ανάλυση για το θέμα: Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης, σελ. 329-332

2.125 (2ο-7997-Β1) Ένα σώμα κινείται πάνω σε οριζόντια επιφάνεια που δεν είναι λεία Εάν το σώμα το μετακινεί ένας άνθρωπος ασκώντας σε αυτό οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο σχήμα τότε :



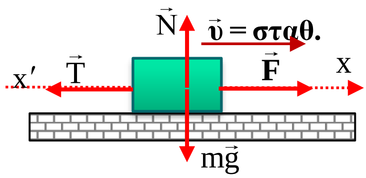
α. η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή όταν η δύναμη $\vec{F}$ είναι σταθερή και μεγαλύτερη της τριβής ολίσθησης,

β. η ταχύτητα του σώματος είναι σταθερή όταν η συνισταμένη της δύναμης $\vec{F}$ και της τριβής ολίσθησης είναι μηδενική,

γ. η επιτάχυνση του σώματος είναι σταθερή όταν η συνισταμένη της δύναμης $\vec{F}$ και της τριβής ολίσθησης είναι μηδενική.

Απάντηση

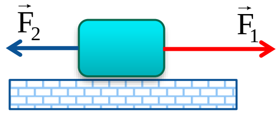
Για να κινείται το σώμα με σταθερή ταχύτητα πρέπει $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{F}+\vec{T}=0 \Rightarrow$ $F-T=0$ ή $F=T$



Για να κινείται το σώμα με σταθερή επιτάχυνση πρέπει $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \neq 0 \Rightarrow$ $\vec{F}+\vec{T}=m\vec{\alpha} \Rightarrow F-T=m\alpha$.

Σωστή η πρόταση β.

2.126 (2ο-8013-Β1) Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, με μέτρα F_1=4N και F_2=3N. Το κιβώτιο παραμένει συνεχώς ακίνητο στο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο στατική τριβή, η οποία έχει:

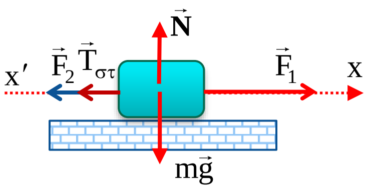


α. φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με 1 N,
β. φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 1 N,
γ. φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 7 N.

Απάντηση

Για να ηρεμεί το σώμα πρέπει $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow$

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{T}_{\sigma\tau}=0 \Rightarrow F_1\text{-}F_2+\underset{\text{αλγεβρική τιμή}}{T_{\sigma\tau}}=0 \xrightarrow{S.I}$$

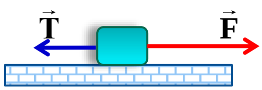


$$4\text{-}3+\underset{\text{αλγεβρική τιμή}}{T_{\sigma\tau}}=0 \Rightarrow \underset{\text{αλγεβρική τιμή}}{T_{\sigma\tau}}=-1\text{N}$$

δηλαδή απαιτείται στατική τριβή με μέτρο 1N και αρνητική κατεύθυνση στον άξονα x′x δηλαδή με φορά προς τα αρνητικά.

Άρα σωστή η πρόταση β.

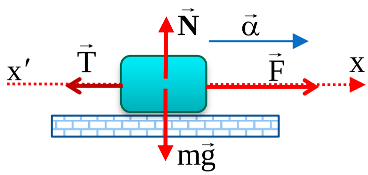
2.127 (2ο-8020-Β2) Ένα κιβώτιο μάζας 2kg ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης. Το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου α=1m/s^2. Διπλασιάζουμε το μέτρο της δύναμης οπότε το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου ίσου με 3m/s^2. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Το μέτρο της δύναμης ισούται με



α. 8 N **β.** 4 N **γ.** 6 N

(*) **Σχόλιο.** Η ερώτηση να γίνει: το μέτρο της αρχικής τιμής της δύναμης ισούται με..

Απάντηση



Αν η δύναμη $\vec{F}$ ήταν η μοναδική δύναμη στον άξονα κίνησης $x'x$ με το διπλασιασμό της θα διπλασιάζονταν και η επιτάχυνση (θα ίσχυε $F = m\alpha$). Για να μην συμβαίνει αυτό σημαίνει ότι υπάρχει και άλλη δύναμη που εμποδίζει τον διπλασιασμό της συνισταμένης δύναμης … και αυτή (αφού το πρόβλημα δεν το αναφέρει) δεν μπορεί να είναι άλλη από την τριβή. Γράφουμε τον 2° νόμο Newton για κάθε περίπτωση.

1η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F\text{-}T = m\alpha_1$ (1),

2η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow 2F\text{-}T = m\alpha_2$ (2),

Αφαιρούμε τις σχέσεις (2)-(1) $(2F\text{-}T)\text{-}(F\text{-}T) = m\alpha_2\text{-}m\alpha_1 \Rightarrow$

$F = m(\alpha_2\text{-}\alpha_1) \xrightarrow{S.I} F = 4N$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

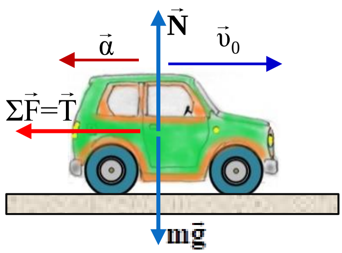
2.128(2ο-8038-Β1) Ο οδηγός ενός αυτοκινήτου φρενάρει όταν βλέπει το πορτοκαλί φως σε ένα σηματοδότη του ευθύγραμμου και οριζόντιου δρόμου, στον οποίο κινείται, με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να επιβραδύνεται ομαλά μέχρι να σταματήσει. Κατά τη διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης:

α. η επιτάχυνση και η ταχύτητα έχουν την ίδια φορά.

β. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο έχει την ίδια φορά με τη μεταβολή της ταχύτητας.

γ. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο έχει την ίδια φορά με τη ταχύτητα του αυτοκινήτου.

Απάντηση

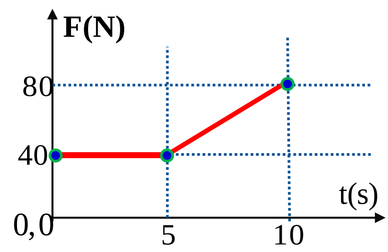


Μόλις το αυτοκίνητο φρενάρει επιβραδύνεται εξαιτίας της τριβής ολίσθησης που αντιτίθεται στην κίνηση (και συνεπώς στην ταχύτητα), αποκτά επιβράδυνση $\vec{\alpha}$ ομόρροπη της δύναμης τριβής και αντίρροπη της ταχύτητας, $\vec{\alpha} = \frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} = \frac{\vec{T}}{m}$ Έτσι φαίνεται ότι α, γ είναι λανθασμένες.

Επίσης από τον 2^{ο} νόμο Newton $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}$ (1) και επειδή από δε τον ορισμό της επιτάχυνσης έχουμε $\vec{\alpha} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$, η (1) γράφεται $\Sigma\vec{F}_x = m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$.

Από τη τελευταία αυτή σχέση φαίνεται, ότι το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}_x$ και το διάνυσμα της μεταβολής της ταχύτητας $\Delta\vec{\upsilon}$ είναι ομόρροπα. Γενικά τα διανύσματα της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ και της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ομόρροπα με το διάνυσμα $\Delta\vec{\upsilon}$ μεταβολής της ταχύτητας. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

2.129(2ο-8041-Β2) Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αρχίζει να ασκείται οριζόντια δύναμη F, της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα. Το σώμα στο χρονικό διάστημα από 0s έως 10s παραμένει ακίνητο ενώ τη χρονική στιγμή $t=10s$ αρχίζει να κινείται. Η δύναμη τριβής που ασκείται στο σώμα τη χρονική στιγμή $t=10s$ έχει μέτρο 80 N. Ο σωστότερος χαρακτηρισμός για αυτή είναι:



α. Στατική τριβή **β.** Τριβή ολίσθησης **γ.** Οριακή τριβή

Απάντηση

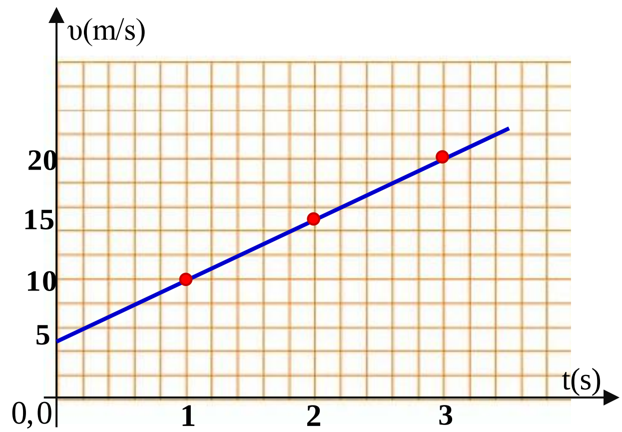
Η στατική τριβή είναι μεταβλητή δύναμη και παίρνει τέτοια τιμή ώστε να ισχύει η συνθήκη ισορροπίας $\Sigma\vec{F}_x = 0$ στον άξονα κίνησης και εδώ για όσο χρόνο το σώμα ηρεμεί η στατική τριβή Τστ έχει μέτρο ίσο με αυτό της δύναμης F [π.χ για $0 \le t \le 5s$ $T_{\sigma\tau} = 40N$]. Η στατική τριβή μπορεί να πάρει τιμές μέχρι μια μέγιστη τιμή που συνήθως λέγεται οριακή τριβή.

Αν η δύναμη F γίνει οριακά μεγαλύτερη από την οριακή τριβή το σώμα κινείται και η τριβή γίνεται πλέον ολίσθησης και έχει μέτρο μικρότερο από την οριακή τριβή (αλλά συνήθως στις ασκήσεις θεωρούμε την τριβή ολίσθησης ίση με τη οριακή τριβή) . **Άρα σωστή η πρόταση γ.**

Δείτε ειδική ανάλυση για το θέμα: **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης, σελ. 314-317**

2.130 (2ο-8051-Β2)

Παιδικό αμαξάκι έχει μάζα m=1Kg και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Στο αμαξάκι ασκείται τη χρονική στιγμή t=0 οριζόντια δύναμη μέτρου F=8N. Η γραφική παράσταση της ταχύτητάς του σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται στο διπλανό σχήμα.

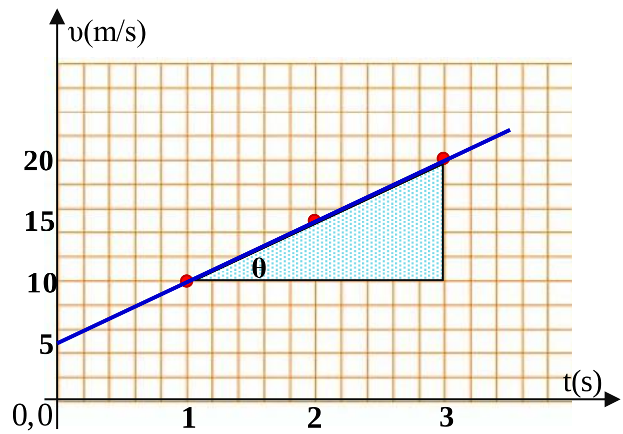


Δυο μαθητές Α και Β συζητούν για τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να υπολογίσουν την επιτάχυνσή του. Ο Α σκέφτεται να υπολογίσει την επιτάχυνση από την κλίση της γραφικής παράστασης ενώ ο Β από το λόγο F/m. Το σωστό τρόπο υπολογισμού της επιτάχυνσης έχει σκεφθεί

α. ο μαθητής Α **β.** ο μαθητής Β **γ.** και οι δυο

Απάντηση

Η επιτάχυνση μπορεί να υπολογισθεί από τον 2ο νόμο Newton για τον άξονα της κίνησης $\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m}$. Στην παρούσα όμως άσκηση γνωρίζουμε την μάζα m , αλλά όχι την συνισταμένη δύναμη $\Sigma\vec{F}_x$. Ο μαθητής Β θεώρησε ότι $\Sigma\vec{F}_x=\vec{F}$ κάτι όμως που δεν φαίνεται από τα δεδομένα της άσκησης αλλά ούτε επιβεβαιώνεται από το διάγραμμα υ(t).



Από το διάγραμμα υ(t) που είναι σίγουρα πειραματικά δεδομένα μπορούμε να βρούμε τη σωστή τιμή της επιτάχυνσης που ισούται με τη κλίση της υ(t), α=εφθ

(… χωρίς να γνωρίζουμε τις ασκούμενες δυνάμεις…) [κάτι που σωστά έκανε ο μαθητής Α] … Πράγματι $\alpha=\varepsilon\varphi\theta=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{(20\text{-}10)m/s}{(3\text{-}1)s} \Rightarrow \alpha=5m/s^2$

Αυτό σημαίνει ότι η συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma F_x=m\alpha \Rightarrow \Sigma F_x=5N<F$

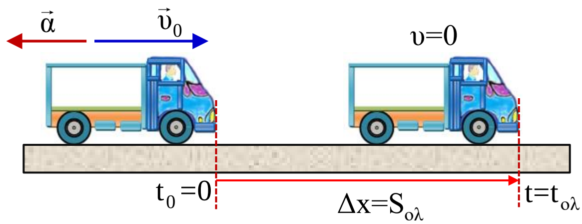
Άρα ο μαθητής Β παίρνοντας $\alpha=\frac{F}{m}$ δεν εφάρμοσε σωστά τον 2^o νόμο Newton.

Άρα σωστή η πρόταση α.

2.131 (2-8046-Β2) Ένα αυτοκίνητο κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο έχοντας σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_0. Ο οδηγός του τη χρονική στιγμή t=0s φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιβράδυνση.Το αυτοκίνητο σταματά τη χρονική στιγμή t_1, έχοντας διανύσει διάστημα S_1. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα μέτρου $2\upsilon_0$ σταματά τη χρονική στιγμή t_2 έχοντας διανύσει διάστημα S_2. Αν η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο και στις δυο περιπτώσεις είναι ίδια τότε θα ισχύει :

α. $S_2=2S_1$ **β.** $t_2 = 2t_1$ **γ.** $t_1 = 2t_2$

Απάντηση



Από τη εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_0\text{-}\alpha t$ (α μέτρο) στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση για υ=0 βρίσκουμε τον ολικό χρόνο της κίνησης $\upsilon=\upsilon_0\text{-}\alpha t \Rightarrow 0=\upsilon_0\text{-}\alpha t_{o\lambda} \Rightarrow$ $t_{o\lambda}=\frac{\upsilon_0}{\alpha}$ και με αντικατάσταση στην χρονική εξίσωση της μετατόπισης $\Delta x=\upsilon_0 t\text{-}\frac{1}{2}\alpha t^2$ βρίσκουμε την ολική μετατόπιση (και διάστημα) της επιβραδυνόμενης κίνησης $\Delta x_{o\lambda}=S_{o\lambda}=\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}$.

1η περίπτωση : ολικός χρόνος $t_1=\frac{\upsilon_0}{\alpha}$ (1) και ολικό διάστημα $S_1=\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}$ (2)

2η περίπτωση: ολικός χρόνος $t_2=\frac{2\upsilon_0}{\alpha}$ (3) και ολικό διάστημα $S_2=\frac{(2\upsilon_0)^2}{2\alpha} \Rightarrow$

$S_2=4\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}$ (4)

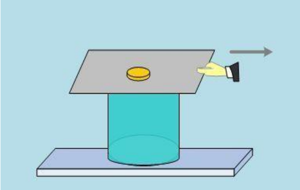
Από (1) και (3) έχουμε $t_2=2t_1$ και από (2) και (4) έχουμε $S_2=4S_1$

Άρα σωστή η πρόταση β.

Σχόλιο: Το ολικό διάστημα στην επιβραδυνόμενη κίνηση μπορεί να υπολογισθεί από εμβαδόν της υ(t) αλλά και το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

Δείτε ειδική ανάλυση για το ολικό διάστημα στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση: **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης, σελ. 82**

2.132 (2ο-12005 -Β1) Στο πλαίσιο του μαθήματος της Φυσικής Α Λυκείου, δύο μαθητές ο Α και ο Β εκτελούν τις εξής δραστηριότητες: Ο μαθητής Α τραβά απότομα το γυαλιστερό χαρτόνι, που σκεπάζει ένα ποτήρι, επάνω στο οποίο ισορροπεί ένα νόμισμα (Εικόνα 1).



Εικόνα 1

Ο μαθητής Β τραβά απότομα το γυαλιστερό χαρτόνι, το οποίο βρίσκεται επάνω σ' ένα οριζόντιο δάπεδο και επάνω στο χαρτόνι ισορροπεί ένα νόμισμα (Εικόνα 2). Τα αποτελέσματα των δραστηριοτήτων των δύο μαθητών θα είναι:

Εικόνα 2

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση την σωστή απάντηση.

α. Και στις δύο δραστηριότητες το νόμισμα κινείται μαζί με το χαρτόνι.

β. Στην δραστηριότητα του μαθητή Α, το νόμισμα πέφτει μέσα στο ποτήρι, ενώ στην δραστηριότητα του μαθητή Β, το νόμισμα ακολουθεί το χαρτόνι.

γ. Στην δραστηριότητα του μαθητή Α, το νόμισμα πέφτει μέσα στο ποτήρι, ενώ στην δραστηριότητα του μαθητή Β, το νόμισμα παραμένει ακίνητο στην αρχική του θέση και επάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση την σωστή απάντηση.

Απάντηση

Καθώς έλκουμε απότομα το χαρτόνι ασκώντας κάποια δύναμη $\vec{F}$ αυτό αποκτά ταχύτητα σε αμελητέο χρόνο $\Delta t \to 0$ και προφανώς μεγάλη επιτάχυνση $\alpha = \dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$ [αφού $\Delta t \to 0$]. Το νόμισμα λόγω αδρανείας τείνει να διατηρήσει την αρχική του κινητική κατάσταση, δηλαδή για ακίνητο παρατηρητή να παραμείνει ακίνητο ή ως προς το χαρτόνι να φύγει προς τα πίσω. Το νόμισμα για να κινηθεί μαζί με το χαρτόνι, χωρίς να αλλάξει θέση ως προς αυτό, πρέπει να αποκτήσει την ίδια με το χαρτόνι επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Στο σχήμα της επόμενης σελίδας φαίνονται οι ασκούμενες στο νόμισμα δυνάμεις, το βάρος του $m\vec{g}$, η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από το χαρτόνι και η τριβή $\vec{T}$ από χαρτόνι η οποία έχει φορά προς τη φορά κίνησης του χαρτονιού ώστε αφενός να εμποδίσει την τάση κίνησης προς τα πίσω (λόγω αδράνειας) και αφετέρου να του του δώσει την επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ (αφού αυτή είναι η μόνη δύναμη στον άξονα x΄x).

Έστω ότι το νόμισμα κινείται και δεν αλλάζει θέση ως προς το χαρτόνι (κινείται με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$) και για το οποίο γράφουμε τους νόμους Newton:

Άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow T = m\alpha \ (1)$,

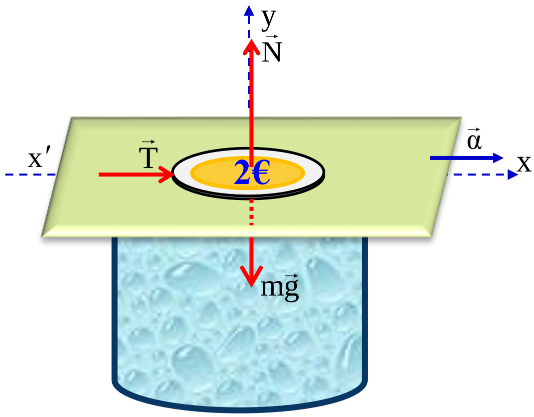
Άξονας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg \ (2)$

Σε αυτή την περίπτωση η τριβή είναι στατική που παίρνει τιμές

$T \le T_{max} \Rightarrow T \le \mu_{\sigma\tau} N$

$\xrightarrow{1,2} m\alpha \le \mu_{\sigma\tau} mg \Rightarrow$

$\alpha \le \mu_{\sigma\tau} g \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} \ge \frac{\alpha}{g} \quad (3)$



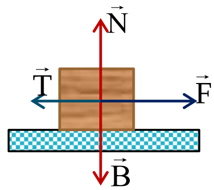
Δηλαδή για να ακολουθήσει το νόμισμα το χαρτόνι πρέπει ο συντελεστής στατικής τριβής να είναι $\mu_{\sigma\tau} \ge \frac{\alpha}{g}$ και επειδή η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ παίρνει μεγάλες τιμές, πρέπει ο συντελεστής στατικής τριβής να μεγάλος.

Στην άσκηση όμως το χαρτόνι είναι γυαλιστερό και έχει αμελητέο συντελεστή στατικής τριβής που δεν εκπληρώνει την σχέση (3). Πρακτικά η αναπτυσσόμενη τριβή T είναι αμελητέα και δεν μπορεί να βγάλει στο νόμισμα την επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ που έχει το χαρτόνι, έτσι το νόμισμα σχεδόν δεν μπορεί να αποκτήσει επιτάχυνση και παραμένει (για ακίνητο παρατηρητή) στην αρχική του θέση ... και μόλις το χαρτόνι περάσει, μοναδική δύναμη είναι το βάρος του νομίσματος και στη 1η περίπτωση πέφτει μέσα στο ποτήρι και στην 2η περίπτωση παραμένει ακίνητο στην αρχική του θέση επάνω στο οριζόντιο δάπεδο .

Άρα σωστή η πρόταση (γ).

Σχόλιο: Ανάλυση για «σώμα που ηρεμεί πάνω σε επιταχυνόμενο σύστημα» δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου - Βασίλης Τσούνης** § 10.3-Ε, 10.3-8, 10.3-9 και οι ασκήσεις 10.33, 10.37, 10.100, 10.102

2.133(2ο-12053 -Β1) Ένα σώμα βάρους Β κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, υπό την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης F, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν Ν είναι το μέτρο της κάθετης αντίδρασης από το έδαφος και Τ το μέτρο της δύναμης της τριβής ολίσθησης,

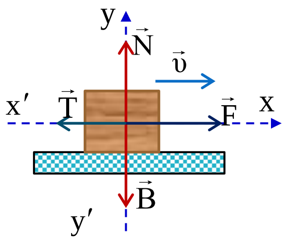


Ποια από τις παρακάτω σχέσεις των μέτρων των δυνάμεων περιγράφουν το φαινόμενο;

α. F >T και N = B **β.** F =T και N = B **γ.** F >T και N < B

Να δικαιολογήσετε την άποψη σας.

Απάντηση



Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα ισχύει:

Άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow$ F-T=0 $\Rightarrow$ F=T

Άξονας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$ N=mg

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**.

2.134(2ο-13098-Β2) Μια σκιέρ κατεβαίνει μια χιονισμένη πλαγιά η οποία αποτελεί κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης φ ως προς το οριζόντιο επίπεδο, για την οποία δίνονται ημφ=0,6 και συνφ=0,8. Η σκιέρ εμφανίζει με τη χιονισμένη πλαγιά τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_1=0,25.

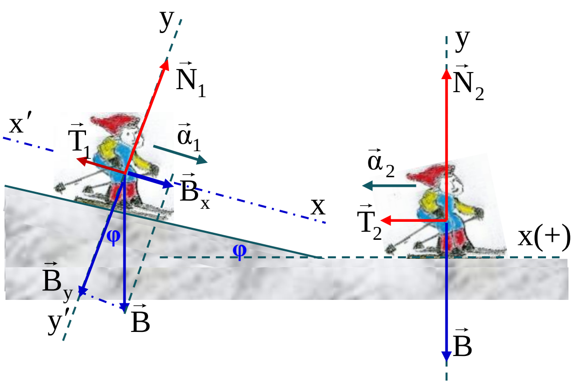
Στη βάση της πλαγιάς, η σκιέρ συνεχίζει σε οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο με διαφορετική κατάσταση χιονιού, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_2. Αν δίνεται ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της σκιέρ στη χιονισμένη πλαγιά, είναι ίσο με το μέτρο της επιβράδυνσής της στο οριζόντιο χιονισμένο δάπεδο, τότε η τιμή για το συντελεστή μ_2 είναι:

α. μ_2=0,25 **β.** μ_2=0,40

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

Σημειώνουμε τις ασκούμενες δυνάμεις στη σκιέρ και ειδικά για το κεκλιμένο επίπεδο τις αναλύουμε σε δύο κάθετους άξονες x′x παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και y΄y κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο.



Στο άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία, όποτε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$$N_1\text{-}B_y=0 \Rightarrow N_1=mg\sigma\upsilon\nu\varphi \;(1)$$

Τριβή $T_1=\mu_1 N_1 \xrightarrow{(1)} T_1=\mu_1 mg\sigma\upsilon\nu\varphi\,(2)$

Στο άξονα x΄x η κίνηση είναι επιταχυνόμενη: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow B_x\text{-}T_1=m\alpha_1 \xrightarrow{(2)}$ $mg\eta\mu\varphi\text{-}\mu_1 mg\sigma\upsilon\nu\varphi=m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=g(\eta\mu\varphi\text{-}\mu_1\sigma\upsilon\nu\varphi) \xrightarrow{(S.I)} \alpha_1=10(0{,}6\text{-}0{,}25\cdot 0{,}8) \Rightarrow$ $\alpha_1=4m/s^2$

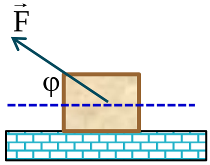
Στο οριζόντιο δάπεδο κίνηση είναι επιβραδυνόμενη και στον άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία, όποτε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2\text{-}B=0 \Rightarrow N_2=mg\;(3)$

Τριβή $T_2=\mu_2 N_2 \xrightarrow{(3)} T_2=\mu_2 mg\,(4)$

Άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow \text{-}T_2=m\alpha_2 \xrightarrow{(4)} \text{-}\mu_2 mg=m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=\text{-}\mu_2 g$

Επειδή $|\alpha_2|=|\alpha_1| \Rightarrow |\text{-}\mu_2 g|=|\alpha_1| \Rightarrow \mu_2=\dfrac{|\alpha_1|}{g} \xrightarrow{(S.I)} \boldsymbol{\mu_2=0{,}4}$.

2.135(2ο-12353-Β2) Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται επιταχυνόμενο πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, μέσω δύναμης που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία φ με το δάπεδο. Η κίνηση γίνεται με τόσο μικρή ταχύτητα, ώστε η αντίσταση του αέρα να θεωρείται αμελητέα. Να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης. Η τριβή ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα έχει:



α. μέτρο Fσυνφ-mα και φορά προς τα δεξιά,

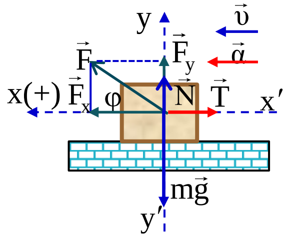
β. μέτρο Fσυνφ-mα και φορά προς τα αριστερά,

γ. μέτρο Fημφ-mα και φορά προς τα αριστερά.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Η κίνηση γίνεται προς τα αριστερά (και αυτή παίρνουμε ως θετική φορά), οπότε η τριβή ολίσθησης είναι προς τα δεξιά.

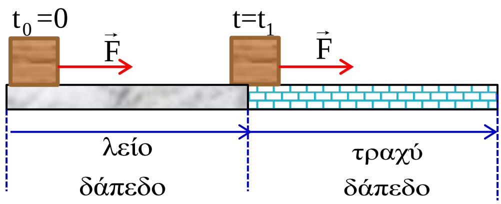


Άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_x - T = m\alpha \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi - T = m\alpha$

$\Rightarrow T = F\sigma\upsilon\nu\varphi - m\alpha$

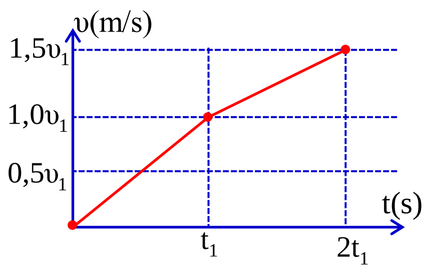
Άρα **σωστή** η πρόταση **(α)**.

2.136(2ο-13097-Β2) Ένας κύβος αρχικά ισορροπεί πάνω σε οριζόντιο λείο δάπεδο. Τη στιγμή t_0=0 ασκείται στον κύβο οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και αρχίζει να κινείται.



Τη στιγμή t_1 ο κύβος περνάει σε τραχύ τμήμα του δαπέδου, με το οποίο εμφανίζει σταθερή δύναμη τριβής, ενώ η δύναμη $\vec{F}$ εξακολουθεί να ασκείται πάνω του. Το πέρασμα από το λείο στο τραχύ τμήμα του οριζόντιου δαπέδου διαρκεί ασήμαντο χρόνο.

Στο διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του κύβου με το χρόνο που κινείται.



Με τη βοήθεια του διαγράμματος αυτού, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι για το μέτρο T της τριβής που δέχεται από το τραχύ δάπεδο και το μέτρο F της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ που συνεχώς ασκείται πάνω στον κύβο, ισχύει:

α. F=T **β.** T=0, 5F **γ.** T=0,25F

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η

1η φάση: Επιτάχυνση $\alpha_1=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\frac{\upsilon_1-0}{t_1-0} \Rightarrow \alpha_1=\frac{\upsilon_1}{t_1}$ (1),

2ος νόμος Newton: $\Sigma\vec{F}_1=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F=m\alpha_1 \xrightarrow{(1)} F=m\frac{\upsilon_1}{t_1}$ (2)

2η φάση: Επιτάχυνση $\alpha_2=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2=\frac{1,5\upsilon_1-\upsilon_1}{2t_1-t_1} \Rightarrow \alpha_2=0,5\frac{\upsilon_1}{t_1}$ (3),

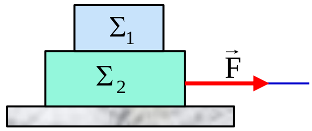
2ος νόμος Newton: $\Sigma\vec{F}_1=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F-T=m\alpha_2 \xrightarrow{(3)} F-T=m\frac{0,5\upsilon_1}{t_1}$ (4)

Από (2) και (4) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{F}{F-T}=\frac{m\upsilon_1/t_1}{m\cdot 0,5\upsilon_1/t_1}=2 \Rightarrow$

$F=2(F-T) \Rightarrow 2T=F \Rightarrow \mathbf{T=0,5F}$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**.

2.137(2ο-13464-Β2 Τα κιβώτια $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος έχουν μάζες m_1=3Kg και m_2=5Kg αντίστοιχα. Ένας μαθητής τραβά απότομα το κιβώτιο $Σ_2$ ασκώντας του σταθερή, οριζόντια δύναμη μέτρου F=80N. Το δάπεδο επάνω στο οποίο κινείται το κιβώτιο $Σ_2$ είναι ακλόνητο και



λείο. Τα κιβώτια $Σ_1$ και $Σ_2$ κινούνται μαζί ως ένα σώμα. Το κιβώτιο $Σ_1$ δέχεται κατά την διεύθυνση της επιφάνειας επαφής του με το $Σ_2$:

α. οριζόντια δύναμη τριβής μέτρου T=30N με φορά προς τα δεξιά,

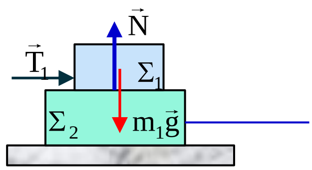
β. οριζόντια δύναμη τριβής μέτρου T=30N με φορά προς τα αριστερά,

γ. μηδενική δύναμη.

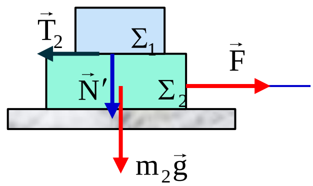
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Μόλις στο $Σ_2$ ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ αυτό αποκτά επιτάχυνση, το $Σ_1$ λόγω αδρανείας τείνει να διατηρήσει την αρχική του κινητική κατάσταση, δηλαδή για ακίνητο παρατηρητή να παραμείνει ακίνητο ή ως προς το $Σ_2$ να φύγει προς τα πίσω, οπότε δέχεται τριβή $\vec{T}_1$ **προς τα δεξιά** και είναι το αίτιο απόκτησης και από $Σ_1$ της ίδιας επιτάχυνσης $\vec{α}$ με το $Σ_2$.



Στα σχήματα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ αντίστοιχα με τη παρατήρηση ότι οι τριβές $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ ως δράση - αντίδραση είναι αντίθετες $\vec{T}_2$=-$\vec{T}_2$ …έχουν ίσα μέτρα $T_1=T_2=T$, όπως αντίθετες είναι και οι δυνάμεις επαφής $\vec{N}'=-\vec{N}$



Σώμα $Σ_2$, άξονας x΄x: $Σ\vec{F}_x=m_2\vec{α} \Rightarrow F-T_2=m_2α\,(1)$

Σώμα $Σ_1$, άξονας x΄x: $Σ\vec{F}_x=m_1\vec{α} \Rightarrow T_1=m_1α\,(2)$

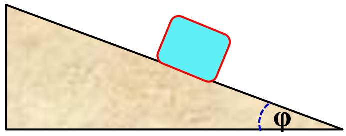
Προσθέτουμε τις (1,2) $F-T_2+T_1=(m_2+m_1)α \xrightarrow{T_1=T_2} F-T_2+T_1=(m_2+m_1)α \Rightarrow$

$α=\dfrac{F}{m_1+m_2}$ (3). Από (2,3) παίρνουμε $T_1=m_1\dfrac{F}{m_1+m_2} \xrightarrow{(S.I)} T_1=30N$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(α)**.

Σχόλιο: Ο μαθητής που τραβάει το κιβώτιο **δεν μπορεί** να είναι πάνω στο ίδιο **λείο επίπεδο** με τα σώματα. Ειδική ανάλυση δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης,** §10.3-Β και 10.3-4 σελίδες 325.

2.138(2ο-13465-Β2 Στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος με γωνία κλίσης $\varphi=30^0$, ισορροπεί σώμα μάζας m. Ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου **ΔΕΝ** μπορεί να είναι:



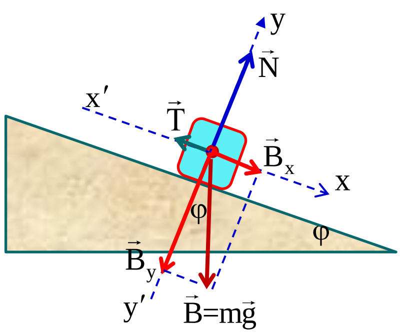
α. 0,8 **β.** 0,6 **γ.** 0,4

Δίνονται: $\eta\mu 30^0=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}\simeq 1,7$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο σώμα που ισορροπεί έχουν σημειωθεί οι ασκούμενες δυνάμεις και έχουν αναλυθεί σε δυο κάθετους άξονες:



Άξονας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-B_y=0 \Rightarrow$

$N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1)

Άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow B_x-T=0 \Rightarrow T=B_x \Rightarrow$

$T=mg\eta\mu\varphi$ (2).

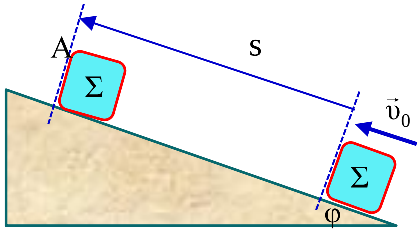
Η τριβή είναι στατική και μπορεί να πάει τιμές $T=\mu_{\sigma\tau}N \xrightarrow{(1,2)}$

$$mg\eta\mu\varphi \le \mu_{\sigma\tau} mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} \ge \varepsilon\varphi\varphi \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} \ge \varepsilon\varphi 30^0 \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} \ge \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} \ge 0,57$$

Άρα από τις δεδομένες τιμές για τον συντελεστή στατικής τριβής **δεν μπορεί** να υπάρχει ισορροπία με $\mu_{\sigma\tau,o\rho\iota\alpha\kappa\acute{o}}=0,40$, αφού πρέπει $\mu_{\sigma\tau} \ge 0,57$

Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**.

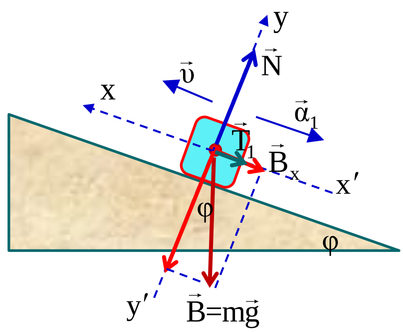
2.139(2ο-13468-Β2) Το σώμα Σ του παραπάνω σχήματος εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0$ από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στην θέση Α και αφού διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου υ. Αν είναι $α_1$ το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την άνοδό του και $α_2$ το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος κατά την κάθοδό του, κινούμενο επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο:



α. $α_1>α_2$ **β.** $α_1 < α_2$ **γ.** $α_1 = α_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Άνοδος: $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-B_y=0 \Rightarrow$

$N=mgσυνφ$ (1)

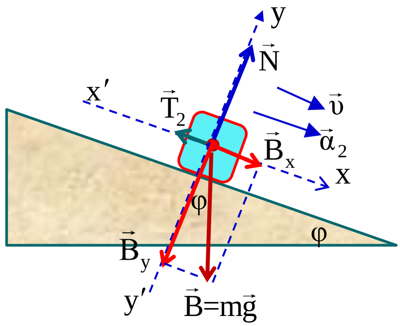
Τριβή $T_1=μN \xrightarrow{(1)} T_1=μmgσυνφ$ (2)

$Σ\vec{F}_x=m\vec{α}_1 \Rightarrow -B_x-T_1=mα_1 \xrightarrow{(2)}$

$-mgημφ-μmgσυνφ=mα_1 \Rightarrow$

$α_1=-g(ημφ+μσυνφ)<0 \Rightarrow$

$|α_1|=g(ημφ+μσυνφ)$ (4)



Κάθοδος: $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-B_y=0 \Rightarrow$

$N=mgσυνφ$ (5)

Τριβή $T_2=μN \xrightarrow{(5)} T_2=μmgσυνφ$ (6)

….ίδιο μέτρο με την άνοδο

$Σ\vec{F}_x=m\vec{α}_2 \Rightarrow B_x-T_2=mα_2 \xrightarrow{(6)}$

$mgημφ-μmgσυνφ=mα_2 \Rightarrow$

$α_2=g(ημφ-μσυνφ)>0$ (7)

Από (4) και (5) φαίνεται ότι $|α_1|>α_2$

Άρα σωστή η σχέση **(α)**

2.140(2ο-13469-Β2) Σε κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης $\varphi=30^0$, σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα.

α. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι λείο.

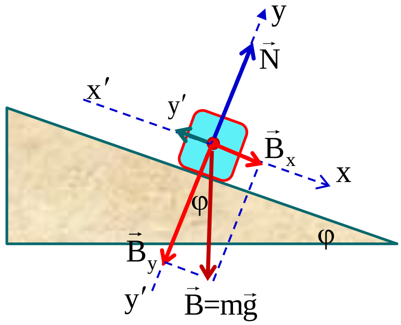
β. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μπορεί να υπολογιστεί.

γ. Υπάρχει τριβή μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου, αλλά τα δεδομένα δεν επαρκούν ώστε να υπολογίσουμε η τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης. Δίνονται: $\eta\mu 30^0=\frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}\simeq 1{,}7$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η

Στο σώμα έχουν σημειωθεί οι ασκούμενες δυνάμεις και έχουν αναλυθεί σε δυο κάθετους άξονες:



Άξονας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B_y=0 \Rightarrow$ $N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1)

Άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow B_x\text{-}T=0 \Rightarrow T=B_x \Rightarrow$ $T=mg\eta\mu\varphi$ (2).

Η τριβή είναι ολίσθησης τιμές $T=\mu N \xrightarrow{(1,2)} mg\eta\mu\varphi=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu=\varepsilon\varphi\varphi$

$\Rightarrow \mu=\varepsilon\varphi 30^0 \Rightarrow \mu=\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \mu=0{,}57$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**.

2.141(2ο-13510-Β2) Σώμα μάζας m ολισθαίνει κατεβαίνοντας με σταθερή ταχύτητα επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσης $\varphi=45^o$. Ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου είναι:

α. $\mu>1$ **β.** $\mu<1$ **γ.** $\mu=1$

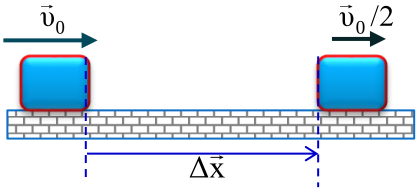
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Α π ά ν τ η σ η

Εργαζόμενοι όπως και στην προηγούμενη άσκηση 13469-Β2 βρίσκουμε $\mu=\varepsilon\varphi\varphi$

$\Rightarrow \mu=\varepsilon\varphi 45^0 \Rightarrow \mu=1$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**.

2.142(2ο-13512-Β2) Την χρονική στιγμή $t_0=0s$ το κιβώτιο του σχήματος, μάζας $m=10kg$, έχει ταχύτητα $υ_0=2m/s$. Το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου μειώνεται στο μισό, αφού αυτό μετατοπιστεί κατά $Δx=0,1m$. Η μείωση της ταχύτητας του κιβωτίου για την συγκεκριμένη μετατόπιση Δx, οφείλεται στο γεγονός, ότι στο κιβώτιο ασκείται:



α. Δύναμη μέτρου F=75N αντίρροπη της ταχύτητας.

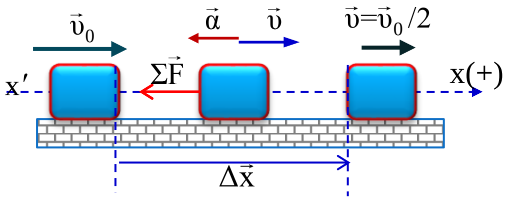
β. Τριβή ολίσθησης μέτρου $T_{ολ}=150N$ και δύναμη μέτρου F=75N ομόρροπη της ταχύτητας.

γ. Δύναμη μέτρου F=75N αντίρροπη της ταχύτητας και τριβή ολίσθησης μέτρου $T_{ολ}=75N$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με χρονικές εξισώσεις $υ=υ_0-|α|t$ και $Δx=υ_0 t-\frac{1}{2}|α|t^2$. Με απαλοιφή του χρόνου βρίσκουμε τη σχέση



$$υ^2=υ_0^2-2|α|Δx \Rightarrow |α|=\frac{υ^2-υ_0^2}{2Δx}$$

$$\xrightarrow[Δx=0,1m]{υ=2m/s,υ_0=1m/s} |α|=15m/s^2 \Rightarrow α=-15m/s^2 \text{ (αλγεβρική τιμή).}$$

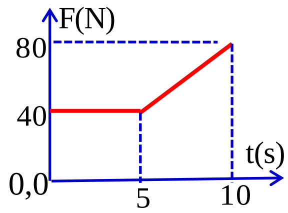
Η απαραίτητη συνισταμένη δύναμη για την ανωτέρω επιτάχυνση είναι ΣF=mα $ΣF=10Kg\cdot(-15m/s^2) \Rightarrow ΣF=-150N$ [μέτρο ΣF=150N και φορά αρνητική].

α- περίπτωση: $Σ\vec{F}=\vec{F} \Rightarrow ΣF=-F=-75N \neq -150N$

β- περίπτωση: $Σ\vec{F}=\vec{F}+\vec{T} \Rightarrow ΣF=F-T=75N-150N=-75N \neq -150N$

γ- περίπτωση: $Σ\vec{F}=\vec{F}+\vec{T} \Rightarrow ΣF=-F-T=-75N-75N=-150N$ που δίνει την απαιτούμενη συνισταμένη δύναμη. Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**.

2.143(2ο-13551-Β2) Ένα σώμα είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_0=0s αρχίζει να ασκείται στο σώμα οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, της οποίας το μέτρο σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα. Το σώμα καθ' όλη την διάρκεια των 10s παραμένει ακίνητο. Η τριβή που ασκείται στο σώμα είναι:



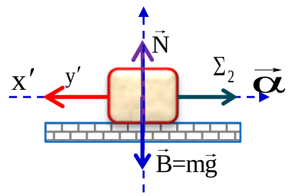
α. Στατική τριβή
β. Τριβή ολίσθησης
γ. Οριακή τριβή

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Για το χρονικό διάστημα 0 s - 10 s, να κάνετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της τριβής που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμονομημένους άξονες, αιτιολογώντας την μορφή της.

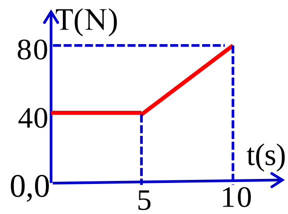
Απάντηση

Επειδή το σώμα ισορροπεί - ηρεμεί θα ισχύει $\Sigma\vec{F}_x = 0$ $\Rightarrow \vec{F}+\vec{T}=0 \Rightarrow \vec{T}=-\vec{F}$, δηλαδή η τριβή $\vec{T}$ είναι αντίθετη της δύναμής $\vec{F}$ σε κάθε χρονική στιγμή, έχουν αντίθετες αλγεβρικές τιμές T=-F και ίσα μέτρα T=F και είναι **στατική τριβή**.



Άρα **σωστή** η πρόταση **(α)**.

Επειδή η T=F κατά μέτρο για κάθε χρονική στιγμή η γραφική παράσταση του μέτρου της τριβής $\vec{T}$ με το χρόνο είναι ίδιο με αυτό του μέτρου της $\vec{F}$ με το χρόνο, όπως αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.

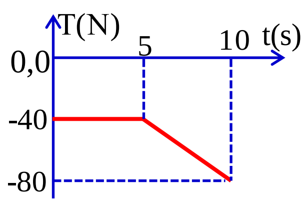


Σχόλιο 1ο : Ιδιαίτερο ενδιαφέρον έχουμε οι χρονικές εξισώσεις των **αλγεβρικών** τιμών της δύναμη $\vec{F}$ και της τριβής $\vec{T}$ με το χρόνο.

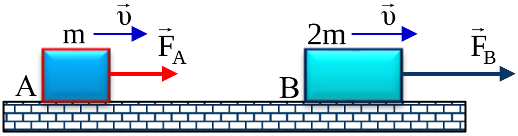
1η φάση $0 \le t \le 5s$: F=40N=σταθερή, T=-F=-40N=σταθερή

2η φάση $5s \le t \le 10s$: F=40+8(t-5) (S.I) , T=-F$\Rightarrow$ T=-40-8(t-5) (S.I)

Σχόλιο 2ο: Περισσότερο ενδιαφέρον έχει η γραφική παράσταση της **αλγεβρικής τιμής** της στατικής τριβής με το χρόνο (δείχνει μέτρο και φορά) φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



2.144 (2ο-13554-Β2) Στο σχήμα φαίνονται δύο κιβώτια, το Α με μάζα m και το Β με μάζα 2m. Τα κιβώτια κινούνται ευθύγραμμα ομαλά, **με ταχύτητες ίδιου μέτρου,** πάνω σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση των δυνάμεων $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ αντίστοιχα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δαπέδου και των κιβωτίων είναι μ και η επιτάχυνση της βαρύτητας g. Για τα μέτρα των δυνάμεων F_A και F_B ισχύει:

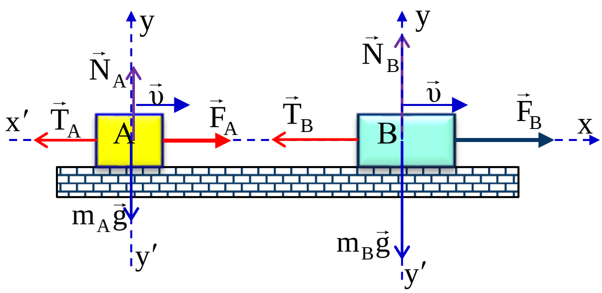


α. $F_A= 2F_B$ **β.** $F_B=2F_A$ **γ.** $F_B=F_A$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Αφού τα σώματα κινούνται με σταθερή ταχύτητα ισχύει:



Σώμα Α: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$N_A-m_Ag=0 \Rightarrow$

$N_A=mg$ (1),

$T_A=\mu N_A \xrightarrow{(1)} T_A=\mu mg$ (2)

$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_A-T_A=0 \Rightarrow F_A=T_A \xrightarrow{(1)} F_A=\mu mg$ (3)

Σώμα Β: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_B-m_Bg=0 \Rightarrow N_B=2mg$ (4), $T_B=\mu N_B \xrightarrow{(4)} T_B=\mu\cdot 2mg$ (5)

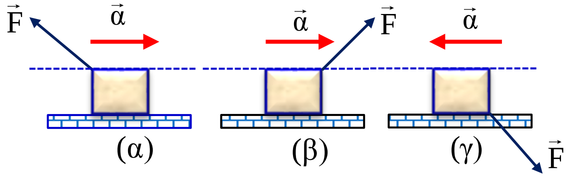
$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_B-T_B=0 \Rightarrow F_B=T_B \xrightarrow{(5)} F_B=2\mu mg$ (6)

Από τις σχέσεις (3,6) $F_B=2F_A$. Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**.

Σχόλιο: Τα κινητά της άσκησης αν κινούνται με σταθερές αλλά **διαφορετικού** μέτρου ταχύτητες, η σχέση των δυνάμεων θα ήταν και πάλι $F_B=2F_A$

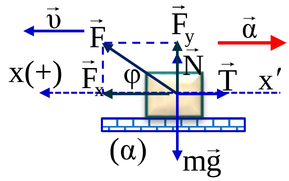
Η **υπόθεση της άσκησης** ότι τα κινητά κινούνται με την **ίδια** σταθερή ταχύτητα, το μόνο που μπορεί να εξυπηρετήσει (αν κινούνται στην ίδια ευθεία) είναι να μην συγκρουσθούν.

2.145(2ο-13570-Β2) Σώμα αμελητέων διαστάσεων κινείται πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή (θετική σε μέτρο) επιτάχυνση $\vec{\alpha}$. Η κατεύθυνση της δύναμης που ασκούμε στο σώμα σχηματίζει γωνία 30^{o} με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η δύναμη της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο $F\sigma\upsilon\nu 30^{0} - m\alpha$. Επιλέξτε με **δικαιολόγηση** ποιο από τα σχήματα ανταποκρίνεται στα πιο πάνω δεδομένα:



Απάντηση

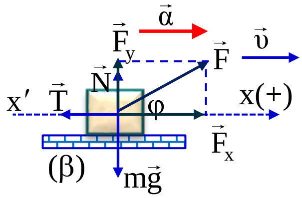
Θεωρούμε ότι το σώμα ξεκίνησε να κινείται με την δράση της $\vec{F}$ (δεν είχε αρχική ταχύτητα) οπότε η ταχύτητα έχει την φορά της οριζόντιας συνιστώσας $\vec{F}_x$ της δύναμης $\vec{F}$.



Περίπτωση (α) : $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_x - T = m(-\alpha) \Rightarrow$

$F\sigma\upsilon\nu 30^{0} - T = -m\alpha \Rightarrow T = F\sigma\upsilon\nu 30^{0} + m\alpha$,

τιμή **διαφορετική** από αυτή που δίνει ως δεδομένη η άσκηση.

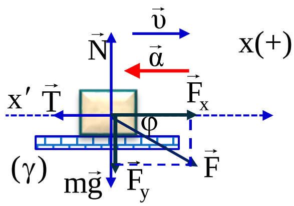


Περίπτωση (β) : $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_x - T = m\alpha \Rightarrow$

$F\sigma\upsilon\nu 30^{0} - T = m\alpha \Rightarrow T = F\sigma\upsilon\nu 30^{0} - m\alpha$ τιμή που **ικανοποιεί** αυτή που δίνει ως δεδομένη η άσκηση.

Περίπτωση (γ) : $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_x - T = m(-\alpha) \Rightarrow$

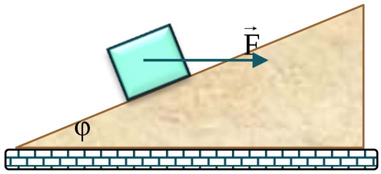
$F\sigma\upsilon\nu 30^{0} - T = -m\alpha \Rightarrow T = F\sigma\upsilon\nu 30^{0} + m\alpha$ τιμή **διαφορετική** από αυτή που δίνει ως δεδομένη η άσκηση. Άρα **σωστό** το σχήμα **(β)**.



Σχόλιο: Το δεδομένο θετική σε μέτρο επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ μαθηματικά δεν είναι σωστό. Σε ένα διάνυσμα, όπως η επιτάχυνση, το μέτρο είναι θετικός αριθμός και η αλγεβρική τιμή είναι θετικός ή αρνητικός αριθμός ανάλογα με την φορά του.

Σχόλιο: Η θετική ή αρνητική αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ δεν καθορίζει το επιταχυνόμενο ή επιβραδυνόμενο μιας κίνησης …αυτό καθορίζεται από αν τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\upsilon}$ είναι ομόρροπα ή αντίρροπα. Συνήθως θεωρούμε θετική φορά αυτή της κίνησης- ταχύτητας.

2.146(2ο-13575-Β2) Σώμα μάζας m=1kg γλιστράει προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι μ=0,2 , $g=10m/s^2$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



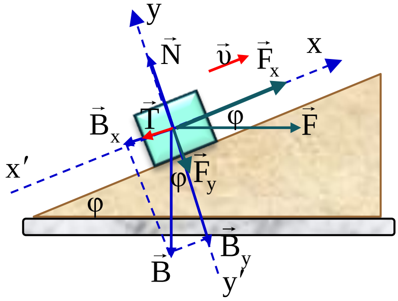
Αν το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα και ισχύει: ημφ = συνφ ποια από τις επόμενες επιλογές είναι σωστή;

α. $F = \frac{3}{2}B$ **β.** $\frac{3}{2}F = B$ **γ.** $F = w$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Το σώμα ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα όποτε,



$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N\text{-}B_y\text{-}F_y = 0 \Rightarrow$

$N = B\sigma\upsilon\nu\varphi + F\eta\mu\varphi$

$T = \mu N = \mu(B\sigma\upsilon\nu\varphi + F\eta\mu\varphi)$

$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_x\text{-}B_x\text{-}T = 0 \Rightarrow$

$F\sigma\upsilon\nu\varphi = B\eta\mu\varphi + \mu(B\sigma\upsilon\nu\varphi + F\eta\mu\varphi)$

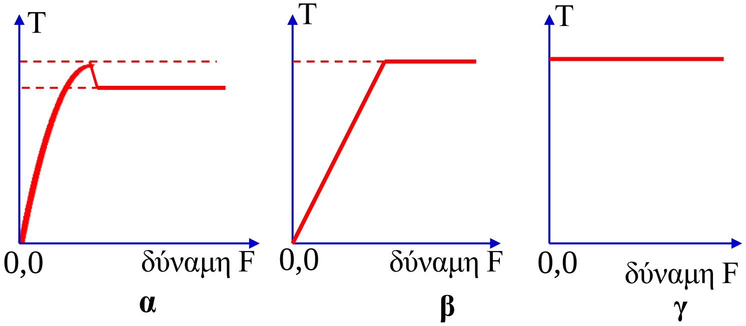
$\xrightarrow{\eta\mu\varphi=\sigma\upsilon\nu\varphi} F = B + \mu B + \mu F$

$\xrightarrow{\mu=0,2} F = B + 0,2B + 0,2F$

$\Rightarrow 0,8F = 1,2B \Rightarrow \mathbf{F = \frac{3}{2}B}$ Άρα **σωστή** η σχέση **(β)**.

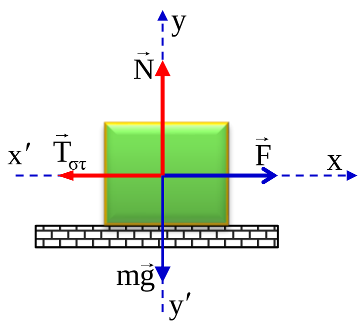
Σχόλιο: Για τη απάντηση δεν χρειάζεται η τιμή της μάζας ούτε τη τιμή του g

2.147(2ο-13577-Β1) Σε σώμα μάζας m που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκείται δύναμη $\vec{F}$, οριζόντιας διεύθυνσης το μέτρο της οποίας αυξάνεται προοδευτικά. Κάποια στιγμή το σώμα τίθεται σε ευθύγραμμή ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Η επιφάνεια στην οποία ολισθαίνει το σώμα εμφανίζει τριβή και η αντίσταση του αέρα μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Επιλέξτε με δικαιολόγηση ποιο από τα πιο κάτω διαγράμματα αντιστοιχεί στη γραφική παράσταση της τριβής ως προς την δύναμη F;



Απάντηση

Όταν στο ακίνητο σώμα και στον άξονα κίνησης x΄x ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ και η τριβή $\vec{T}$ στον δε άξονα y΄y το βάρος $m\vec{g}$ και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$.



Στον άξονα y΄y επικρατεί ισορροπία, οπότε $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg$.

Στον άξονα x΄x όταν αρχίζει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ -αυξανόμενη από μηδενική τιμή- και για όσο χρόνο είναι μικρότερη από την μέγιστη στατική τριβή $T_{στ,max} = \mu_{στ}N = \mu_{στ}mg$ το σώμα παραμένει ακίνητο.

Στη φάση αυτή της ακινησίας $F \le T_{στ,max}$, η τριβή είναι στατική $\vec{T}_{στ}$ και παίρνει τέτοια τιμή ώστε στον άξονα της δυνατής κίνησης να ισχύει $\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow T_{στ} = F$, δηλαδή η στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ έχει **σε κάθε χρονική στιγμή** μέτρο **ίσο** με το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ (…και αντίθετη αλγεβρική τιμή από αυτή της δύναμης $\vec{F}$).

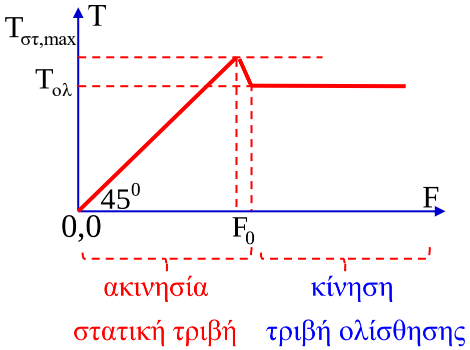
Όταν η δύναμη $\vec{F}$ πάρει τιμή έστω και απειροελάχιστα μεγαλύτερο από την $T_{στ,max} = \mu_{στ}N = \mu_{στ}mg$ τότε το σώμα αποκτά επιτάχυνση και η τριβή από στατική γίνεται τριβή ολίσθησης $T_{ολ}=μ_{ολ}N=μ_{ολ}mg$ που είναι λίγο μικρότερη από μέγιστη στατική τριβή $T_{ολ}<T_{στ,max}$, αφού $μ_{ολ}<μ_{στ}$.

Αμέσως μετά και για όλη την διάρκεια της ολίσθησης η τριβή ολίσθησης έχει (το ίδιο δάπεδο) σταθερή τιμή.

Από τη ανωτέρω περιγραφή το διάγραμμα που περίπου αποδίδει το μέτρο της τριβή σε σχέση με το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ είναι το (α).

Σχόλια παρατηρήσεις:

1. Στην $1^η$ φάση της ακινησίας - που είναι μέχρι $F=F_0=T_{στ,\,max}$ -για κάθε χρονική στιγμή το μέτρο στατική τριβής ισούται με το μέτρο της δύναμης $T_{στ}=F$, οπότε η γραφική παράσταση T(F) είναι ευθεία που σχηματίζει γωνία 45^0 με τους άξονες (T, F). Αμέσως μετά και για όλη την διάρκεια της ολίσθησης η τριβή ολίσθησης έχει (το ίδιο δάπεδο) σταθερή τιμή.



Διάγραμμα (1)

Η όλη γραφική παράσταση αποδίδεται T(F) αποδίδεται στο διάγραμμα (1)

2. Το διάγραμμα (α) της άσκησης 13577-Β1 έχει τις εξής **παραλείψεις** .

2-1. Μέχρι την έναρξη της κίνησης:

- η γραφική παράσταση T(F) **δίδεται περίπου ως καμπύλη -παραβολή ενώ είναι ευθεία με κλίση 45^0**,
- **σε καμία θέση της γραφικής παράστασης T(F) δεν φαίνεται ότι ισχύει** $T_{στ}=F$, ενώ **φαίνεται ότι $T_{στ}>F$** κάτι που προφανώς είναι **λανθασμένο.**

2-2. Μετά την έναρξη της κίνησης η τριβή ολίσθησης παραμένει σταθερή αλλά ανεξάρτητης της F. Αν όμως θελήσουμε να αποδώσουμε το είδος της κίνησης με βάση το διάγραμμα (α) ή το διάγραμμα (1), **η κίνηση είναι επιταχυνόμενη** αλλά **όχι ομαλή επιταχυνόμενη όπως θέλει η εκφώνηση της άσκησης 13577-Β1,** αφού μετά την έναρξη της κίνησης για το διάγραμμα T(F) η τριβή είναι σταθερή, ενώ η δύναμη F αυξάνεται συνεχώς και $ΣF_x=F-T\neq 0$.

2.148(2ο-13616-Β1) Ένα σώμα ολισθαίνει σε οριζόντιο, τραχύ και ακλόνητο δάπεδο. Το σώμα έχει βάρος Β. Η δύναμη που δέχεται το σώμα από το δάπεδο έχει μέτρο:

α. ίσο με το μέτρο του βάρους,

β. μεγαλύτερο από το μέτρο του βάρους,

γ. μικρότερο από το μέτρο του βάρους.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

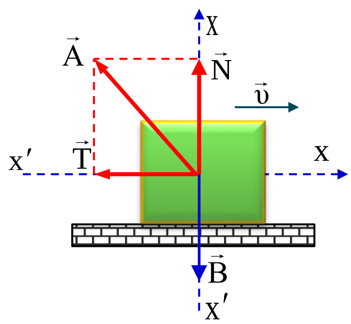
Στην ολίσθηση ενός σώματος πάνω σε οριζόντιο δάπεδο **σίγουρα** ασκούνται **η δύναμη του βάρους** του $\vec{B}$ και η **δύναμη από το δάπεδο** $\vec{A}$. Η δύναμη από δάπεδο $\vec{A}$ αναλύεται στην συνιστώσα της τριβής $\vec{T}$ που είναι παράλληλη με το δάπεδο-αντίθετη στην κίνηση και την δύναμη στήριξης $\vec{N}$ που είναι κάθετη στο δάπεδο στήριξης και ισχύει $\vec{A}=\vec{N}+\vec{T} \Rightarrow A=\sqrt{N^2+T^2}$.

1ο Σχόλιο: Για να ασκούνται μόνο οι ανωτέρω δυνάμεις αυτές πρέπει:

- το σώμα να βάλλεται οριζόντια με μια αρχική ταχύτητα
- ή να ασκείται και άλλη δύναμη και σε κάποιο σημείο να καταργείται και να ζητείται η μελέτη μετά την κατάργηση της άσκησης .

Η εκφώνηση της άσκησης είναι **ελλιπής** και δεν διευκρινίζεται τίποτε από τα ανωτέρω.

1η περίπτωση: Ας υποθέσουμε ότι οι ισχύουν τα δεδομένα του 1ου σχολίου και οι ασκούμενες δυνάμεις είναι αυτές του διπλανού σχήματος.



Στον άξονα y′y υπάρχει ισορροπία οπότε

$\Sigma \vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B=0 \Rightarrow N=B\,(1)$

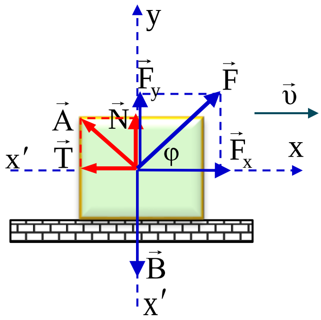
Για την δύναμη του δαπέδου ισχύει $\vec{A}=\vec{N}+\vec{T}$

$\Rightarrow A=\sqrt{N^2+T^2}$ $A=\sqrt{N^2+B^2} \xrightarrow{(1)} A>\sqrt{B^2}$

$\Rightarrow A>B$. **Στη περίπτωση αυτή σωστή η πρόταση (β)**

Στις λύσεις της τράπεζας θεμάτων αυτή έχει ως την μοναδική λύση, χωρίς καμία υπόθεση !

2η περίπτωση: Ας υποθέσουμε ότι πέρα από **τις σίγουρα ασκούμενες δυνάμεις** της 1ης περίπτωσης υπάρχει και μια άλλη δύναμη $\vec{F}$ (ή και πλήθος άλλων δυνάμεων που έχουν συνισταμένη $\vec{F}$) όπως φαίνεται στο σχήμα της επόμενης σελίδας.



Αναλύουμε και τη δύναμη $\vec{F}$ σε δύο συνιστώσες $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$ στους άξονες x΄x και y′y αντίστοιχα Στον άξονα y′y υπάρχει ισορροπία οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N+F_y-B=0 \Rightarrow N=B-F_y$ (2) και η τριβή T ισούται με $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu(B-F_y)$ (3)

Για την δύναμη του δαπέδου ισχύει $\vec{A}=\vec{N}+\vec{T}$

$$\Rightarrow A=\sqrt{N^2+T^2} \xrightarrow{(2,3)} A=\sqrt{(B-F_y)^2+\mu^2(B-F_y)^2} \Rightarrow A=(B-F_y)\sqrt{1+\mu^2} \Rightarrow$$

$$A=B\sqrt{1+\mu^2}-F\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2} \quad (4)$$

- Θα να είναι **A>B αν** $B\sqrt{1+\mu^2}-F\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}>B \Rightarrow$

$$-F\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}>-B\sqrt{1+\mu^2}+B \Rightarrow F<B\frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}} \quad (5),$$

τότε **σωστή η πρόταση (β)**

- Θα να είναι **A<B αν** $B\sqrt{1+\mu^2}-F\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}<B \Rightarrow F>B\frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}}$ (6),

τότε **σωστή η πρόταση (γ)**

- Θα να είναι **A=B αν** $B\sqrt{1+\mu^2}-F\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}=B \Rightarrow F=B\frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}}$ (7),

τότε **σωστή η πρόταση (α)**

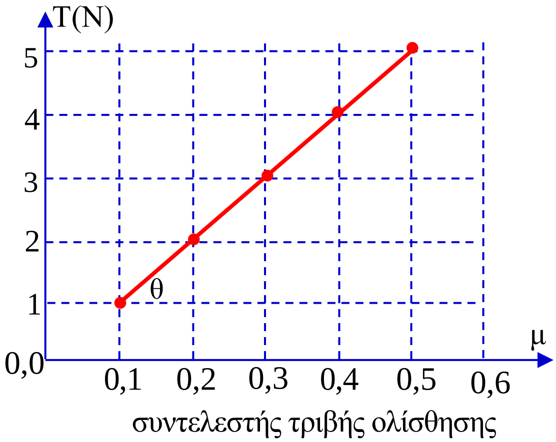
Εφαρμογή: Έστω $\mu=\sqrt{0,44} \Rightarrow \sqrt{1+\mu^2}=\sqrt{1+0,44}=1,2$, $\varphi=30^0$, $\eta\mu\varphi=0,5$

$$\text{Αν } F<B\frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}} \Rightarrow F<B\frac{1,2-1}{0,5\cdot 1,2} \Rightarrow F<B\frac{0,2}{0,6} \Rightarrow F<\frac{B}{3} \xrightarrow{(5)} A>B$$

$$\text{Αν } F>B\frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}} \ldots F>\frac{B}{3} \xrightarrow{(6)} A<B$$

$$\text{Αν } F=B\frac{\sqrt{1+\mu^2}-1}{\eta\mu\varphi\sqrt{1+\mu^2}} \ldots F=\frac{B}{3} \xrightarrow{(7)} A=B$$

2.149(2ο-13617-Β2) Σημειακό αντικείμενο μάζας m εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ, που παρουσιάζει το σημειακό αντικείμενο με το δάπεδο, μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα (0,1, 0,5), οπότε μεταβάλλεται και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο, όπως στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος του γραφήματος είναι 10 N. Αν $g=10m/s^2$, η μάζα του σώματος είναι:



α. m =1kg, **β.** m=2kg, **γ.** m=0,5kg

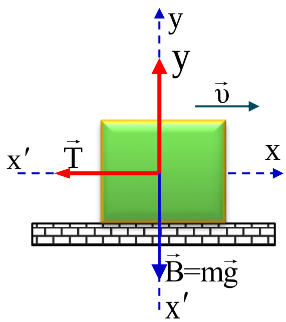
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στον άξονα y′y υπάρχει ισορροπία οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0$

$\Rightarrow$ N-B=0 $\Rightarrow$ N=mg.

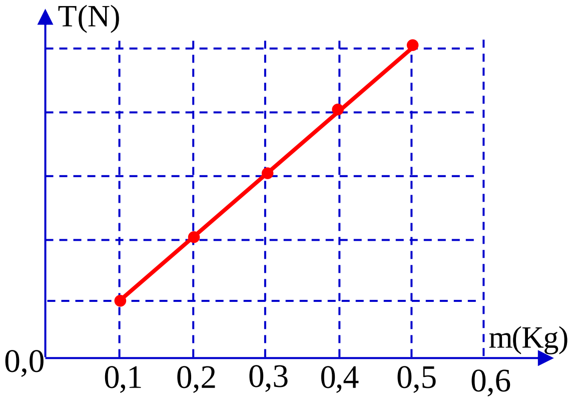
Το μέτρο της τριβής ολίσθησης T δίνεται από τη σχέση T=μN=μmg ή T=(mg)·μ από όπου φαίνεται ότι στη γραφική παράσταση T(μ) η ποσότητα mg είναι ο συντελεστής διεύθυνσης και υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραφική παράσταση $mg=\varepsilon\varphi\theta=\dfrac{5-1}{0,5-0,1}=10$ (S.I) $\Rightarrow$



$m=\dfrac{10}{g}$ (S.I) $\xrightarrow{g=10m/s^2}$ **m=1kg.** Άρα **σωστή η πρόταση (α)**

Σχόλιο: Ο συντελεστής διεύθυνσης **υπολογίζεται από την δεδομένη γραφική παράσταση και δεν χρειάζεται να δίνεται στην εκφώνηση** ή **αν δίνεται δεν χρειάζεται η γραφική παράσταση.**

2.150(2ο-13618-Β2) Σημειακό αντικείμενο έχει μάζα που μπορεί να μεταβάλλεται στο διάστημα (0,1 kg, 0,5 kg) και εκτοξεύεται, με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Επειδή η μάζα του μπορεί να μεταβάλλεται, αλλάζει και το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Ο συντελεστής διεύθυνσης του ευθύγραμμου τμήματος, του διαγράμματος είναι 10N/kg. Αν $g=10m/s^2$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σημειακού αντικειμένου με το δάπεδο είναι:



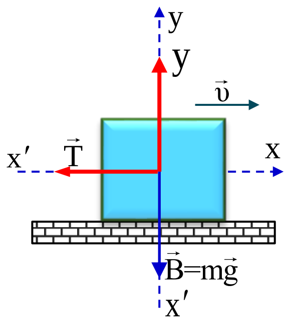
α. $\mu_{ολ} = 1$, **β.** $\mu_{ολ} = 2$, **γ.** $\mu_{ολ} = 0,5$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στον άξονα y′y υπάρχει ισορροπία οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0$

$\Rightarrow$ N-B=0 $\Rightarrow$ N=mg.



Το μέτρο της τριβής ολίσθησης T δίνεται από τη σχέση $T=\mu N=\mu mg$ ή $T=(\mu g)\cdot m$ από όπου φαίνεται ότι στη γραφική παράσταση T(m) η ποσότητα μg είναι ο συντελεστής διεύθυνσης που δίνεται (εδώ **δεν υπολογίζεται** από το διάγραμμα)

και υπολογίζεται από την αντίστοιχη γραφική παράσταση $\mu g=10\,(S.I) \Rightarrow \mu=\dfrac{10}{g}(S.I) \xrightarrow{g=10m/s^2}$ **μ=1.**

Άρα **σωστή η πρόταση (α)**

2.151(2ο-13623-Β2) Σώμα μάζας m εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ κατά μήκος ακλόνητου, οριζόντιου δαπέδου, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Το σώμα διανύει διάστημα s μέχρι να ακινητοποιηθεί. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος – δαπέδου ήταν $2\mu_{ολ}$, τότε το διάστημα s′ που απαιτείται για την ακινητοποίηση του σώματος θα ήταν:

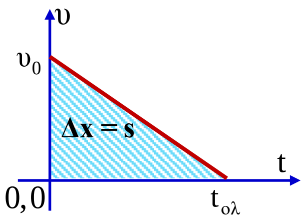
α. s′ = s **β.** s′ = 2s **γ.** s′ = s/2

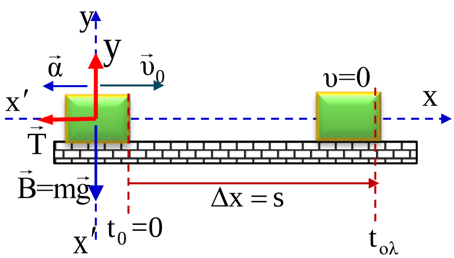
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

1η Λύση: Στον άξονα y′y υπάρχει ισορροπία οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B=0 \Rightarrow$ N=mg (1) και η τριβή Τ ισούται με $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg$ (2)

Άξονας x΄x : $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow -T=m\alpha \xrightarrow{(2)} -\mu mg=m\alpha \Rightarrow \alpha=-\mu g$ (3)





Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με $\upsilon=\upsilon_0-|\alpha|t \xrightarrow{\upsilon=0,t=t_{ολ}} 0=\upsilon_0-|\alpha|t_{ολ}$ $\Rightarrow t_{ολ}=\dfrac{\upsilon_0}{|\alpha|} \xrightarrow{(2)} t_{ολ}=\dfrac{\upsilon_0}{\mu g}$ (4).

Το συνολικό διάστημα – που ισούται με την μετατόπιση- υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης υ(t) (γραμμοσκιασμένο εμβαδόν) $s=\dfrac{1}{2}t_{ολ}\upsilon_0$

$\xrightarrow{(4)} s=\dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu g}$ (5) Αν $\mu'=2\mu$ τότε $s'=\dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu' g} \Rightarrow s'=\dfrac{\upsilon_0^2}{2\cdot 2\mu\cdot g} \xrightarrow{(4)} s'=\dfrac{s}{2}$

Άρα **σωστή η πρόταση (γ)**

2η Λύση: ΘΜΚΕ: $0-\dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2=-Ts \Rightarrow 0-\dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2=-\mu mgs \Rightarrow s=\dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu g}$

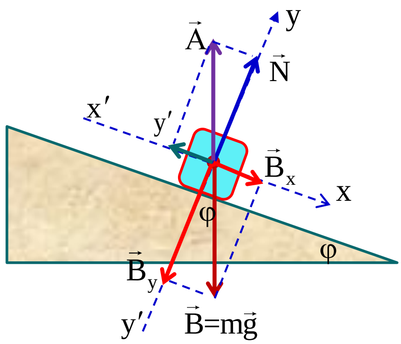
Αν $\mu'=2\mu$ τότε $s'=\dfrac{\upsilon_0^2}{2\mu' g} \Rightarrow s'=\dfrac{\upsilon_0^2}{2\cdot 2\mu\cdot g} \Rightarrow s'=\dfrac{s}{2}$

2.152(2ο-13657-Β2) Ένας τσιμεντένιος κύβος μάζας m ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ. Αντιστοιχίστε τις δυνάμεις τις αριστερής στήλης με μια από τις πιθανές απαντήσεις στη δεξιά στήλη.

α. Η κάθετη δύναμη επαφής που ασκεί το επίπεδο στον κύβο	i. mg
β. Στατική τριβή μεταξύ κύβου και επιπέδου	ii. mg ημφ
γ. Η δύναμη που ασκεί το επίπεδο στον κύβο	iii. mgσυνφ

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του $\vec{B}=m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{A}$ από το κεκλιμένο επίπεδο με συνιστώσες την τριβή $\vec{T}$ και την δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από το κεκλιμένο επίπεδο

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B_y=0 \Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

άρα α → iii

$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow T\text{-}B_x=0 \Rightarrow T=mg\eta\mu\varphi$

άρα β → ii

Η συνολική δύναμη η δύναμη $\vec{A}$ που ασκεί το κεκλιμένο επίπεδο στο σώμα υπολογίζεται ως εξής

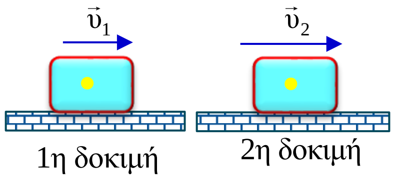
1ος τρόπος: Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι το βάρος του $\vec{B}=m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{A}$ από το κεκλιμένο επίπεδο και επειδή ισορροπεί $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow \vec{A}+\vec{B}=0 \Rightarrow \vec{A}=-\vec{B} \Rightarrow$ (δυνάμεις αντίθετες) …ίσα μέτρα $A=mg$ άρα **γ → i**

2ος τρόπος: $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow \vec{N}+\vec{T}+\vec{B}=0 \Rightarrow \left(\vec{N}+\vec{T}\right)+\vec{B}=0 \Rightarrow \vec{A}+\vec{B}=0 \Rightarrow \vec{A}=-\vec{B}$ (δυνάμεις αντίθετες) …ίσα μέτρα $A=mg$

3ος τρόπος: $\vec{A}=\vec{N}+\vec{T} \Rightarrow A=\sqrt{T^2+N^2} \Rightarrow A=\sqrt{(mg\eta\mu\varphi)^2+(mg\sigma\upsilon\nu\varphi)^2} \Rightarrow$

$A=mg\sqrt{(\eta\mu\varphi)^2+(\sigma\upsilon\nu\varphi)^2} \Rightarrow A=mg$

2.153(2ο-13773-Β1) Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην πρώτη ο κύβος κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_1$ και στη δεύτερη με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_2$. Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα και για τις ταχύτητες που κινείται ο κύβος ισχύει η σχέση $υ_1<υ_2$ τότε:

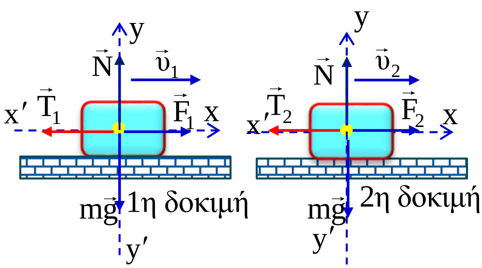


α. $T_1 = T_2$, **β.** $T_1 > T_2$, γ. $T_1 < T_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

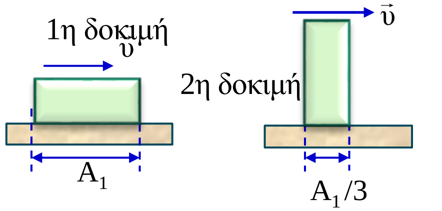
Επειδή στις δοκιμές χρησιμοποιείται ο ίδιος κύβος, που είναι ομογενής και συνεπώς όλες οι επιφάνειές του είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται και όχι από την ταχύτητα του κύβου (εφόσον αυτή δεν υπερβαίνει ένα αρκετά μεγάλο όριο), άρα **μ ίδιος** σε στις δύο δοκιμές .



Επίσης στον άξονα y′y ισχύει $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$ N-mg=0 $\Rightarrow$ N=mg =ίδια τιμή και στις δύο δοκιμές . Έτσι η τριβή ολίσθησης που δίνεται από τη σχέση **T=μN** έχει σε όλες τις δοκιμές την ίδια τιμή $\mathbf{T_1 = T_2}$. **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

Σχόλιο: Από τη στιγμή που δίνεται το ίδιο σώμα και στις δύο δοκιμές, αλλά και το οριζόντιο της δύναμης που κινεί τον κύβο δεν απαιτείται το είδος της κίνησης να είναι ευθύγραμμη ομαλή. Τώρα που η κίνηση είναι ομαλή θα είναι και F_1=F_2.

2.154(2ο-13774-Β1) Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση με θέμα την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη οριζόντια δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1η δοκιμή επιλέγεται από τους μαθητές, η μεγαλύτερη επιφάνεια εμβαδού A_1 του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής με τον εργαστηριακό πάγκο ενώ στην 2η επιλέγεται η μικρότερη επιφάνεια εμβαδού $A_2 = \frac{A_1}{3}$ του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ως επιφάνεια επαφής. Αν T_1 και T_2 είναι τα μέτρα των δυνάμεων της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα τότε:

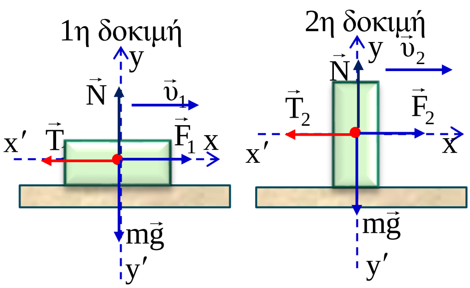


α. $T_1=3T_2$ **β.** $T_1 = T_2$ **γ.** $T_1=\frac{1}{3}T_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Επειδή σε όλες τις δοκιμές χρησιμοποιείται ο ίδιος κύβος, που είναι ομογενής και συνεπώς όλες οι επιφάνειές του είναι κατασκευασμένες από το ίδιο υλικό και η κίνηση του γίνεται πάντα στον ίδιο οριζόντιο πάγκο εργασίας, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δεν αλλάζει καθώς εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που τρίβονται και όχι από τα εμβαδά των τριβομένων επιφανειών κύβου -πάγκου εργασίας, άρα **μ ίδιος** σε όλες τις δοκιμές .



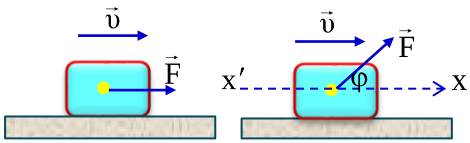
Με όποια βάση και αν στηρίζεται ο κύβος στον άξονα y′y ισχύεις $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$

N-mg=0 $\Rightarrow$ N=mg =ίδια τιμή σε όλες τις δοκιμές .

Έτσι η τριβή ολίσθησης που δίνεται από τη σχέση **T=μN** έχει σε όλες τις δοκιμές την ίδια τιμή. **Άρα σωστή η πρόταση (β)**

Σχόλιο: Από τη στιγμή που η τριβή δεν υπολογίζεται από εργαστηριακές μετρήσεις κινητικών και δυναμικών χαρακτηριστικών, και δίνονται το ομογενές του κύβου και το οριζόντιο της δύναμης που κινεί τον κύβο δεν απαιτείται το είδος της κίνησης να είναι ευθύγραμμη ομαλή.

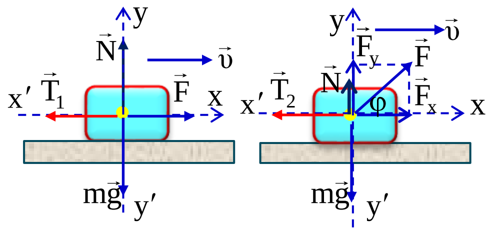
2.155(2ο-13776-Β1) Μία ομάδα μαθητών της Α΄ Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου της, πραγματοποιώντας εργαστηριακή άσκηση για την τριβή ολίσθησης. Για τις ανάγκες της άσκησης χρησιμοποιούν ομογενές σώμα κυβικού σχήματος το οποίο θέτουν επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, ασκώντας κάθε φορά κατάλληλη σταθερή δύναμη, ώστε το σώμα να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα ίδιου μέτρου υ. Δύο από τις δοκιμές τους φαίνονται στο σχήμα. Στην 1η δοκιμή η δύναμη $\vec{F}$ είναι οριζόντια, ενώ στην 2η δοκιμή έχει διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια, για την οποία ισχύει, ημφ=0,8 και συνφ=0,6. Αν $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ είναι οι δυνάμεις της τριβής ολίσθησης που ασκούνται στον κύβο από τον πάγκο εργασίας στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα τότε για τον λόγο των μέτρων τους ισχύει:



α. $\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{1}$ **β.** $\frac{T_1}{T_2}=\frac{3}{5}$ **γ.** $\frac{T_1}{T_2}=\frac{5}{3}$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



1η δοκιμή: $\vec{υ}$=σταθ $\Rightarrow$ $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow$

$F-T_1=0 \Rightarrow T_1=F$ (1)

2η δοκιμή: $\vec{υ}$=σταθ $\Rightarrow$ $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow$

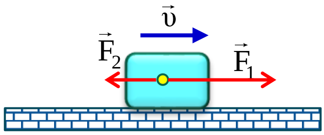
$F_x-T_2=0 \Rightarrow T_2=F συνφ$ (2)

Από (1) και (2) $\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{συνφ} \Rightarrow$

$\frac{T_1}{T_2}=\frac{1}{0,6}$ ή $\frac{T_1}{T_2}=\frac{5}{3}$ **Άρα σωστή η πρόταση (γ)**

Σχόλιο: Αφού οι κινήσεις είναι ευθύγραμμες ομαλές δεν απαιτείται να έχουν στις δύο δοκιμές το ίδιο μέτρο ταχύτητας. Επίσης επειδή η τριβή υπολογίζεται από την σχέση $\Sigma\vec{F}_x=0$ δεν απαιτείται στις δοκιμές να είναι το ίδιο σώμα.

2.156(2ο-13777-Β1) Το σώμα Σ με βάρος $\vec{w}$ κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο Σ δύο αντίρροπες δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης, υπό την επίδραση των οποίων το Σ κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα μέτρου υ. Γνωρίζουμε ότι για τα μέτρα των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ισχύει $F_1=3F_2$. Αν ή δύναμη $\vec{F}_1$ είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος $\vec{w}$ του σώματος ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με:



α. μ=1/3 **β.** μ=2/3 **γ.** μ=1/2

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

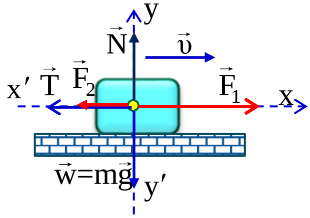
Απάντηση

$$\vec{\upsilon}=\sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_1-F_2-T=0 \xrightarrow{F_1=3F_2}$$

$$F_1-\frac{F_1}{3}-T=0 \Rightarrow T=\frac{2}{3}F_1 \ (1)$$

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-w=0 \Rightarrow N=w \ (2)$$

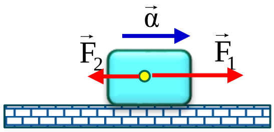
$$T=\mu N \xrightarrow{1,2} \frac{2}{3}F_1=\mu w \xrightarrow{F_1=w} \mu=\frac{2}{3}$$



Άρα σωστή η πρόταση (β)

Σχόλιο: Στην ενδεικτική απάντηση του ΙΕΠ ενώ εξάγει τη σωστή τιμή $\mu=\frac{2}{3}$ εκ παραδρομής δίνει σωστό το (γ).

2.157(2ο-13778-Β1) Το σώμα Σ με βάρος $\vec{w}$ κινείται σε τραχύ οριζόντιο επίπεδο. Στην οριζόντια διεύθυνση ασκούνται στο Σ δύο αντίρροπες δυνάμεις $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ και η τριβή ολίσθησης, υπό την επίδραση των οποίων το Σ κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα με επιτάχυνση μέτρου α=g/5, όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Επίσης γνωρίζουμε ότι για τα μέτρα των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ισχύει $F_1=2F_2$. Αν η δύναμη $\vec{F}_1$ είναι ίση κατά μέτρο με το βάρος $\vec{w}$ του σώματος, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι ίσος με:



α. μ =0,1, **β.** μ=0,2, **γ.** μ =0,3

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

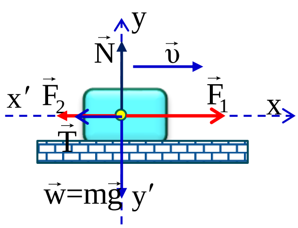
Απάντηση

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F_1\text{-}F_2\text{-}T=m\alpha \xrightarrow{F_2=F_1/2} F_1\text{-}\frac{F_1}{2}\text{-}T=m\alpha \Rightarrow$$

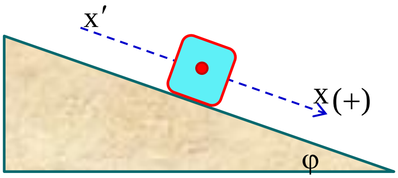
$$\frac{F_1}{2}\text{-}T=m\alpha \xrightarrow[\alpha=g/5]{F1=mg} \frac{mg}{2}\text{-}T=m\frac{g}{5} \Rightarrow T=0{,}3mg \;(1)$$

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg \;(2),\quad T=\mu N \xrightarrow{1,2} 0{,}3mg=\mu mg$$

$\Rightarrow \mu=0{,}3$ **Άρα σωστή η πρόταση (γ)**



2.158(2ο-13780-Β1) Ένα κιβώτιο με βάρος $\vec{B}$ ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Θεωρώντας ως θετική τη φορά του σχήματος, για την τιμή της στατικής τριβής $\vec{T}_{στ}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει:



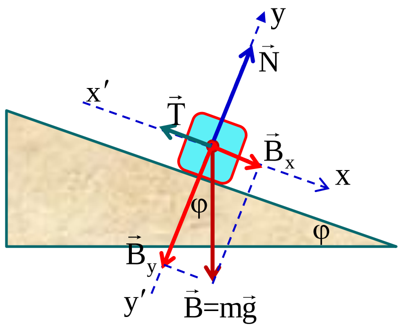
α. $T_{στ}$ = -mgσυνφ **β.** $T_{στ}$ =mgημφ **γ.** $T_{στ}$ = -mgημφ

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow \vec{T}_{στ} + \vec{B}_x = 0 \Rightarrow \vec{T}_{στ} = -\vec{B}_x \Rightarrow$

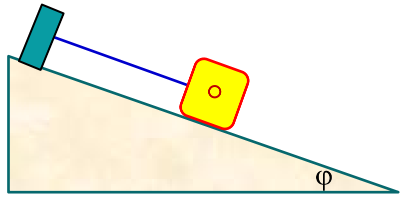
$\underset{\text{αλγεβρική τιμή}}{T_{στ}} = -(+B)_x \Rightarrow T_{στ} = -mgημφ$



Άρα σωστή η πρόταση (γ)

Σχόλιο: Με βάση τις δεδομένες επιλογές για τη στατική τριβή πιο αυστηρά στην εκφώνηση έπρεπε να ζητείται « για την **αλγεβρική** τιμή της στατικής τριβής $\vec{T}_{στ}$ που ασκείται …»

2.159(2ο-13782-Β1) Ένα κιβώτιο με βάρος $\vec{w}$ ισορροπεί ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση με τη βοήθεια αβαρούς και μη εκτατού νήματος το ένα άκρο του οποίου δένεται στο κιβώτιο ενώ το άλλο του άκρο είναι προσδεμένο σε ακλόνητο σημείο.



Δίνεται ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8. Αν η τάση του νήματος $\vec{T}$ που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο που συνδέεται με το μέτρο του βάρους $\vec{w}$ με τη σχέση w = 2T, για την στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ που ασκείται από το κεκλιμένο επίπεδο στο κιβώτιο ισχύει:

α. Έχει μέτρο $T_{στ}$ = 0,2mg και είναι ομόρροπη της $\vec{T}$,

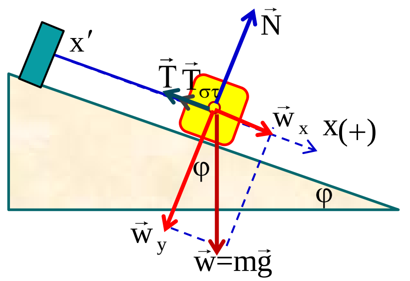
β. Έχει μέτρο $T_{στ}$ = 0,1mg και είναι αντίρροπη της $\vec{T}$,

γ. Έχει μέτρο $T_{στ}$ = 0,1mg και είναι ομόρροπη της $\vec{T}$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Το σώμα τείνει να κινηθεί προς τα θετικά του σχήματος οπότε η στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ έχει αντίθετη κατεύθυνση και είναι ομόρροπη με την τάση του νήματος $\vec{T}$.



$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow w_x - T - T_{στ} = 0 \Rightarrow T_{στ} = w_x - T \Rightarrow$$

$$T_{στ} = wημφ - \frac{w}{2} \Rightarrow T_{στ} = mgημφ - \frac{mg}{2}$$

$$\Rightarrow T_{στ} = mg \cdot 0{,}6 - 0{,}5mg \Rightarrow T_{στ} = 0{,}1mg$$

Άρα σωστή η πρόταση (γ)

2.160(2ο-13784-Β1) Ένα κιβώτιο με μάζα m ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου μ ισχύει:

α. μ = εφφ **β.** $\mu=\frac{1}{\varepsilon\varphi\varphi}$ **γ.** ότι δεν εξαρτάται από τη γωνία φ.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

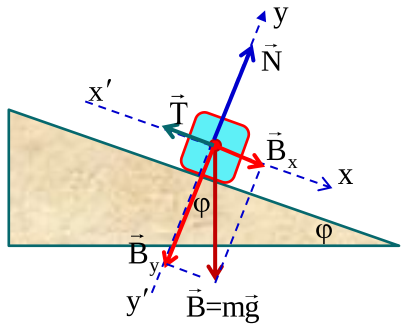
Απάντηση

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B_y=0 \Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1),

$T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (2)

$\vec{\upsilon}=\sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow T=B_x \xrightarrow{(1)}$

$\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=mg\eta\mu\varphi \Rightarrow \mu=\frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \mu=\varepsilon\varphi\varphi$



Άρα σωστή η πρόταση (α)

2.161(2ο-13785-Β1) Ένα κιβώτιο με μάζα m κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου g/5 (όπου g η επιτάχυνση της βαρύτητας) σε κεκλιμένο επίπεδο που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Δίνεται ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8. Για τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και κεκλιμένου επιπέδου μ ισχύει:

α. μ=3/4 **β.** μ=1/2 **γ.** μ=1/ 3

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B_y=0 \Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1),

$T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (2)

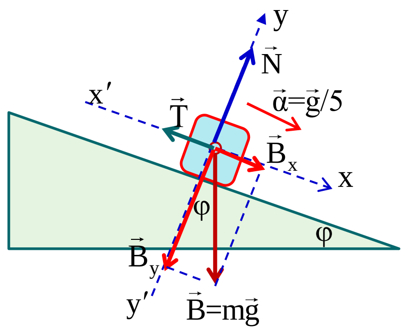
$\vec{\alpha}=\sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow B_x\text{-}T=m\alpha \xrightarrow{(2)}$

$mg\eta\mu\varphi\text{-}\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=m\alpha \xrightarrow{\alpha=g/5}$

$mg\eta\mu\varphi\text{-}\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=mg/5 \Rightarrow$

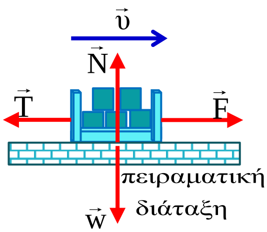
$\eta\mu\varphi\text{-}\mu\sigma\upsilon\nu\varphi=0,2 \Rightarrow 0,6\text{-}\mu\cdot 0,8=0,2 \Rightarrow$

$\mu=1/2$

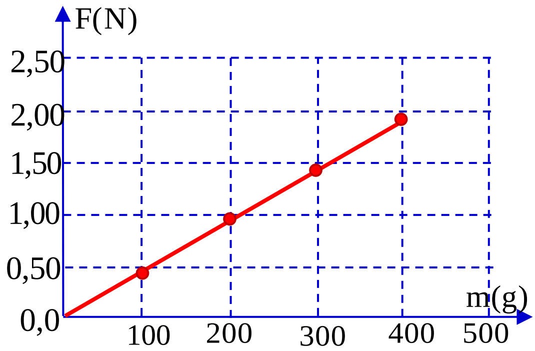


Άρα σωστή η πρόταση (β)

2.162(2ο-13785-Β2) Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος.



m(g)	F(N)
100	0,49
200	0,98
300	1,47
400	1,96



Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο Σ βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται, με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης $\vec{F}$ ως συνάρτηση της μάζας του Σ. Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ Σ και πάγκου εργασίας είναι μ=0,5 η πειραματική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι ίση με:

α. $g = 9{,}8\ m/s^2$, **β.** $g = 9{,}6\ m/s^2$, **γ.** $g = 9{,}5\ m/s^2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

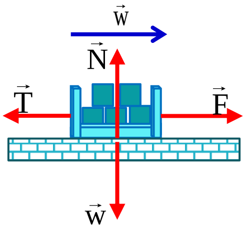
$\vec{\upsilon}=\sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F=T\ (1),\ \Sigma\vec{F}_y=0\ N-w=0 \Rightarrow N=w=mg\ (2)$

$T=\mu N \xrightarrow{1,2} F=\mu mg$ ή $F=(\mu g)\cdot m$

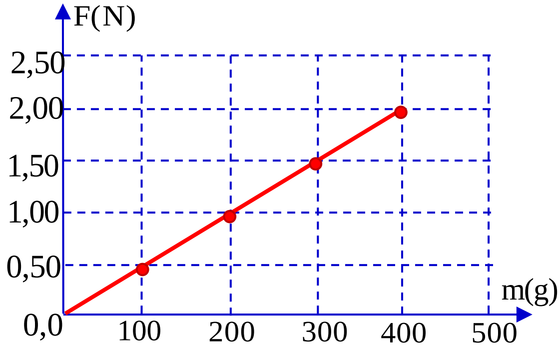
Στη γραφική παράσταση $F=(\mu g)\cdot m$ η ποσότητα μg είναι σταθερή ποσότητα και είναι ο συντελεστής διεύθυνσης αυτής που υπολογίζεται από την γραφική παράσταση $\mu g=\varepsilon\varphi\theta \Rightarrow \mu g=\frac{\Delta F}{\Delta m} \Rightarrow \mu g=\frac{1{,}96-0{,}49}{0{,}4-0{,}1}\frac{N}{kg} \Rightarrow \mu g=4{,}9\ (S.I) \Rightarrow$

$0{,}5g=4{,}9\ (S.I) \Rightarrow g=9{,}8m/s^2$. **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

2.163(2ο-13790-Β2 Για τις ανάγκες μίας εργαστηριακής άσκησης χρησιμοποιείται η πειραματική διάταξη του σχήματος.



m(g)	F(N)
100	0,49
200	0,98
300	1,47
400	1,96



Το ομογενές σώμα Σ τίθεται επαναληπτικά σε κίνηση πάνω σε οριζόντιο πάγκο εργασίας, δεχόμενο κάθε φορά κατάλληλη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, ώστε να εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Σε κάθε δοκιμή προστίθενται στο Σ βαρίδια, με αποτέλεσμα η μάζα του να μεταβάλλεται. Πριν από κάθε δοκιμή το Σ ζυγίζεται και στη συνέχεια μετριέται, με κατάλληλο αισθητήρα δύναμης, η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που εξασφαλίζει την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων απεικονίζονται στο πίνακα τιμών με βάση τις οποίες κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση της δύναμης $\vec{F}$ ως συνάρτηση της μάζας του Σ. Δίνεται η τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας ίση με $g=9{,}8m/s^2$. Αν σε όλες τις δοκιμές ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ Σ και πάγκου εργασίας είναι ίδιος, η τιμή του είναι ίση με

α. 0,5 **β.** 0,05 **γ.** Δεν επαρκούν τα δεδομένα για να την υπολογίσουμε.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

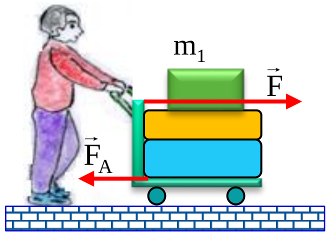
Απάντηση

$\vec{\upsilon}=\sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow \Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F=T\ (1),\ \Sigma\vec{F}_y=0\ N\text{-}w=0 \Rightarrow N=w=mg\ (2)$

$T=\mu N \xrightarrow{1,2} F=\mu mg$ ή $F=(\mu g)\cdot m$

Στη γραφική παράσταση $F=(\mu g)\cdot m$ η ποσότητα μg είναι σταθερή ποσότητα και είναι ο συντελεστής διεύθυνσης αυτής που υπολογίζεται από την γραφική παράσταση $\mu g=\varepsilon\varphi\theta \Rightarrow \mu g=\frac{\Delta F}{\Delta m} \Rightarrow \mu g=\frac{1{,}96-0{,}49}{0{,}4-0{,}1}\frac{N}{kg} \Rightarrow \mu g=4{,}9\ (S.I) \Rightarrow$ $\mu\cdot 9{,}8=4{,}9\,(S.I) \Rightarrow \mu=0{,}5$. **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

2.164(2ο-14209-Β1) Ένας άνθρωπος μεταφέρει τις αποσκευές του με ένα καρότσι μεταφοράς, σπρώχνοντάς το έτσι, ώστε να κινείται ευθύγραμμα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα.

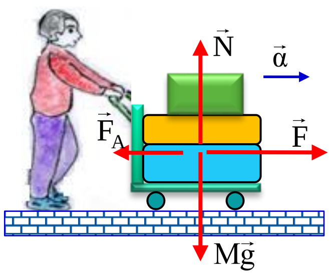


Η συνολική μάζα του καροτσιού και των αποσκευών είναι Μ, ενώ η αποσκευή που βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, έχει μάζα m_1 και ισχύει η σχέση $M = 4{,}2m_1$. Ο άνθρωπος ασκεί σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το καρότσι δέχεται στην κίνησή του σταθερή οριζόντια αντίσταση $\vec{F}_A$, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση $F_A=0{,}3F$. Αν οι αποσκευές κινούνται έτσι ώστε καμιά να μην ολισθαίνει πάνω στην άλλη, τότε η τριβή $\vec{T}_1$, την οποία δέχεται η αποσκευή μάζας m_1, η οποία βρίσκεται πάνω από όλες τις άλλες, έχει μέτρο:

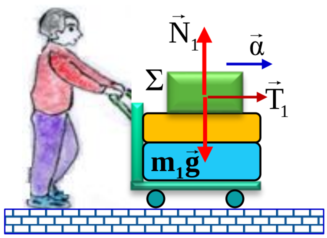
α. $T_1 = F$ **β.** $T_1=0{,}7F$ **γ.** $T_1 = F/6$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Στο 1ο σχήμα είναι σημειωμένες οι δυνάμεις που ασκούνται σε όλο το σύστημα που κινείται με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ και ισχύει $\Sigma\vec{F}_x=M\vec{\alpha} \Rightarrow F-F_A=M\alpha$ $\Rightarrow F-0{,}3F=M\alpha \Rightarrow \alpha=0{,}7\frac{F}{M}$ (1).



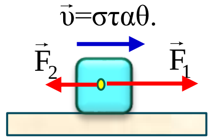
Το πάνω κιβώτιο Σ -μόλις ασκείται στο όλο σύστημα η $\vec{F}$ και αποκτά επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ - λόγω αδρανείας πάει να φύγει προς τα πίσω, άρα δέχεται τριβή $\vec{T}_1$ προς τα εμπρός, η οποία βγάζει για το κιβώτιο Σ την επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ και έτσι αυτό δεν ολισθαίνει ως προς το υπόλοιπο σύστημα.

Στο 2^o σχήμα είναι σημειωμένες οι ασκούμενες στο Σ δυνάμεις και για το οποίο γράφουμε τον 2^o νόμο Newton στον άξονα κινήσεως (για ακίνητο παρατηρητή).

$$\Sigma\vec{F}_x = m_1\vec{\alpha} \Rightarrow T_1 = m_1\alpha \xrightarrow{(1)} \Rightarrow T_1 = \frac{M}{4,2}\cdot 0,7\frac{F}{M} \Rightarrow T_1 = \frac{F}{6}$$

Άρα σωστή η πρόταση (γ)

2.165(2ο-14834-Β2) Κιβώτιο μάζας 10Kg βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο. Με τη βοήθεια δυο σκοινιών ασκούνται σε αυτό δυο δυνάμεις, όπως δείχνονται στη διπλανή εικόνα, με μέτρα F_1=25N και F_2=5N. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις επιλέξετε με δικαιολόγηση την επιστημονικά ορθή.



Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά και τότε ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι:

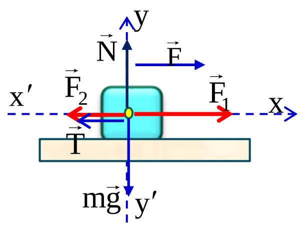
α. $\mu = 0,1$ **β.** $\mu = 0,2$ **γ.** $\mu = 0,3$

Απάντηση

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_1 - F_2 - T = 0 \Rightarrow T = F_1 - F_2 \xrightarrow{S.I} T = 20N \;(1)$$

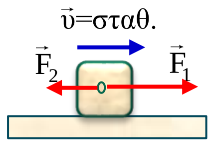
$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg \xrightarrow{S.I} N = 100N$$

$$T = \mu N \Rightarrow \mu = \frac{T}{N} \xrightarrow{1,2} \mu = \frac{20N}{100N} \Rightarrow \mu = 0,2$$



Άρα σωστή η πρόταση (β)

2.166(2ο-14843-Β1) Κιβώτιο μάζας 10kg βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο. Με τη βοήθεια δυο σκοινιών ασκούνται στο κιβώτιο δυο δυνάμεις, όπως δείχνονται στη διπλανή εικόνα, με μέτρα $F_1 = 25N$ και $F_2 = 5N$. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή.

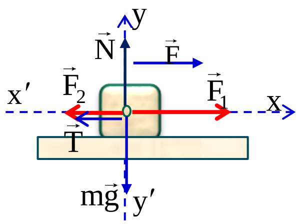


Αν το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά τότε η τριβή ολίσθησης που ασκείται στο κιβώτιο από το δάπεδο είναι:

α. 20N **β.** 30N **γ.** 40N

Απάντηση

Επειδή το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητας η συνιστάμενη των δυνάμεων στον άξονα κίνησης x΄x είναι μηδενική. Επειδή για τις δυνάμεις που ασκούν τα νήματα στο κιβώτιο ισχύει $F_1 > F_2$ υπάρχει και άλλη δύναμη ομόρροπη της F_2 (και αντίρροπη της κίνησης) που είναι η τριβή ολίσθησης , ώστε η ΣFx=0.

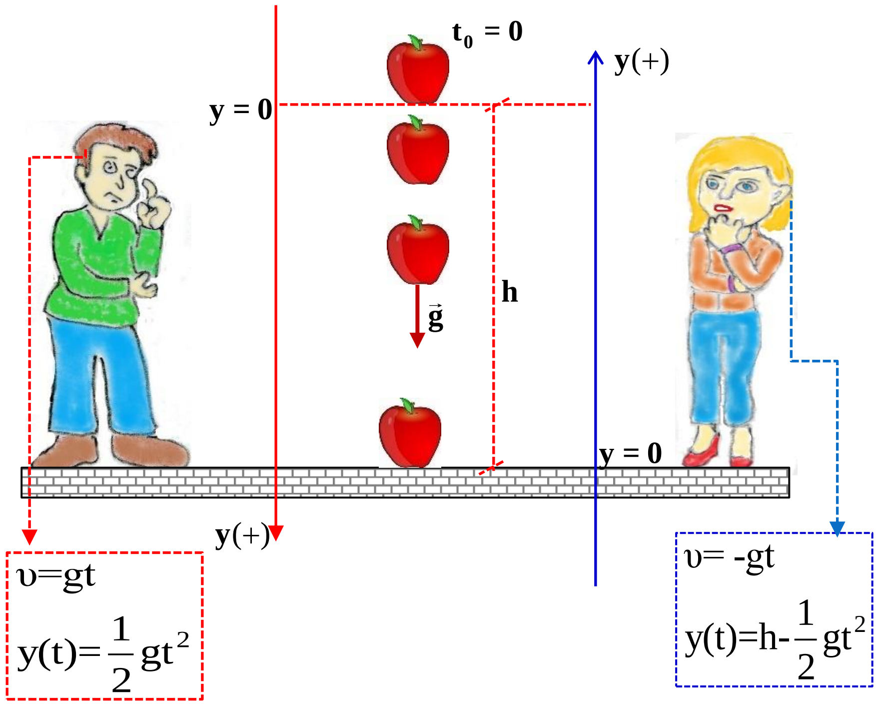


$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_1 - F_2 - T = 0 \Rightarrow T = F_1 - F_2 \xrightarrow{S.I} T = 20N$$

Άρα σωστή η πρόταση (α)

Σχόλιο: Το δεδομένο με την τιμή της μάζας του κιβωτίου m=20Kg δεν απαιτούμενο στοιχείο για την επίλυση της άσκησης.

Γ. Θέματα Β΄: Ελεύθερη πτώση-κατακόρυφη βολή



… Η Ελεύθερη πτώση-κατακόρυφη …
από το βιβλίο
Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης
[Εκδόσεις Ζήτη (2020)]

Στις σελίδες 201-236 θα βρείτε αναλυτική παρουσίαση της **για την ελεύθερη πτώση και κατακόρυφη βολή**

- **αναλυτική θεωρία– βοηθητικά θέματα – μεθοδολογία ασκήσεων,**
- **6 αναλυτικά και μεθοδολογικά λυμένα προβλήματα,**
- **11 ερωτήσεις κλειστού τύπου,**
- **14 ερωτήσεις κατανόησης,**
- **42 προβλήματα,**
- **1 κριτήριο αξιολόγησης.**

Γ. Ελεύθερη πτώση-κατακόρυφη βολή: Θέματα Β΄

Σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (ή να συμπληρώστε τον πίνακα τιμών) και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

3.1 (2ο-7973-Β2) Δύο μικρές μεταλλικές σφαίρες (1) και (2) αφήνονται ελεύθερες να κινηθούν χωρίς αρχική ταχύτητα από διαφορετικά ύψη.
Η σφαίρα (1) αφήνεται από ύψος h_1 και για να φτάσει στο έδαφος χρειάζεται διπλάσιο χρόνο από τη σφαίρα (2) που αφήνεται από ύψος h_2.
Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Ο λόγος των υψών h_1 / h_2 , από τα οποία αφέθηκαν να πέσουν οι σφαίρες είναι ίσος με:

α. 4 **β.** 2 **γ.** 1/2

Απάντηση

$1^{η}$ περίπτωση: $h_1=\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (1),

$2^{η}$ περίπτωση: $h_2=\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow t_2=\sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ (2)

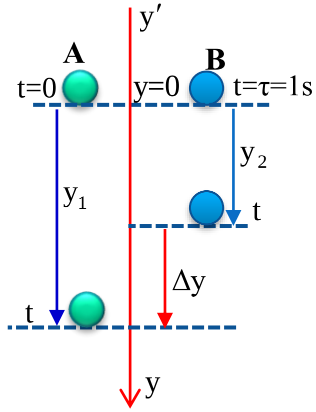
Επειδή $t_1=2t_2 \xrightarrow{1,2} \sqrt{\frac{2h_1}{g}}=2\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \Rightarrow h_1=4h_2 \Rightarrow \frac{h_1}{h_2}=4$.

Άρα σωστή η πρόταση α.

3.2 (2ο-7974-Β2) Δύο σώματα αφήνονται να πέσουν διαδοχικά από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας με χρονική διαφορά ίση με 1s το ένα μετά το άλλο. Αν η επίδραση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή, τότε η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων για όσο χρόνο τα σώματα βρίσκονται σε πτώση:

α. συνεχώς αυξάνεται **β.** συνεχώς μειώνεται **γ.** παραμένει σταθερή

Απάντηση



Την ίδια χρονική στιγμή t τα κινητά (για το ίδιο σύστημα) έχουν θέσεις $y_1=\frac{1}{2}gt^2$, $y_2=\frac{1}{2}g(t-\tau)^2$ και απέχουν απόσταση $\Delta y=y_1-y_2 \Rightarrow$

$$\Delta y=\frac{1}{2}gt^2-\frac{1}{2}g(t-\tau)^2 \Rightarrow \Delta y=\frac{1}{2}g[t^2-(t-\tau)^2] \Rightarrow$$

$$\Delta y=\frac{1}{2}g\tau\left(2t-\tau\right) \xrightarrow{S.I} \Delta y=\frac{1}{2}10\cdot 1\left(2t-1\right) \Rightarrow$$

$$\mathbf{\Delta y=10t-5}\,(S.I)\ \ \forall t \geq 1s$$

t(s)	0	1	2	3	4
y(m)	-	5	15	25	35

Από τη σχέση αυτή, αλλά και τον πίνακα φαίνεται, ότι η απόσταση αυτή αυξάνεται με το χρόνο και μάλιστα κατά 10m για κάθε 1s.

Άρα σωστή η πρόταση α.

3.3 (2ο-7976-Β2) Μία σιδερένια συμπαγής σφαίρα (Α) και ένα μπαλάκι του πινγκ-πονγκ (Β) αφήνονται την ίδια χρονική στιγμή από το μπαλκόνι του 1ου ορόφου ενός κτιρίου. Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) σταθερή, τότε:

α. η σφαίρα (Α) φτάνει στο έδαφος γρηγορότερα από το μπαλάκι, γιατί έχει μεγαλύτερη μάζα.

β. το μπαλάκι (Β) φτάνει στο έδαφος γρηγορότερα, γιατί έχει μικρότερη μάζα και συνεπώς θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση.

γ. τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα γιατί ο λόγος w/m, δηλαδή ο λόγος του βάρους τους w, προς τη μάζα τους m, είναι ίδιος και για τα δυο σώματα.

Απάντηση

Στην ελεύθερη πτώση από κάποιο ύψος h επειδή μοναδική δύναμη είναι το βάρος του σώματος, που για μικρά ύψη θεωρείται σταθερό, η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση έστω α, οπότε $h=\frac{1}{2}gt^2$ και ο χρόνος πτώσης είναι $t_\kappa=\sqrt{\frac{2h}{\alpha}}$. Η επιτάχυνση όμως α της πτώσης του σώματος είναι $\alpha=\frac{\Sigma F}{m}$ με $\Sigma F=w=mg$, οπότε $\alpha=\frac{w}{m}=\frac{mg}{m}=g$ ίδια για όλα τα σώματα (ο λόγος $\frac{w}{m}$ σταθερός και ίδιος για όλα τα σώματα), οπότε $t_κ = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ ίδιος για όλα τα σώματα.

Άρα σωστή η πρόταση γ.

3.4 (2ο-7977-Β1) Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, είναι έξι φορές μικρότερο από αυτό στην επιφάνεια της Γης ($g_Σ = g_Γ /6$).
Αν η αντίσταση του αέρα στη Γη θεωρηθεί αμελητέα, τότε ο χρόνος πτώσης μίας μεταλλικής σφαίρας, που αφήνεται από ύψος 2,5m, πάνω από την επιφάνεια της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα, θα είναι:
α. μεγαλύτερος στη Γη
β. ίδιος στη Γη και στη Σελήνη
γ. μεγαλύτερος στη Σελήνη.

Απάντηση

Χρόνος πτώσης στη Γη: $t_Γ = \sqrt{\frac{2h}{g_Γ}}$,

χρόνος πτώσης στη Σελήνη: $t_Σ = \sqrt{\frac{2h}{g_Σ}}$.

Από τις δύο αυτές σχέσεις έχουμε $\frac{t_Σ}{t_Γ} = \sqrt{\frac{2h/g_Σ}{2h/g_Γ}} \Rightarrow \frac{t_Σ}{t_Γ} = \sqrt{\frac{g_Γ}{g_Σ}} \Rightarrow$

$\frac{t_Σ}{t_Γ} = \sqrt{6} > 1 \Rightarrow t_Σ > t_Γ$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

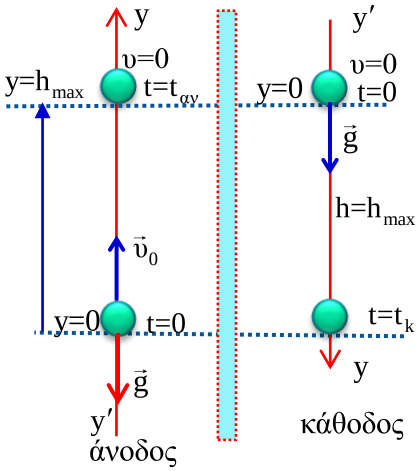
3.5 (2ο-7986-Β1) Ένας μαθητής πετάει κατακόρυφα προς τα πάνω ένα μπαλάκι του τένις και το ξαναπιάνει στην ίδια θέση. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.
Αν $t_α$ είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για την ανοδική κίνηση της μπάλας και $t_κ$ είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για τη καθοδική κίνηση της μπάλας τότε ισχύει:

α. $t_α > t_κ$ **β.** $t_α = t_κ$ **γ.** $t_α < t_κ$

Απάντηση

Η μόνη δύναμη που δέχεται το μπαλάκι τόσο στην άνοδο όσο και στη κάθοδο είναι το βάρος Β=mg και από τον 2ο νόμο Newton βρίσκεται ότι το μέτρο της επιβράδυνσης στην άνοδο, όσο και επιτάχυνσης στην κάθοδο ισούται με την επιτάχυνση της βαρύτητας $α=\frac{ΣF}{m} \Rightarrow$

$$α=\frac{mg}{m} \Rightarrow α=g \text{ (μέτρα)}$$



Στην ανοδική ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση $υ=υ_0-gt$ για υ=0 βρίσκουμε τον χρόνο ανόδου, $0=υ_0-gt_{αν} \Rightarrow t_{αν}=\frac{υ_0}{g}$ (1)

Με αντικατάσταση του χρόνου ανόδου $t_{αν}=\frac{υ_0}{g}$ στη εξίσωση θέσης $y(t)=υ_0 t-\frac{1}{2}gt^2$

βρίσκουμε το μέγιστο ύψος $h_{max}=\frac{υ_0^2}{2g}$ (2) .

Στην καθοδική πτώση το μπαλάκι εκτελεί ελεύθερη πτώση με χρόνο καθόδου

$$t_κ=\sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} \xrightarrow{(2)} t_κ=\sqrt{\frac{2}{g}\frac{υ_0^2}{2g}} \Rightarrow t_κ=\frac{υ_0}{g} \text{ (3) .}$$

Από τις (2) και (3) φαίνεται ότι $t_{αν}=t_κ$ ***Άρα σωστή η πρόταση β.***

Το θέμα αυτό είναι ειδική περίπτωση κατακόρυφης βολής προς τα πάνω που απαιτεί ειδική μελέτη την οποία δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης, σελ. 203-206.**

3.6(2ο-7994-Β1) Το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι 6,25 φορές μεγαλύτερο από το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης. Το βάρος ενός μεταλλικού κύβου, όπως μετριέται με το ίδιο δυναμόμετρο, στη Γη είναι B_Γ και στην επιφάνεια της Σελήνης είναι B_Σ. Αν στον ίδιο κύβο, που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην επιφάνεια της Γης, ασκηθεί οριζόντια δύναμη μέτρου F, αυτός θα κινηθεί με επιτάχυνση μέτρου α_Γ. Αν στον ίδιο κύβο που αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο στην επιφάνεια της Σελήνης, ασκηθεί οριζόντια δύναμη ίδιου μέτρου F, αυτός θα αποκτήσει επιτάχυνση μέτρου α_Σ
Η επίδραση του αέρα, όπου υπάρχει θεωρείται αμελητέα. Για τα μέτρα των βαρών και των επιταχύνσεων που αποκτά ο κύβος ισχύουν οι σχέσεις:

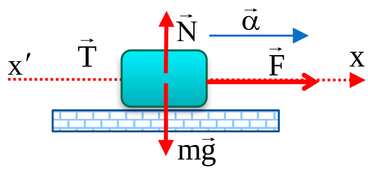
α. $B_\Gamma = 6{,}25 B_\Sigma$ και $\alpha_\Gamma = 6{,}25\,\alpha_\Sigma$

β. $B_\Gamma = 6{,}25 B_\Sigma$ και $\alpha_\Gamma = \alpha_\Sigma$

γ. ασ $B_\Gamma = B_\Sigma$ και $\alpha_\Gamma = 6{,}25\,\alpha_\Sigma$

Απάντηση

Για το βάρος του κύβου στη Γη και τη Σελήνη ισχύουν $B_\Gamma = mg_\Gamma$ και $B_\Sigma = mg_\Sigma$ από όπου $\dfrac{B_\Gamma}{B_\Sigma} = \dfrac{mg_\Gamma}{mg_\Sigma}$ ή $\dfrac{B_\Gamma}{B_\Sigma} = \dfrac{g_\Gamma}{g_\Sigma}$ ή $\dfrac{B_\Gamma}{B_\Sigma} = \dfrac{6{,}25 g_\Sigma}{g_\Sigma}$ ή $B_\Gamma = 6{,}25 B_\Sigma$.



Ο κύβος με τη άσκηση της δύναμης $\vec{F}$ κινείται οριζόντια μόνο από την δύναμη χωρίς το βάρος να επηρεάζει την κίνηση.

Η επιτάχυνση που αποκτά είναι $\vec{\alpha} = \dfrac{\Sigma \vec{F}_x}{m}$ ή

$\alpha = \dfrac{F}{m}$ ίδια και στις δύο περιπτώσεις, $\alpha_\Gamma = \alpha_\Sigma$.

Άρα σωστή η πρόταση β.

3.7 (2ο-7998-Β1) Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1 και Σ_2, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, με $m_2 > m_1$ αφήνονται να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος πάνω από την επιφάνεια της Γης.

α. Το βάρος της Σ_2 είναι μεγαλύτερο από αυτό της Σ_1 και συνεπώς η Σ_2 κινείται με επιτάχυνση μεγαλύτερη από αυτήν της Σ_1.

β. Οι δύο σφαίρες κινούνται με ίσες επιταχύνσεις και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος έχοντας ίσες ταχύτητες.

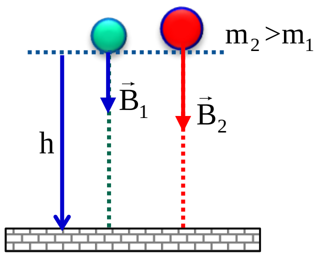
γ. Η βαρύτερη σφαίρα φτάνει πρώτη στο έδαφος και με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ελαφρύτερη.

Απάντηση

α. Οι επιταχύνσεις των δύο σφαιρών Σ_1 και Σ_2, είναι

$$\vec{\alpha}_1 = \frac{\Sigma\vec{F}_y}{m_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{B_1}{m_1} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{m_1 g}{m_1} \Rightarrow \alpha_1 = g \text{ και}$$

$$\vec{\alpha}_2 = \frac{\Sigma\vec{F}_y}{m_2} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{B_2}{m_2} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{m_2 g}{m_2} \Rightarrow \alpha_2 = g$$



Άρα $\alpha_1 = \alpha_2 = g$ και συνεπώς α- λανθασμένη.

β. Ο χρόνος καθόδου κάθε σφαίρας είναι υπολογίζεται από την μετατόπιση $\Delta y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{\Delta y = h, t = t_k} h = \frac{1}{2}gt_k^2 \Rightarrow t_k = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (1) ίδιος και για τις δύο σφαίρες αφού αφήνονται από το ίδιο ύψος και είναι ανεξάρτητος της μάζας. Η ταχύτητα με την οποία η κάθε σφαίρα φθάνει στο έδαφος είναι $\upsilon = gt_k \xrightarrow{(1)}$ $\upsilon = g\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2gh}$ ίδια και για τις δύο σφαίρες αφού αφήνονται από το ίδιο ύψος και είναι ανεξάρτητη της μάζας . Άρα **β-σωστή.**

γ. Σύμφωνα με τα ανωτέρω οι σφαίρες φθάνουν με την ίδια ταχύτητα, άρα η γ είναι λανθασμένη.

Σχόλιο: Τα επιμέρους ερωτήματα του θέματος αναφέρονται σε διαφορετικά αντικείμενα και πρέπει να ελεγχθεί το σωστό ή λανθασμένο του κάθε θέματος. Έτσι πιο σωστή πρόταση είναι: Να εξετασθεί , με δικαιολόγηση, το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.

3.8 (2ο-8004-Β1) Ένας αστροναύτης επιχειρεί να μετρήσει την επιτάχυνση της βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια ενός πλανήτη που δεν έχει ατμόσφαιρα. Για το σκοπό αυτό αφήνει να πέσει μια μικρή σφαίρα από ύψος 1,5m οπότε διαπιστώνει ότι η σφαίρα φτάνει στην επιφάνεια μετά από χρόνο 3s. Ο αστροναύτης συμπεραίνει ότι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι ίσο με:

α. $1\frac{m}{s^2}$ **β.** $\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}$ **γ.** $\frac{1}{3}\frac{m}{s^2}$

Απάντηση

Η επιτάχυνση πτώσης α_Σ της σφαίρας στον πλανήτη αυτό που έχει επιτάχυνση βαρύτητας είναι $\vec{\alpha}_\Sigma = \frac{\Sigma\vec{F}_y}{m} \Rightarrow \alpha_\Sigma = \frac{mg_\Pi}{m} \Rightarrow \alpha_\Sigma = g_\Pi$.

Από τη εξίσωση μετατόπισης της σφαίρας έχουμε $\Delta y = \frac{1}{2}g_\Pi t^2$

$$\xrightarrow{\Delta y = h, t = t_k} h = \frac{1}{2}g_\Pi t_k^2 \Rightarrow g_\Pi = \frac{2h}{t_k^2} \xrightarrow{S.I}$$

$$g_\Pi = \frac{2\cdot 1{,}5m}{(3s)^2} \Rightarrow g_\Pi = \frac{1}{3}\frac{m}{s^2}.$$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

3.9 (2ο-8012-Β2) Μία μεταλλική σφαίρα μικρών διαστάσεων αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος h με αποτέλεσμα η ταχύτητα της ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος να έχει μέτρο ίσο με υ Θεωρήστε την επίδραση του αέρα αμελητέα και την επιτάχυνση της βαρύτητας g σταθερή.
Για να έχει η ίδια σφαίρα ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, τότε πρέπει να αφεθεί από ύψος:

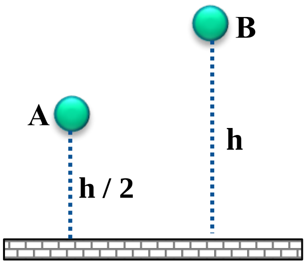
α. $h\sqrt{2}$ **β.** 2h **γ.** 4h

Απάντηση

Στη ελεύθερη πτώση $h=\frac{1}{2}gt^2$ και $\upsilon=gt$ από τις οποίες με απαλοιφή του χρόνου βρίσκουμε $\upsilon=\sqrt{2gh}$.

1η περίπτωση : $\upsilon=\sqrt{2gh}$, **2η περίπτωση:** $\upsilon'=\sqrt{2gh'}$ και επειδή $\upsilon'=2\upsilon \Rightarrow \sqrt{2gh'}=2\sqrt{2gh} \Rightarrow h'=4h$ **Άρα σωστή η πρόταση γ.**

3.10 (2ο-8014-Β2) Δύο σφαίρες Α και Β με ίσες μάζες αφήνονται να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος h/2 και h, αντίστοιχα. Εάν t_A και t_B είναι οι χρόνοι που απαιτούνται ώστε οι σφαίρες Α και Β αντίστοιχα, να φτάσουν στο έδαφος, τότε ισχύει η σχέση:



α. $t_B = t_A$ **β.** $t_B = 2t_A$ **γ.** $t_B=t_A\sqrt{2}$

Απάντηση

1η περίπτωση: $t_A=\sqrt{\frac{2h_A}{g}} \Rightarrow t_A=\sqrt{\frac{2h/2}{g}} \Rightarrow t_A=\sqrt{\frac{h}{g}}$ (1),

2η περίπτωση: $t_B=\sqrt{\frac{2h_B}{g}} \Rightarrow t_B=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2),

Από (1) και (2) έχουμε $\frac{t_B}{t_A}=\sqrt{\frac{2h/g}{h/g}} \Rightarrow \frac{t_B}{t_A}=\sqrt{2} \Rightarrow t_B=t_A\sqrt{2}$

Άρα σωστή η πρόταση γ.

3.11 (2ο-8016-Β1) Δύο πέτρες Α και Β αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη h_A, h_B πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση. Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση $t_A = 2t_B$ τότε τα ύψη h_A και h_B ικανοποιούν τη σχέση:

α. $h_A = 2h_B$ **β.** $h_A = 4h_B$ **γ.** $h_A = 8h_B$

Απάντηση

1η περίπτωση: $t_A = \sqrt{\dfrac{2h_A}{g}}$ (1),

2η περίπτωση: $t_B = \sqrt{\dfrac{2h_B}{g}}$ (2).

Επειδή $t_A = 2t_B \xrightarrow{1,2} \sqrt{\dfrac{2h_A}{g}} = 2\sqrt{\dfrac{2h_B}{g}} \Rightarrow h_A = 4h_B$

Άρα σωστή η πρόταση β.

3.12 (2ο-8023-Β1) Μία σφαίρα όταν αφήνεται από μικρό ύψος h πάνω από την επιφάνεια της Γης φτάνει στο έδαφος σε χρόνο t_Γ. Η ίδια σφαίρα όταν αφήνεται από το ίδιο ύψος h πάνω από την επιφάνεια ενός πλανήτη Α φτάνει στην επιφάνεια του πλανήτη σε χρόνο $t_A = 3t_\Gamma$. Η αντίσταση του αέρα στην επιφάνεια της Γης είναι αμελητέα, ενώ ο πλανήτης Α δεν έχει ατμόσφαιρα. Αν g_Γ και g_A είναι οι επιταχύνσεις της βαρύτητας στη Γη και στον πλανήτη Α αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α. $g_A = g_\Gamma/9$ **β.** $g_A = g_\Gamma/3$ **γ.** $g_\Gamma = g_A/9$

Απάντηση

$$t_A = 3t_\Gamma \Rightarrow \sqrt{\frac{2h}{g_A}} = 3\sqrt{\frac{2h}{g_\Gamma}} \Rightarrow \frac{1}{g_A} = 9\frac{1}{g_\Gamma} \Rightarrow g_A = \frac{g_\Gamma}{9}$$

Άρα σωστή η πρόταση α.

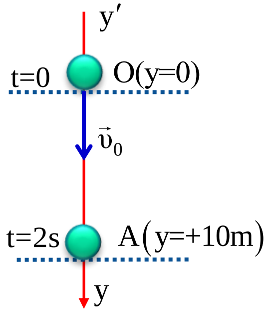
3.13 (2ο-8029-Β2) Σφαίρα η οποία κινείται κατακόρυφα με την επίδραση μόνο του βάρους της και βρίσκεται τη χρονική στιγμή t=0s στο σημείο Ο. Αν τη χρονική στιγμή t=2s η σφαίρα βρίσκεται 10m κάτω από το Ο και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10 m/s^2$ τότε η σφαίρα τη χρονική στιγμή t=0 s

α. κινούνταν προς τα πάνω

β. κινούνταν προς τα κάτω

γ. αφήνεται ελεύθερη χωρίς αρχική ταχύτητα

Απάντηση



Έστω ότι το σώμα βάλλεται από την θέση O(y=0) τη χρονική στιγμή t=0 προς τα κάτω με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ (που για το δεδομένο σύστημα αναφοράς υποθέτουμε ότι έχει θετική αλγεβρική τιμή) και εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με α=+g (αφού μοναδική δύναμη είναι το βάρος του σώματος $\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m}$ ή $\alpha=\frac{mg}{m}$ ή $\alpha=g$). Η εξίσωση θέσης του κινητού με τα ανωτέρω δεδομένα είναι $y(t)=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}gt^2$.

Για t=2s έχουμε y=+10m και η ανωτέρω εξίσωση δίνει $\xrightarrow{S.I}$ $+10=\upsilon_0\cdot 2+\frac{1}{2}10\cdot 2^2 \Rightarrow \upsilon_0=-5m/s$ Άρα το σώμα τη χρονική στιγμή t=0 έχει ταχύτητα με μέτρο $\upsilon_0=5m/s$ και φορά αρνητική – αντίθετη με αυτή που είχε υπολογισθεί ως θετική, δηλαδή κινείται προς τα πάνω. **Άρα σωστή η πρόταση α.**

Το θέμα αυτό που απαιτεί ειδική μελέτη που μπορεί να δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης, σελ. 204-206.**

3.14 (2-8050-Β2) Σε μια στιγμή απροσεξίας ξεφεύγει το σφυρί από τα χέρια κάποιου εργάτη που δουλεύει στην ταράτσα ενός πολυώροφου κτηρίου. Ένα δευτερόλεπτο αργότερα το σφυρί βρίσκεται έναν όροφο πιο κάτω από την ταράτσα του κτηρίου.

Αν θεωρήσετε την επίδραση του αέρα αμελητέα, την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και την υψομετρική διαφορά των διαδοχικών ορόφων ίδια τότε έπειτα από ένα ακόμη δευτερόλεπτο το σφυρί θα βρίσκεται σε σχέση με την ταράτσα:

α. Τέσσερις ορόφους πιο κάτω

β. Δύο ορόφους πιο κάτω

γ. Τρεις ορόφους πιο κάτω.

Απάντηση

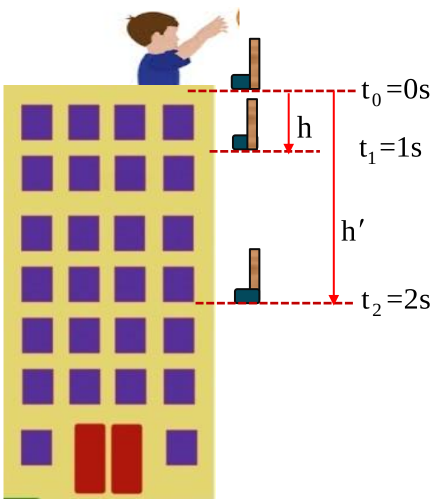
Για $t=t_1=1s \Rightarrow h=\frac{1}{2}gt_1^2$ (1)

(ένας όροφος κάτω …)

Για $t=2t_1=2s \Rightarrow h'=\frac{1}{2}g(2t_1)^2 \Rightarrow$

$h'=4\frac{1}{2}gt_1^2 \xrightarrow{(1)} h'=4h$

(τέσσερις όροφοι κάτω από την ταράτσα…)



Άρα σωστή η πρόταση α.

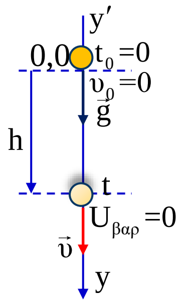
3.15(2ο-12005 -Β2) Από μικρό ύψος h από την επιφάνεια της Γης, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g_0 αφήνουμε να πέσει ένα σφαιρίδιο. Από το ίδιο μικρό ύψος h από την επιφάνεια ενός άλλου πλανήτη, όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g_0/4$, αφήνουμε να πέσει επίσης ένα σφαιρίδιο. Και στις δύο περιπτώσεις θεωρούμε, ότι η μοναδική δύναμη, η οποία ασκείται στο κάθε σώμα είναι το βάρος του. Αν υ_1 είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φθάνει το σφαιρίδιο στην επιφάνεια της Γης και υ_2 είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φθάνει το σφαιρίδιο στην επιφάνεια του άλλου πλανήτη, τότε:

α. $\upsilon_1=2\upsilon_2$ **β.** $\upsilon_2=2\upsilon_1$ **γ.** $\upsilon_1=\upsilon_2$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση την σωστή σχέση.

Απάντηση

Στην ελεύθερη πτώση με επιτάχυνση $\vec{g}$ στο σύστημα αναφοράς του σχήματος ισχύουν οι χρονικές εξισώσεις $\upsilon=gt$ και $y=\frac{1}{2}gt^2$. Με απαλοιφή χρόνου βρίσκουμε την ταχύτητα σε κάθε θέση y, $\upsilon=\sqrt{2gy} \xrightarrow{y=h} \upsilon=\sqrt{2gh}$ (1).



Ελεύθερη πτώση στη Γη: $\upsilon_1=\sqrt{2g_0h}$ (1)

Ελεύθερη πτώση στον πλανήτη: $\upsilon_2=\sqrt{2\frac{g_0}{4}h}$ (2)

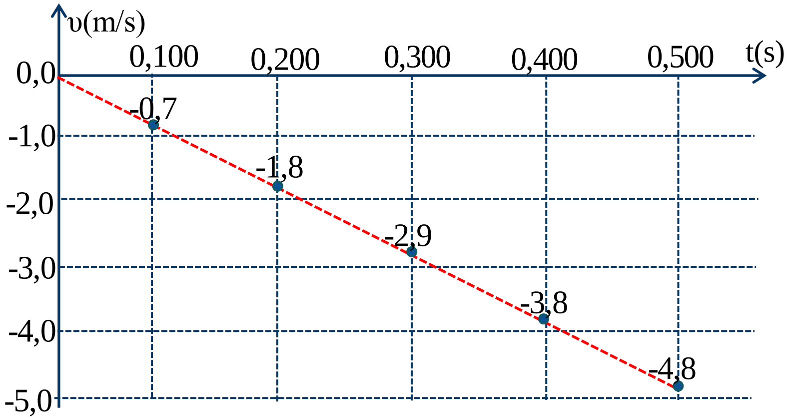
Από (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}=\frac{\sqrt{2g_0h}}{\sqrt{2\frac{g_0}{4}h}} \Rightarrow \upsilon_1=2\upsilon_2$

Άρα σωστή η σχέση (α)

Σχόλιο: Η σχέση αυτή βρίσκεται και ενεργειακά με Θ.Μ.Κ.Ε ή διατήρηση μηχανικής ενέργειας $E_{μηχ}=σταθερή \Rightarrow U_{τελική}+K_{τελικη}=U_{αρχική}+K_{αρχική} \Rightarrow$

$0+\frac{1}{2}m\upsilon^2=mgh+0 \Rightarrow \upsilon=\sqrt{2gh}$

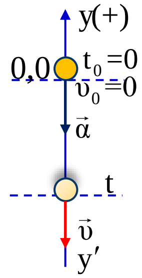
3.16(2ο-12016 -Β1) Ένα σώμα (αμελητέων διατάσεων) αφήνεται ελεύθερο από ύψος h = 2 m πάνω από την επιφάνεια της Γης, κάποια χρονική στιγμή (t_0 = 0). Η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας υ του σώματος μεταβάλλεται με τον χρόνο t, όπως στο γράφημα που ακολουθεί:



Η κίνηση του σώματος είναι ελεύθερη πτώση.
Να χαρακτηρίσετε με δικαιολόγηση την πρόταση που ακολουθεί ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ). Δίνεται το μέτρο της γήινης βαρυτικής επιτάχυνσης $g=10m/s^2$

Απάντηση

Επειδή η υ(t) είναι ευθεία το σώμα πέφτει με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ και έχει χρονική εξίσωση ταχύτητας υ=αt (υ, α για το δεδομένο σύστημα αναφοράς έχουν αρνητικές αλγεβρικές τιμές). Από την υ=αt φαίνεται ότι ο συντελεστής διεύθυνσης της γραφικής παράστασης υ(t) ισούται με την επιτάχυνση α .



Έτσι από το δεδομένο διάγραμμα έχουμε $\alpha=\varepsilon\varphi\theta=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$$\alpha=\frac{-4,8-0}{0,5-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=-9,6m/s^2 .$$

Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση του σώματος $\vec{\alpha}$ έχει μέτρο $|\alpha|=9,6m/s^2<g=10m/s^2$ άρα εκτός από το βάρος υπάρχει και αντίσταση στην κίνηση του σώματος και συνεπώς η κίνηση δεν είναι ελεύθερη πτώση.

Άρα **η πρόταση ότι πρόκειται για ελεύθερη πτώση είναι λανθασμένη**

3.17 (2ο-12317 -Β1) Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας αφήνεται να πέσει μία ξύλινη σφαίρα μάζας m και ταυτόχρονα αφήνεται να πέσει από το μπαλκόνι του δευτέρου ορόφου της ίδιας πολυκατοικίας μία σιδερένια σφαίρα διπλάσιας μάζας 2m. Γνωρίζετε ότι το ύψος πτώσης της ξύλινης σφαίρας είναι διπλάσιο σε σχέση με αυτό της σιδερένιας σφαίρας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και συνεπώς οι δύο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση.

1. Αν $\vec{\alpha}_\xi$ είναι η επιτάχυνση της ξύλινης σφαίρας $\vec{\alpha}_\sigma$ είναι η επιτάχυνση της σιδερένιας σφαίρας, για τα μέτρα των επιταχύνσεων θα ισχύει :

α. $\alpha_\xi=2\alpha_\sigma$ **β.** $\alpha_\xi=\alpha_\sigma$ **γ.** $2\alpha_\xi=\alpha_\sigma$

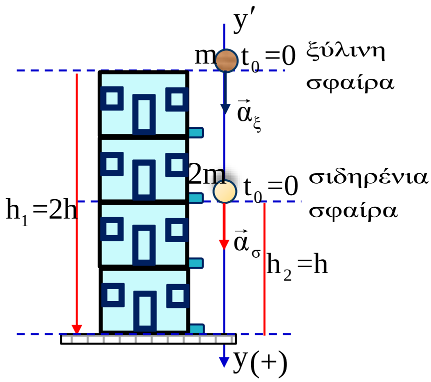
2. Αν t_ξ είναι ο χρόνος πτώσης της ξύλινης σφαίρας και t_σ είναι ο χρόνος πτώσης της σιδερένιας σφαίρας, θα ισχύει :

α. $t_\xi=2t_\sigma$ **β.** $t_\xi=t_\sigma$ **γ.** $t_\xi=t_\sigma\sqrt{2}$

Σε κάθε περίπτωση επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

Ξύλινη σφαίρα :



$$\vec{\alpha}_\xi=\frac{\Sigma\vec{F}_y}{m_\xi} \Rightarrow \alpha_\xi=\frac{mg}{m} \Rightarrow \alpha_\xi=g\,(1)$$

$$h_1=\frac{1}{2}gt_\xi^2 \Rightarrow 2h=\frac{1}{2}gt_\xi^2 \Rightarrow t_\xi=\sqrt{\frac{4h}{g}}\ (2)$$

Σιδερένια σφαίρα :

$$\vec{\alpha}_\sigma=\frac{\Sigma\vec{F}_y}{m_\sigma} \Rightarrow \alpha_\sigma=\frac{2mg}{2m} \Rightarrow \alpha_\sigma=g\,(3)$$

$$h_2=\frac{1}{2}gt_\sigma^2 \Rightarrow h=\frac{1}{2}gt_\sigma^2 \Rightarrow t_\sigma=\sqrt{\frac{2h}{g}}\ (4)$$

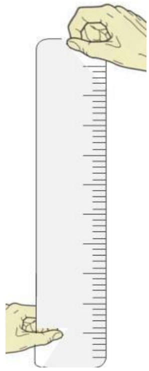
Από (1) και (3) $\alpha_\xi=\alpha_\sigma=g$

άρα **από την ερώτηση (1) σωστή η σχέση (β).**

Από (2) και (4) $\frac{t_\xi}{t_\sigma}=\frac{\sqrt{4h/g}}{\sqrt{2h/g}} \Rightarrow t_\xi=t_\sigma\sqrt{2}$

άρα **από την ερώτηση (2) σωστή η σχέση (γ).**

3.18(2ο-13097-Β1) Ο Κώστας και ο Δημήτρης σκέφτηκαν ένα τρόπο για να μετρήσουν τα αντανακλαστικά τους. Ο Κώστας κρατάει, από το πάνω άκρο του ένα χάρακα κατακόρυφο και ο Δημήτρης έχει το χέρι του πιο χαμηλά, κοντά στο χάρακα, χωρίς να τον πιάνει, σε τέτοια θέση ώστε, να τον πιάσει και να τον συγκρατήσει μόλις ο Κώστας τον αφήσει ελεύθερο να πέσει.



Ο Κώστας άφησε το χάρακα και ο Δημήτρης τον έπιασε, αλλά μέτρησαν ότι ώσπου να τον πιάσει, ο χάρακας πρόλαβε να πέσει κατακόρυφα, κατά 3,2cm

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση ποιος από τους παρακάτω χρόνους, είναι ο χρόνος αντίδρασης του Δημήτρη, θεωρώντας ότι το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας στην περιοχή είναι και οι αντιστάσεις του αέρα, μπορούν να αγνοηθούν:

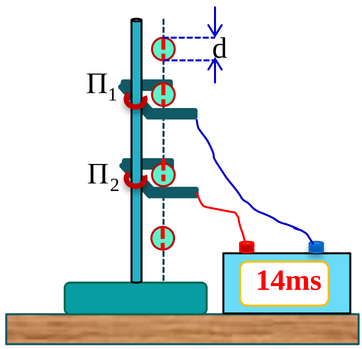
α. 8s **β.** 0,8s **γ.** 0,08s

Απάντηση

Ο χρόνος αντίδρασης $t_{αντ}$ του Δημήτρη ισούται με τον χρόνο που έκαμε για να πιάσει τον χάρακα. Μέσα στον χρόνο αυτόν ο χάρακας έκανε ελεύθερη πτώση διανύοντας διάστημα $h=3{,}2cm=3{,}2\cdot 10^{-2}m$ για το οποίο ισχύει η εξίσωση $h=\frac{1}{2}gt_{αντ}^2$

$$\Rightarrow t_{αντ}=\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t_{αντ}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}2\cdot 10^{-2}m}{10m/s^2}} \Rightarrow t_{αντ}=0{,}08s$$ **Άρα σωστή η σχέση (γ).**

3.19(2ο-13100-Β1) Οι φωτοπύλες είναι αισθητήρες που μπορούν να δώσουν «σήμα» σε ένα ηλεκτρονικό χρονομετρητή για να καταγράψει τη χρονική διάρκεια μεταβολής της έντασης του φωτός όταν διέρχεται μέσα από αυτές κάποιο αντικείμενο.



Μια ομάδα παιδιών στο εργαστήριο, στερέωσαν σε ένα ορθοστάτη δύο φωτοπύλες και τις συνέδεσαν με τον ηλεκτρονικό χρονομετρητή τους. Άφησαν ελεύθερη μια μικρή μεταλλική σφαίρα να πέσει κατακόρυφα, έτσι ώστε να διαπεράσει τις δύο φωτοπύλες $Π_1$, $Π_2$, όπως δείχνει το σχήμα.

Ο χρονομετρητής, έδειξε ότι η χρονική διάρκεια που χρειάστηκε για να διαπεράσει η σφαίρα κάθε φωτοπύλη καθώς έπεφτε ελεύθερα, είναι αντίστοιχα $Δt_1=0{,}014s$ από την $Π_1$ και $Δt_2=0{,}005s$ από την $Π_2$.

Να υποθέσετε, ότι η διάρκεια της διέλευσης της σφαίρας από κάθε φωτοπύλη είναι η χρονική διάρκεια για να μετατοπιστεί η σφαίρα κατακόρυφα τόσο, όσο η διάμετρός της. Με βάση τις παραπάνω μετρήσεις:

Για τα μέτρα των ταχυτήτων $\vec{\upsilon}_1$ και $\vec{\upsilon}_2$ που είχε η σφαίρα τις στιγμές που περνούσε από τις φωτοπύλες Π_1 και Π_2 αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

α. $\upsilon_1=\upsilon_2$ **β.** $\upsilon_2=2\upsilon_1$ **γ.** $\upsilon_2=2{,}8\upsilon_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Οι χρόνοι διέλευσης της σφαίρας μέσα από τις πύλες είναι πολύ μικροί – της τάξης του ms- και οι μεταβολές της ταχύτητας αμελητέες.

Συγκεκριμένα στα περάσματα αυτά οι μεταβολές είναι ,

πύλη Π_1: $\Delta\upsilon_1=g\Delta t_1=10\cdot 0{,}014=0{,}14\text{m/s}$

πύλη Π_2: $\Delta\upsilon_1=g\Delta t_2=10\cdot 0{,}005=0{,}05\text{m/s}$

Έτσι θεωρούμε ότι η διέλευση μέσα από τις πύλες Π_1 και Π_2 (διανυόμενο διάστημα ίσο με την διάμετρο d της σφαίρας) γίνεται πρακτικά με σταθερές ταχύτητες υ_1 και υ_2, οπότε ισχύει $d=\upsilon_1\Delta t_1$ (1) και $d=\upsilon_2\Delta t_2$ (2). Από (1) και (2) παίρνουμε

$\upsilon_1\Delta t_1=\upsilon_2\Delta t_2 \Rightarrow \dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_1}=\dfrac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=\dfrac{0{,}014\text{s}}{0{,}005\text{s}}=2{,}8$ **Άρα σωστή η σχέση (γ).**

Σχόλιο: Επειδή οι χρόνοι διέλευσης από τις φωτοπύλες είναι της τάξης του ms, **έπρεπε να δίνεται στους μαθητές** ότι πρέπει να θεωρήσουν ότι **η διέλευση της σφαίρας από αυτές γίνεται πρακτικά με σταθερή ταχύτητα.**

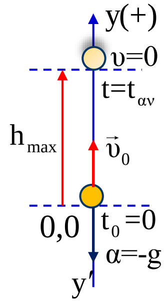
3.20(2ο-13470-Β1) Ένα σφαιρίδιο Α εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης, κατακόρυφα, με ταχύτητα μέτρου υ_0. Το σφαιρίδιο φθάνει σε μέγιστο ύψος h από την επιφάνεια της Γης σε χρονικό διάστημα Δt_1. Από το μέγιστο ύψος h στο οποίο φθάνει το σφαιρίδιο, αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί άλλο σφαιρίδιο Β, το οποίο φθάνει στην επιφάνεια της Γης σε χρονικό διάστημα Δt_2. Και στις δύο περιπτώσεις αγνοείται η αντίσταση του αέρα.

α. $\Delta t_1 < \Delta t_2$, **β.** $\Delta t_1 > \Delta t_2$, **γ.** $\Delta t_1 = \Delta t_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

1η φάση -άνοδος: Με βάση το σύστημα αναφοράς του σχήματος οι εξισώσεις στην άνοδο (κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη) είναι $\upsilon=\upsilon_0-gt$ και $y=\upsilon_0 t-\frac{1}{2}gt^2$. Για την ανώτερη θέση που η ταχύτητα μηδενίζεται ο χρόνος ανόδου $t_{αν}$ υπολογίζεται από τη σχέση $υ=υ_0-gt \xrightarrow[t=t_{αν}]{υ=0} 0=υ_0-gt_{αν} \Rightarrow t_{αν}=\frac{υ_0}{g}$ ή



$\Delta t_1=t_{αν}=\frac{υ_ο}{g}$ (1).

Το μέγιστο ύψος στην άνοδο υπολογίζεται από τη σχέση

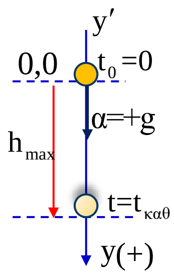
$$y=υ_0t-\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_{max}=υ_0t_{αν}-\frac{1}{2}gt_{αν}^2 \Rightarrow$$

$$h_{max}=υ_0\frac{υ_0}{g}-\frac{1}{2}g\left(\frac{υ_0}{g}\right)^2 \Rightarrow h_{max}=\frac{υ_0^2}{2g} \ (2)$$

Σχόλιο: Το μέγιστο ύψος υπολογίζεται πιο εύκολα με ΘΜΚΕ ή διατήρηση μηχανικής ενέργειας $E_{μηχ}=$σταθερή $\Rightarrow U_{τελική}+K_{τελικη}=U_{αρχική}+K_{αρχική} \Rightarrow$

$$mgh_{max}+0=0+\frac{1}{2}mυ_0^2 \Rightarrow h_{max}=\frac{υ_0^2}{2g}$$

2η φάση -κάθοδος – ελεύθερη πτώση: Με βάση το σύστημα αναφοράς του σχήματος οι εξισώσεις στην κάθοδο είναι $υ=gt$ και $y=\frac{1}{2}gt^2$. Ο χρόνος καθόδου $t_{καθ}$ υπολογίζεται από τη σχέση $y=\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow h_{max}=\frac{1}{2}gt_{καθ}^2 \xrightarrow{(2)} \frac{υ_0^2}{2g}=\frac{1}{2}gt_{καθ}^2 \Rightarrow$



$t_{καθ}=\frac{υ_0}{g}$ ή $\Delta t_2=t_{καθ}=\frac{υ_ο}{g}$ (3)

Από (2) και (3) βλέπουμε ότι $t_{αν}=t_{καθ}$ ή $\Delta t_1=\Delta t_2$ **Άρα σωστή η σχέση (γ).**

Σχόλιο: Αναλυτική μελέτη για την ελεύθερη πτώση και τις κατακόρυφες βολές στο βαρυτικό πεδίο δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης** σελίδες 201-236

3.21(2ο-13547-Β1) Δύο ίδιες σφαίρες Α και Β αφήνονται την χρονική στιγμή $t_0=0$ να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση από ύψος h/2 και h, αντίστοιχα. Εάν t_A και t_B οι χρονικές στιγμές που φτάνουν στο έδαφος οι σφαίρες Α και Β αντίστοιχα, τότε η σχέση μεταξύ τους είναι:

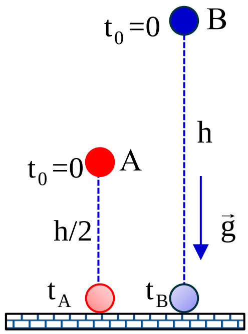
α. $t_A=t_B$ **β.** $t_A=\sqrt{2}t_B$ **γ.** $t_A=2t_B$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Σφαίρα Α: $h_A=\frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow \frac{h}{2}=\frac{1}{2}gt_A^2 \Rightarrow t_A=\sqrt{\frac{h}{g}}$ (1)

Σφαίρα Β: $h_B=\frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow h=\frac{1}{2}gt_B^2 \Rightarrow t_B=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)



Από (1) και (2) $\frac{t_A}{t_B}=\frac{\sqrt{h/g}}{\sqrt{2h/g}} \Rightarrow \frac{t_A}{t_B}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

$t_A=\frac{t_B}{\sqrt{2}}$ ή $t_B=t_A\sqrt{2}$

Από την επεξεργασία φαίνεται ότι καμία πρόταση από όσες δίνονται **δεν είναι σωστή**.

Σχόλιο: Στις ενδεικτικές λύσεις της Τράπεζας Θεμάτων/ΙΕΠ μέχρι σήμερα δίνεται η ίδια σωστή απάντηση $t_A=\frac{t_B}{\sqrt{2}}$ με τη μορφή $t_B=t_A\sqrt{2}$ που από αβλεψία την ταυτίζει με την πρόταση (β) της εκφώνησης.

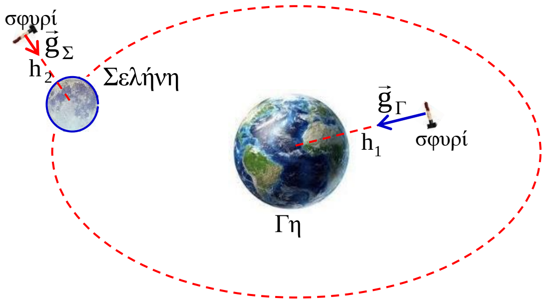
Άρα πρέπει η (β) πρόταση να διορθωθεί σε $t_B=t_A\sqrt{2}$!

3.22(2ο-13770-Β1) Ο αστροναύτης Dave Scott στη αποστολή Apollo 15 το 1971 ρίχνει ένα σφυρί και ένα φτερό στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, με στόχο να επιβεβαιώσει το νόμο της ελεύθερης πτώσης. Πράγματι το πείραμα επιβεβαίωσε ότι ο Γαλιλαίος είχε δίκιο… όλα τα σώματα όταν αφεθούν από κάποιο ύψος να πέσουν ελεύθερα, φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Έστω ότι αφήνετε να πέσει ελεύθερα και εσείς ένα πανομοιότυπο σφυρί με αυτό που άφησε ο Scott στη Σελήνη. Σας δίνεται ότι η επίδραση του αέρα στη Γη θεωρείται αμελητέα και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη $\vec{g}_\Gamma$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη $\vec{g}_\Sigma$ συνδέονται με τη σχέση $g_\Gamma = 6g_\Sigma$. Αν εσείς αφήνατε το σφυρί να πέσει στη Γη από ύψος h_1 από την επιφάνεια του εδάφους, τότε το ύψος h_2 από την επιφάνεια της Σελήνης από το οποίο θα έπρεπε να αφήσει ο αστροναύτης το σφυρί έτσι ώστε οι χρόνοι πτώσης στη Γη και στην Σελήνη να είναι ίδιοι, θα ήταν:

α. $h_1=h_2\sqrt{6}$ **β.** $h_1=6h_2$ **γ.** $h_1=h_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Ελεύθερη πτώση στη Γη: $h_\Gamma = \frac{1}{2}g_\Gamma t_\Gamma^2 \Rightarrow h_1 = \frac{1}{2}g_\Gamma t_\Gamma^2 \Rightarrow t_\Gamma = \sqrt{\frac{2h_1}{g_\Gamma}}$ (1)

Ελεύθερη πτώση στη Σελήνη: $h_\Sigma = \frac{1}{2}g_\Sigma t_\Sigma^2 \Rightarrow h_2 = \frac{1}{2}g_\Sigma t_\Sigma^2 \Rightarrow t_\Sigma = \sqrt{\frac{2h_\Sigma}{g_\Sigma}}$ (2)

Για να είναι $t_\Gamma = t_\Sigma \xrightarrow{1,2} \sqrt{\frac{2h_1}{g_\Gamma}} = \sqrt{\frac{2h_\Sigma}{g_\Sigma}} \Rightarrow \frac{h_1}{6g_\Sigma} = \frac{h_2}{g_\Sigma} \Rightarrow h_1 = 6h_2$

Άρα σωστή η σχέση (γ).

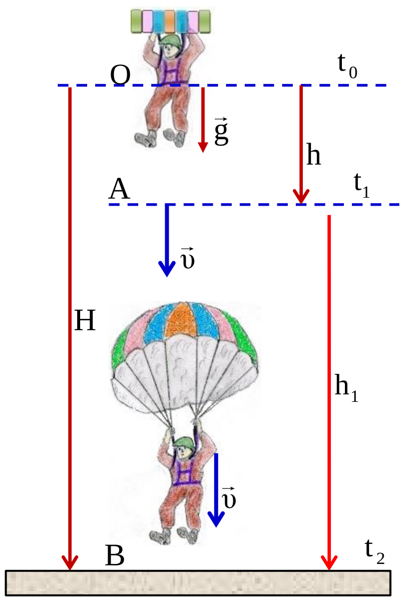
3.23(2ο-14834-Β1) Αλεξιπτωτιστής εγκαταλείπει ελικόπτερο που βρίσκεται ακίνητο σε ύψος 1Km από την επιφάνεια του εδάφους. Αρχικά ο αλεξιπτωτιστής έχει κλειστό το αλεξίπτωτο, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία έχει αποκτήσει ταχύτητα 10m/s , ανοίγει το αλεξίπτωτο. Στη συνέχεια κινείται με τη παραπάνω σταθερή ταχύτητα μέχρι να φθάσει στο έδαφος.

Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με δικαιολόγηση την επιστημονικά ορθή

Αν η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$ τότε το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που ο αλεξιπτωτιστής εγκατέλειψε το ελικόπτερο μέχρι που έφτασε στο έδαφος είναι:

α. 100,0s **β.** 101,0s **γ.** 100,5s

Απάντηση



1η φάση: $t_0 \le t \le t_1$ ο αλεξιπτωτιστής δέχεται μόνο το βάρος του και η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση. Για την ταχύτητα υ στο Α έχουμε

$$\upsilon = g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon}{g} \xrightarrow{S.I} t_1 = \frac{10m/s}{10m/s^2} \Rightarrow t_1 = 1s .$$

Στον ανωτέρω χρόνο ο αλεξιπτωτιστής κατεβαίνει κατά $h = \frac{1}{2} g t_1^2 \xrightarrow{S.I} h = 5m$

2η φάση: $t_1 \le t \le t_2$ ο αλεξιπτωτιστής δέχεται εκτός από το βάρος του και την αντίσταση του αέρα και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή. Στη φάση αυτή ο αλεξιπτωτιστής κατέρχεται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon=10m/s$ διανύοντας διάστημα $h_1=995m$ σε χρόνο $\Delta t=t_2-t_1$ που υπολογίζεται από την σχέση $h_1=\upsilon \Delta t \Rightarrow$

$$\Delta t = \frac{h_1}{\upsilon} \xrightarrow{S.I} \Delta t = \frac{995m}{10m/s} \Rightarrow \Delta t = 99,5s$$

$$\Delta t = 99,5s \Rightarrow t_2 - t_1 = 99,5s \Rightarrow t_2 - 1s = 99,5s \Rightarrow \mathbf{t_2 = 100,5s}$$

Άρα σωστή η σχέση (γ).

3.24(2ο-14839-Β1)Τον Ιούλιο του 1971 η αποστολή της ΝΑΣΑ Apollo-15 φτάνει στην επιφάνεια της Σελήνης. Ο αστροναύτης David Scott πραγματοποίησε ένα πείραμα ελεύθερης πτώσης, αφήνοντας ταυτόχρονα από το ίδιο ύψος ένα σφυρί και ένα πούπουλο. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή:

Αν γνωρίζουμε ότι η Σελήνη δεν έχει ατμόσφαιρα και το βάρος των αντικειμένων στην επιφάνειά της είναι περίπου το ¼ του βάρους τους στη Γη, τότε στο έδαφος της Σελήνης

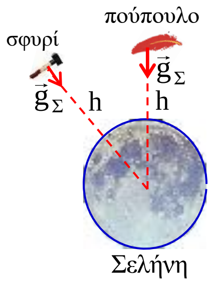
α. φτάνει πρώτο το πούπουλο,

β. φτάνει πρώτο το σφυρί,

γ. φτάνουν και τα δυο ταυτόχρονα.

Επιλέξτε τη σωστή πρόταση .

Α π ά ν τ η σ η



Επειδή στο σφυρί και το πούπουλο ασκείται μόνο η ελκτική δύναμη από το πεδίο της σελήνης (βάρος ως προς τη σελήνη) πέφτουν με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}=\dfrac{\vec{B}}{m}=\dfrac{m\vec{g}_\Sigma}{m}=\vec{g}_\Sigma$ - την επιτάχυνση βαρύτητας που δημιουργεί η σελήνη- και η οποία είναι ανεξάρτητη από την μάζα τους. Ο χρόνος καθόδου t_k στην ελεύθερη πτώση από ύψος h πάνω από τη επιφάνεια της σελήνης είναι $h=\dfrac{1}{2}g_\Sigma t_k^2 \Rightarrow t_k=\sqrt{\dfrac{2h}{g_\Sigma}}$ (1).

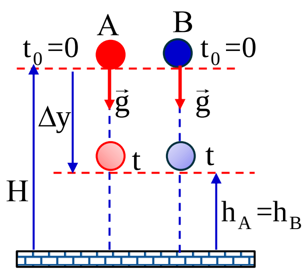
Επειδή το σφυρί και το πούπουλο πέφτουν από το ίδιο ύψος h με την ίδια επιτάχυνση $\vec{g}_\Sigma$, όπως φαίνεται από τη σχέση (1) θα έχουν το ίδιο χρόνο καθόδου, άρα φτάνουν και τα δυο ταυτόχρονα στη επιφάνεια της σελήνης .

Άρα σωστή η πρόταση (γ).

3.25(2ο-14841-Β1) Δυο μικρές μεταλλικές σφαίρες Α και Β με μάζες m_A και m_B αντίστοιχα με $m_A > m_B$ βρίσκονται σε ύψος Η από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή t=0s οι δυο σφαίρες αφήνονται ελεύθερες. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Τη χρονική στιγμή t οι σφαίρες βρίσκονται σε ύψη h_A και h_B αντίστοιχα για τα οποία ισχύει:

α. $h_A > h_B$ **β.** $h_A < h_B$ **γ.** $h_A = h_B$

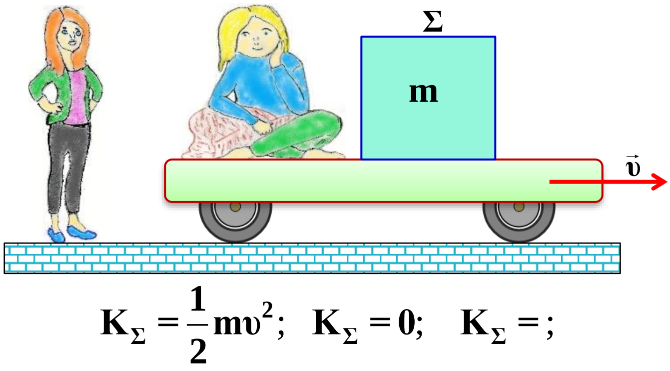
Απάντηση

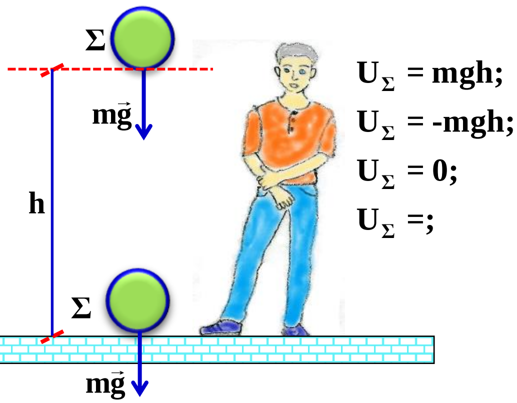


Οι δύο σφαίρες Α και Β εκτελούν ελεύθερη πτώση και τη χρονική στιγμή t έχουν μετατοπισθεί το ίδιο κατά $\Delta y=\frac{1}{2}gt^2$. Επειδή δε αφήνονται από το ίδιο ύψος Η την ίδια στιγμή $t_0=0$ την στιγμή t βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και απέχουν το ίδιο ύψος από το έδαφος $h_A=h_B=H-\Delta y$ ή $h_A=h_B=H-\frac{1}{2}gt^2$

Άρα σωστή η πρόταση (γ).

Δ. Θέματα Β΄: Έργο-Ενέργεια





…Έργο -Ενέργεια …από το βιβλίο
Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης
[Εκδόσεις Ζήτη (2020)]

Στις σελίδες 373-478 θα βρείτε **για έργο και τη ενέργεια**

- **αναλυτική θεωρία– βοηθητικά θέματα – μεθοδολογία ασκήσεων,**
- **23 αναλυτικά και μεθοδολογικά λυμένα προβλήματα,**
- **37 ερωτήσεις κλειστού τύπου,**
- **46 ερωτήσεις κατανόησης,**
- **63 προβλήματα,**
- **3 κριτήριο αξιολόγησης.**

Δ. Έργο-Ενέργεια : Θέματα Β΄

Σε κάθε μία από τις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή πρόταση (ή να συμπληρώστε τον πίνακα τιμών) και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Δ.1 Έργο δύναμης

4.1 (2ο-7972-Β1) Κιβώτιο μάζας 500kg βρίσκεται σε κατάστρωμα καραβιού. Γερανός μεταφέρει το κιβώτιο κατακόρυφα κατά 10m κάτω από την αρχική του θέση και το τοποθετεί σε βαγόνι (διαδρομή Ι). Στη συνέχεια το βαγόνι κινείται σε ευθύγραμμες οριζόντιες ράγες και μεταφέρει το κιβώτιο σε απόσταση 100m από τη θέση που το τοποθέτησε ο γερανός (διαδρομή ΙΙ). Αν W_1, και W_2 είναι το έργο που παράγεται από το βάρος του κιβωτίου κατά τις διαδρομές (Ι) και (ΙΙ) αντίστοιχα, τότε ισχύει:

α. $W_1 = W_2$ **β.** $W_1 > W_2$ **γ.** $W_1 < W_2$

Απάντηση

$W_1 = W_{A\Gamma} = mgh \xrightarrow{S.I}$

$W_1 = 500 \cdot g \cdot 10 \Rightarrow W_1 = 5000g$ J

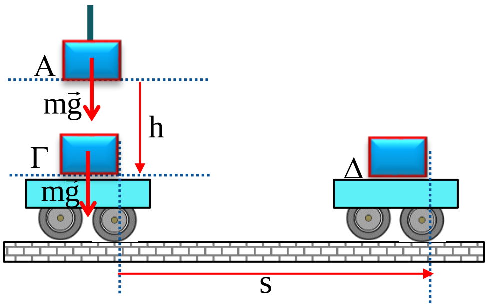
$W_2 = W_{\Gamma\Delta} = 0$ διότι $m\vec{g} \perp \vec{s}$ ή

$W_{\Gamma\Delta} = mg \cdot s \cdot συν90^0 \Rightarrow$

$W_{\Gamma\Delta} = mg \cdot s \cdot 0 \Rightarrow W_{\Gamma\Delta} = 0$,

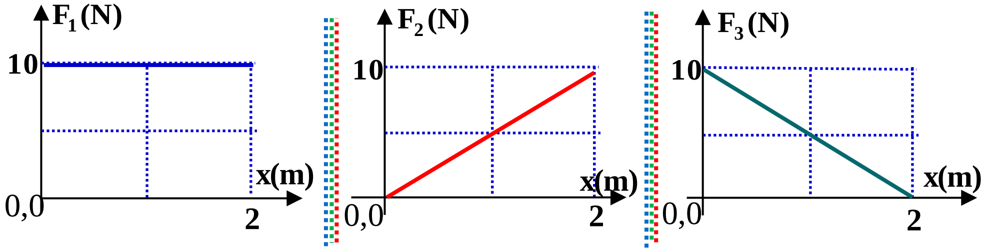
συνεπώς $W_1 > W_2$

Άρα σωστή η πρόταση β.



Σχόλιο: Στο θέμα **δεν χρειάζονται τα αριθμητικά δεδομένα** για τη μάζα και το ύψος διότι $W_1 = W_{A\Gamma} = mgh > 0$, $W_2 = W_{\Gamma\Delta} = 0$, οπότε $W_1 > W_2$ για κάθε τιμή της μάζας του σώματος, του ύψους που κατεβαίνει, της οριζόντιας μετακίνησης και του g.

4.2 (2ο-7981-Β1) Ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο. Στο σώμα ασκούνται τρεις δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ και που έχουν την ίδια κατεύθυνση με τη μετατόπιση του σώματος. Στα παρακάτω διαγράμματα απεικονίζονται οι τιμές των δυνάμεων αυτών σε συνάρτηση με τη θέση x του σώματος.



Αν W_1, W_2 και W_3 είναι τα έργα που παράγουν οι δυνάμεις $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ και $\vec{F}_3$ αντίστοιχα κατά τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση x=0 m έως τη θέση x=+2 m, τότε για τα έργα που παράγουν οι δυνάμεις αυτές ισχύει:

α. $W_1 = W_2$ και $W_2 > W_3$, **β.** $W_1 > W_2$ και $W_2 = W_3$, **γ.** $W_1 < W_2$ και $W_2 > W_3$

Απάντηση

Το έργο δύναμης υπολογίζεται και από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης F(x) που περικλείεται μεταξύ της γραφική παράστασης και του άξονα των μετατοπίσεων

$W_1 = Fx \xrightarrow{S.I} W_1 = 10N \cdot 2m \Rightarrow W_1 = 20J$ ή $W_1 = \text{Εμβαδόν} \xrightarrow{S.I}$
$W_1 = 2 \cdot 10 = 20J$

$$W_2 = \text{Εμβαδόν} \xrightarrow{S.I} W_2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10 = 10J \ ,$$

$$W_3 = \text{Εμβαδόν} \xrightarrow{S.I} W_2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 10 = 10J$$

Παρατηρούμε ότι $W_1 > W_2 = W_3$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

Σχόλιο 1ο : Διαγράφτηκε τελικά από την τράπεζα του ΙΕΠ επειδή δεν είναι στην εξεταστέα ύλη.

Σχόλιο 2ο : Αναλυτικά για το έργο μεταβλητής δύναμης στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου Β. Τσούνης** σελίδες 388-391.

4.3 (2ο-8012-Β1) Ένας μαθητής πετά ένα κέρμα κατακόρυφα προς τα πάνω, το οποίο σε εύλογο χρόνο επιστρέφει στα χέρια του. Το πρόσημο του έργου του βάρους είναι:

α. θετικό κατά την άνοδο του κέρματος και αρνητικό κατά την κάθοδο.
β. αρνητικό κατά την άνοδο του κέρματος και θετικό κατά την κάθοδο.
γ. θετικό κατά την άνοδο του κέρματος και θετικό κατά την κάθοδο.

Απάντηση

Έργο βάρους στην άνοδο:

$W_{αν}=mg\cdot Δy\cdot συν180^0 \Rightarrow$

$W_{αν}=mg\cdot Δy\cdot(-1) \Rightarrow$

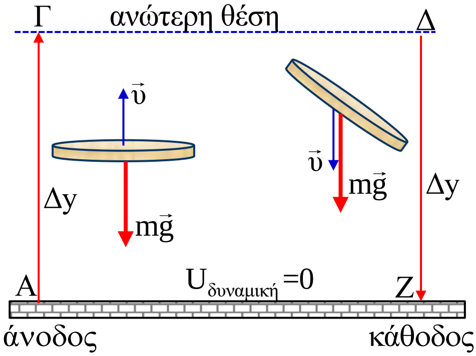
$W_{αν}=-mg\cdot Δy<0$

Διαφορετικά:

$W_{αν}=U_{\substack{δυναμική\\αρχική}}-U_{\substack{δυναμική\\τελική}} \Rightarrow$

$W_{αν}=U_Α-U_Γ \Rightarrow W_{αν}=0-(+mgΔy)$

$\Rightarrow W_{αν}=-mg\cdot Δy<0$



Έργο βάρους στην κάθοδο: $W_{αν}=mg\cdot Δy\cdot συν0^0 \Rightarrow$

$W_{αν}=mg\cdot Δy\cdot(+1) \Rightarrow W_{αν}=+mg\cdot Δy>0$

Διαφορετικά: $W_{αν}=U_{\substack{δυναμική\\αρχική}}-U_{\substack{δυναμική\\τελική}} \Rightarrow W_{αν}=U_Δ-U_Ζ \Rightarrow W_{αν}=+mgΔy-0 \Rightarrow$

$W_{αν}=mg\cdot Δy>0$. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

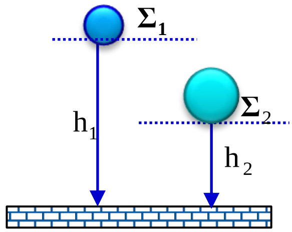
Σχόλιο 1ο : Η δυναμική ενέργεια βαρύτητας οφείλεται στην αλληλεπίδραση της μάζας του σώματος -μέσω του βάρους- με το πεδίο βαρύτητας.

Σχόλιο 2ο: Γενικά το έργο του βάρους δίνεται από τη σχέση $W_β=-ΔU \Rightarrow$

$W_β=-\left(U_{τελική}-U_{αρχική}\right)$ ή $W_β=U_{αρχική}-U_{τελική}$.

Σχόλιο 3ο: Αναλυτικά για το έργο του βάρους και τη δυναμική ενέργειας βαρύτητας δείτε στο βιβλίο Φυσική Α΄ Λυκείου Β.Τσούνης σελίδες 381-382 και 427-440.

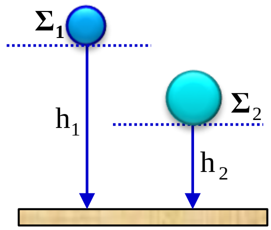
4.4 (2ο-8024-Β1) Δυο μικρές σφαίρες $Σ_1$ και $Σ_2$ μαζών m_1 και m_2 αντίστοιχα με $m_2=2m_1$, αφήνονται ταυτόχρονα να πέσουν από δυο σημεία που βρίσκονται σε ύψη h_1 και h_2 αντίστοιχα με $h_1=2h_2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει σταθερή τιμή ίση με g.



Αν W_1 και W_2 είναι τα έργα των βαρών των $Σ_1$ και της $Σ_2$ από το σημείο που αφέθηκαν και μέχρι να φτάσουν στο έδαφος, τότε ισχύει:

α. $W_1 = 2W_2$ **β.** $W_1 = W_2$ **γ.** $W_2 = 2W_1$

Απάντηση



1η σφαίρα: $W_1=m_1gh_1$,

2η σφαίρα: $W_2=m_2gh_2$,

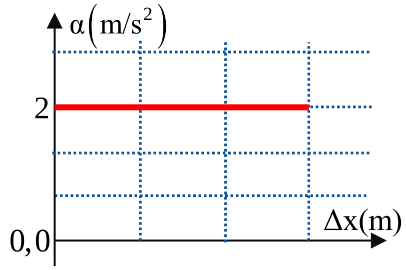
$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{m_1gh_1}{m_2gh_2} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2}=\frac{m_1h_1}{m_2h_2} \Rightarrow$$

$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{m_1 2h_2}{2m_1h_2} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2}=1 \Rightarrow W_1=W_2$$

Άρα σωστή η πρόταση β.

Σχόλιο: Το δεδομένο ότι « η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα», **δεν χρειάζεται για τον υπολογισμό του έργου του βάρους.**
Η αντίσταση του αέρα στην πτώση από δεδομένο ύψος επηρεάζει την κίνηση του σώματος αλλά όχι το έργο του βάρους αυτού.

4.5 (2ο-8038-Β2) Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο ευθύγραμμο και οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0, αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο οριζόντια και σταθερή δύναμη .



Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου σε συνάρτηση με την μετατόπιση του.

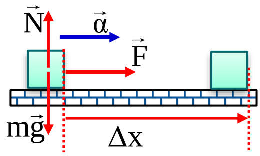
α. Η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο έχει μέτρο F=2N.

β. Η κίνηση του κιβωτίου είναι ευθύγραμμη ομαλή.

γ. Το έργο της δύναμης όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά Δx= 4 m είναι ίσο με 16J .

Απάντηση

Επειδή το δάπεδο είναι λείο η μόνη δύναμη στον άξονα κίνησης x′x είναι η δύναμη $\vec{F}$. Από το διάγραμμα $\alpha=2m/s^2$=σταθερή και τον 2ο νόμο Newton στον άξονα κίνησης έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow$



$\vec{F}=m\vec{\alpha} \Rightarrow F=m\alpha \xrightarrow{S.I} F=2Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow F=4N$,

άρα η πρόταση (α) είναι λανθασμένη.

Επειδή α=σταθερή η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, άρα η πρόταση (β) είναι λανθασμένη.

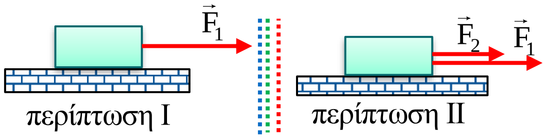
Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι, $W=F\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I} W=4N\cdot 4m \Rightarrow W=16J$, άρα **η πρόταση (γ) είναι σωστή.**

Σχόλια:

1. Στην άσκηση όπως είναι στη τράπεζα θεμάτων λείπει στο διάγραμμα η σταθερή τιμή της επιτάχυνσης $\alpha=2m/s^2$, **βασικό δεδομένο** για τη λύση της άσκησης.

2. Το δεδομένο « σταθερή δύναμη» δεν χρειάζεται γιατί εξάγεται ως συμπέρασμα από το διάγραμμα και από την κίνηση του σώματος σε λείο δάπεδο.

3. Το θέμα είναι σωστού-λάθους και απαιτεί ως γενικό ερώτημα: «Να ελεγχθεί με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης»



4.6 (2ο-8045-Β2) Θέλουμε να διερευνήσουμε πότε μια δύναμη παράγει μεγαλύτερο έργο σε ένα χρονικό διάστημα Δt, όταν ασκείται μόνη της σε ένα σώμα ή όταν ασκείται ταυτόχρονα με μια άλλη δύναμη. Για το λόγο αυτό, θα διερευνήσουμε δύο περιπτώσεις άσκησης δυνάμεων σε ένα κιβώτιο που είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

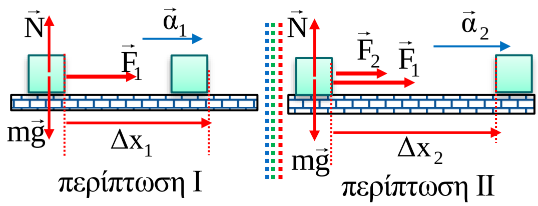
Περίπτωση **I**: Την στιγμή t_0=0s αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$,

Περίπτωση **II**: Την στιγμή t_0=0s αρχίζει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}_1$ (που ασκείται και στην περίπτωση I) ταυτόχρονα με μια άλλη ομόρροπη σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_2$.

Ονομάζουμε $W_{F1(I)}$ το έργο που παράγει η $\vec{F}_1$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t=t-t_0$ στην περίπτωση I και $W_{F1(II)}$ το έργο που παράγει η $\vec{F}_1$ ίδιο χρονικό διάστημα Δt στην περίπτωση II. Θα ισχύει

α. $W_{F1(I)} < W_{F1(II)}$ **β.** $W_{F1(I)} > W_{F1(II)}$ **γ.** $W_{F1(I)} = W_{F1(II)}$

Απάντηση



1η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow$

$$F_1=m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=\frac{F_1}{m} \quad (1)$$

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \xrightarrow{(1)}$$

$$\Delta x_1=\frac{F_1}{2m}t^2 \quad (2), \quad W_{F1(I)}=F_1\Delta x_1 \xrightarrow{(2)} W_{F1(I)}=\frac{F_1^2}{2m}t^2 \quad (3)$$

2η περίπτωση: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow F_1+F_2=m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=\dfrac{F_1+F_2}{m}$ (4)

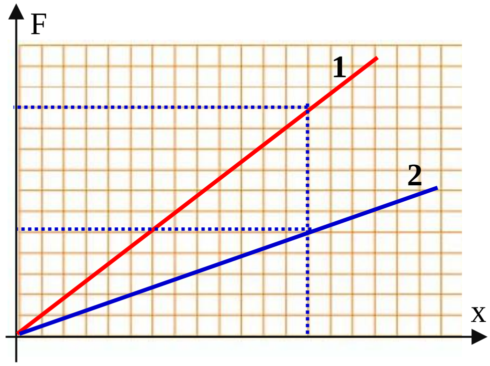
$$\Delta x_2=\frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \xrightarrow{(4)} \Delta x_2=\frac{F_1+F_2}{2m}t^2 \quad (5)$$

$$W_{F1(II)}=F_1\Delta x_2 \xrightarrow{(5)} W_{F1(II)}=F_1\frac{F_1+F_2}{2m}t^2 \quad (6)$$

Από τις (5) και (6) έχουμε $\frac{W_{F1(I)}}{W_{F1(II)}}=\frac{F_1^2t^2/2m}{F_1(F_1+F_2)t^2/2m} \Rightarrow \frac{W_{F1(I)}}{W_{F1(II)}}=\frac{F_1}{F_1+F_2}<1 \Rightarrow$

$W_{F1(I)} < W_{F1(II)}$, **Άρα σωστή η πρόταση α.**

4.7 (2ο-8053-Β2) Οι γραφικές παραστάσεις των τιμών δύο οριζόντιων δυνάμεων σε συνάρτηση με τη θέση φαίνονται στο σχήμα. Οι δυνάμεις ασκούνται σε δύο μικρά σώματα που κινούνται σε οριζόντιο δάπεδο.



Αν τα σώματα μετατοπίζονται κατά την ίδια μετατόπιση μέσω ποιας δύναμης μεταφέρεται περισσότερη ενέργεια στο αντίστοιχο σώμα;

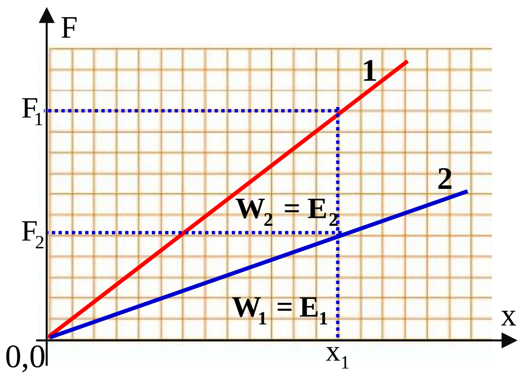
α. της δύναμης (1)

β. της δύναμης (2)

γ. και στις δυο περιπτώσεις η μεταφερόμενη ενέργεια είναι η ίδια.

Απάντηση

Η ενέργεια μεταφέρεται στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης, για αυτό θα υπολογίσουμε τα έργα των δυνάμεων για την ίδια μετατόπιση των σωμάτων από x=0 έως x=x₁.



Επειδή οι δυνάμεις είναι μεταβλητές και δίνεται η γραφική παράσταση F(x), το αντίστοιχο έργο ισούται με το εμβαδόν μεταξύ της F(x) και άξονα θέσης του κινητού στον άξονα κίνησης.

Έργο δύναμης (1): W_1=Εμβαδόν $F_1(x) \Rightarrow W_1=\frac{1}{2}x_1F_1$ (1)

Έργο δύναμης (2): W_2=Εμβαδόν $F_2(x) \Rightarrow W_2=\frac{1}{2}x_1F_2$ (2)

$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{x_1F_1/2}{x_1F_2/2}\Rightarrow\frac{W_1}{W_2}=\frac{F_1}{F_2}\xrightarrow{F_1>F_2}\frac{W_1}{W_2}=\frac{F_1}{F_2}>1\Rightarrow W_1>W_2$$

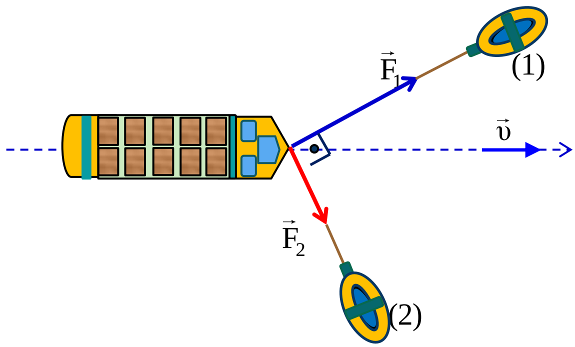
Άρα περισσότερη ενέργεια μεταφέρεται στο σώμα μέσω του έργου της δύναμης (1).
Σωστή η πρόταση α.

Σχόλιο 1ο: Το έργο είναι μηχανισμός μεταφοράς ενέργειας από ένα σώμα σε άλλο ή και μετατροπής ενέργειας από μια μορφή σε άλλη. Έτσι η ανωτέρω έκφραση «…μέσω ποιας δύναμης μεταφέρεται περισσότερη ενέργεια..» έχει πιο ακριβή την εξής διατύπωση «…μέσω του έργου ποιας δύναμης μεταφέρεται περισσότερη ενέργεια …»

Σχόλιο 2ο : Ανάλυση για τη σχέση του έργου -ενέργειας δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου Β. Τσούνης** σελίδες 375-377

Σχόλιο 3ο : Διαγράφτηκε τελικά από την τράπεζα του ΙΕΠ .

4.8(2ο-13345-Β2) Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με την βοήθεια σχοινιών, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν οριζόντια. Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν τα δύο ρυμουλκά, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1) ασκεί στο πλοίο δύναμη $\vec{F}_1$, το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη $\vec{F}_2$ και για τα μέτρα των δύο αυτών δυνάμεων ισχύει η σχέση $F_1=2F_2$.

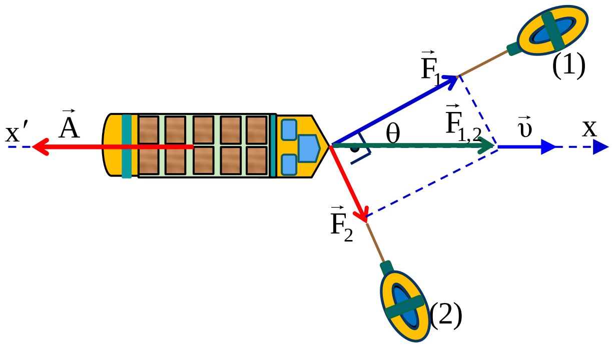


Σε αυτή την χρονική διάρκεια, το πλοίο μετακινήθηκε ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα. Κατά την διάρκεια αυτής της μετατόπισής του, για τα έργα W_1 και W_2 των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

α. $W_1=4W_2$ **β.** $W_1=W_2$ **γ.** $W_1=2W_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



Το πλοίο κινείται στην κατεύθυνση της ταχύτητας που αποκτά και η οποία (εφόσον το πλοίο ξεκινάει να σύρεται από την ηρεμία) είναι στην κατεύθυνση x′x της αρχικής συνισταμένης δύναμης των δυνάμεων που ασκούν τα νήματα $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$. Έτσι η μετατόπιση του πλοίου είναι στην κατεύθυνση $x'x$. Η κίνηση στη συνέχεια, όταν η αντίσταση $\vec{A}$ στο πλοίο γίνεται αντίθετη της $\vec{F}_{1,2}$ είναι ευθύγραμμη ομαλή .

Έργο της $\vec{F}_1$ για μετατόπιση $\Delta\vec{x}$: $W_1 = F_1 \cdot \Delta x \cdot συνθ \Rightarrow W_1 = F_1 \cdot \Delta x \cdot \dfrac{F_1}{F_{1,2}} \Rightarrow$

$$W_1 = \frac{F_1^2}{F_{1,2}} \Delta x \ (1)$$

Έργο της $\vec{F}_2$ για μετατόπιση $\Delta\vec{x}$: $W_2 = F_2 \cdot \Delta x \cdot συν(90^0\text{-}θ) \Rightarrow W_2 = F_2 \cdot \Delta x \cdot \dfrac{F_2}{F_{1,2}}$

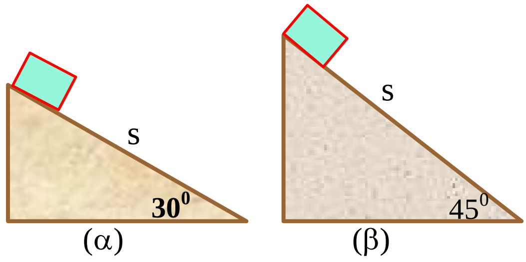
$$\Rightarrow W_2 = \frac{F_2^2}{F_{1,2}} \Delta x \ (2)$$

Από τις (1,2) βρίσκουμε $\dfrac{W_1}{W_2} = \dfrac{F_1^2}{F_2^2} \xrightarrow{F_1=2F_2} \dfrac{W_1}{W_2}=4$ ή $W_1=4W_2$

Άρα σωστή η σχέση (α)

Σχόλιο: Η κίνηση σύμφωνα με τη άσκηση είναι ευθύγραμμη και ομαλή, αλλά και επιταχυνόμενη να ήταν το αποτέλεσμα για τη σχέση των έργων των δύο δυνάμεων δεν αλλάζει.

4.9(2ο-13509-Β2) Το κιβώτιο μάζας m ολισθαίνει κατά μήκος των κεκλιμένων επίπεδων (α) και (β), διανύοντας σε καθένα από αυτά μήκος s. Το κιβώτιο παρουσιάζει με τα δύο κεκλιμένα επίπεδα τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ. Για τις απόλυτες τιμές των έργων της τριβής ολίσθησης στις περιπτώσεις (α) και (β) ισχύει:



α. $|W_{T(\alpha)}| > |W_{T(\beta)}|$ **β.** $|W_{T(\alpha)}| = |W_{T(\beta)}|$ **γ.** $|W_{T(\alpha)}| < |W_{T(\beta)}|$

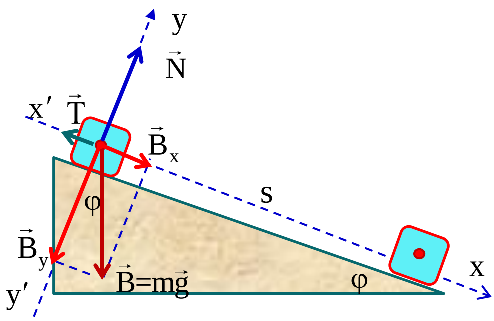
Δίνονται: $ημ30^0 = \frac{1}{2}$, $συν30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $ημ45 = συν45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Για το σώμα που κατεβαίνει το κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος στο άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία, άρα $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$ $N\text{-}B_y = 0 \Rightarrow N = mgσυνφ\,(1)$. Η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο $T = \mu N \xrightarrow{(1)} T = \mu mgσυνφ$ (2).

Το έργο της τριβής για μετατόπιση Δx=s είναι $W_T = \text{-}Ts \xrightarrow{(2)} W_T = \text{-}\mu mg \cdot συνφ \cdot s$



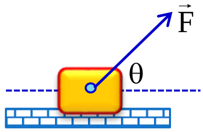
Κεκλιμένο επίπεδο α, $φ=30^0$, έργο τριβής: $W_{T,\alpha} = \text{-}\mu mg \cdot συν30^0 \cdot s$ (3)

Κεκλιμένο επίπεδο α, $φ=45^0$, έργο τριβής: $W_{T,\beta} = \text{-}\mu mg \cdot συν45^0 \cdot s$ (4)

Από (3,4) έχουμε: $\frac{|W_{T,\alpha}|}{|W_{T,\beta}|} = \frac{συν30^0}{συν45^0} = \frac{\sqrt{3}/2}{\sqrt{2}/2} \Rightarrow \frac{|W_{T,\alpha}|}{|W_{T,\beta}|} = = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} > 1 \Rightarrow |W_{T,\alpha}| > |W_{T,\beta}|$

Άρα σωστή η σχέση (α)

4.10(2ο-13513-Β2) Το σώμα του διπλανού σχήματος ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα επάνω στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ. Το έργο της τριβής ολίσθησης για μετατόπιση του σώματος κατά Δx είναι:

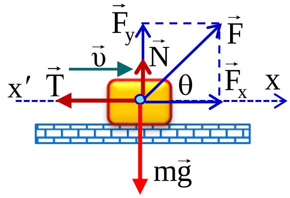


α. $W_T = -\mu mg \cdot \Delta x$

β. $W_T = \mu(mg - F\eta\mu\theta)\Delta x$

γ. $W_T = -F\sigma\upsilon\nu\theta \cdot \Delta x$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση



Επειδή το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα

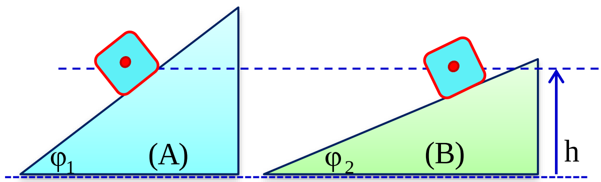
$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_x\text{-}T=0 \Rightarrow T = F\sigma\upsilon\nu\theta$ (1) (μέτρα)

Έργο τριβής $W=-T\Delta x \xrightarrow{(1)} W=-F\sigma\upsilon\nu\theta \cdot \Delta x$

Άρα σωστή η σχέση (γ)

Σχόλιο: Το έργο της τριβής σε κάθε περίπτωση (και όχι μόνο στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση) είναι $W_T = -T \cdot \Delta x = \mu N \cdot \Delta x \Rightarrow W_T = -\mu(mg - F\eta\mu\theta) \cdot \Delta x$

4.11(2ο-13545-Β2) Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων Α και Β διαφορετικής κλίσης με $φ_1=2φ_2$, αλλά από το ίδιο ύψος h. Αν W_A και W_B τα έργα του βάρους στις δύο περιπτώσεις, τότε:



α. $W_A = W_B$ **β.** $W_A = 2W_B$ **γ.** $W_B = 2W_A$

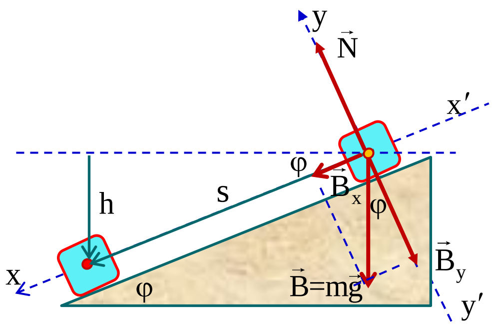
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Το έργο του βάρους ισούται με το έργο της μιας συνιστώσας στον άξονα κίνησης

$$W_B = B_x s \Rightarrow W_B = mgημφ \cdot s \Rightarrow W_B = mg\frac{h}{s} \cdot s \Rightarrow W_B = mgh$$

Παρατηρούμε ότι το έργο του βάρους δεδομένου σώματος (mg ίδιο) εξαρτάται από την υψομετρική διαφορά h της αρχικής και τελικής θέσης. Επειδή στα κεκλιμένα επίπεδα Α και Β τα σώματα έχουν **την ίδια μάζα** (και ίδιο βάρος) και ζητείται το έργο για κάθοδο με την **ίδια υψομετρική διαφορά** αρχικής και τελικής θέσης

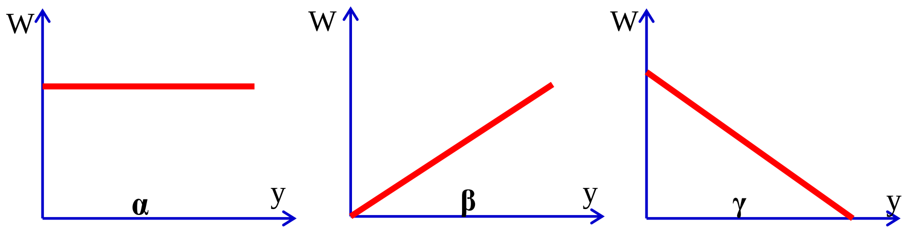


αυτό θα είναι ίδιο $W_{B,A} = W_{B,A} = mgh$ **Άρα σωστή η σχέση (α)**

Σχόλιο: Το λείο του κεκλιμένου επιπέδου δεν επηρεάζει το έργο του βάρους για δεδομένη διαδρομή και **δεν απαιτείται ως δεδομένο** στην παρούσα άσκηση.

Σχόλιο: Αναλυτική παρουσίαση για το έργο του βάρους δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** σελίδες 380-381 και 427-429.

4.12(2ο-13547-Β1) Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος (Η) από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Η γραφική παράσταση του έργου του βάρους της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος δίδεται από το διάγραμμα:



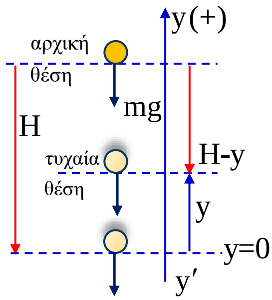
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

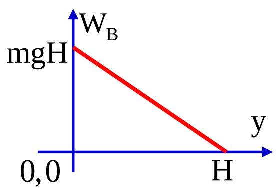
Απάντηση

Για το δεδομένο σχήμα το έργο του βάρους από την αρχική θέση μέχρι και μια τυχαία θέση έχει τιμή $W_B = mg(H - y) \Rightarrow$

$W_B = mgH - mgy$ (1)

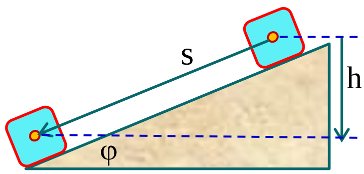
Επειδή οι ποσότητες mgH και mg είναι σταθερές η γραφική παράσταση της $W_B(y)$ είναι ευθεία και αποδίδεται στο παρακάτω διάγραμμα





Άρα σωστή το σχήμα (γ)

4.13(2ο-13549-Β1) Μικρό σώμα, μάζας m, αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου. Αν W είναι το έργο του βάρους του σώματος, ισχύει:



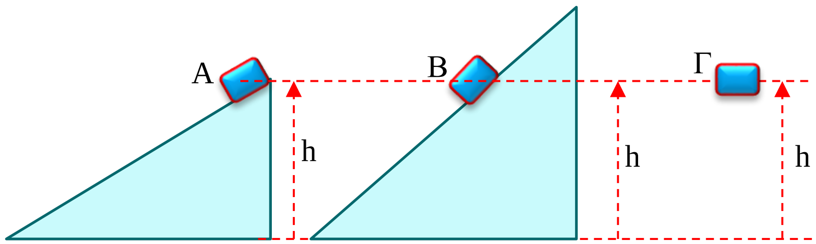
α. W=mgs **β.** W=mgh **γ.** $W = mg\sqrt{h^2 + s^2}$

όπου s το διάστημα που διανύει το σώμα μέχρι να φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, h το ύψος από το οποίο αφήνεται το σώμα και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

Σωστή η σχέση (β) Βλέπε ανάλυση **4.11(2ο-13545-Β2)**

4.14(2ο-13550-Β2) Δύο κιβώτια ίσων μαζών αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης, αλλά από το ίδιο ύψος h από το έδαφος. Ένα τρίτο ίδιο κιβώτιο αφήνεται από ύψος h από το έδαφος και εκτελεί ελεύθερη πτώση.

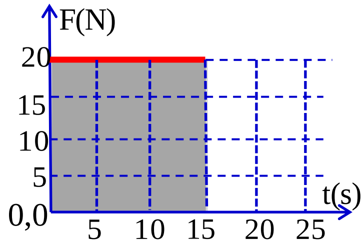


α. $W_A = W_B > W_\Gamma$ **β.** $W_A = W_B < W_\Gamma$ **γ.** $W_A = W_B = W_\Gamma$
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Α π ά ν τ η σ η

Σωστή η σχέση (γ) Βλέπε ανάλυση **4.11(2ο-13545-Β2)**

4.15 (2ο-13556-Β1) Ένα σώμα βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή t=0s ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη, σταθερής κατεύθυνσης. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με τον χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα.



α. Το έργο της δύναμης F είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου παραλληλογράμμου, δηλαδή 300Joule.

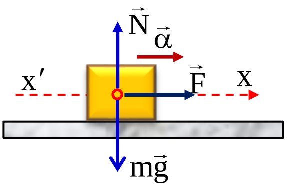
β. Το χρονικό διάστημα από 0s έως 15s ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι σταθερός.

γ. Για όλο το χρονικό διάστημα από 0s έως 15s το σώμα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο άξονα κίνησης x′x μοναδική δύναμη είναι η $\vec{F}$ - που είναι και συνισταμένης δύναμη - και ισχύει $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F}{m}$, δηλαδή το σώμα για το χρονικό διάστημα $[0s,15s]$ που ασκείται η δύναμη $\vec{F}$



(που έχει σταθερό μέτρο) κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = \frac{F}{m}$=σταθερή και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Άρα η πρόταση (γ) είναι λανθασμένη.

Ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας στο χρονικό διάστημα $[0s,15s]$ είναι η επιτάχυνση του σώματος που είναι σταθερή $\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \alpha = \frac{F}{m}$=σταθ.

Άρα η πρόταση (β) είναι σωστή.

Το εμβαδόν της F(t) (γραμμοσκιασμένο τμήμα) αριθμητικά ισούται με

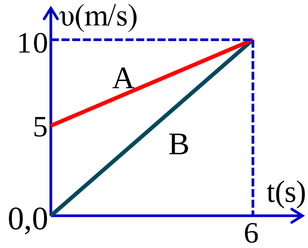
$$E_{\text{εμβαδόν}} = F \cdot \Delta t \Rightarrow E = m\alpha \cdot \Delta t \Rightarrow E = m\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow E = m \cdot \Delta\upsilon \xrightarrow{m=\text{σταθ.}}$$

$E = \Delta(m\upsilon)$ … που δίνει τη μεταβολή της ποσότητας $m\upsilon$ και όχι το έργο.

Άρα η πρόταση (α) είναι λανθασμένη.

Σχόλιο: Οι ερωτήσεις της άσκησης 4.15 αναφέρονται σε διαφορετικά θέματα και δεν πρέπει να μόνο να προσδιορισθεί η σωστή σχέση αλλά **να ελεγχθεί το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης.**

4.16(2ο-13556-Β2) Στο σχήμα δίδονται τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου για δύο σώματα Α και Β, ίσων μαζών, που κινούνται ευθύγραμμα και παράλληλα. Αν W_A και W_B τα έργα των συνισταμένων δυνάμεων που είναι υπεύθυνες για τη κίνηση των σωμάτων στο χρονικό διάστημα από 0s έως 6s, ισχύει:



α. $W_A = W_B$ **β.** $W_A > W_B$ **γ.** $W_A < W_B$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

1η λύση:

Κινητό Α μάζας m: Επιτάχυνση $\alpha_A = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_A = \dfrac{10\text{-}5}{6\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_A = \dfrac{5}{6}\dfrac{m}{s^2}$

Μετατόπιση = Εμβαδόν υ-t, $\Delta x_A = \dfrac{(5+10)m \cdot 6s}{2} \Rightarrow \Delta x_A = 45m$

Συνισταμένη δύναμη: $\Sigma F_A = m\alpha_A \Rightarrow \Sigma F_A = m\dfrac{5}{6}$ (S.I)

Έργο συνισταμένης δύναμης: $W_A = \Sigma F_A \cdot \Delta x_A \xrightarrow{S.I} W_A = m\dfrac{5}{6}\cdot 45$ (S.I) (1)

Κινητό Β μάζας m: Επιτάχυνση $\alpha_B = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_B = \dfrac{10\text{-}0}{6\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_A = \dfrac{10}{6}\dfrac{m}{s^2}$

Μετατόπιση = Εμβαδόν υ-t, $\Delta x_B = \dfrac{1}{2}6s \cdot 10m \Rightarrow \Delta x_B = 30m$

Συνισταμένη δύναμη: $\Sigma F_B = m\alpha_B \Rightarrow \Sigma F_B = m\dfrac{10}{6}$ (S.I)

Έργο συνισταμένης δύναμης: $W_B = \Sigma F_B \cdot \Delta x_B \xrightarrow{S.I} W_B = m\dfrac{10}{6}\cdot 30$ (S.I) (1)

Από (1,2) $\dfrac{W_A}{W_B} = \dfrac{m\frac{5}{6}\cdot 45}{m\frac{10}{6}\cdot 30} \Rightarrow \dfrac{W_A}{W_B} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow W_A < W_B$ **Άρα σωστή η σχέση (γ)**

2η λύση: Με Θ.Μ.Κ.Ε

$$W_A = \frac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 \xrightarrow{S.I} W_A = \frac{1}{2}m\cdot 10^2 - \frac{1}{2}m\cdot 5^2 \Rightarrow W_A = 37{,}5m \text{ (S.I)} \quad (3)$$

$$W_B = \frac{1}{2}m\upsilon_{τελ}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_{αρχ}^2 \xrightarrow{S.I} W_B = \frac{1}{2}m\cdot 10^2 - \frac{1}{2}m\cdot 0^2 \Rightarrow W_B = 50m\,(S.I)\ \ (4)$$

Από (3,4) $\frac{W_A}{W_B} = \frac{37,5m}{50m} = 0,75 \Rightarrow W_A < W_B$

4.17(2ο-13567-Β1) Ξύλινος κύβος μάζας m=0,5kg βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t_0=0 ξεκινάει να ασκείται πάνω του οριζόντια σταθερή δύναμη F και ο κύβος ξεκινάει να ολισθαίνει. Δίνεται $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Συμπληρώστε **με δικαιολόγηση** τον πίνακα:

Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4m	**2s**				

Απάντηση

$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2\Delta x}{t^2} \Rightarrow \alpha = \frac{2\cdot 4m}{2^2 s^2} \Rightarrow$

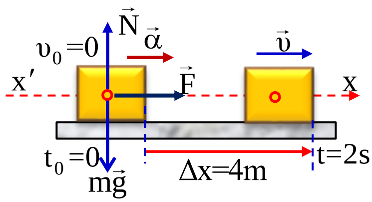
$\alpha = 2m/s^2$

$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F = m\alpha \Rightarrow F = 0,5Kg\cdot 2m/s^2$

$\Rightarrow F = 1N$

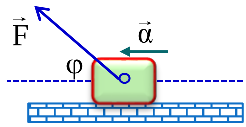
$W_F = F\cdot \Delta x \Rightarrow W_F = 1N\cdot 4m \Rightarrow W_F = 4J$

$\upsilon = \alpha t \Rightarrow \upsilon = 2m/s^2\cdot 2s \Rightarrow \upsilon = 4m/s$



Μετατόπιση	Χρόνος κίνησης	Επιτάχυνση	Δύναμη F	Έργο δύναμης F	Τελική ταχύτητα
4m	**2s**	**$2m/s^2$**	**1N**	**4J**	**4m/s**

4.18(2ο-13567-Β2) Σώμα αμελητέων διαστάσεων μετατοπίζεται κατά Δx πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, λόγω δύναμης $\vec{F}$ που ασκούμε, κατά τρόπο ώστε ο φορέας της να σχηματίζει γωνία φ με το δάπεδο. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση και να αντιγράψετε το σχήμα της εκφώνησης στο τετράδιο σας και να το συμπληρώσετε με το διάνυσμα της τριβής ολίσθησης. Το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης που ασκεί το δάπεδο στο σώμα είναι:



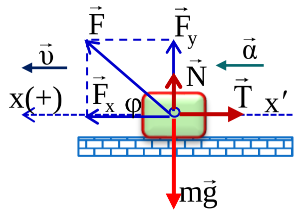
α. Θετικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $\left|(F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}m\alpha)\cdot\Delta x\right|$,

β. Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $\left|(F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}m\alpha)\cdot\Delta x\right|$,

γ. Αρνητικό και η απόλυτη τιμή του μέτρου του είναι $\left|(F\eta\mu\varphi\text{-}m\alpha)\cdot\Delta x\right|$.

Απάντηση

Θεωρώντας θετική φορά στον άξονα κίνησης $x'x$ αυτήν της κίνησης (προς τα αριστερά) από τον 2^{o} νόμο Newton έχουμε $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_x\text{-}T = m\alpha \Rightarrow$ $T = F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}m\alpha$ (1)



Έργο τριβής $W_T = \text{-}T\Delta x < 0$ (2) (Τ και Δx μέτρα της τριβής $\vec{T}$ και της μετατόπισης $\Delta\vec{x}$)

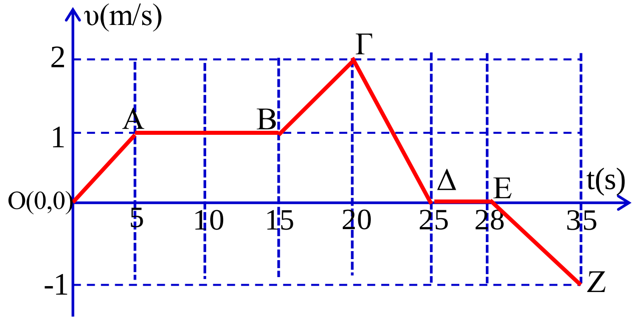
Από (1) και (2) έχουμε $W_T = \text{-}T\Delta x \Rightarrow W_T = \text{-}(F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}m\alpha)\cdot\Delta x$ και η απόλυτη τιμή αυτή $|W_T| = |(F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}m\alpha)\cdot\Delta x|$ (3)

Από (2) και (3) φαίνεται ότι **σωστή πρόταση είναι η (β)**

Σχόλιο: Για να ισχύει η σχέση $W_T = \text{-}T\Delta x$ πρέπει Τ= σταθερή και από την (1) **F=σταθερή**, **στοιχείο που πρέπει να δίνεται στην εκφώνηση**.

Σχόλιο: Η έκφραση **«η απόλυτη τιμή του μέτρου του»** δηλαδή του έργου της τριβής **δεν είναι σωστή**. Το έργο είναι μέγεθος μονόμετρο και περιγράφεται μόνο με την αλγεβρική του τιμή της. Το μέτρο, η διεύθυνση και η φορά (κατεύθυνση) είναι στοιχεία διανυσματικών μεγεθών.

4.19(2ο-13569-Β1) Το διπλανό διάγραμμα περιγράφει την ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο για σώμα που κινείται ευθύγραμμα. Το έργο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα είναι θετικό:



α. το χρονικό διάστημα 0 – 15s

β. το χρονικό διάστημα 5s – 15s

γ. το χρονικό διάστημα 20s – 25s . Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Το έργο της συνισταμένης δύναμης εδώ βρίσκεται από Θ.Μ.Κ.Ε $W_{ολ}=K_{τελ}-K_{αρχ}$ και στα επιμέρους χρονικά διαστήματα έχουμε:

$[0s\text{-}5s]$: $W_{OA}=K_A-K_O \xrightarrow{υ_A>υ_O} W_{OA}>0$ (1)

$[5s\text{-}15s]$: $W_{AB}=K_B-K_A \xrightarrow{υ_B=υ_A} W_{AB}=0$ (2), η πρόταση (β) είναι λανθασμένη

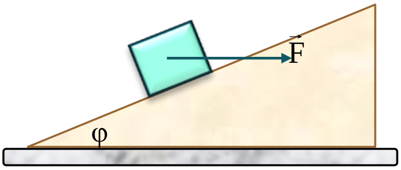
$[15s\text{-}20s]$: $W_{BΓ}=K_Γ-K_B \xrightarrow{υ_Γ>υ_B} W_{BΓ}>0$

$[20s\text{-}25s]$: $W_{ΓΔ}=K_Δ-K_Γ \xrightarrow{υ_Δ>υ_Γ} W_{ΓΔ}<0$ η πρόταση (γ) είναι λανθασμένη

$[0s\text{-}15s]$: $W_{OB}=W_{OA}+W_{AB} \xrightarrow{(2)} W_{OB}=W_{OA}+0 \xrightarrow{(1)} W_{OB}=W_{OA}>0$

Άρα η πρόταση (α) είναι σωστή

4.20(2ο-13574-Β2) Σώμα μάζας m=1kg γλιστράει προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου που σχηματίζει γωνία $\varphi=30^o$ με τον ορίζοντα, υπό την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$ όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι



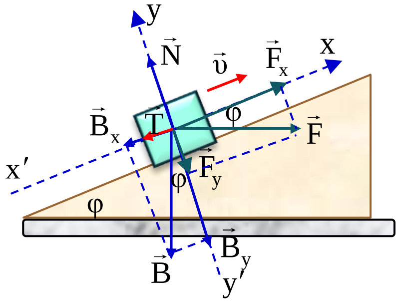
μ=0,2 και το σώμα διανύει συνολικό μήκος 10m. Δίνονται: $g=10m/s^2$, $\eta\mu30^o=0{,}5$ και $\sigma\upsilon\nu30^0=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Αν το έργο της τριβής κατά την μετακίνηση του σώματος είναι $W_T=-20\sqrt{3}J$, το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ισούται με:

α. $F=10\sqrt{3}N$ **β.** $F=5\sqrt{3}N$ **γ.** $F=\frac{5\sqrt{3}}{3}N$.

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Τοποθετούμε τις δυνάμεις στο σώμα και τις αναλύουμε σε δύο άξονες το άξονα κίνησης $x'x$ και το άξονα $y'y \perp x'x$



Από το έργο της τριβής βρίσκουμε την δύναμη της τριβής $W_T=-T\Delta x \xrightarrow{S.I}$ $-20\sqrt{3}N=-T\cdot 10m \Rightarrow T=2\sqrt{3}N$

Από της σχέση της τριβής υπολογίζουμε την δύναμη στήριξης $T=\mu N \Rightarrow N=\frac{T}{\mu} \Rightarrow$

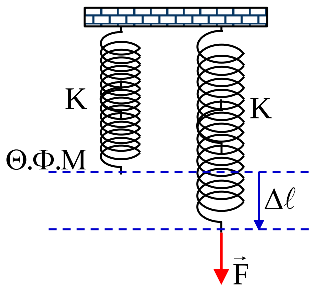
$N=10\sqrt{3}N$

Στον άξονα $y'y$ το σώμα ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-F_y-B_y=0 \Rightarrow$

$$N-F\eta\mu\varphi-mg\sigma\upsilon\nu\varphi=0 \Rightarrow F=\frac{N-mg\sigma\upsilon\nu\varphi}{\eta\mu\varphi} \xrightarrow{S.I} F=\frac{10\sqrt{3}-1\cdot 10\cdot\sqrt{3}/2}{1/2}N \Rightarrow$$

$F=10\sqrt{3}N$. **Άρα σωστή η πρόταση (α).**

4.21(2ο-13615-Β1) Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς Κ, έχει το ανώτερο άκρο του ακλόνητα στερεωμένο. Ασκώντας στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$, επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $\Delta\ell$, φροντίζοντας το κάτω άκρο να κινείται διαρκώς με σταθερή και πολύ μικρή ταχύτητα. Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ ισούται με:

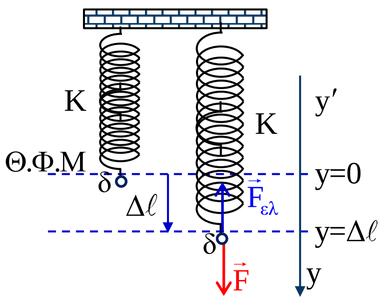


α. $W_F = K(\Delta\ell)^2$ **β.** $W_F = K\Delta\ell$ **γ.** $W_F = \frac{1}{2}K(\Delta\ell)^2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου (**αβαρές** ελατήριο που πληροί τον νόμο Hooke) ασκούμε δύναμη $\vec{F}$ με την οποία παραμορφώνουμε - εδώ το επιμηκύνουμε. -. Για ευκολία – χωρίς αυτό να επηρεάζει τη γενικότητα- ας θεωρήσουμε ότι στο κάτω άκρο του ελατηρίου υπάρχει δεμένος πάρα πολύ μικρός **ΑΒΑΡΗΣ** δακτύλιος δ.



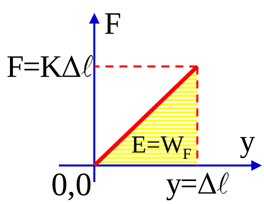
Έτσι στον δακτύλιο ασκούνται η δύναμη $\vec{F}$ και η δύναμη από το ελατήριο $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ που έχει μέτρο ανάλογο της εκάστοτε παραμόρφωσης του ελατηρίου $F_{\varepsilon\lambda} = K\cdot\Delta\ell$.

Εφαρμόζουμε το 2ο νόμο Newton για τον δακτύλιο, που υποθέτουμε ότι **κατεβαίνει με τυχαία επιτάχυνση** $\vec{\alpha}$ **(όχι κατ΄ ανάγκη σταθερή επιτάχυνση και ούτε με υ=σταθερή και πολύ μικρή όπως απαιτεί η άσκηση)**,

$\Sigma\vec{F}_y = m_\delta\vec{\alpha} \Rightarrow$

$\vec{F}+\vec{F}_{\varepsilon\lambda} = m_\delta\vec{\alpha} \Rightarrow F-F_{\varepsilon\lambda} = m_\delta\alpha \xrightarrow{m_\delta\to 0} F-F_{\varepsilon\lambda}=0 \Rightarrow$

$F=F_{\varepsilon\lambda}$ ή $F=K\Delta\ell$ (1)



Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ **δεν δίνεται** από τη σχέση $W_F = F\cdot\Delta\ell$ αλλά υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση της F με την μετατόπιση y=$\Delta\ell$ του δ από την θέση του φυσικού μήκους του ελατηρίου και ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της F($\Delta\ell$)

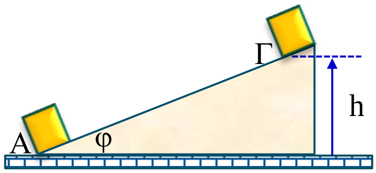
$W_F = \frac{1}{2}\Delta\ell\cdot F \xrightarrow{F=K\cdot\Delta\ell} W_F = \frac{1}{2}\Delta\ell\cdot K\cdot\Delta\ell \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}K\cdot\Delta\ell^2$ **Σωστή η σχέση (γ)**

Σχόλιο- Παρατήρηση: Η δύναμη $\vec{F}$ με την οποία παραμορφώνουμε το ελατήριο, όταν στο κάτω άκρο **ΔΕΝ** υπάρχει δεμένο κάποιο σώμα μάζας $m \neq 0$, σε κάθε περίπτωση έχει μέτρο $F=K \cdot \Delta\ell$ και ανεξάρτητα με το είδος της κίνησης που κάνει το κάτω άκρο του ελατηρίου (ανεξάρτητα δηλαδή αν αυτή είναι επιταχυνόμενη ή ισοταχής).

Η **απαίτηση της εκφώνησης** «φροντίζοντας το κάτω άκρο να κινείται διαρκώς με σταθερή και πολύ μικρή ταχύτητα» και **η ενδεικτική λύση στην Τράπεζα Θεμάτων-** Φυσική Α΄ Λυκείου /ΙΕΠ «Αφού το άκρο του ελατηρίου κινείται με σταθερή ταχύτητα, συμπεραίνουμε ότι ισχύει ο 1ος Νόμος του Newton ΣF=0 ή $F\text{-}F_{ελ}=0$ ή $F=F_{ελ}$ ή $F=K \cdot \Delta x$ …» **δίνει λανθασμένο μήνυμα**, ότι δηλαδή αυτό ισχύει μόνο σε κίνηση με «σταθερή και πολύ μικρή ταχύτητα».

Σχόλιο: Περισσότερα για το ελατήριο (δύναμη, δυναμόμετρο, έργο, δυναμική ενέργεια ελαστικότητας δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου- Β. Τσούνης** (Εκδόσεις Ζήτη) σελίδες 148-149, 151-153, 270, 390-391 και 430-431).

4.22(2ο-14203-Β2) Σώμα βάρους $\vec{w}$ μετατοπίζεται από το σημείο Α προς το σημείο Γ ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία φ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Γ είναι h. Το έργο του βάρους του σώματος είναι:



α. $W_w = -wh\eta\mu\varphi$ **β.** $W_w = -wh$ **γ.** $W_w = -wh\sigma\upsilon\nu\varphi$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Το έργο του βάρους $w=mg$ ενός σώματος για οποιαδήποτε διαδρομή δίνεται από τη σχέση $W_w = \pm mgh$ (+ στην κάθοδο και (-) στην άνοδο) με h την υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης.

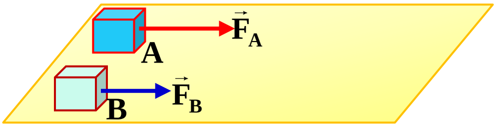
Ειδικά για το κεκλιμένο επίπεδο βλέπε ανάλυση **4.11(2ο-13545-Β2)** –

Σωστή η σχέση (β)

Σχόλιο: Αναλυτική παρουσίαση για το έργο του βάρους δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** σελίδες 380-381 και 427-429.

Δ.2 Κινητική Ενέργεια- Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας

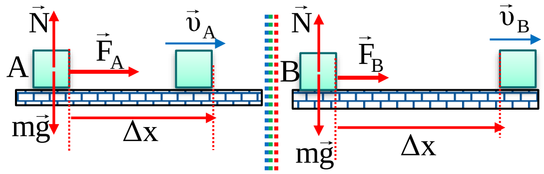
4.23 (2ο-7969-Β2) Δυο κιβώτια Α και Β με ίσες μάζες βρίσκονται δίπλα – δίπλα και ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 ασκούνται στα κιβώτια Α και Β σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ με μέτρα F_A=F και F_B=F/2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο οριζόντιο επίπεδο και η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Αν μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους, τα κιβώτια Α και Β έχουν ταχύτητες με μέτρα υ_A και υ_B αντίστοιχα, τότε ισχύει:



α. $\upsilon_A = \upsilon_B$ **β.** $\upsilon_A = \upsilon_B\sqrt{2}$ **γ.** $\upsilon_B = \upsilon_A\sqrt{2}$

Απάντηση

Οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στο άξονα κίνησης – και συνεπώς έχουν έργο-είναι οι $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ (σε κάθε σώμα ασκούνται το βάρος και η δύναμη στήριξης που όμως ως κάθετες στην μετατόπιση δεν έχουν έργο) .



Εφαρμόζουμε για κάθε σώμα το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας,

$$\text{A: } \Delta K_A = W_{F_A} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_A^2 - 0 = F_A \Delta x \quad (1)$$

$$\text{B: } \Delta K_B = W_{F_B} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 - 0 = F_B \Delta x \quad (2)$$

Με διαίρεση κατά μέλη έχουμε, $\dfrac{\frac{1}{2}m\upsilon_A^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_B^2} = \dfrac{F_A\Delta x}{F_B \Delta x} \Rightarrow \dfrac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2} = \dfrac{F_A}{F_B} \Rightarrow$

$\dfrac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2} = \dfrac{F}{F/2} \Rightarrow \dfrac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2} = 2 \Rightarrow \upsilon_A = \upsilon_B\sqrt{2}$ **Σωστή η πρόταση β.**

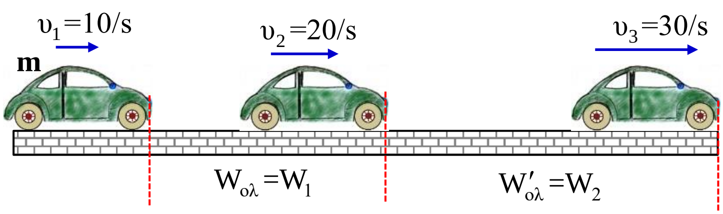
Σχόλιο: Η ίδια ακριβώς ερώτηση είναι στη τράπεζα θεμάτων και με αρίθμηση 7990-Β2

4.24 (2ο-7973-Β1) Ένα όχημα κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο με αρχική ταχύτητα μέτρου 10m/s. Στο όχημα ασκούνται δυνάμεις και το μέτρο της ταχύτητας του μεταβάλλεται. Το ολικό έργο των δυνάμεων που απαιτείται για να αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητας του οχήματος από 10m/s σε 20m/s, είναι ίσο με W_1, ενώ για να αυξηθεί το μέτρο της ταχύτητας του οχήματος από 20m/s σε 30m/s, είναι ίσο με W_2.

Για τα έργα W_1 και W_2, ισχύει:

α. $W_1 = W_2$ **β.** $W_1 > W_2$ **γ.** $W_1 < W_2$

Απάντηση



Εφαρμόζουμε για το αυτοκίνητο και τις δύο φάσεις το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας.

1η φάση: από ταχύτητα $υ_1$ έως ταχύτητα $υ_2$,

$$W_{ολ} = ΔK_{12} \Rightarrow W_1 = \frac{1}{2}mυ_2^2 - \frac{1}{2}mυ_1^2 \xrightarrow{S.I}$$

$$W_1 = \frac{1}{2}m\cdot 20^2 - \frac{1}{2}m\cdot 10^2 \Rightarrow W_1 = 150m \ \ (S.I)\ (1)$$

2η φάση από ταχύτητα $υ_2$ έως ταχύτητα $υ_3$,

$$W'_{ολ} = ΔK_{23} \Rightarrow W_2 = \frac{1}{2}mυ_3^2 - \frac{1}{2}mυ_2^2 \xrightarrow{S.I} W_2 = \frac{1}{2}m\cdot 30^2 - \frac{1}{2}m\cdot 20^2$$

$$\Rightarrow W_2 = 250m \ \ (S.I)\ \ (2)$$

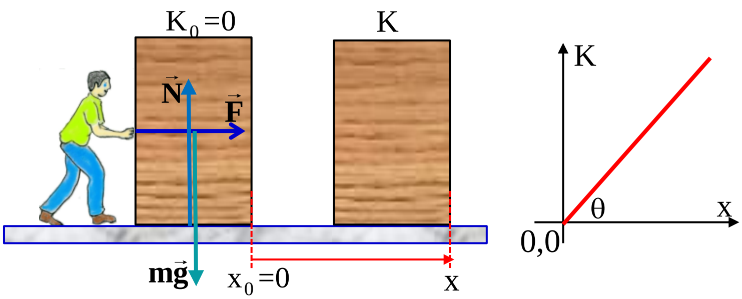
Από (1) και (2) φαίνεται ότι $W_1 < W_2$ και άρα **σωστή η πρόταση γ**

4.25 (2ο-7975-Β2) Κιβώτιο βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο στη θέση x_0=0m , ενός οριζόντιου άξονα x΄x. Τη χρονική στιγμή t= 0s ένας εργάτης σπρώχνει και αρχίζει να κινεί το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F.

α. Αν με x συμβολίσουμε τη θέση του κιβωτίου και με K την κινητική ενέργεια του κιβωτίου στη θέση αυτή, να προσδιορίσετε τη σχέση της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με τη θέση του κιβωτίου.

β. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K, σε συνάρτηση με τη θέση x.

Απάντηση



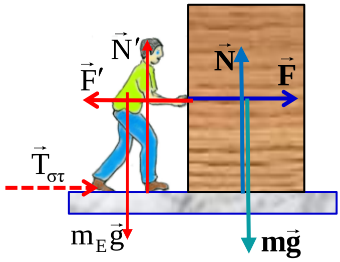
Η μόνη δύναμη που ασκείται στο άξονα κίνησης του κιβωτίου – και συνεπώς έχει έργο είναι η δύναμη $\vec{F}$. Στο κιβώτιο ασκούνται το βάρος του και η δύναμη στήριξης που όμως ως κάθετες στην μετατόπιση δεν έχουν έργο. Εφαρμόζουμε για το κιβώτιο το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας,

$$\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \Delta K=W_F \Rightarrow K-K_0=F\Delta x \Rightarrow K-K_0=F(x-x_0) \xrightarrow{K_0=0,x_0=0} \mathbf{K=F\cdot x} \ (1)$$

Η κινητική ενέργεια K που αποκτά το κιβώτιο σε μια θέση x, είναι ανάλογη της θέσης και η γραφική της παράσταση K(x) αποδίδεται με την ευθεία σταθερής κλίσης του διαγράμματος.

Η κλίση εφθ της K(x) ισούται με τη δύναμη F, $εφθ=\frac{\Delta K}{\Delta x} \Rightarrow εφθ=\frac{K_2-K_1}{x_2-x_1} \xrightarrow{(1)}$

$$εφθ=\frac{Fx_2-Fx_1}{x_2-x_1} \Rightarrow εφθ=\frac{F(x_2-x_1)}{x_2-x_1} \Rightarrow εφθ=F$$

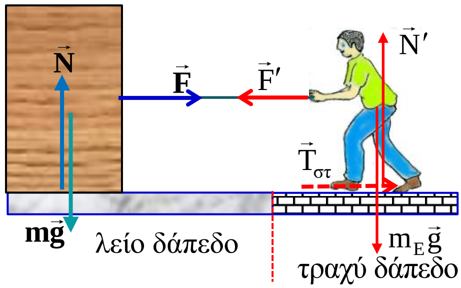


1ο Σχόλιο: Ας δούμε στο ανωτέρω θέμα τις ασκούμενες στον εργάτη δυνάμεις και πως αυτές επηρεάζουν την δυνατότητα να σπρώχνει το κιβώτιο πάνω σε λείο δάπεδο. Οι ασκούμενες δυνάμεις στον εργάτη είναι το βάρος του $m_E\vec{g}$, η δύναμη στήριξης $\vec{N}'$ και η δύναμη από κιβώτιο $\vec{F}'$ που είναι η αντίδραση της $\vec{F}$, $\vec{F}' = -\vec{F}$.

Μόλις ο εργάτης ασκεί την $\vec{F}$ δέχεται την $\vec{F}' = -\vec{F}$ η οποία του δίνει αρχική ταχύτητα προς τα πίσω (αν προηγουμένως δεν ανατραπεί).

Τώρα δεν μπορεί να ακολουθεί το κιβώτιο σπρώχνοντας αυτό.

Για να μπορεί να σπρώχνει, ακολουθώντας το κιβώτιο, πρέπει να υπάρχουν τριβές ώστε να ασκείται στατική τριβή που να ασκείται το κάθε πέλμα και να διευκολύνει το βάδισμα **(*)**

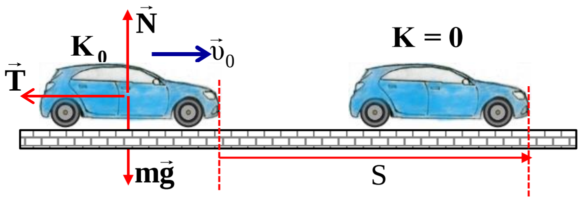


2ο Σχόλιο: Εναλλακτικά για να είναι δυνατή η άσκηση δύναμης από τον εργάτη, φανταστείτε τον εργάτη να είναι σε τραχύ δάπεδο και να έλκει το κιβώτιο με ένα νήμα.

(*) 3ο Σχόλιο: Δείτε στο **Φυσική Α΄ Λυκείου -Βασίλης Τσούνης** το θέμα « Η στατική τριβή απαραίτητη για το βάδισμα» σελίδα 322.

4.26 (2ο-7980-Β2) Δύο αυτοκίνητα A_1 και A_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα (με $m_1>m_2$), κινούνται σε ευθύγραμμο τραχύ δρόμο έχοντας την ίδια κινητική ενέργεια. Κάποια χρονική στιγμή οι οδηγοί εφαρμόζουν τα φρένα οπότε μπλοκάρουν τους τροχούς. Τότε ασκείται (συνολική) δύναμη τριβής ίδιου μέτρου και στα δύο αυτοκίνητα με αποτέλεσμα να σταματήσουν. Για τα διαστήματα S_1 και S_2 αντίστοιχα που διάνυσαν τα αυτοκίνητα A_1 και A_2 από τη στιγμή του φρεναρίσματος μέχρι να σταματήσουν ισχύει η σχέση:
α. $S_1 > S_2$ **β.** $S_2 > S_1$ **γ.** $S_1 = S_2$

Απάντηση



Τοποθετούμε τις δυνάμεις σε κάθε αυτοκίνητο και εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάθε αυτοκίνητο από τη στιγμή του φρεναρίσματος μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας. Για την εφαρμογή αυτή παρατηρούμε ότι μόνο η δύναμη της τριβής έχει έργο.

Αυτοκίνητο A_1: $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \Delta K=W_{Τριβής} \Rightarrow 0\text{-}K_{01}=\text{-}T_1S_1 \Rightarrow$

$K_{01}=T_1S_1 \Rightarrow S_1=K_{01}/T_1$ (1)

Αυτοκίνητο A_2: $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \Delta K=W_{Τριβής} \Rightarrow 0\text{-}K_{02}=\text{-}T_1S_1 \Rightarrow$

$K_{02}=T_1S_1 \Rightarrow S_2=K_{02}/T_2$ (2)

Από τις (1) και (2) και δεδομένου ότι $K_{01}=K_{02}$ και $T_1=T_2$ έχουμε $S_1=S_2$

Άρα σωστή η σχέση γ.

1ο Σχόλιο: Η σχέση των μαζών $m_1 > m_2$ των δύο αυτοκινήτων – με βάση τα δεδομένα του προβλήματος- δεν απαιτείται για την λύση , καθόσον δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα.

2ο Σχόλιο: Η μάζα των αυτοκινήτων θα χρειάζονταν αν δίνονταν ότι μεταξύ ελαστικών και δαπέδου υπάρχει ο ίδιος συντελεστής τριβής ολίσθησης, οπότε T=μmg (…και όχι ότι έχουμε ίσα μέτρα τριβών…).

3ο Σχόλιο: Το θέμα λύνεται και με εξισώσεις κινηματικής και δυναμικής, αλλά έχει αρκετή αλγεβρική επεξεργασία και δεν συνιστάται.

4.27 (2ο-7985-Β1) Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Σε δυο χρονικές στιγμές t_1 και t_2 το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα με μέτρο $υ_1$ και $υ_2$ και κινητική ενέργεια K_1 και K_2 αντίστοιχα.

Αν για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει, $υ_2 = 2υ_1$ τότε:

α. $K_2 = 2K_1$ **β.** $K_1 = 4K2$ **γ.** $K_2 = 4K_1$

Απάντηση

Οι κινητικές ενέργειες του αυτοκινήτου στις δύο χρονικές στιγμές είναι,

$K_1=\frac{1}{2}mυ_1^2$ (1) και $K_2=\frac{1}{2}mυ_2^2$ (2).

Από (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}mυ_2^2}{\frac{1}{2}mυ_1^2}\xrightarrow{υ_2=2υ_1}$

$\frac{K_2}{K_1}=\frac{(2υ_1)^2}{υ_1^2}\Rightarrow K_2=4K_1$.

Σωστή η σχέση γ.

4.28 (2ο-7987-Β2) Ένα κιβώτιο βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο στη θέση x=0 m ενός άξονα x΄x. Τη χρονική στιγμή t=0s ένας εργάτης σπρώχνει και κινεί το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη και αυτό κινείται στον άξονα x΄x. Αν με x συμβολίσουμε τη θέση στον άξονα και με K την κινητική ενέργεια του κιβωτίου σ' αυτή τη θέση, να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τα κενά στον πίνακα:

x	K
0	
2x	
	3K
4x	

Απάντηση

Σχόλιο: Πιο πρακτικός για απάντηση ο παρακάτω πίνακας .
Στην εκφώνηση με κόκκινη γραφή είναι ίδιες προσθήκες για καλύτερη κατανόηση του θέματος.

Θέση (x)	Κινητική Ενέργεια (K)
0	
x	K
2x	
	3K
4x	

Η μόνη δύναμη που ασκείται στο άξονα κίνησης του κιβωτίου – και συνεπώς έχει έργο είναι η δύναμη $\vec{F}$. Στο κιβώτιο ασκούνται το βάρος του και η δύναμη στήριξης, που όμως ως κάθετες στην μετατόπιση δεν έχουν έργο. Εφαρμόζουμε για το κιβώτιο το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας,

$$\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow \Delta K = W_F \Rightarrow K - K_0 = F\Delta x \Rightarrow K - K_0 = F(x - x_0) \xrightarrow{K_0=0, x_0=0} \mathbf{K = F \cdot x}$$

Παρατηρούμε ότι η κινητική ενέργεια K που αποκτά το κιβώτιο σε μια θέση x, είναι ανάλογη της θέσης. Με βάση αυτή τη παρατήρηση συμπληρώνεται ο πίνακας.

Θέση (x)	Κινητική Ενέργεια (K)
0	**0**
x	K
2x	**2K**
3x	3K
4x	4K

Η ανωτέρω άσκηση είναι ανάλογη με την 3.10 (2ο-7975-Β2) και έχει πρόβλημα πρακτικής εφαρμογής. Δείτε τα γραφόμενα εκεί σχόλια!

4.29 (2ο-7991-Β2) Ένα φορτηγό και ένα Ι.Χ. επιβατηγό αυτοκίνητο κινούνται με ταχύτητες ίσου μέτρου σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Κάποια χρονική στιγμή οι οδηγοί τους εφαρμόζουν τα φρένα προκαλώντας και στα δύο οχήματα συνισταμένη δύναμη ίδιου μέτρου και αντίρροπη της ταχύτητας τους. Το όχημα με τη μεγαλύτερη μετατόπιση από τη στιγμή που άρχισε να επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει είναι :

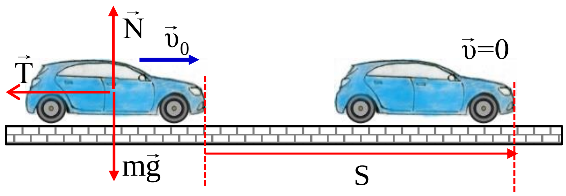
α. το φορτηγό,

β. το Ι.Χ. επιβατηγό,

γ. κανένα από τα δύο, αφού τα δύο οχήματα θα μετατοπιστούν το ίδιο.

Α π ά ν τ η σ η

Σχόλιο: Για να απαντηθεί το θέμα έπρεπε να δίνεται ποιο αυτοκίνητο έχει τη μεγαλύτερη μάζα! Συνήθως τα φορτηγά έχουν μεγαλύτερη μάζα από τα Ι.Χ αλλά αυτό δεν είναι κανόνας, ούτε πρέπει να αφήνεται στην επιλογή των μαθητών διότι τότε μπορεί όλες οι απαντήσεις να είναι σωστές. Η ερώτηση να απαντηθεί με το δεδομένο ότι το φορτηγό έχει μεγαλύτερη μάζα από το Ι.Χ



Τοποθετούμε τις δυνάμεις σε κάθε αυτοκίνητο και εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάθε αυτοκίνητο από τη στιγμή του φρεναρίσματος μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας.

Για την εφαρμογή αυτή παρατηρούμε ότι μόνο η δύναμη της τριβής έχει έργο.

Αυτοκίνητο ΙΧ: $\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow \Delta K = W_{T\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m_1\upsilon_{01}^2 = -T_1S_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_{01}^2 = T_1S_1$ (1)

Φορτηγό: $\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow \Delta K = W_{T\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m_2\upsilon_{02}^2 = -T_2S_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2\upsilon_{02}^2 = T_2S_2$ (2)

Από τις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε, $\dfrac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_{02}^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_{01}^2} = \dfrac{T_2S_2}{T_1S_1}$ και επειδή

σύμφωνα με τα δεδομένα $\upsilon_{01} = \upsilon_{02}$ και $T_1 = T_2$ παίρνουμε $\frac{S_2}{S_1} = \frac{m_2}{m_1}$ (3) .

Συνήθως τα φορτηγά έχουν μεγαλύτερη μάζα από τα Ι.Χ $m_2 > m_1 \xrightarrow{(3)} S_2 > S_1$

Άρα σωστή η σχέση α.

4.30 (2ο-7993-Β2) Σώμα που κινείται έχει κινητική ενέργεια ίση με 1 J. Αν το μέτρο της ταχύτητας του σώματος διπλασιαστεί τότε η κινητική του ενέργεια θα μεταβληθεί κατά:

α. 3 J

β. 4 J

γ. Δεν επαρκούν τα στοιχεία για να δοθεί απάντηση

Απάντηση

Οι κινητικές ενέργειες του αυτοκινήτου στις δύο θέσεις είναι,

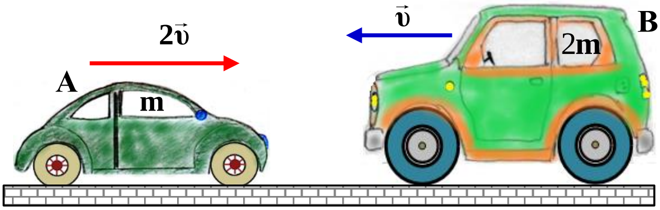
$K_1=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2$ (1) και $K_2=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ (2)

Από (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{K_2}{K_1}=\frac{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}\xrightarrow{\upsilon_2=2\upsilon_1}$

$\frac{K_2}{K_1}=\frac{(2\upsilon_1)^2}{\upsilon_1^2}\Rightarrow$ $K_2=4K_1\Rightarrow K_2=4J$ και συνεπώς η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι $\Delta K=K_2\text{-}K_1=3J$

Άρα σωστή η σχέση α.

431 (2ο-7996-Β2) Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο αμαξάκια Α και Β με μάζες m και 2m αντίστοιχα. Αν τα αμαξάκια κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, όπως φαίνεται στο σχήμα



και το Α έχει ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από του Β τότε:

α. το αμαξάκι Α έχει διπλάσια κινητική ενέργεια από το αμαξάκι Β,

β. το αμαξάκι Β έχει διπλάσια κινητική ενέργεια από το αμαξάκι Α ,

γ. τα δυο αμαξάκια έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Απάντηση

Ας συμβολίσουμε με την μάζα και ταχύτητα των αυτοκινήτων Α και Β με $m_A = m,\ \upsilon_A = 2\upsilon$ και $m_B = 2m,\ \upsilon_B = \upsilon$.

Οι κινητικές ενέργειες των αυτοκινήτων είναι, $K_A = \frac{1}{2} m_A \upsilon_A^2 \Rightarrow K_A = \frac{1}{2} m(2\upsilon)^2$ (1)

και $K_B = \frac{1}{2} m_B \upsilon_B^2 \Rightarrow K_B = \frac{1}{2} 2m\upsilon^2$ (2) .

Από (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{K_B}{K_A} = \frac{1/2 \cdot 2m\upsilon^2}{1/2 \cdot m(2\upsilon)^2} \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow K_A = 2K_B$. **Άρα σωστή η σχέση α.**

4.32 (2ο-7999-Β1) Δύο μεταλλικές σφαίρες Σ_1 και Σ_2, ίσης μάζας, βρίσκονται στο ίδιο ύψος πάνω από το έδαφος. Αφήνουμε τη σφαίρα Σ_1 να πέσει ελεύθερα ενώ ταυτόχρονα δίνουμε κατακόρυφη αρχική ταχύτητα υ_0 με φορά προς τα κάτω στη σφαίρα Σ_2 .

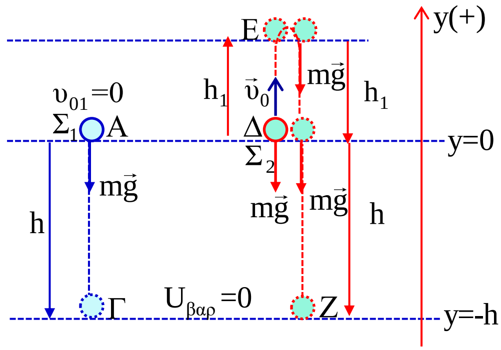
Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή, τότε:

α. τα έργα που παράγουν τα βάρη των δύο σφαιρών μέχρι να φτάσουν στο έδαφος είναι ίσα.

β. οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

γ. οι δύο σφαίρες όταν φτάνουν στο έδαφος έχουν ίσες κινητικές ενέργειες.

Απάντηση



α. Σφαίρα Σ_1: $W_{B,1}=+mgh$ (1)

Σφαίρα Σ_2: $W_{B,2}=W_{\Delta E}+W_{E\Delta}+W_{EZ}$

$\Rightarrow W_{B,2}=-mgh_1+mgh_1+mgh \Rightarrow$

$W_{B,2}=+mgh$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε $W_{B,1}=W_{B,2}$,

άρα **η πρόταση (α) είναι σωστή**.

…και **διαφορετικά** …

Σφαίρα Σ_1: $W_{B,1}=-\Delta U_{A\Gamma} \Rightarrow$

$W_{B,1}=-(U_\Gamma-U_A) \Rightarrow W_{B,1}=U_A-U_\Gamma \Rightarrow W_{B,1}=+mgh-0 \Rightarrow W_{B,1}=+mgh$

Σφαίρα Σ_2: $W_{B,2}=-\Delta U_{\Delta Z} \Rightarrow W_{B,2}=U_\Delta-U_Z \Rightarrow W_{B,2}=+mgh-0 \Rightarrow W_{B,2}=+mgh$

β. Χρόνος **καθόδου της Σ_1**: $h=\frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t_1=\frac{\sqrt{2gh}}{g}$ (3)

Για το **χρόνο καθόδου της Σ_2**, γράφουμε τη χρονική εξίσωση θέσης y(t) για το σύστημα αναφοράς του σχήματος $y(t)=\upsilon_0 t-\frac{1}{2}gt^2$. Όταν η σφαίρα φθάσει στο δάπεδο $t=t_2$ και $y=-h$ οπότε $-h=\upsilon_0 t_2-\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow gt_2^2-2\upsilon_0 t_2-2h=0$ που έχει λύσεις

$t_2=\frac{2\upsilon_0\pm\sqrt{4\upsilon_0^2+8gh}}{2g}$ …δεκτή η $t_2=\frac{2\upsilon_0+2\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}}{2g}$ ή $t_2=\frac{\upsilon_0+\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}}{g}$ (4) .

Από (3) και (4) φαίνεται $t_2>t_1$ [.… $\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}>\sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}}{g}>\frac{\sqrt{2gh}}{g} \Rightarrow$

$\frac{\upsilon_0}{g}+\frac{\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}}{g}>\frac{\sqrt{2gh}}{g} \xrightarrow{3,4} t_2>t_1$].

Άρα **η πρόταση (β) είναι λανθασμένη**.

γ. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για κάθε σφαίρα.

Σφαίρα Σ_1: $\Delta K_{A\to\Gamma}=W_B \Rightarrow K_{1\Gamma}-0=+mgh \Rightarrow K_{1\Gamma}=mgh$ (5)

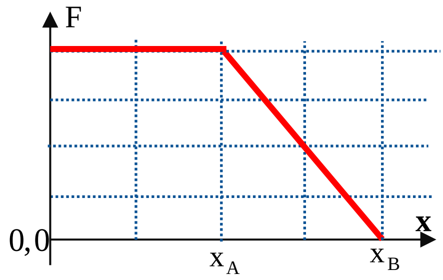
Σφαίρα Σ_2: $\Delta K_{\Delta\to Z}=W_B \Rightarrow K_{2Z}-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=+mgh \Rightarrow K_{2Z}=\frac{1}{2}m\upsilon_0^2+mgh$ (6)

Από τις (5) και (6) φαίνεται ότι $K_{2,Z}>K_{1,\Gamma}$

Άρα **η πρόταση (γ) είναι λανθασμένη**.

Σχόλιο 1ο : Οι ερωτήσεις αφορούν διαφορετικά θέματα (έργο, χρόνο, κινητική ενέργεια) και πρόκειται για θέμα που πρέπει να ελεγχθούν όλες οι ερωτήσεις για το σωστό ή λανθασμένος αυτών. Η ερώτηση να γίνει: Να ελεγχθεί – με δικαιολόγηση- το σωστό ή λανθασμένο της κάθε πρότασης .
Σχόλιο 2ο : Το 2ο ερώτημα για τον υπολογισμό του χρόνου αναφέρεται σε θέμα κατακόρυφης βολής. Για το θέμα δείτε : **Φυσική Α΄ Λυκείου -Βασίλης Τσούνης** σελίδες 204-206.

4.33 (2ο-8013-Β2) Μικρό σώμα είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και στη θέση $x_0=0$ ενός οριζόντιου άξονα x΄x. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F η τιμή της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση x του σώματος, όπως φαίνεται στο διάγραμμα .



Η κινητική ενέργεια του σώματος

α. από τη θέση $x_0=0\,m$ έως τη θέση x_A παραμένει σταθερή,

β. από τη θέση x_A έως τη θέση x_B μειώνεται,

γ. από τη θέση $x_0=0\,m$ έως τη θέση x_B αυξάνεται .

Απάντηση

Επειδή το επίπεδο είναι λείο η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο είναι μόνο η δύναμη $\vec{F}$, $\Sigma\vec{F}=\vec{F}$ και το σώμα από την ακινησία κινείται στην κατεύθυνση της $\vec{F}$, δηλαδή προς τα θετικά. Από διάγραμμα F(x) και τον 2ο νόμο Newton $\Sigma F=m\alpha$ συμπεραίνουμε ότι,

- από **0 έως x_A** η συνισταμένη δύναμη και η επιτάχυνση έχουν σταθερές τιμές η κίνηση **είναι ομαλά επιταχυνόμενη** και **η ταχύτητα αυξάνεται** γραμμικά με το χρόνο. Αφού η ταχύτητα αυξάνεται προφανώς και η κινητική ενέργεια αυξάνεται.
- από **x_A έως x_B** το μέτρο της συνισταμένη δύναμης μειώνεται όπως και το μέτρο της επιτάχυνσης, αλλά είναι ομόρροπες της ταχύτητας ($\Sigma F>0$, $\alpha>0$, $\upsilon>0$) και συνεπώς η κίνηση **είναι επιταχυνόμενη** με μειούμενη επιτάχυνση. Η ταχύτητα **συνεχίζει να αυξάνεται** αλλά με μειούμενο ρυθμό. Εδώ αφού η ταχύτητα συνεχίζει να αυξάνεται προφανώς και η κινητική ενέργεια αυξάνεται.

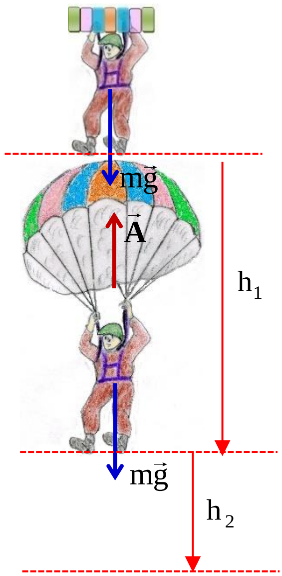
Άρα η κινητική ενέργεια σε όλη την διαδρομή από x_A έως x_B συνεχώς αυξάνεται.

Άρα η πρόταση γ είναι σωστή.

4.34(2ο-8027-Β1) Ένας αλεξιπτωτιστής πέφτει από το αεροπλάνο χωρίς αρχική ταχύτητα και αφού ανοίξει το αλεξίπτωτο κινούμενος για κάποιο χρονικό διάστημα με σταθερή ταχύτητα προσγειώνεται στο έδαφος. Αν συμβολίσουμε με W_B το έργο του βάρους του αλεξιπτωτιστή κατά τη διάρκεια της πτώσης του και K την κινητική ενέργεια του αλεξιπτωτιστή κατά τη προσγείωση του θα ισχύει:

α. $W_B > K$ **β.** $W_B = K$ **γ.**$W_B < K$

Απάντηση



Ο αλεξιπτωτιστής-αερόστατο μέχρι ανοίξει το αλεξίπτωτο έστω ότι κατέρχεται κατά h_1, ενώ μετά το άνοιγμα του αεροστάτου και μέχρι να φθάσει στο έδαφος κινείται για h_2. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα αλεξιπτωτιστής-αερόστατο μέχρι ανοίξει το αλεξίπτωτο είναι το συνολικό βάρος $\vec{B} = m\vec{g}$, ενώ μετά το άνοιγμα του αεροστάτου είναι και η δύναμη $\vec{A}$ από τον αέρα στο αερόστατο που είναι αντίρροπη του βάρους $\vec{B} = m\vec{g}$.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας από την αρχή της πτώσης μέχρι το έδαφος …

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_{τελική} - K_{αρχική} = W_B + W_A \Rightarrow$$

$$K - 0 = W_B - Ah_2 \Rightarrow W_B = K + Ah_2 \Rightarrow W_B > K$$

Άρα σωστή η πρόταση α.

Σχόλιο: Ανάλυση για την πτώση του αλεξιπτωτιστή και γενικότερα στην πτώση με αντιστάσεις δείτε : **Φυσική Α΄ Λυκείου -Βασίλης Τσούνης** σελίδες 228-229.

4.35 (2ο-8030-Β1) Η κινητική ενέργεια μιας μπάλας αυξάνεται από $K_{αρχ}$ σε $K_{τελ}=4K_{αρχ}$ σε χρονικό διάστημα Δt. Στο χρονικό διάστημα Δt το έργο W της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στη μπάλα είναι

α. $9K_{αρχ}$ **β.** $3K_{αρχ}$ **γ.** $15K_{αρχ}$

Απάντηση

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την μπάλα ,

$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_{τελική} - K_{αρχική} = W_{ολ} \xrightarrow{K_{τελ}=4K_{αρχ}}$$

$$4K_{αρχική} - K_{αρχική} = W_{ολ} \Rightarrow W_{ολ} = 3K_{αρχική}$$

Άρα σωστή η πρόταση β.

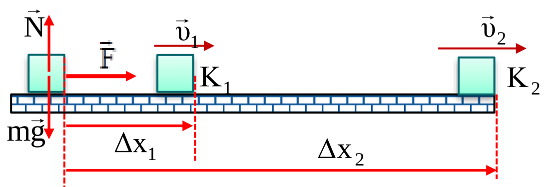
4.36(2ο-8037-Β2) Κιβώτιο μάζας Μ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο κιβώτιο τη χρονική στιγμή t=0 αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου. Όταν το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά Δx_1 έχει κινητική ενέργεια K_1 και ταχύτητα μέτρου $υ_1$. Όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί συνολικά κατά $\Delta x_2 = 4\Delta x_1$ θα έχει αποκτήσει,

α. ταχύτητα μέτρου $υ_2 = 4υ_1$,

β. ταχύτητα μέτρου $υ_2 = 2υ_1$,

γ. κινητική ενέργεια $K_2 = 2K_1$.

Απάντηση



Στον άξονα κίνησης – αφού το δάπεδο είναι λείο- μοναδική δύναμη είναι η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ (και η μόνη που έχει έργο) που δίνει σταθερή επιτάχυνση $α = \frac{F}{M}$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

Από τις εξισώσεις της μετατόπισης $\Delta x = \frac{1}{2}αt^2$ και της ταχύτητας $υ = αt$ με απαλοιφή του χρόνου βρίσκουμε $υ = \sqrt{2α \cdot \Delta x}$.

Ύστερα από μετατόπιση Δx_1 από την αρχική θέση το κιβώτιο έχει ταχύτητα $υ_1 = \sqrt{2α \cdot \Delta x_1}$ (1) και κινητική ενέργεια $K_1 = \frac{1}{2}Mυ_1^2$ (2).

Ύστερα από μετατόπιση Δx_2 από την αρχική θέση το κιβώτιο έχει ταχύτητα $\upsilon_2 = \sqrt{2\alpha \cdot \Delta x_2}$ (3) και κινητική ενέργεια $K_2 = \frac{1}{2}M\upsilon_2^2$ (4).

Από τις εξισώσεις (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε

$$\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\sqrt{2\alpha \cdot \Delta x_2}}{\sqrt{2\alpha \cdot \Delta x_1}} \xrightarrow{\Delta x_2 = 4\Delta x_1} \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\sqrt{4\Delta x_1}}{\sqrt{\Delta x_1}} \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1 \ (5)$$

Από τις εξισώσεις (3) και (4) με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε $\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}M\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}M\upsilon_1^2}$

$$\Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\right)^2 \xrightarrow{\upsilon_2 = 2\upsilon_1} \frac{K_2}{K_1} = 4 \Rightarrow K_2 = 4K_1.$$ **Άρα σωστή η πρόταση β.**

Άλλη λύση…

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για μετατοπίσεις Δx_1 και Δx_2…

$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_1 - 0 = F \cdot \Delta x_1 \Rightarrow K_1 = F \cdot \Delta x_1$ (6)

$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_2 - 0 = F \cdot \Delta x_2 \Rightarrow K_2 = F \cdot \Delta x_2$ (7)

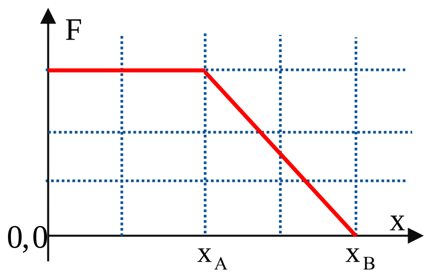
Από τις εξισώσεις (6) και (7) με διαίρεση κατά μέλη βρίσκουμε

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{F \cdot \Delta x_1}{F \cdot \Delta x_2} \xrightarrow{\Delta x_2 = 4\Delta x_1} \frac{K_2}{K_1} = 4 \Rightarrow K_2 = 4K_1.$$

Από τη σχέση αυτή βρίσκουμε τη σχέση των ταχυτήτων,

$$K_2 = 4K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}M\upsilon_2^2 = 4\frac{1}{2}M\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_2 = 2\upsilon_1$$

4.37 (2ο-8042-Β2) Μικρό σώμα είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη F της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με τη θέση όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα:



Η κινητική ενέργεια του σώματος

α. από τη θέση $x_0 = 0$ m έως τη θέση x_A παραμένει σταθερή.

β. από τη θέση x_A έως τη θέση x_B μειώνεται.

γ. από τη θέση $x_0 = 0$ m έως τη θέση x_B αυξάνεται.

Απάντηση

Το θέμα αυτό είναι ίδιο με το θέμα **4.18 (2ο-8013-Β2)** και προφανώς έχει την ίδια λύση . **Σωστή η πρόταση γ.**

438 (2ο-8044-Β1) Εργάτης δένει με αβαρές σκοινί ένα κιβώτιο και το σύρει σε οριζόντιο δάπεδο, όπως παριστάνεται στη διπλανή εικόνα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα. Η επίδραση του αέρα παραλείπεται.

Αν συμβολίσουμε με W_F το έργο της δύναμης που ασκεί ο εργάτης στο κιβώτιο, και W_T το έργο της δύναμης της τριβής ολίσθησης, τότε για κάθε μετατόπιση του κιβωτίου θα ισχύει:

α. $W_F > W_T$

β. $W_T = -W_F$

γ. $W_F < W_T$

Απάντηση

Αφού το κιβώτιο μετακινείται με σταθερή ταχύτητα η κινητική ενέργεια έχει σταθερή τιμή.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για μια μετατόπιση του κιβωρίου Δx, έχουμε,

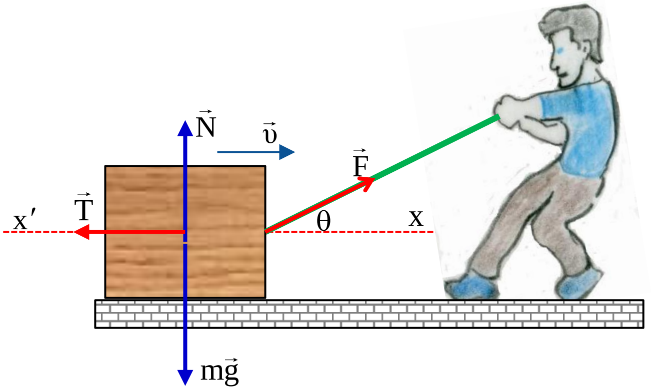
$$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K_2 - K_1 = \underbrace{W_F + W_T + W_{mg} + W_N}_{\text{αλγεβρικές τιμές}} \quad (1)$$

Επειδή η κινητική ενέργεια έχει σταθερή τιμή $K_2 = K_1$,

επίσης επειδή $m\vec{g} \perp \Delta\vec{x}$ όπως και $\vec{N} \perp \Delta\vec{x}$ τα έργα των δυνάμεων αυτών έχουν μηδενική τιμή [$W_{mg} = mg \cdot \Delta x \cdot συν90^0 = 0$ και $W_N = N \cdot \Delta x \cdot συν90^0 = 0$].

Έτσι η σχέση (1) γράφεται $0 = \underbrace{W_F + W_T}_{\text{αλγεβρικές τιμές}} \Rightarrow \underbrace{W_T = -W_F}_{\text{αλγεβρικές τιμές}}$.

Άρα σωστή η σχέση β.



Σχόλιο: Οι τιμές των έργων είναι αλγεβρικές με,

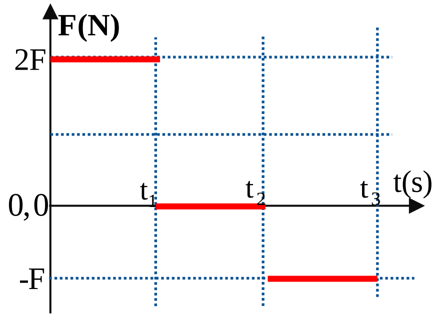
$W_F = F \cdot \Delta x \cdot συνθ > 0$ και

$W_T = T \cdot \Delta x \cdot συν180$ ή $W_T = T \cdot \Delta x \cdot (-1)$ ή $W_T = -T \cdot \Delta x < 0$.

Με βάση ότι $W_F > 0$ και $W_T < 0$ για τις αλγεβρικές τους τιμές έχουμε $\underbrace{W_F}_{>0} > \underbrace{W_T}_{<0}$, οπότε αλγεβρικά είναι σωστή και η α.

Επειδή το θέμα είναι πολλαπλής επιλογής **το ερώτημα (α) έπρεπε να είναι** $W_F > |W_T|$.

4.39(2ο-8046-Β1) Ένας μικρός μεταλλικός κύβος βρίσκεται αρχικά ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στον κύβο ασκείται την χρονική στιγμή t =0s οριζόντια δύναμη της οποίας η τιμή σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Αν $t_2=2t_1$ και $t_3=3t_1$ τότε :

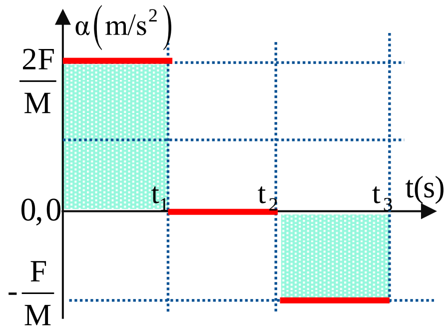
α. στο χρονικό διάστημα 0 s έως t_1 ο κύβος κινείται ευθύγραμμα και ομαλά,

β. τη χρονική στιγμή t_3 η ταχύτητα του κύβου μηδενίζεται,

γ. στο χρονικό διάστημα 0s έως t_1 η κινητική ενέργεια του κύβου αυξάνεται ενώ στο χρονικό διάστημα t_2 έως t_3 η κινητική ενέργεια του κύβου μειώνεται.

Απάντηση

Επειδή το σώμα μάζας Μ κινείται σε λείο δάπεδο η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης ταυτίζεται με την δύναμη του διαγράμματος οπότε η επιτάχυνση που αποκτά το σώμα είναι $\alpha=\frac{\Sigma F}{M}$, η γραφική παράσταση α(t) είναι ομοιόμορφη με την F(t) …και αποδίδεται στο σχήμα.



α. Από 0s έως t_1 η επιτάχυνση έχει σταθερή τιμή $\alpha=\frac{2F}{M}$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα.

Άρα **η πρόταση (α) είναι λανθασμένη**.

β. Το εμβαδόν της α(t) και του άξονα των χρόνων δίνει τη μεταβολή της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας . Έτσι για το χρονικό διάστημα $\left[t=0,\ t_3=3t_1\right]$ η μεταβολή της ταχύτητας ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν.

$$\Delta\upsilon=E=(t_1-0)s\left(\frac{2F}{M}\frac{m}{s^2}\right)+0+(3t_1-2t_1)s\left(-\frac{F}{M}\frac{m}{s^2}\right) \Rightarrow \Delta\upsilon=\left(\frac{F}{M}t_1\right)\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\upsilon_3-\upsilon_0=\left(\frac{F}{M}t_1\right)\frac{m}{s} \xrightarrow{\upsilon_0=0} \upsilon_3=\left(\frac{F}{M}t_1\right)\frac{m}{s}>0$$. Άρα **η πρόταση β είναι λανθασμένη**.

γ. Το σώμα ξεκινάει από την ηρεμία προς τη θετική κατεύθυνση και επειδή $υ_3>0$ παραμένει θετική σε όλο το χρονικό διάστημα $[t_1,t_3]$ οπότε οι επιμέρους μετατοπίσεις $Δx_1$ στο $[0,t_1]$ και $Δx_3$ στο $[t_2,t_3]$ είναι θετικές. Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για τα τμήματα αυτά …

$[0,t_1]$: $ΔK=W_{ολ} \Rightarrow ΔK=2F\cdot Δx_1\cdot συν0^0 \Rightarrow \quad ΔK=+2F\cdot Δx_1>0$ …η κινητική ενέργεια αυξάνεται

$[t_2,t_3]$: $ΔK=W_{ολ} \Rightarrow ΔK=F\cdot Δx_3\cdot συν180^0 \Rightarrow \quad ΔK=-F\cdot Δx_3<0$ η κινητική ενέργεια μειώνεται. Άρα **σωστή πρόταση γ.**

4.40 (2ο-8047-Β1) Δύο σώματα με διαφορετικές μάζες έχουν την ίδια κινητική ενέργεια και κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Αν ασκηθεί σε καθένα σώμα σταθερή δύναμη ίδιου μέτρου και κατεύθυνσης αντίθετης με την ταχύτητα των σωμάτων τότε τα διαστήματα που θα διανύσουν τα σώματα μέχρι να σταματήσουν:

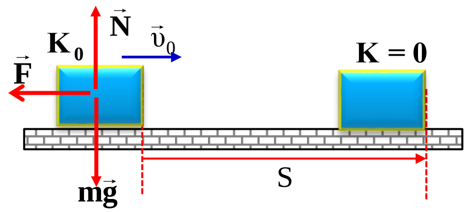
α. θα είναι ίσα,

β. θα είναι άνισα,

γ. δεν έχω όλα τα δεδομένα για να συμπεράνω.

Απάντηση

Τοποθετούμε τις δυνάμεις σε κάθε σώμα και εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για κάθε σώμα από τη στιγμή εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}$ μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας. Για την εφαρμογή αυτή παρατηρούμε ότι μόνο η δύναμη $\vec{F}$ έχει έργο.



1ο σώμα: $ΔK=W_{ολ} \Rightarrow ΔK=W_F \Rightarrow 0-K_{01}=-FS_1 \Rightarrow K_{01}=FS_1 \Rightarrow S_1=\dfrac{K_{01}}{F}$ (1)

2ο σώμα: $ΔK=W_{ολ} \Rightarrow ΔK=W_F \Rightarrow 0-K_{02}=-FS_2 \Rightarrow K_{02}=FS_2 \Rightarrow S_2=\dfrac{K_{02}}{F}$ (2)

Από τις (1) και (2) και δεδομένου ότι $K_{01}=K_{02}$ έχουμε $S_1=S_2$

Άρα σωστή η σχέση α.

4.41 (2ο-12035 -Β1) Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ σε οριζόντιο δάπεδο. Ο οδηγός αντιλαμβανόμενος ένα εμπόδιο φρενάρει απότομα προκαλώντας σταθερή επιβράδυνση στο αυτοκίνητο και τελικά το αυτοκίνητο σταματά αφού διανύσει απόσταση S_1 . Θεωρείστε ότι οι τροχοί του αυτοκινήτου κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος ολισθαίνουν και εμφανίζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης με το δάπεδο μ.

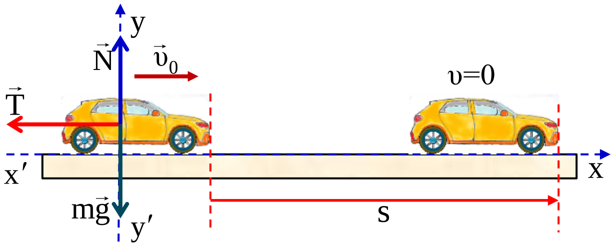
Αν διπλασιάσουμε τον συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και τροχών, τότε το αυτοκίνητο σταματά αφού διανύσει απόσταση S_2. Για την απόσταση S_1 και S_2 θα ισχύει:

α. $S_1 = S_2$ **β.** $S_1 = 2S_2$ **γ.** $S_1 = 4S_2$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση.

Απάντηση

Για το κινητό του σχήματος που φρέναρε στον άξονα κίνησης x′x επιβραδύνεται λόγω της τριβής, ενώ στον άξονα y′y ισορροπεί, οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$ N-mg=0 $\Rightarrow$ N=mg και η δύναμη της τριβής έχει μέτρο T=μN $\Rightarrow$ T=μmg (1).



Από το ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης βρίσκουμε το διανυόμενο διάστημα $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow K_{\tau\epsilon\lambda}-K_{\alpha\rho\chi}=W_T \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-Ts \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-\mu mgs \Rightarrow$

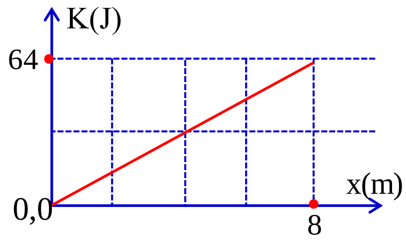
$s=\frac{\upsilon_0^2}{2\mu g}$ …Εφαρμόζοντας τη σχέση αυτή για τις δύο περιπτώσεις φρεναρίσματος έχουμε:

1η περίπτωση με συντελεστή τριβής μ: $s_1=\frac{\upsilon_0^2}{2\mu g}$ (2)

2η περίπτωση με συντελεστή τριβής 2μ: $s_2=\frac{\upsilon_0^2}{2\cdot 2\mu g}$ (3)

Από (2) και (3) παίρνουμε: $s_2=\frac{s_1}{2} \Rightarrow \mathbf{s_1 = 2s_2}$. **Άρα σωστή η πρόταση (β)**

4.42(2ο-13102-Β2) Ένα τηλεκατευθυνόμενο αυτοκίνητο - μοντέλο μάζας m=2Kg με εντολή του χειριστή, αρχίζει να κινείται από την ηρεμία, ευθύγραμμα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για τα πρώτα 8m της κίνησής του. Για την διαδρομή του αυτή δίνεται στο διπλανό διάγραμμα η γραφική παράσταση της κινητικής του ενέργειας σε συνάρτηση με την μετατόπισή του από την αρχική θέση. Με τη βοήθεια του διαγράμματος και θεωρώντας $t_0=0$ τη χρονική στιγμή έναρξης της κίνησης του αυτοκινήτου.

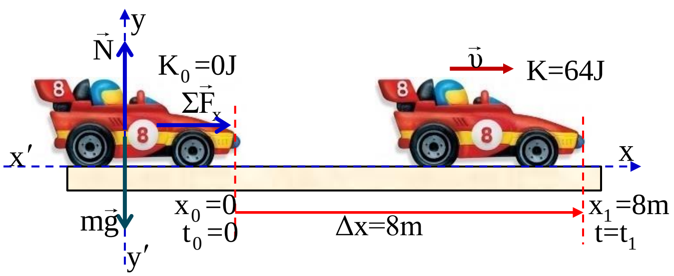


Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία έχει μετατοπιστεί μέχρι τη θέση $x_1=8m$

α. $t_1=8s$ **β.** $t_1=2s$ **γ** $t_1=4s$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

1η λύση:



Κίνηση στον άξονα x′x ομαλά επιταχυνόμενη από την ηρεμία, άρα $\Sigma F=\Sigma F_x=m\alpha=\sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{\eta}$ (1). Για το χρονικό διάστημα $[0\text{-}t_1]$ εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ

$$\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow K-0=\Sigma F_x\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I} 64-0=\Sigma F_x\cdot 8 \Rightarrow \Sigma F_x=8N \ (2)$$

Από (1) και (2) $\alpha=\dfrac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{8N}{2Kg}=4m/s^2$, $\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\dfrac{2\Delta x}{\alpha}} \Rightarrow$

$t_1=\sqrt{\dfrac{2\cdot 8m}{4m/s}} \Rightarrow t_1=2s$ **Άρα σωστή η πρόταση (β)**

2η λύση:

Σχόλιο: Από τη στιγμή που δίνεται το διάγραμμα K(x) **δεν απαιτείται το δεδομένο** ότι κινητό «αρχίζει να κινείται από την ηρεμία, ευθύγραμμα με ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση», καθόσον **αυτό** το δεδομένο **προκύπτει από το διάγραμμα.**

Σε μια ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση από τη ηρεμία με επιτάχυνση α και για μετατόπιση Δx που το κινητό αποκτά ταχύτητα υ, αν εφαρμόσουμε ΘΜΚΕ βρίσκουμε $\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = \Sigma F \cdot \Delta x \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = m\alpha \cdot \Delta x \Rightarrow \upsilon^2 = 2\alpha\Delta x$

$\xrightarrow{\Delta x = x - 0 = x} \upsilon^2 = 2\alpha \cdot x \ (3)$

Από το δεδομένο κινητικής ενέργεια -θέση κινητού, που είναι ευθεία, βρίσκουμε τη συνάρτηση $K(x)$, $K = \frac{\Delta K}{\Delta x}x \Rightarrow K = \frac{64-0}{8-0}x \ (S.I) \Rightarrow K = 8x \, (S.I)$ και από εδώ

$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = 8x \xrightarrow{S.I} \frac{1}{2}2 \cdot \upsilon^2 = 8x \Rightarrow \upsilon^2 = 8x \, (4)$

Από (3) και (4) $2\alpha \cdot x = 8x \Rightarrow \alpha = 4m/s^2 \ldots$

και $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta x}{\alpha}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 8m}{4m/s}} \Rightarrow t_1 = 2s$

4.43(2ο-13273-Β2) Δύο σώματα Α και Β που έχουν μάζες m_A και $m_B = 4m_A$ κινούνται με σταθερές ταχύτητες που έχουν μέτρα υ_A και υ_B με $\upsilon_A = 2\upsilon_B$. Για τις κινητικές ενέργειες K_A και K_B των σωμάτων Α και Β αντίστοιχα ισχύει:

α. $K_A = K_B$ **β.** $K_A > K_B$ **γ.** $K_A < K_B$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

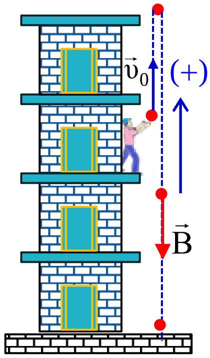
Απάντηση

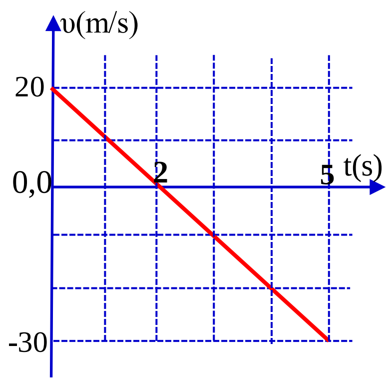
Σώμα Α: $K_A = \frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2$, Σώμα Β: $K_B = \frac{1}{2}m_B\upsilon_B^2$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{\frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2}{\frac{1}{2}m_B\upsilon_B^2} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B}\left(\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{4m_A}\left(\frac{2\upsilon_B}{\upsilon_B}\right)^2 \Rightarrow K_A = K_B$$

Άρα σωστή η πρόταση (α)

4.44(2ο-13348-Β2) Από το μπαλκόνι του δευτέρου ορόφου ενός κτιρίου, με τη βοήθεια κάποιου μηχανισμού, εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω μια μικρή μπαλίτσα. Η μπαλίτσα κινείται ελεύθερα ανεβαίνοντας μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά της και αμέσως μετά επιστρέφει κινούμενη κατακόρυφα προς το έδαφος, όπως στο διπλανό σχήμα. Η





εκτόξευση της μπαλίτσας γίνεται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, η αρχική της ταχύτητα έχει μέτρο $\upsilon_0=20m/s$ και το βάρος της $B=2N$.
Με θετική την προς τα πάνω φορά, η διπλανή γραφική παράσταση αποδίδει τις τιμές ταχύτητας της μπαλίτσας, σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή της εκτόξευσής της, μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος.
Το έργο του βάρους της μπαλίτσας από τη στιγμή της εκτόξευσής της, μέχρι να καταλήξει στο έδαφος είναι:

α. $W_B=50J$ **β.** $W_B=-50J$ **γ.** $W_B=130J$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

1η λύση: άνοδος $\left[0\text{-}2s\right]$, μετατόπιση =αντίστοιχο εμβαδό της υ(t) $\Rightarrow$ $\Delta y_1=\frac{1}{2}2s\cdot 20\frac{m}{s}$ $\Rightarrow$

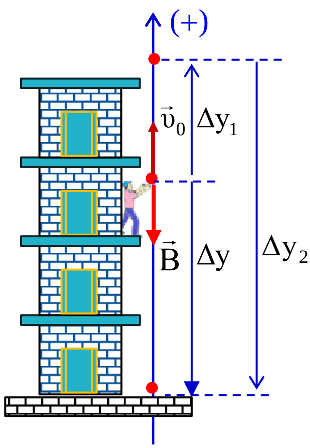
$\Delta y_1=+20m$

Κάθοδος $\left[2s\text{-}5s\right]$, μετατόπιση = αντίστοιχο εμβαδό της υ(t) $\Rightarrow$ $\Delta y_2=\frac{1}{2}(5\text{-}2)s\cdot(0\text{-}(\text{-}30))\frac{m}{s}$ $\Rightarrow$

$\Delta y_2=-45m$

Έργο βάρους στην άνοδο: $W_{B(\alpha\nu)}=-|B||\Delta y_1|$ $\Rightarrow$

$W_{B(\alpha\nu)}=-2N.20m \Rightarrow W_{B(\alpha\nu)}=-40J$



Έργο βάρους στην κάθοδο: $W_{B(\kappa\alpha\theta)}=+|B||\Delta y_2| \Rightarrow W_{B(\kappa\alpha\theta)}=+2N.45m \Rightarrow W_{B(\kappa\alpha\theta)}=+90J$

Έργο βάρους σε όλη τη διαδρομή: $W_{B(o\lambda)}=W_{B(\alpha\nu)}+W_{B(\kappa\alpha\theta)} \Rightarrow W_{B(o\lambda)}=-40J+90J \Rightarrow W_{B(o\lambda)}=+50J$ **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

2η λύση: Έργο βάρους $W_B=\pm Bh$, όπου h η υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης που εδώ είναι $h=|\Delta y_2|-|\Delta y_1| \Rightarrow h=25m$ και επειδή συνολικά κατέρχεται $W_B=+2N\cdot 25m \Rightarrow W_B=+50J$.

Σχόλιο -παρατήρηση: Η επιτάχυνση α στην κίνηση του σώματος υπολογίζεται από την κλίση του διαγράμματος υ(t) και είναι $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\frac{-30-(+20)}{5-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=-10m/s^2$ και είναι σταθερή στην άνοδο και κάθοδο του σώματος (ίδια κλίση της υ(t) σε όλη την διαδρομή). Άρα η ασκούμενη στο σώμα δύναμη $\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha}$ είναι σταθερή σε όλη την διαδρομή.

Στο σώμα ασκείται σίγουρα το βάρος του $\vec{B}$ και ίσως (δεν αναφέρεται στην άσκηση) η δύναμη αντίστασης $\vec{A}$ από τον αέρα που όμως είναι αντίθετη της φοράς κίνησης και

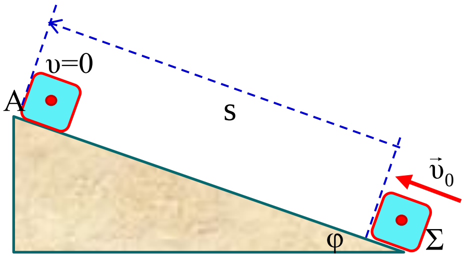
- στην άνοδο η αντίσταση $\vec{A}$ είναι ομόρροπη του βάρους $\vec{B}$ και η συνισταμένη δύναμη $\Sigma\vec{F}_{\alpha\nu}=\vec{A}+\vec{B} \Rightarrow \Sigma F_{\alpha\nu}=-A-B=-(A+B)$ (αλγεβρική τιμή) ή $|\Sigma F|_{\alpha\nu}=A+B$ μέτρο
- στην άνοδο η αντίσταση $\vec{A}$ είναι αντίρροπη του βάρους $\vec{B}$ και η συνισταμένη δύναμη $\Sigma\vec{F}_{\kappa\alpha\theta}=\vec{A}+\vec{B} \Rightarrow \Sigma F_{\kappa\alpha\theta}=A-B=-(B-A)$ (αλγεβρική τιμή) ή $|\Sigma F|_{\kappa\alpha\theta}=B-A$ μέτρο

Παρατηρούμε ότι, αν υπήρχε αντίσταση του αέρα το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στη άνοδο και κάθοδο θα ήταν διαφορετικό, άρα και η επιτάχυνση στην άνοσο και κάθοδο θα είχε διαφορετική αλγεβρική τιμή και επομένως διαφορετική κλίσει στο διάγραμμα υ(t) …κάτι δεν συμβαίνει άρα Α=0 και $\Sigma\vec{F}=\vec{B}$ σε όλη την κίνηση και $\vec{\alpha}=\vec{g} \Rightarrow g=-10m/s^2$ (αλγεβρική τιμή) ή $g=10m/s^2$ (μέτρο).

3η λύση: Με δεδομένο το συμπέρασμα του ανωτέρου σχολίου εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για όλη την διάρκεια της κίνησης $W_{o\lambda}=\Delta K \Rightarrow W_B=\frac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2-\frac{1}{2}m\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 \Rightarrow$

$$W_B=\frac{1}{2}\frac{B}{g}\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2-\frac{1}{2}\frac{B}{g}\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 \xrightarrow{S.I} W_B=\frac{1}{2}\frac{2}{10}30^2-\frac{1}{2}\frac{2}{10}20^2 \Rightarrow W_B=+50J$$

4.45(2ο-13467-Β2) Το σώμα Σ του σχήματος, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0$ από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου, το οποίο δεν είναι λείο. Στην θέση Α και αφού διανύσει διάστημα s επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, η ταχύτητά του μηδενίζεται στιγμιαία και στη συνέχεια επιστρέφει στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε περνώντας από αυτό με ταχύτητα μέτρου υ.



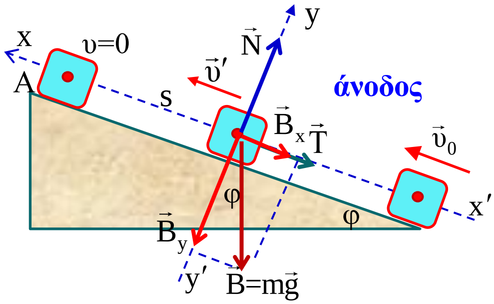
α. $υ_0 > υ$ **β.** $υ_0 < υ$ **γ.** $υ_0 = υ$

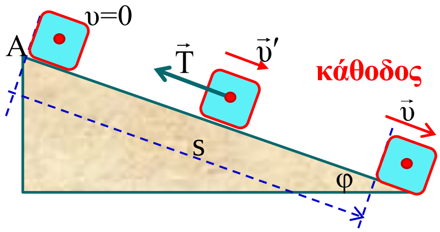
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για όλη την διαδρομή $ΔK = W_{ολ} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = W_B + W_T \; (1)$$





Το έργο του βάρους δίνεται από την σχέση $W_B = \pm Bh$, όπου h η υψομετρική διαφορά αρχικής και τελικής θέσης που εδώ είναι h=0 γιατί η αρχική και τελική θέση ταυτίζονται, οπότε έργο του βάρους $W_B = 0$ (2).

Η τριβή τόσο στην άνοδο, όσο και στην κάθοδο είναι αντίθετη της μετατόπισης και έχει το μέτρο T=μN, με τη δύναμης στήριξης $\vec{N}$ να υπολογίζεται από την ισορροπία στον άξονα y′y,

$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N - mgσυνφ = 0 \Rightarrow N = mgσυνφ$ και η δύναμη της τριβής έχει μέτρο

$T = μN \Rightarrow T = μmgσυνφ \; (3)$.

Το έργο της τριβής σε όλη την διαδρομή είναι $W_T = W_{T,άνοδος} + W_{T,κάθοδος} \Rightarrow$

$W_T = -Ts - Ts \xrightarrow{(3)} W_T = -2μmgσυνφ \cdot s \; (4)$.

Από (1), (2), (4) έχουμε $\frac{1}{2}mυ^2 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = -2μmgσυνφ \cdot s \Rightarrow υ^2 - υ_0^2 = -4μgσυνφ \cdot s$

$υ^2 = υ_0^2 - 4μgσυνφ \cdot s < υ_0^2 \Rightarrow υ < υ_0$ **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

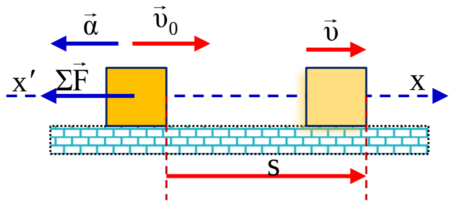
4.46 (2ο-13555-Β2) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση μέτρου α και αρχική ταχύτητα υ_0. Όταν η ταχύτητα του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

α. $s=\dfrac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$ **β.** $s=\dfrac{3\upsilon_0^2}{4\alpha}$ **γ.** $s=\dfrac{2\upsilon_0^2}{3\alpha}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για την ανωτέρω διαδρομή $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow$



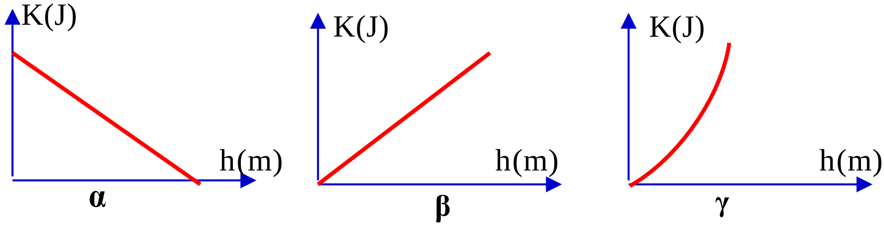
$$\frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_{o\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-\Sigma F\cdot s \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-m\alpha\cdot s \Rightarrow -\frac{3}{8}m\upsilon_0^2=-m\alpha\cdot s \Rightarrow s=\frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}\ldots$$

Άρα σωστή η πρόταση (α)

4.47(2ο-13571-Β2) Ένας συμπαγής ομογενής κύβος αφήνεται να ολισθήσει προς τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι η συνολική διαδρομή που κάνει ο κύβος πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο είναι L (από το σημείο που αφήνεται ως τη βάση του) καθώς και ότι το σημείο εκκίνησης απέχει ύψος h από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Επίσης η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Επιλέξτε ποιο από τα επόμενα τρία διαγράμματα περιγράφει τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του κύβου ως προς το ύψος του από το οριζόντιο δάπεδο.



Απάντηση

Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για την διαδρομή από την αρχή Α που απέχει απόσταση h από το δάπεδο μέχρι μια τυχαία θέση Γ που η απέχει από το δάπεδο ύψος y, $\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow$

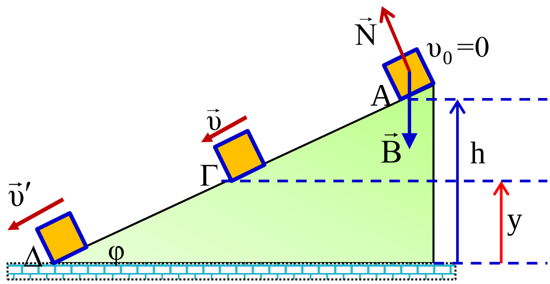
$K_Γ - K_A = W_B \Rightarrow K - 0 = B(h-y)$

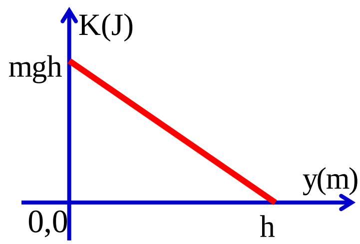
$\Rightarrow K = Bh - By \Rightarrow$

$K = σταθ - σταθ' \cdot y$ με $0 \le y \le h$

Η γραφική παράσταση της K(y) ή $K = Bh - By$ είναι ευθεία όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος χαρακτηριστικά ακραία σημεία $(y=0, K=Bh)$ $(y=h, K=0)$.

Άρα σωστή η πρόταση (α)





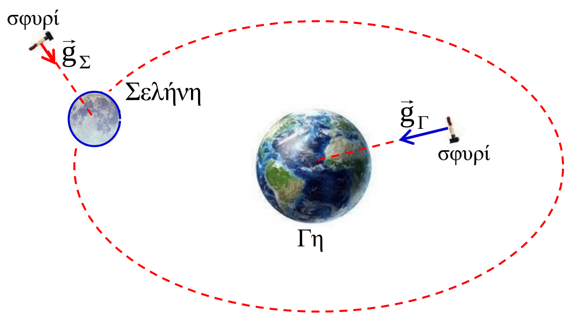
Σχόλιο: Προσοχή το **h είναι δεδομένη απόσταση** και **όχι η μεταβλητή** που περιγράφει η άσκηση ώστε να υπάρχει στα δεδομένα διαγράμματα. Το ζητούμενο της άσκησης …έπρεπε να ήταν: « Επιλέξτε ποιο από τα επόμενα τρία διαγράμματα περιγράφει τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K του κύβου ως προς το ύψος του y από το οριζόντιο δάπεδο» και **στα διαγράμματα στον οριζόντιο άξονα η μεταβλητή να ήταν y και όχι h.**

4.48(2ο-13769-Β1) Ο αστροναύτης Dave Scott στην αποστολή Apollo 15 το 1971 ρίχνει ένα σφυρί και ένα φτερό στην επιφάνεια της Σελήνης, η οποία δεν έχει ατμόσφαιρα, με στόχο να επιβεβαιώσει το νόμο της ελεύθερης πτώσης. Πράγματι, το πείραμα επιβεβαίωσε ότι ο Γαλιλαίος είχε δίκιο…. όλα τα σώματα όταν αφεθούν από κάποιο ύψος να πέσουν ελεύθερα, φτάνουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Έστω ότι κι εσείς αφήνετε να πέσει ελεύθερα ένα πανομοιότυπο σφυρί με αυτό του Scott και από το ίδιο ύψος που το άφησε αυτός στη Σελήνη. Σας δίνεται ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα, ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη $\vec{g}_\Gamma$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Σελήνη $\vec{g}_\Sigma$ συνδέονται με τη σχέση, $g_\Gamma=6g_\Sigma$. Αν K_Γ και K_Σ είναι οι κινητικές ενέργειες του σφυριού ακριβώς πριν ακουμπήσει στην επιφάνεια της Γης και της Σελήνης αντίστοιχα, τότε θα ισχύει:

α. $K_\Gamma=\sqrt{6}K_\Sigma$, **β.** $K_\Gamma = K_\Sigma$, **γ.** $K_\Gamma = 6K_\Sigma$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση



$$\Delta K_{\Gamma H} = W_{B,\Gamma H} \Rightarrow K_\Gamma\text{-}0=mg_\Gamma h \Rightarrow K_\Gamma=mg_\Gamma h \quad (1)$$

$$\Delta K_{\Sigma E\Lambda HNH} = W_{B,\Sigma E\Lambda HNH} \Rightarrow K_\Sigma\text{-}0=mg_\Sigma h \Rightarrow K_\Sigma=mg_\Sigma h \quad (2)$$

Από (1,2) $\dfrac{K_\Gamma}{K_\Sigma}=\dfrac{mg_\Gamma h}{mg_\Sigma h} \Rightarrow \dfrac{K_\Gamma}{K_\Sigma}=\dfrac{g_\Gamma}{g_\Sigma}=6 \Rightarrow K_\Gamma=6K_\Sigma$

Σωστή είναι η πρόταση (γ).

4.49(2ο-13780-Β1) Μία ομάδα μαθητών της Α Λυκείου πειραματίζεται στο Εργαστήριο Φυσικής του σχολείου τους, πραγματοποιώντας μία εργαστηριακή άσκηση. Οι μαθητές διαθέτουν όργανο μέτρησης επιτάχυνσης (επιταχυνσιόμετρο) και θέλουν να υπολογίσουν κινητική ενέργεια μία δεδομένη χρονική στιγμή. Για τις ανάγκες τις άσκησης χρησιμοποιούν τον ίδιο κύβο, που στην αρχή κάθε δοκιμής ηρεμεί στον οριζόντιο πάγκο εργασίας. Χρησιμοποιώντας το επιταχυνσιόμετρο, διαπίστωσαν ότι ο κύβος στην 1η δοκιμή κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$, ενώ στην 2η κινείται επίσης με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2 = 2\vec{\alpha}_1$. Αν K_1 και K_2 είναι οι κινητικές ενέργειες του κύβου στην 1η και 2η δοκιμή αντίστοιχα, για την ίδια ακριβώς χρονική διάρκεια κίνησης, τότε:

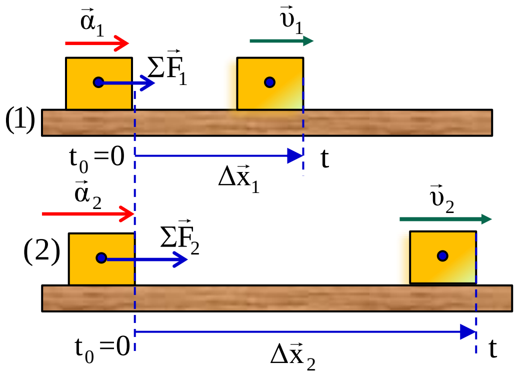
α. $K_2 = K_1$ **β.** $K_2 = 4K_1$ **γ.** $K_2 = 2K_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

1η λύση: $K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}m(\alpha_1 t)^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2}m\alpha_1^2 t^2$

$K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}m(\alpha_2 t)^2$

$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}m\alpha_2^2 t^2$



$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m\alpha_1^2 t^2}{\frac{1}{2}m\alpha_2^2 t^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\alpha_1}{2\alpha_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$K_2 = 4K_1$

Άρα σωστή η πρόταση (β)

2η λύση: $\Delta K_1 = W_{ολ} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 = m\alpha_1 \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 = \frac{1}{2}m\alpha_1^2 t^2$

$\Delta K_2 = W_{ολ} = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 = m\alpha_2 \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 = \frac{1}{2}m\alpha_2^2 t^2$

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m\alpha_1^2 t^2}{\frac{1}{2}m\alpha_2^2 t^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right)^2 \Rightarrow \dots K_2 = 4K_1$$

4.50(2ο-14204-Β1) Σώμα μάζας m, όταν κινείται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ έχει κινητική ενέργεια Κ. Όταν το ίδιο σώμα κινείται με ταχύτητα $2\vec{\upsilon}$, η κινητική του ενέργεια Κ′ θα είναι:

α. Κ′ = Κ **β.** Κ′ = 2Κ γ. Κ′ = 4Κ

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

$$\frac{K'}{K}=\frac{\frac{1}{2}m(2\upsilon)^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2}\Rightarrow\frac{K'}{K}=\frac{4}{1}\Rightarrow K'=4K$$

Άρα σωστή η πρόταση (γ)

4.51(2ο-14833-Β2) Ένα κινητό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση α και αρχική ταχύτητα υ_0. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με δικαιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Όταν το μέτρο της ταχύτητας του κινητού υποδιπλασιαστεί θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με:

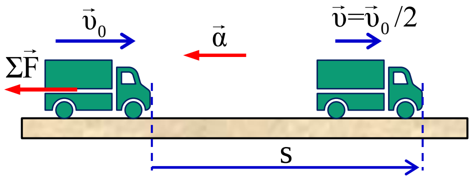
α. $s=\frac{3\upsilon_0^2}{4\alpha}$ **β.** $s=\frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$ **γ.** $s=\frac{2\upsilon_0^2}{3\alpha}$

Απάντηση

1η Λύση: Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ $\Delta K=W_{o\lambda}\Rightarrow\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-|\Sigma F|s\Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\frac{\upsilon_0^2}{4}-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-mas\Rightarrow\frac{3\upsilon_0^2}{8}=\alpha s\Rightarrow$$

$$s=\frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$$



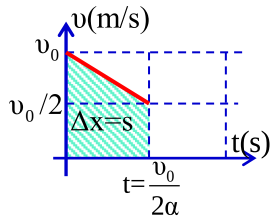
Άρα **σωστή** η πρόταση **(β)**

2η Λύση: $\upsilon=\upsilon_0-\alpha t\Rightarrow\frac{\upsilon_0}{2}=\upsilon_0-\alpha t\Rightarrow t=\frac{\upsilon_0}{2\alpha}$ (1)

$$s=\upsilon_0 t-\frac{1}{2}\alpha t^2\xrightarrow{(1)}s=\upsilon_0\frac{\upsilon_0}{2\alpha}-\frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\upsilon_0}{2\alpha}\right)^2\Rightarrow s=\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}-\frac{\upsilon_0^2}{8\alpha}\Rightarrow s=\frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$$

3η Λύση : Αφού πρώτα βρούμε τον χρόνο, όπως στην σχέση (1)…το διάστημα βρίσκεται πιο εύκολα από το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της υ(t)

$$s=\frac{\upsilon_0+\upsilon_0/2}{2}\cdot\frac{\upsilon_0}{2\alpha}\Rightarrow s=\frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$$



4.52(2ο-14842-Β2) Δυο κιβώτια Α και Β με ίδιες μάζες βρίσκονται δίπλα-δίπλα ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκούνται στα κιβώτια δυο σταθερές δυνάμεις $\vec{F}_A$ και $\vec{F}_B$ ίσων μέτρων. Οι διευθύνσεις των δυνάμεων βρίσκονται σε παράλληλα κατακόρυφα επίπεδα, έτσι ώστε η $\vec{F}_A$ να έχει οριζόντια διεύθυνση και η $\vec{F}_B$ να σχηματίζει γωνία 60^o με την οριζόντια, όπως φαίνεται στη διπλανή εικόνα. Τα δυο κιβώτια αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα στο επίπεδο. Δίδεται ότι η επίδραση το αέρα είναι αμελητέα. Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή:

Αν μετά από ίσες μετατοπίσεις από το σημείο εκκίνησης τους τα κιβώτια έχουν ταχύτητες υ_A και υ_B αντίστοιχα τότε ισχύει:

α. $\upsilon_A=\upsilon_B$ **β.** $\upsilon_A=2\upsilon_B$ **γ.** $\upsilon_A=\upsilon_B\sqrt{2}$

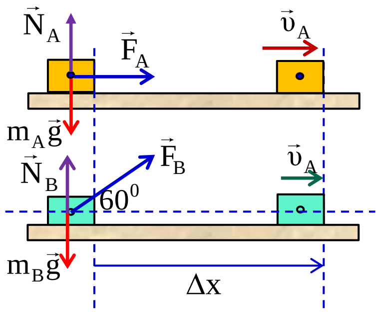
Απάντηση

Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για κάθε σώμα στην ανωτέρω μετατόπιση Δx,

Σώμα Α: $\Delta K_A=W_{F_A}+W_{m_Ag}+W_{N_A}$ και

επειδή $W_{m_Ag}=W_{N_A}=0$ έχουμε

$$\frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2-0=F_A\Delta x\ (1)$$



Σώμα Β: $\Delta K_B=W_{F_B}+W_{m_Bg}+W_{N_B}$ και

επειδή $W_{m_Bg}=W_{N_B}=0$ έχουμε

$$\frac{1}{2}m_B\upsilon_B^2-0=F_B\Delta x\sigma\upsilon\nu 60^0\ (2)$$

……Διαιρώντας τις (1) και (2) κατά μέλη έχουμε

$$\frac{m_A\upsilon_A^2}{m_B\upsilon_B^2}=\frac{F_A\Delta x}{F_B\Delta x\sigma\upsilon\nu 60^0}$$ και επειδή $m_A=m_B$ και $F_A=F_B$ βρίσκουμε $\frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=\frac{1}{0,5}\Rightarrow$

$$\frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}=2\Rightarrow\upsilon_A=\upsilon_B\sqrt{2}$$ Άρα **σωστή** η πρόταση **(γ)**

Δ.3 Δυναμική – Μηχανική Ενέργεια

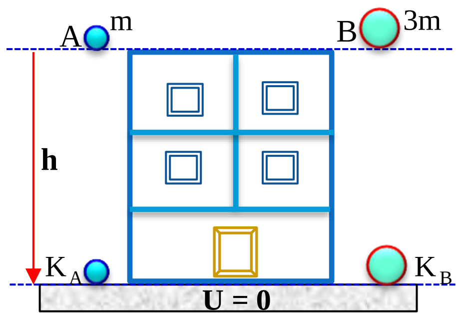
4.53 (2ο-7969-Β1) Από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας αφήνονται να πέσουν μία ξύλινη σφαίρα Α μάζας m και μία σιδερένια σφαίρα Β τριπλάσιας μάζας. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και συνεπώς οι δύο σφαίρες εκτελούν ελεύθερη πτώση.

Αν K_A είναι η κινητική ενέργεια που αντιστοιχεί στη σφαίρα Α και K_B η κινητική ενέργεια που αντιστοιχεί στη σφαίρα Β, ελάχιστα πριν οι σφαίρες ακουμπήσουν στο έδαφος, τότε ισχύει:

α. $K_A = K_B$ **β.** $K_A = 3K_B$ **γ.** $K_B = 3K_A$

Απάντηση

Επειδή για κάθε σφαίρα μοναδική δύναμη είναι το βάρος της - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας, για την εφαρμογή της οποίας θεωρούμε U=0 στην επιφάνεια του εδάφους.



Σφαίρα Α: $E_{μηχ(A)}$=σταθερή $\Rightarrow$

$U_{A,τελ} + K_{A,τελ} = U_{A,αρχ} + K_{A,αρχ} \Rightarrow$

$0 + K_A = m_A gh + 0 \xrightarrow{m_A = m}$

$K_A = mgh \ (1)$

Σφαίρα Β: $E_{μηχ(B)}$=σταθερή $\Rightarrow U_{B,τελ} + K_{B,τελ} = U_{B,αρχ} + K_{B,αρχ} \Rightarrow 0 + K_B = m_B gh + 0$

$\xrightarrow{m_B = 3m} K_B = 3mgh \ (2)$

Από (1) και (2) προκύπτει $K_B = 3K_A$, άρα **σωστή η πρόταση γ.**

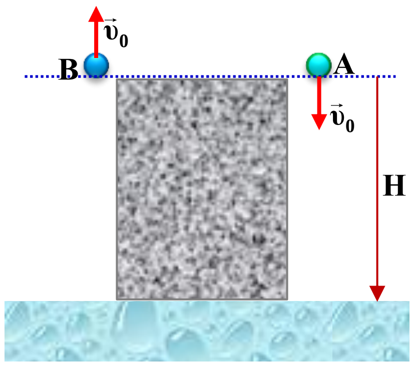
Άλλη λύση: Μπορούμε να βρούμε τις κινητικές ενέργειες των σφαιρών Α και Β με το ΘΜΚΕ,

Σφαίρα Α: $K_A - 0 = W_{B,A} = mgh \ (3)$,

Σφαίρα Β: $K_B - 0 = W_{B,B} = 3mgh \ (4)$

Από (3) και (4) προκύπτει $K_B = 3K_A$.

4.54 (2ο-7981-Β2) Από ένα βράχο ύψους H από την επιφάνεια της θάλασσας εκτοξεύουμε μια πέτρα Α κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου υ_0 και μια πέτρα Β ίσης μάζας με την Α, κατακόρυφα προς τα πάνω, με ταχύτητα ίδιου μέτρου με την πέτρα Α.

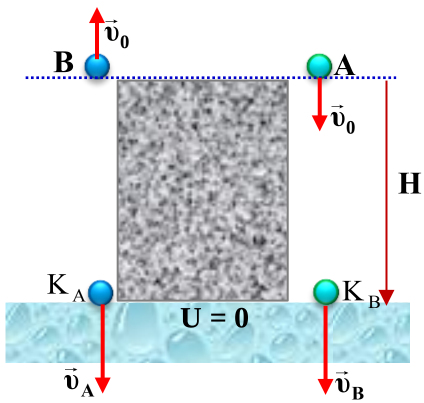


Αν η αντίσταση του αέρα θεωρηθεί αμελητέα, τότε για τις κινητικές ενέργειες K_A και K_B των πετρών ακριβώς πριν εισέλθουν στη θάλασσα ισχύει:

α. $K_A > K_B$ **β.** $K_A < K_B$ **γ.** $K_A = K_B$

Απάντηση

Για κάθε επειδή για κάθε πέτρα μοναδική δύναμη είναι το βάρος της - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας, για την εφαρμογή της οποίας θεωρούμε U=0 στην επιφάνεια της θάλασσας.



Πέτρα Α: $E_{\mu\eta\chi(A)}$=σταθερή $\Rightarrow$

$$U_{A,\tau\varepsilon\lambda}+K_{A,\tau\varepsilon\lambda}=U_{A,\alpha\rho\chi}+K_{A,\alpha\rho\chi} \Rightarrow$$

$$0+K_A=m_A gH+\frac{1}{2}m_A\upsilon_0^2 \xrightarrow{m_A=m}$$

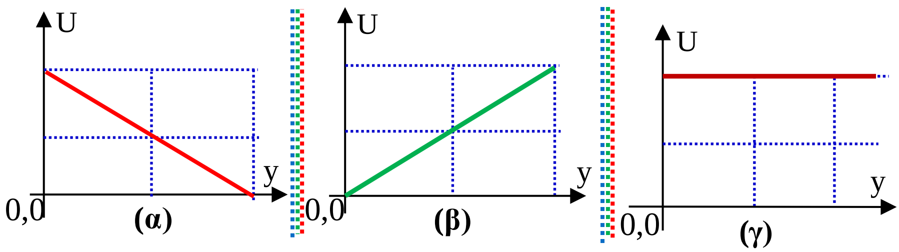
$$K_A=mgH+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \ (1)$$

Πέτρα Β: $E_{\mu\eta\chi(B)}$=σταθερή $\Rightarrow$ $U_{B,\tau\varepsilon\lambda}+K_{B,\tau\varepsilon\lambda}=U_{B,\alpha\rho\chi}+K_{B,\alpha\rho\chi} \Rightarrow$

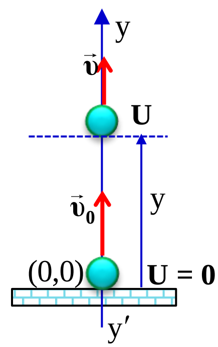
$$0+K_B=m_B gH+\frac{1}{2}m_B\upsilon_0^2 \xrightarrow{m_B=m} K_B=mgH+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \ (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει $K_B=K_A$, **άρα σωστή η πρόταση γ.**

4.55 (2ο-7982-Β1) Μικρή σφαίρα εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω. Η επιτάχυνση της βαρύτητας (g) είναι σταθερή και ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια θεωρείται το έδαφος. Η γραφική παράσταση της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας (U) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το σημείο εκτόξευσης έχει τη μορφή του διαγράμματος:



Απάντηση



Η δυναμική ενέργεια της σφαίρας με βάση ότι U=0 είναι στην επιφάνεια του εδάφους από όπου εκτοξεύεται είναι $U = mgh$, όπου h ύψος πάνω από το οριζόντιο επίπεδο μηδενικής δυναμική ενέργειας. Εδώ το ύψος h ταυτίζεται με την συντεταγμένη (θέση) y της σφαίρας στον άξονα y′y και συνεπώς

$\mathbf{U = mg \cdot y}$

Η σχέση αυτή δηλώνει ότι η δυναμική ενέργεια U της σφαίρας είναι ανάλογη της θέσης (ύψους) y και συνεπώς η γραφική παράσταση U(y) είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή O(0,0) των αξόνων και αποδίδεται από το διάγραμμα β.

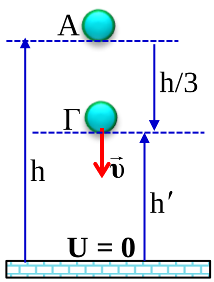
Άρα σωστό στο διάγραμμα β.

4.56 (2ο-7983-Β2) Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα.

Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με h/3, από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια U και η κινητική της ενέργεια K θα είναι αντίστοιχα:

α. U = 40 J, K = 80 J **β.** U = 80 J, K = 40 J **γ.** U = 90 J, K = 30 J

Απάντηση



Επειδή στη σφαίρα μοναδική δύναμη είναι το βάρος της - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας, για την εφαρμογή της οποίας θεωρούμε U=0 στην επιφάνεια του εδάφους.

Η μηχανική ενέργεια στο ύψος h (σημείο A) από το οποίο αφήνεται η σφαίρα είναι $E_{μηχ(A)}=U_A+K_A$

$\Rightarrow E_{μηχ(A)}=120J+0J \Rightarrow E_{μηχ(A)}=120J$.

Τόση είναι η μηχανική ενέργεια και σε κάθε άλλο σημείο της τροχιάς πτώσης της άρα και στο σημείο Β είναι $E_{μηχ(B)}=120J$ (1).

Η δυναμική ενέργεια στο A είναι $U_A=mgh=120J$ (2) …

και στο Β $U_B=mgh' \Rightarrow U_B=mg(h-h/3) \Rightarrow U_B=\frac{2}{3}mgh \xrightarrow{(2)} U_B=\frac{2}{3}U_A \Rightarrow$

$U_B=\frac{2}{3}120J \Rightarrow U_B=80J$

Επίσης $E_{μηχ(B)}=120J \Rightarrow U_B+K_B=120J \Rightarrow 80J+K_B=120J \Rightarrow K_B=40J$.

Άρα $U_B=80J$, $K_B=40J$ και **σωστή είναι η πρόταση β.**

Σχόλιο: Η ίδια ακριβώς ερώτηση είναι στη τράπεζα θεμάτων και με αρίθμηση 7984-Β2, 7989-Β2, 8006-Β2, 8007-Β2

4.57 (2ο-7992-Β1) Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τον παρακάτω πίνακα με τις τιμές της κινητικής, δυναμικής και μηχανικής ενέργειας ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Κινητική Ενέργεια (J)	Δυναμική Ενέργεια (J)	Μηχανική Ενέργεια (J)
0	80	
20		
	40	
80		

Απάντηση

Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος του - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας που η τιμή της βρίσκεται από την πρώτη γραμμή του πίνακα $E_{μηχ}=U+K \Rightarrow E_{μηχ}=80J+0J \Rightarrow E_{μηχ}=80J$.

Τόση είναι η μηχανική ενέργεια και σε κάθε άλλο σημείο της τροχιάς πτώσης … άρα σε όλα τα κελιά της 3ης στήλης η μηχανική ενέργεια είναι $E_{μηχ}=80J$.

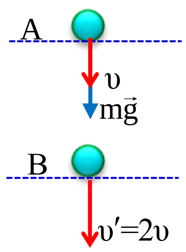
Σε κάθε γραμμή ισχύει $U+K=E_{μηχ} \Rightarrow U+K=80J$ και με βάση αυτή την ισότητα συμπληρώνονται όλα τα κελιά της 1ης και 2ης στήλης .

Κινητική Ενέργεια (J)	Δυναμική Ενέργεια (J)	Μηχανική Ενέργεια (J)
0	80	**80**
20	**60**	**80**
40	40	**80**
80	**0**	**80**

4.58 (2ο-7995-Β2) Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση μόνο του βάρους της. Σε σημείο Α της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου υ και κινητική ενέργεια ίση με Κ. Σε ένα άλλο σημείο Β που βρίσκεται χαμηλότερα από το Α, έχει ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή ίσου με 2υ. Το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη μετατόπιση της από τη θέση Α στην θέση Β είναι ίσο με :

α. 3Κ **β.** 2Κ **γ.** 4Κ

Απάντηση



Κινητική ενέργεια στο Α: $K_A = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = K \ (1)$

Κινητική ενέργεια στο Β: $K_B = \frac{1}{2}m(2\upsilon)^2 \Rightarrow$

$K_B = 4\frac{1}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{(1)} K_B = 4K \ (2)$

Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος του - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας $E_{\mu\eta\chi} = U + K \Rightarrow$

$U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow U_A - U_B = K_B - K_A \xrightarrow{(2)}$

$U_A - U_B = 4K - K \Rightarrow U_A - U_B = 3K \ (3)$

Έργο βάρους $W_{B(A\to B)} = U_A - U_B \xrightarrow{(3)} W_{B(A\to B)} = 3K$

Άρα **σωστή η σχέση α**.

Πιο **γρήγορα και απλά** με το Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α μέχρι το Β.

$\Delta K_{AB} = W_{o\lambda} \Rightarrow K_B - K_A = W_B \xrightarrow{(1,2)}$

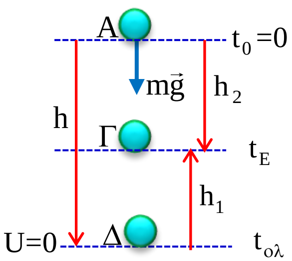
$4K - K = W_B \Rightarrow W_{B(A\to B)} = 3K$

4.59 (2ο-8000-Β2) Μικρό σφαιρίδιο μάζας m αφήνεται τη χρονική στιγμή $t=0s$ από μικρό ύψος h να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Έστω $t_{ολ}$ το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E το χρονικό διάστημα που απαιτείται ώστε η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική του. Ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια θεωρείται το οριζόντιο έδαφος και η επίδραση του αέρα αμελητέα. Ο λόγος $\frac{t_{ολ}}{t_E}$ ισούται με:

α. $\sqrt{2}$ **β.** $\frac{3}{2}$ **γ.** 2

Απάντηση

Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος του - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας και έστω U=K σε ύψος h_1 πάνω από το έδαφος.



$$E_{μηχ(Γ)}=E_{μηχ(Α)} \Rightarrow U_Γ+K_Γ=U_A+K_A$$

$$\xrightarrow{U_Γ=K_Γ} 2U_Γ=mgh \Rightarrow 2mgh_1=mgh \Rightarrow$$

$$h_1=\frac{h}{2} \quad (1)$$

$$\text{Ολικός χρόνος}: h=\frac{1}{2}gt_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}=\sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (2)$$

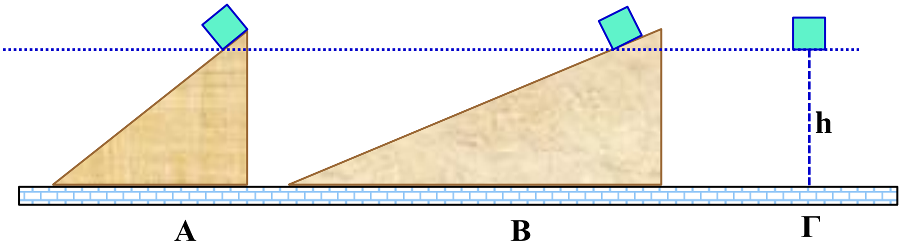
$$\text{Χρόνος } t_E: h_2=\frac{1}{2}gt_E^2 \Rightarrow t_E=\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\frac{2h/g}{2h_2/g}} \Rightarrow$

$$\frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\frac{h}{h_2}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\frac{h}{h-h_1}} \xrightarrow{(1)} \frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\frac{h}{h-h/2}}$$

$$\Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\frac{h}{h/2}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{2}$$ … ***άρα σωστή η σχέση α.***

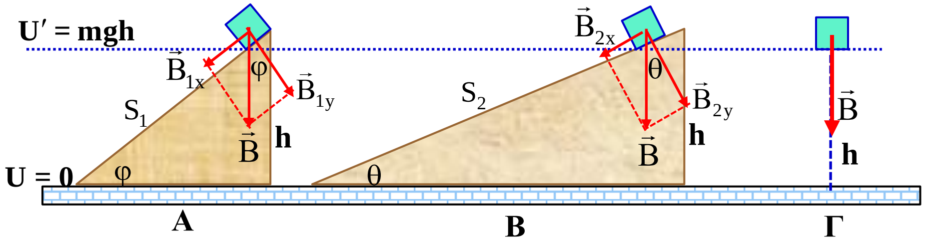
4.60 (2ο-8001-Β2) Δύο κιβώτια ίσης μάζας αφήνονται να ολισθήσουν από την κορυφή δύο λείων κεκλιμένων επιπέδων διαφορετικής κλίσης, αλλά από το ίδιο ύψος h. Ένα τρίτο ίδιο κιβώτιο αφήνεται από ύψος h και εκτελεί ελεύθερη πτώση.



Αν W_A, W_B και $W_Γ$ τα έργα του βάρους στις τρείς περιπτώσεις, τότε:

α. $W_A = W_B = W_Γ$ **β.** $W_A > W_B > W_Γ$ **γ.** $W_A < W_B < W_Γ$

Απάντηση



Αν U=0 η δυναμική ενέργεια στο οριζόντιο δάπεδο, τότε η δυναμική ενέργεια κάθε σώματος στην αρχική του θέση που είναι στο ίδιο ύψος h είναι $U' = mgh$.

Σε κάθε περίπτωση το έργο του βάρους είναι $W_{βάρους} = U_{αρχική} - U_{τελική} \Rightarrow W_β = U' - 0$

$\Rightarrow W_β = mgh$ ίδιο για όλα τα σώματα καθόσον έχουν την ίδια μάζα και αφήνονται από το ίδιο ύψος. **Άρα σωστή σχέση α.**

...και διαφορετικά...

Σώμα Α: Αν αναλύσουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες μια παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και μια κάθετη σε αυτό, έργο έχει μόνο η συνιστώσα $\vec{B}_{1x}$, οπότε

$$W_A = B_{1x} \cdot S_1 \Rightarrow W_A = Bημφ \cdot S_1 \Rightarrow W_A = mg\frac{h}{S_1} \cdot S_1 \Rightarrow W_A = mgh \ (1).$$

Σώμα Β: Αν αναλύσουμε το βάρος σε δύο συνιστώσες μια παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και μια κάθετη σε αυτό, έργο έχει μόνο η συνιστώσα $\vec{B}_{2x}$, οπότε

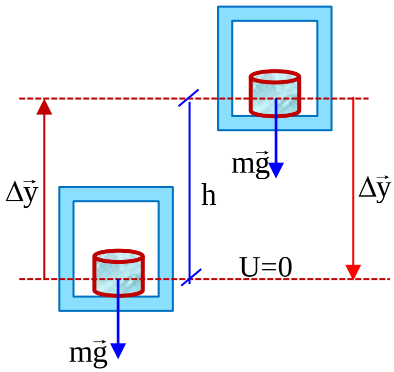
$$W_B = B_{2x} \cdot S_2 \Rightarrow W_B = B\etaμθ \cdot S_2 \Rightarrow W_B = mg\frac{h}{S_2} \cdot S_2 \Rightarrow W_B = mgh \ (2).$$

Σώμα Γ: $W_Γ = B \cdot h \Rightarrow W_Γ = mgh \ (3)$.

Από τις (1, 2, 3) έχουμε … $W_A = W_B = W_Γ$

4.61 (2ο-8011-Β2) Ένας κουβάς με νερό, βάρους 50 N βρίσκεται μέσα σε ανελκυστήρα στο ισόγειο μίας πολυκατοικίας. Κάποια στιγμή ο ανελκυστήρας ανεβαίνει από το ισόγειο στον 1ο όροφο με αποτέλεσμα να μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 3 m και στην συνέχεια επιστρέφει πάλι στο ισόγειο. Το έργο του βάρους του κουβά, για τη συνολική μετατόπιση, είναι ίσο με: **α.**150 J **β.** 300 J **γ.** 0 J

Απάντηση



Άνοδος: Το βάρος $\vec{B} = m\vec{g}$ και η μετατόπιση $\Delta\vec{y}$ για το σημείο εφαρμογής του βάρους του κουβά είναι **αντίρροπα**, οπότε το έργο του βάρους είναι αρνητικό $W_{β,αν} = mg \cdot \Delta y \cdot συν180^0$ ή

$W_{β,αν} = mg \cdot h \cdot (-1)$ ή $W_{β,αν} = -mgh \ (1)$

Κάθοδος: Το βάρος $\vec{B} = m\vec{g}$ και η μετατόπιση $\Delta\vec{y}$ για το σημείο εφαρμογής του βάρους του κουβά είναι **ομόρροπα**, οπότε το έργο του βάρους είναι θετικό $W_{β,καθ} = mg \cdot \Delta y \cdot συν0^0$ ή

$W_{β,καθ} = mg \cdot h \cdot (+1)$ ή $W_{β,καθ} = +mgh \ (2)$ …και για τη συνολική διαδρομή :

$$W_{β,ολ} = W_{β,αν} + W_{β,καθ} \xrightarrow{(1)} W_{β,ολ} = -mgh + mgh \Rightarrow W_{β,ολ} = 0$$

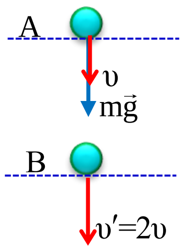
… και διαφορετικά … Το έργο του βάρους υπολογίζεται από την διαφορά των δυναμικών ενεργειών βαρύτητας της αρχικής και τελικής θέσης $W_{β,ολ} = U_{τελική} - U_{αρχική}$ (3). Στη δεδομένη περίπτωση όμως η αρχική και τελική θέση ταυτίζονται, οπότε $U_{τελική} = U_{αρχική} \xrightarrow{(3)} W_{β,ολ} = 0J$.

Άρα σωστή σχέση γ.

1ο Σχόλιο: Όποιες και αν είναι οι **τιμές για το βάρος** και τις επιμέρους **μετατοπίσεις** από την στιγμή που η διαδρομή είναι κλειστή το αποτέλεσμα για **το έργο είναι μηδενικό.**
2ο Σχόλιο: Οι δυνάμεις – όπως το βάρος- που το έργο τους σε κλειστή διαδρομή είναι μηδέν λέγονται **συντηρητικές** δυνάμεις. Αναλυτική θεωρία για τις συντηρητικές δυνάμεις και τη δυναμική ενέργεια δείτε στο **Φυσική Α΄ Λυκείου- Βασίλης Τσούνης σελίδες 381-382 και 427-432**

4.62 (2ο-8015-Β2) Μία μεταλλική σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σε σημείο Α της τροχιάς της έχει ταχύτητα μέτρου υ και κινητική ενέργεια ίση με Κ. Σε ένα άλλο σημείο Β που βρίσκεται χαμηλότερα από το Α το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας είναι ίσο με 2υ. Η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας της σφαίρας από τη θέση Α στην θέση Β είναι ίση με:
α. –3Κ **β.** 2Κ **γ.** –4Κ

Απάντηση



Κινητική ενέργεια στο Α: $K_A=\frac{1}{2}m\upsilon^2=K$ (1)

Κινητική ενέργεια στο Α: $K_B=\frac{1}{2}m(2\upsilon)^2 \Rightarrow$

$K_B=4\frac{1}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{(1)} K_B=4K$ (2)

Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος του - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας $E_{\mu\eta\chi}=U+K \Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \Rightarrow$

$U_B-U_A=K_A-K_B \xrightarrow{(2)} U_B-U_A=K-4K \Rightarrow U_B-U_A=-3K$ (3)

Άρα σωστή η σχέση (α).

...και διαφορετικά ...

Με το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α μέχρι το Β.

$\Delta K_{AB}=W_{o\lambda} \Rightarrow K_B-K_A=W_B \xrightarrow{(1,2)} 4K-K=W_B \Rightarrow W_{B(A\rightarrow B)}=3K$ (4)

Το έργο του βάρους δίνεται και από τη σχέση $W_{B(A\rightarrow B)}=U_A-U_B \xrightarrow{(4)}$

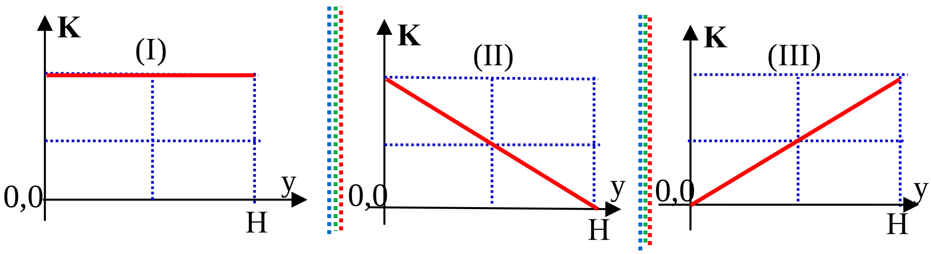
$3K=U_A-U_B \Rightarrow U_B-U_A=-3K$

...και λίγο διαφορετικά ...

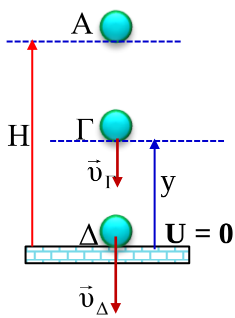
Η μηχανική ενέργεια εδώ παραμένει σταθερή $E_{μηχ}=U+K=$σταθερή που σημαίνει ότι η μεταβολή της είναι μηδενική $ΔE_{μηχ}=Δ(U+K)=0 \Rightarrow ΔU+ΔK=0 \Rightarrow ΔU=-ΔK \Rightarrow$ $ΔU=-(4K-K) \Rightarrow ΔU=-3K$

4.63 (2ο-8018-Β1) Μικρή σφαίρα αφήνεται από αρχικό μικρό ύψος H, πάνω από το έδαφος και εκτελώντας ελεύθερη πτώση πέφτει στο έδαφος.
Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας (K) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος, παριστάνεται σωστά από το διάγραμμα:

α. (I) **β.** (II) **γ.** (III)



Απάντηση



Εδώ επειδή μοναδική δύναμη είναι το βάρος έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας για κάθε σημείο της πτώσης.
Με βάση ότι η δυναμική ενέργεια της σφαίρας έχει τιμή U=0 στην επιφάνεια του εδάφους η μηχανική ενέργεια στο σημείο αφετηρίας A και σε τυχαία θέση Γ είναι,

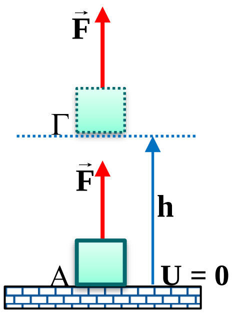
$E_{μηχ(A)}=U_A+K_A \Rightarrow E_{μηχ(A)}=mgH+0 \Rightarrow E_{μηχ(A)}=mgH$ (1)

$E_{μηχ(Γ)}=U_Γ+K_Γ \Rightarrow E_{μηχ(Γ)}=mgy+K$ (2)

$E_{μηχ(Γ)}=E_{μηχ(A)} \xrightarrow{(1,2)} mgy+K=mgH \Rightarrow K=mgH-mgy$ (3)

Η γραφική παράσταση της $K=mgH-mgy$ είναι γραμμική συνάρτηση ως y και στην αρχή για y=H είναι K=0 ενώ στο τέλος για y=0 είναι K=mgH και αποδίδεται από το διάγραμμα II. **Άρα σωστή η πρόταση β.**

4.64 (2ο-8022-Β1) Ένα σώμα μάζας 2kg βρίσκεται στο έδαφος (θέση Α) με μηδενική δυναμική ενέργεια. Κάποια χρονική στιγμή ασκείται στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 30N με αποτέλεσμα μετά από λίγο να βρίσκεται στη θέση Γ σε ύψος h=5m πάνω από το έδαφος. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10m/s^2.



α. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ είναι ίση με 50 J.
β. Η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Γ είναι ίση με 150 J.
γ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη θέση Α μέχρι τη θέση Γ είναι ίση με 50 J.

Απάντηση

α. $U_\Gamma = mgh \xrightarrow{S.I} U_\Gamma = 2\cdot 10\cdot 5\text{ J} \Rightarrow U_\Gamma = 100\text{J}$,

άρα η πρόταση **α είναι λανθασμένη.**

β. $\Delta K_{A\to\Gamma} = W_{ολ} \Rightarrow K_\Gamma - K_A = W_F + W_{βάρους} \Rightarrow K_\Gamma - 0 = Fh - mgh \xrightarrow{S.I}$

$K_\Gamma = 30\cdot 5 - 2\cdot 10\cdot 5 \Rightarrow K_\Gamma = 50\text{J}$. Άρα η πρόταση β είναι λανθασμένη.

γ. Με βάση την ανάλυση στο (β) ερώτημα $\Delta K_{A\to\Gamma} = K_\Gamma - K_A \Rightarrow$

$\Delta K_{A\to\Gamma} = 50\text{J} - 0 = 50\text{J}$. Άρα η **πρόταση γ είναι σωστή.**

Σχόλιο: Το θέμα είναι σωστού -λάθους και θέλουν έλεγχο και δικαιολόγηση όλες οι ερωτήσεις.

4.65 (2ο-8028-Β1) Μια σφαίρα μάζας m βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους κατακόρυφα προς τα πάνω. Η σφαίρα φτάνει στο μέγιστο ύψος h και επιστρέφει στο έδαφος. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα τότε το έργο του βάρους της σφαίρας κατά τη συνολική κίνησή της είναι ίσο με:

α. mgh **β.** 0 **γ.**2mgh

Απάντηση

Το θέμα είναι παρόμοιο και έχει την ίδια επεξεργασία με το με την **3.34 (2^ο-8011-Β2)** με **σωστή την πρόταση β** επαναλαμβάνοντας συνοπτικά τη λύση

$W_{β,ολ} = W_{β,αν} + W_{β,καθ} \xrightarrow{(1)} W_{β,ολ} = -mgh + mgh \Rightarrow W_{β,ολ} = 0$

… **και διαφορετικά** … Το έργο του βάρους υπολογίζεται από την διαφορά των δυναμικών ενεργειών βαρύτητας της αρχικής και τελικής θέσης $W_{\beta,o\lambda} = U_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}} - U_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}$ (1). Στη δεδομένη περίπτωση όμως η αρχική και τελική θέση ταυτίζονται, οπότε $U_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}} = U_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}} \xrightarrow{(1)} W_{\beta,o\lambda} = 0J$.

4.66 (2ο-8031-Β1) Μία μπάλα κινείται υπό την επίδραση μόνο του βάρους της και διέρχεται διαδοχικά από τα σημεία Α, Β, Γ. Στον πίνακα δίνονται κάποιες από τις τιμές της κινητικής, της δυναμικής και της μηχανικής ενέργειας της μπάλας στα σημεία Α, Β, Γ. Αφού μεταφέρετε τον παρακάτω πίνακα στην κόλλα σας να τον συμπληρώσετε και να εξηγήσετε πως υπολογίσατε κάθε τιμή ενέργειας με την οποία συμπληρώσατε τον πίνακα.

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
Α		80	100
Β	40		
Γ		10	

Απάντηση

Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος του - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας που η τιμή της είναι $E_{\mu\eta\chi} = 100J$.

Τόση είναι η μηχανική ενέργεια και σε κάθε άλλο σημείο της τροχιάς πτώσης …άρα σε όλα τα κελιά της $3^{\eta\varsigma}$ στήλης η μηχανική ενέργεια είναι $E_{\mu\eta\chi} = 100J$.

Σε κάθε γραμμή ισχύει $U + K = E_{\mu\eta\chi} \Rightarrow U + K = 100J$ και με βάση αυτή την ισότητα συμπληρώνονται όλα τα κελιά της $1^{\eta\varsigma}$ και $2^{\eta\varsigma}$ στήλης.

Σημείο	Κινητική ενέργεια (J)	Δυναμική ενέργεια (J)	Μηχανική ενέργεια (J)
Α	**20**	80	100
Β	40	**60**	**100**
Γ	**90**	10	**100**

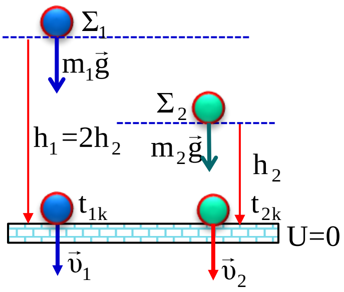
4.67(2ο- 8033-Β2) Δύο όμοιες μεταλλικές σφαίρες $Σ_1$και $Σ_2$, ίδιας μάζας, αφήνονται ταυτόχρονα να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση, από ύψος h_1 η $Σ_1$ και από ύψος h_2 η $Σ_2$, πάνω από την επιφάνεια της Γης. Αν $h_1=2h_2$, τότε:

α. Η σφαίρα $Σ_1$ φθάνει στο έδαφος έχοντας ταχύτητα διπλάσιου μέτρου από την ταχύτητα της σφαίρας $Σ_2$

β. Οι δύο σφαίρες φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος

γ. Η σφαίρα $Σ_1$ φθάνει στο έδαφος έχοντας διπλάσια κινητική ενέργεια από τη σφαίρα$Σ_2$

Απάντηση



α. Θεωρώντας ότι η δυναμική ενέργεια έχει τιμή U=0 στην επιφάνεια του εδάφους εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για κάθε σφαίρα για το σημείο αφετηρίας και το σημείο πτώσης.

1η σφαίρα: $m_1gh_1+0=0+\frac{1}{2}m_1υ_1^2$

$\Rightarrow υ_1=\sqrt{2gh_1}\ (1)$

2η σφαίρα: $m_2gh_2+0=0+\frac{1}{2}m_2υ_2^2 \Rightarrow υ_2=\sqrt{2gh_2}\ (2)$

Από (1) και (2) έχουμε $\frac{υ_1}{υ_2}=\frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_2}} \xrightarrow{h_1=2h_2} \frac{υ_1}{υ_2}=\sqrt{2} \Rightarrow υ_1=υ_2\sqrt{2}\ (3)$.

Άρα η πρόταση α είναι λανθασμένη.

β. Αν t_{1k} και t_{1k} οι χρόνοι καθόδου από τη σχέση (3) έχουμε $υ_1=υ_2\sqrt{2} \Rightarrow$ $gt_{1k}=gt_{2k}\sqrt{2} \Rightarrow t_{1k}=t_{2k}\sqrt{2}$ Άρα και η πρόταση β είναι λανθασμένη.

γ. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για κάθε σφαίρα για το σημείο αφετηρίας και το σημείο πτώσης.

1η σφαίρα: $m_1gh_1+0=0+K_1 \Rightarrow K_1=m_1gh_1\ (4)$

2η σφαίρα: $m_2gh_2+0=0+K_2 \Rightarrow K_2=m_2gh_2\ (5))$

Από (4) και (5) έχουμε $\frac{K_1}{K_2}=\frac{m_1gh_1}{m_2gh_1} \xrightarrow{m_1=m_2\ ,\ h_1=2h_2} K_1=2K_2$.

Άρα η πρόταση γ είναι σωστή.

4.68 (2ο-8034-Β1) Μικρή σφαίρα μάζας m =2Kg αφήνεται από ύψος 180m πάνω από την επιφάνεια του εδάφους να πέσει ελεύθερα. Θεωρείστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι σταθερή και ίση με, ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρούμε το έδαφος. Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τα κενά του παρακάτω πίνακα.

Ύψος από το έδαφος h(m)	Κινητική ενέργεια K(J)	Δυναμική ενέργεια U(J)	Ταχύτητα (m/s)
180	0		0
100			
0		0	

Απάντηση

Με βάση ότι η δυναμική ενέργεια της σφαίρας έχει τιμή U=0 στην επιφάνεια του εδάφους η δυναμική ενέργεια της σφαίρας στην αφετηρία είναι $U = mgh \xrightarrow{S.I}$ $U = 2 \cdot 10 \cdot 180 J \Rightarrow U = 3600 J$

Η μηχανική ενέργεια στο σημείο αφετηρίας Α είναι, $E_{μηχ}=U+K \Rightarrow E_{μηχ}=3600J+0$ $\Rightarrow E_{μηχ}=3600J$

Τόση είναι η μηχανική ενέργεια και σε κάθε άλλο σημείο της τροχιάς πτώσης …σε κάθε θέση ισχύει $U+K=E_{μηχ} \Rightarrow U+K=3600J$ και με βάση αυτή την ισότητα συμπληρώνονται όλα τα κελιά της $2^{ης}$ και $3^{ης}$ γραμμής .

Στη 2η γραμμή $U = mgh \xrightarrow{S.I} U = 2 \cdot 10 \cdot 100 J \Rightarrow U = 2000 J$

και $K=E_{μηχ}-U=1600J$ και στην $3^{η}$ γραμμή $K=E_{μηχ}-U=3600J-0=3600J$

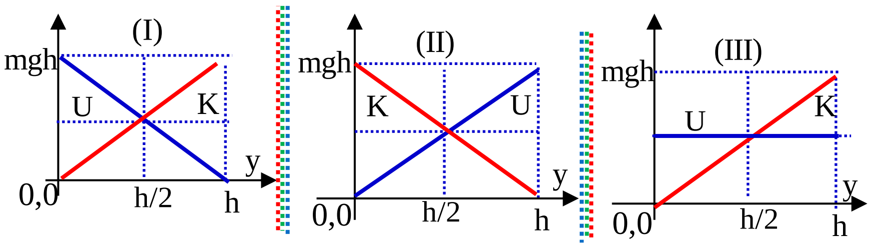
Η ταχύτητα της $2^{ης}$ γραμμής υπολογίζεται από την σχέση $K=\frac{1}{2}mυ^2 \Rightarrow υ=\sqrt{\frac{2K}{m}}$

και είναι $υ=\sqrt{\frac{2.1600J}{2Kg}} \Rightarrow υ=40m/s$, ενώ η ταχύτητα της $3^{ης}$ γραμμής είναι $υ=\sqrt{\frac{2.3600J}{2Kg}} \Rightarrow υ=60m/s$.

Ύψος από το έδαφος h(m)	Κινητική ενέργεια K(J)	Δυναμική ενέργεια U(J)	Ταχύτητα (m/s)
180	0	**3600**	0
100	**1600**	**2000**	**40**
0	**3600**	0	**60**

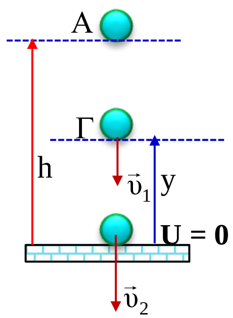
4.69 (2ο-8041-Β1) Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Θεωρείστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας g είναι σταθερή, ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και ότι επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το έδαφος. Οι γραφικές παραστάσεις της κινητικής (K) και της δυναμικής ενέργειας (U) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος παριστάνονται από το σχήμα:

α. I **β.** II **γ.** III



Απάντηση

Με βάση ότι η δυναμική ενέργεια της σφαίρας έχει τιμή U=0 στην επιφάνεια του εδάφους τότε η δυναμική ενέργεια σε τυχαία θέση σε ύψος y είναι U=mgy που είναι ανάλογος του ύψους y και η γραφική της παράσταση είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή (0,0).



Εδώ επειδή μοναδική δύναμη είναι το βάρος, έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας για κάθε σημείο της πτώσης. Η μηχανική ενέργεια στο σημείο αφετηρίας Α και σε τυχαία θέση Γ είναι,

$$E_{μηχ(A)}=U_A+K_A \Rightarrow E_{μηχ(A)}=mgh+0 \Rightarrow E_{μηχ(A)}=mgh \quad (1)$$

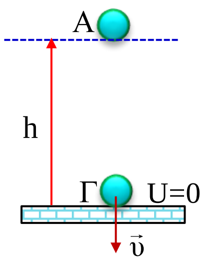
$$E_{μηχ(Γ)}=U_Γ+K_Γ \Rightarrow E_{μηχ(Γ)}=mgy+K \quad (2)$$

$$E_{μηχ(Γ)}=E_{μηχ(A)} \xrightarrow{(1,2)} mgy+K=mgh \Rightarrow K=mgh-mgy \quad (3)$$

Η γραφική παράσταση της $K=mgH-mgy$ είναι γραμμική συνάρτηση ως y και στην αρχή για y=h είναι K=0 ενώ στο τέλος για y=0 είναι K=mgh και αποδίδεται από αποδίδεται από το διάγραμμα II. **Άρα σωστό στο διάγραμμα β.**

4.70 (2ο-8054-Β2) Σώμα μάζας 1Kg πέφτει από ύψος h=5m πάνω από το έδαφος. Το σώμα φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου 5m/sec. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$. Ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για την πτώση αυτή;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Απάντηση



Έστω ότι U=0 στην επιφάνεια του εδάφους οπότε,

$$E_{μηχ(A)}=U_A+K_A \Rightarrow E_{μηχ(A)}=mgh+0 \xrightarrow{S.I}$$

$$E_{μηχ(A)}=1\cdot 10\cdot 5\ J \Rightarrow E_{μηχ(A)}=50\ J$$

$$E_{μηχ(Γ)}=U_Γ+K_Γ \Rightarrow E_{μηχ(Γ)}=0+\frac{1}{2}mυ^2 \xrightarrow{S.I}$$

$$E_{μηχ(Γ)}=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 5^2\ J \Rightarrow E_{μηχ(Γ)}=12{,}5\ J$$

Προφανώς $E_{μηχ(Γ)} \neq E_{μηχ(A)}$ … εδώ υπάρχει μεταβολή μηχανικής ενέργειας $ΔE=E_{μηχ(Γ)}-E_{μηχ(A)} \Rightarrow ΔE=-37{,}5J$ υπάρχει δηλαδή απώλεια μηχανικής ενέργειας $E_{απ}=|ΔE|=37{,}5J$ … αυτό δηλώνει ότι εκτός από το βάρος υπάρχει δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση με έργο $W=-37{,}5J$

Μια παρόμοια αντιμετώπιση χωρίς την υπόθεση που έχουμε U=0.

Μεταβολή δυναμικής βαρυτικής ενέργειας : $U_Γ-U_A=-(U_A-U_Γ) \Rightarrow$

$$U_Γ-U_A=-W_{βάρους}=-mgh \xrightarrow{S.I} U_Γ-U_A=-50J \ \ (1)$$

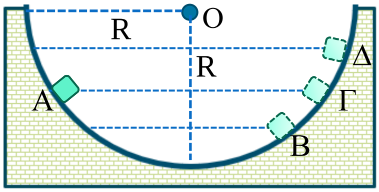
Μεταβολή κινητικής ενέργειας $K_Γ-K_A=\frac{1}{2}mυ^2-0 \xrightarrow{S.I} K_Γ-K_A=12{,}5J \ \ (2)$

Μεταβολή μηχανικής ενέργειας: $ΔE_{μηχ}=ΔU+ΔK \xrightarrow{(1,2)} ΔE_{μηχ}=-50J+12{,}5J \Rightarrow$

$ΔE_{μηχ}=-37{,}5J$ … απώλεια μηχανικής ενέργειας $E_{απ}=|ΔE|=37{,}5J$.

Σχόλιο: Για την μεταβολή της μηχανικής ενέργειας δείτε στο **Φυσική Α΄ Λυκείου- Βασίλης Τσούνης σελίδες 433-434**

4.71(2ο-11929-Β1) Ο ημικυκλικός οδηγός της εικόνας είναι λείος και ακλόνητος. Αν σώμα (αμελητέων διαστάσεων) αφεθεί ελεύθερο από σημείο Α του οδηγού και κινείται παραμένοντας διαρκώς σε επαφή με τον οδηγό, τότε η ταχύτητα του σώματος θα μηδενιστεί για πρώτη φορά, όταν αυτό βρίσκεται στο σημείο:

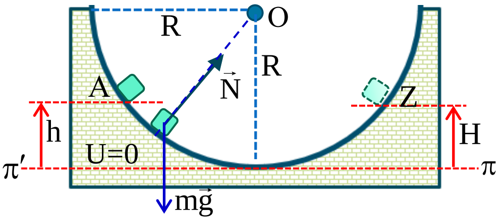


α. Α **β.** Β **γ.** Γ **δ.** Δ

Να επιλέξετε δικαιολόγηση τη σωστή απάντηση.

Απάντηση

Έστω ότι το σώμα που αφήνεται από το Α, απέχει ύψος h από το οριζόντιο επίπεδο π′π που διέρχεται από το κατώτερο σημείο του ημικυκλικού αγωγού και φθάνει μέχρι το σημείο Ζ (με μηδενική ταχύτητα) που απέχει από το π′π ύψος Η.



Επειδή από τις ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις $\vec{N}$ (δύναμη στήριξης) και $\vec{B}$, μόνο το βάρος (συντηρητική δύναμη) έχει έργο, έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας για το κινούμενο σώμα.

Θεωρώντας μηδενική δυναμική βαρυτική ενέργειας U=0 στο οριζόντιο επίπεδο π′π έχουμε $E_{μηχ(A)} = E_{μηχ(Z)} \Rightarrow U_A + K_A = U_Z + K_Z \Rightarrow h = H$, δηλαδή τα σημεία Α και Ζ απέχουν το ίδιο ύψος από το π′π, άρα ανήκουν στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο.

Με απλή σύγκριση με το αρχικό σχήμα της άσκησης φαίνεται ότι το Ζ ταυτίζεται με το σημείο Γ.

Άρα σωστή η πρόταση (γ)

4.72(2ο-12855-Β1) Ένα σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. Για το πηλίκο της μεταβολής της κινητικής ενέργειας ΔΚ προς την μεταβολή της γήινης βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ΔU του σώματος ισχύει:

α. $\frac{\Delta K}{\Delta U}=1$ **β.** $\frac{\Delta K}{\Delta U}=-1$ **γ.** $\frac{\Delta K}{\Delta U}\neq 1$

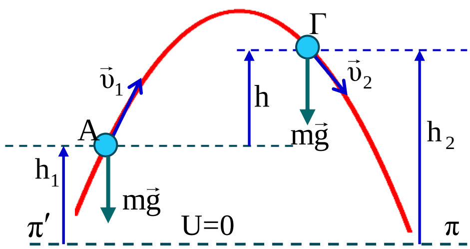
Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

1η λύση: Στο σώμα η μόνη ασκούμενη δύναμη είναι το βάρος της $\vec{B}$, οπότε:

- μεταβολή της κινητικής ενέργειας $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \Delta K=W_B$ (1)
- μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας $\Delta U=-W_B$ (2)

Από τις (1) και (2) έχουμε $\frac{\Delta K}{\Delta U}=\frac{W_B}{-W_B}=-1$ **Άρα σωστή η πρόταση (β)**

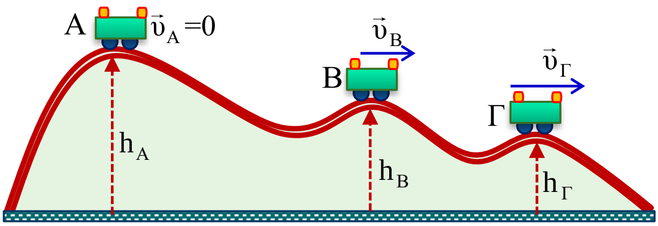
2η λύση: Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά μια πλάγιας βολής ενός σώματος στο οποίο ασκείται μόνο το βάρος του. Παίρνουμε δύο θέσεις της τροχιάς Α και Γ που απέχουν από το επίπεδο π′π μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας ύψη h_1 και h_2 . Για τις δύο αυτές θέσεις του κινητού,



- η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι, $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \Delta K=W_{B(A\to\Gamma)} \Rightarrow$
  $\Delta K=-mgh=-mg(h_2-h_1)$ (3)
- η μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας είναι, $\Delta U=U_\Gamma-U_A \Rightarrow$
  $\Delta U=mgh_2-mgh_1 \Rightarrow \Delta U=mg\left(h_2-h_1\right)$ (4)

Από τις (1) και (2) έχουμε $\frac{\Delta K}{\Delta U}=\frac{-mg(h_2-h_1)}{mg(h_2-h_1)}=-1$

4.73(2ο-13103-Β2) Ένα βαγονάκι που μεταφέρει παιδιά, κινείται στην σιδηροτροχιά ενός λούνα παρκ, η οποία έχει το σχήμα που φαίνεται στην εικόνα. Κάποια στιγμή βρίσκεται στο ψηλότερο σημείο Α χωρίς ταχύτητα και εξαιτίας μιας πολύ μικρής κλίσης που έχει η τροχιά στο σημείο αυτό, αρχίζει να κινείται. Έτσι κάποια στιγμή περνάει από την κορυφή Β με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_B$ και μια επόμενη στιγμή από την κορυφή Γ με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_\Gamma$.



Οι κορυφές Α, Β και Γ βρίσκονται σε ύψη h_A , h_B και h_Γ αντίστοιχα, από το οριζόντιο δάπεδο του λούνα παρκ, για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις $h_B=\frac{3}{4}h_A$ και $h_\Gamma=\frac{1}{4}h_A$. Θεωρείστε, ότι μπορούμε να αγνοήσουμε τις τριβές και την αντίσταση του αέρα και ότι το βαγονάκι ολισθαίνει στις σιδηροτροχιές. Τα μέτρα των ταχυτήτων του βαγονιού στις κορυφές Β και Γ συνδέονται με τη σχέση

α. $\upsilon_\Gamma=\upsilon_B$ **β.** $\upsilon_\Gamma=3\upsilon_B$ **γ.** $\upsilon_\Gamma=\upsilon_B\sqrt{3}$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

Στην ανωτέρω κίνηση διατηρείται η μηχανική ενέργεια του συστήματος και θεωρώντας U=0 στο οριζόντιο επίπεδο του λούνα παρκ έχουμε,

$$E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(B)} \Rightarrow U_A+K_A=U_B+K_B \Rightarrow mgh_A+0=mgh_B+\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 \Rightarrow$$

$$mgh_A-mg\frac{3h_A}{4}=\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 \Rightarrow mg\frac{h_A}{4}=\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 \Rightarrow \upsilon_B=\sqrt{\frac{gh_A}{2}} \quad (1)$$

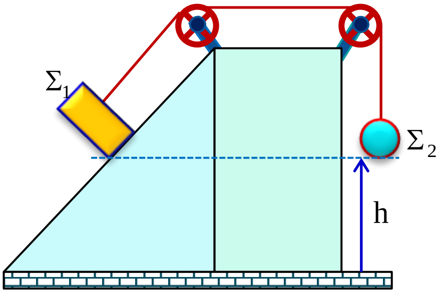
$$E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \Rightarrow U_A+K_A=U_\Gamma+K_\Gamma \Rightarrow mgh_A+0=mgh_\Gamma+\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow$$

$$mgh_A-mg\frac{h_A}{4}=\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow mg\frac{3h_A}{4}=\frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma=\sqrt{\frac{3gh_A}{2}} \quad (2)$$

Από (1) και (2) παίρνουμε $\frac{\upsilon_\Gamma}{\upsilon_B}=\sqrt{\frac{3gh_A/2}{gh_A/2}}=\sqrt{3} \Rightarrow \upsilon_\Gamma=\upsilon_B\sqrt{3}$

Άρα σωστή η πρόταση (γ)

4.74(2ο-13105-Β1) Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, μικρών σχετικά διαστάσεων, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα, στο ίδιο ύψος από οριζόντιο δάπεδο, με τη διάταξη του σχήματος. Το σώμα $Σ_1$ στηρίζεται σε κεκλιμένο λείο δάπεδο, ενώ το $Σ_2$ κρέμεται ελεύθερο στο άκρο του κατακόρυφου νήματος. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση $m_1=4m_2$



Κάποια στιγμή, κόψαμε το νήμα, οπότε τα δύο σώματα, άρχισαν να κινούνται, εξαιτίας των βαρών τους. Το $Σ_1$ κινείται πάνω στο λείο κεκλιμένο δάπεδο και το $Σ_2$ εκτελεί ελεύθερη πτώση. Οι αντιστάσεις του αέρα αγνοούνται.

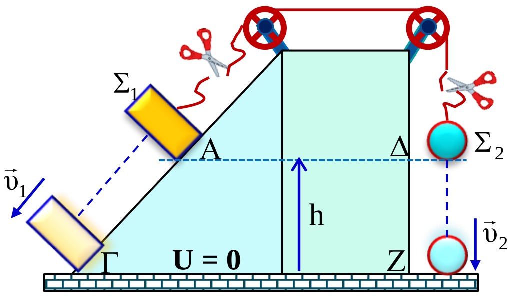
Τα δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$, φτάνουν στο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητες $\vec{υ}_1$ και $\vec{υ}_2$ αντίστοιχα, για τα μέτρα των οποίων ισχύει η σχέση:

α. $υ_1=υ_2$ **β.** $υ_1=2υ_2$ **γ.** $υ_2=2υ_1$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση

Επειδή μετά το κόψιμο του νήματος, από τις ασκούμενες τα σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ δυνάμεις, μόνο το βάρος τους έχει έργο η μηχανική ενέργεια του κάθε σώματος παραμένει σταθερή. Αν ορίσουμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας στο οριζόντιο δάπεδο έχουμε,

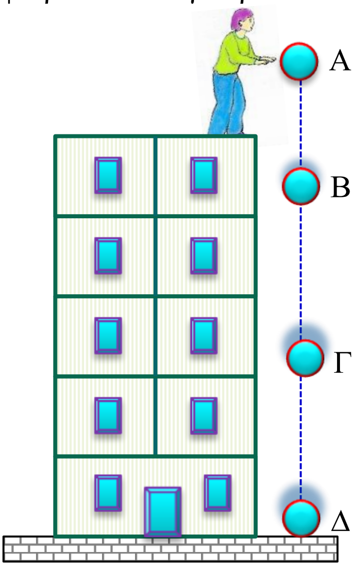


Σώμα $Σ_1$, $E_{μηχ(A)}=E_{μηχ(Γ)} \Rightarrow U_A+K_A=U_Γ+K_Γ \Rightarrow mgh+0=+\frac{1}{2}mυ_1^2 \Rightarrow υ_1=\sqrt{2gh}$ (1)

Σώμα $Σ_2$, $E_{μηχ(Δ)}=E_{μηχ(Z)} \Rightarrow U_Δ+K_Δ=U_Z+K_Z \Rightarrow mgh+0=+\frac{1}{2}mυ_2^2 \Rightarrow υ_2=\sqrt{2gh}$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε, $υ_1=υ_2$ **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

4.75(2ο-13106-Β2) Από την ταράτσα ενός ψηλού κτιρίου αφήσαμε να πέφτει ελεύθερα ένα μικρό μεταλλικό σφαιρίδιο. Κατά την πτώση του οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να θεωρηθούν ασήμαντες. Το σημείο Α αντιστοιχεί στην θέση από όπου αφέθηκε το σφαιρίδιο και λίγο πριν κτυπήσει στο έδαφος φτάνει στη θέση Δ. Στην κατακόρυφη κίνησή του πέρασε ενδιάμεσα από τις θέσεις Β και Γ, όπως στο σχήμα.



Στον πίνακα που ακολουθεί, κάθε οριζόντια τριάδα δίνει την δυναμική βαρυτική ενέργεια U, την κινητική ενέργεια K και την μηχανική ενέργεια $E_{μηχ}$ του σφαιριδίου σε κάθε μια από τις θέσεις αυτές.

Θέση	U (J)	K (J)	$E_{μηχ}$ (J)
Α			
Β	80	20	
Γ		40	
Δ	0		

Να συμπληρώσετε με δικαιολόγηση τα κενά αυτού του πίνακα.

Απάντηση

Από πίνακα τιμών της άσκησης έχουμε ως δεδομένο ότι U=0 στο οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το Δ και από την 2η γραμμή βρίσκουμε ότι $E_{μηχ(B)}=U_B+K_B \Rightarrow$

$E_{μηχ(B)}=80J+20J \Rightarrow E_{μηχ(B)}=100J$ …τόση είναι και η μηχανική ενέργεια σε κάθε άλλη θέση της τροχιάς του σφαιριδίου.

Θέση Α: $υ=0 \Rightarrow K_A=0$ και $E_{μηχ(A)}=U_A+K_A \Rightarrow 100J=U_A+0 \Rightarrow U_A=100J$

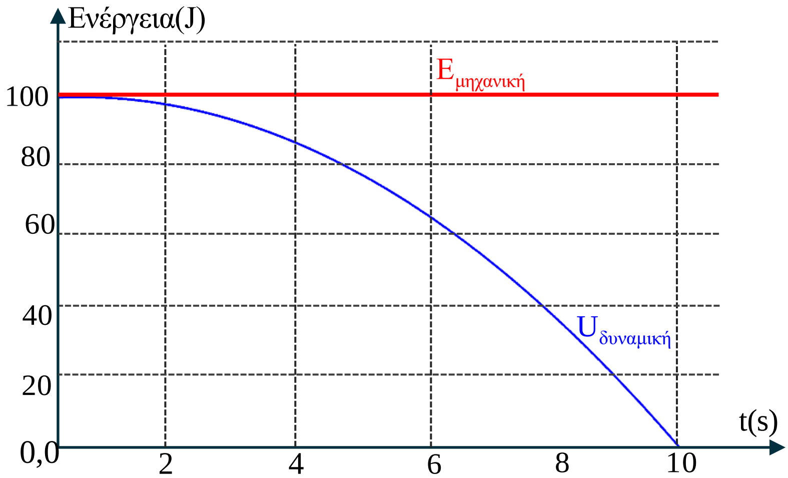
Θέση Γ: $K_Γ=80J$ και $E_{μηχ(Γ)}=U_Γ+K_Γ \Rightarrow 100J=U_Γ+40J \Rightarrow U_Γ=60J$

Θέση Δ: $U_Δ=0$ και $E_{μηχ(Δ)}=U_Δ+K_Δ \Rightarrow 100J=0+K_Δ \Rightarrow K_Δ=100J$

… και ο πίνακας συμπληρωμένος …

Θέση	U (J)	K (J)	$E_{μηχ}$ (J)
Α	100	0	100
Β	80	20	100
Γ	60	40	100
Δ	0	100	100

4.76(2ο-13270-Β1) Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος h πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10m/s^2$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο διάγραμμα:



Το ύψος h είναι: **α.** h=100m **β.** h=500m **γ.** h=1000 m

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι $E_{μηχ}=100J$ και επειδή μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της πτώσης του που είναι ελεύθερη πτώση.

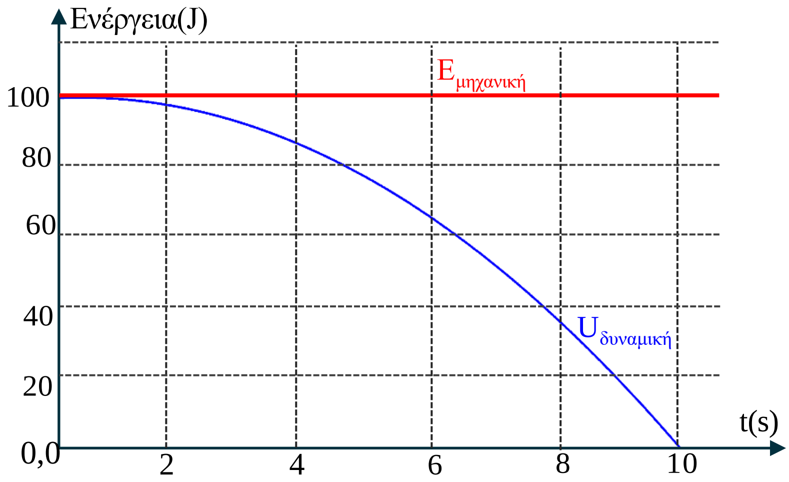
Την $t_0=0$ U=100J και K=Εμηχ-U ή K=100J-100J=0 που δηλώνει ότι το σώμα αφέθηκε ελεύθερο την $t_0=0$.

Την t=10s U=0 που είναι σε ένα σημείο που ανήκει σε οριζόντιο επίπεδο που είναι χαμηλότερα από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερο κατά $h=\frac{1}{2}g\left(t-t_0\right)^2 \xrightarrow{S.I}$

$$h=\frac{1}{2}10(10-0)^2 m \Rightarrow h=500m$$ **Άρα σωστή η πρόταση (β)**

Σχόλιο: Το h=500m είναι το ύψος του σημείου που αφέθηκε το σώμα πάνω από το οριζόντιο επίπεδο που U=0 και όχι κατ΄ ανάγκη πάνω από το έδαφος καθόσον δεν προσδιορίζεται από την άσκηση η θέση του U=0… μπορεί διασταλτικά να ερμηνευθεί ότι είναι το έδαφος όπου U=0, διότι δεν υπάρχει συνέχεια στην καμπύλη U(t) μετά τη t=10s.

4.77(2ο-13271-Β1) Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο από ύψος h πάνω από το έδαφος, σε m τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10m/s^2$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η μηχανική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στο ακόλουθο διάγραμμα:



Η μάζα m του σημειακού αντικειμένου είναι:

α. m=0,2 Kg **β.** m=2 Kg **γ.** m=0,02 Kg

Επιλέξτε με αιτιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Από το διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι $E_{μηχ}=100J$ και επειδή μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της πτώσης του που είναι ελεύθερη πτώση.

Την $t_0=0$ U=100J και K=Εμηχ-U ή K=100J-100J=0 που δηλώνει ότι το σώμα αφέθηκε ελεύθερο την $t_0=0$. Την t=10s U=0 που είναι σε ένα σημείο που ανήκει σε οριζόντιο επίπεδο που είναι χαμηλότερα από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερο κατά

$$h=\frac{1}{2}g\left(t-t_0\right)^2 \xrightarrow{S.I} h=\frac{1}{2}10\left(10-0\right)^2 m \Rightarrow h=500m$$

Για την $t_0=0$, U=100J ή $U=mgh \Rightarrow m=\frac{U}{gh} \Rightarrow m=\frac{100J}{10m/s^2 \cdot 500m} \Rightarrow m=0,02Kg$

Άρα σωστή η πρόταση (γ)

4.78(2ο-13272-Β1) Ένα σημειακό αντικείμενο, μάζας m, αφήνεται ελεύθερο, τη χρονική στιγμή t_0=0, από ύψος h πάνω από το έδαφος, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10m/s^2$. Αν οι δυνάμεις που δέχεται το σημειακό αντικείμενο από τον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοηθούν, τότε η ~~μηχανική~~ κινητική και η δυναμική ενέργεια του σημειακού αντικειμένου μεταβάλλονται με το χρόνο, όπως στον διπλανό πίνακα.

t(s)	U(J)	K(J)
0	100	
4	84	
6		36
10		100

Να συμπληρώσετε με αιτιολόγηση τα κενά κελιά του πίνακα.

Σχόλιο- διόρθωση εκφώνησης: Στην εκφώνηση αναφέρεται ότι στον πίνακα φαίνεται « η **μηχανική** και η δυναμική ενέργεια …», ενώ φαίνονται « η **κινητική** και η δυναμική ενέργεια …» … και με βάση αυτή την πραγματικότητα έγινε η συμπλήρωση του πίνακα.

Α π ά ν τ η σ η

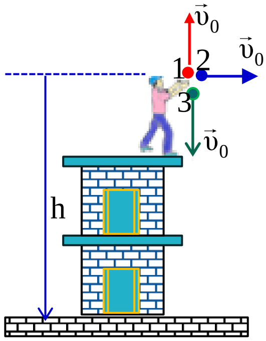
Συμπληρώνουμε τον πίνακα με δύο νέες στήλες τη 1η με τα σημεία τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές και την 4η με την μηχανική ενέργεια του σώματος.

Την t_0=0 αφήνεται από το σημείο Α με μηδενική ταχύτητα και συνεπώς δεν έχει κινητική ενέργεια $K_A=0$, οπότε $E_{μηχ(A)}=U_A+K_A=100J$ και επειδή μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της πτώσης του που είναι ελεύθερη πτώση.

Σε όλες τις άλλες θέσεις η συμπλήρωση των κενών γίνεται από τη σχέση διατήρησης της μηχανικής ενέργειας $U+K=E_{μηχ}=100J$

	t(s)	U(J)	K(J)	Εμηχ(J)
Α	0	100	0	100
Β	4	84	16	100
Γ	6	64	36	100
Δ	10	0	100	100

4.79(2ο-13466-Β1) Ένας μαθητής εκτοξεύει από την ταράτσα κτιρίου, που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, τρεις μπάλες με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες $υ_0$. Εκτοξεύει την πρώτη μπάλα κατακόρυφα προς τα πάνω, την δεύτερη οριζόντια και την τρίτη κατακόρυφα προς τα κάτω. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Αν $υ_1$, $υ_2$, $υ_3$ αντίστοιχα τα μέτρα των ταχυτήτων με τις οποίες οι μπάλες φθάνουν στο έδαφος, τότε:



α. $υ_1<υ_2<υ_3$ **β.** $υ_1=υ_2<υ_3$ **γ.** $υ_1=υ_2=υ_3$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα αμέσως μετά την βολή είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της κίνησης του σώματος μέχρι να πέσει στο έδαφος.

Αν ορίσουμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας στο οριζόντιο δάπεδο έχουμε, τότε για μία από τις βολές ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας .

1η μπάλα -1η βολή: $E_{μηχ(\underbrace{τελική}_{έδαφος})}=E_{μηχ(\underbrace{αρχική}_{σημείο\ βολής})} \Rightarrow U_{αρχική}+K_{αρχική}=U_{τελική}+K_{τελική}$

$\Rightarrow m_1gh+\frac{1}{2}m_1υ_1^2=0+\frac{1}{2}m_1υ_0^2 \Rightarrow υ_1=\sqrt{υ_0^2+2gh}$ (1) …ταχύτητα με την οποία η 1η μπάλα φθάνει στο έδαφος.

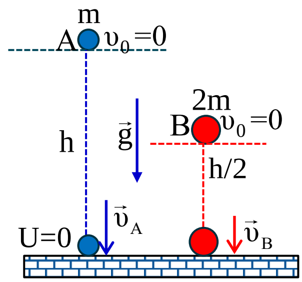
Αν γράψουμε αναλόγως την διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τις βολές με την 2η και 3η μπάλα βρίσκουμε για τις ταχύτητες με τις οποίες οι μπάλες αυτές είναι $υ_2=\sqrt{υ_0^2+2gh}$ (2) και $υ_3=\sqrt{υ_0^2+2gh}$ (3) αντίστοιχα.

Από τις (1,2,3) παρατηρούμε ότι $υ_1=υ_2=υ_3$, **άρα σωστή η πρόταση (γ)**

Σχόλιο: Παρατηρούμε ότι η ταχύτητα με την οποία η μπάλα πέφτει στο έδαφος:

- εξαρτάται μόνο από τη αρχική ταχύτητα βολής και το ύψος από το έδαφος που έγινε η βολή
- είναι ανεξάρτητη από την μάζα του σώματος και την γωνία που σχηματίζει η αρχική ταχύτητα με το οριζόντιο επίπεδο και συνεπώς το είδος της τροχιάς που διαγράφει το κάθε σώμα.

4.80(2ο-13508-Β1) Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων με τις οποίες τα σώματα Α και Β του διπλανού σχήματος, με μάζες m και 2m αντίστοιχα, που αφήνονται από ύψη h και h/2, φθάνουν στο έδαφος είναι: (Και στις δύο περιπτώσεις η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα).



α. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\sqrt{2}$ β. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=1$ γ. $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα αμέσως μετά την βολή είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της κίνησης του σώματος μέχρι να πέσει στο έδαφος. Αν ορίσουμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας στο οριζόντιο δάπεδο έχουμε, τότε για μία από τις βολές ισχύει η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας .

Σώμα Α: $E_{\mu\eta\chi(\underbrace{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}_{\acute{\varepsilon}\delta\alpha\varphi o\varsigma})}=E_{\mu\eta\chi(\underbrace{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}_{\sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o\ \beta o\lambda\acute{\eta}\varsigma})} \Rightarrow U_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}+K_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}=U_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}+K_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}} \Rightarrow$

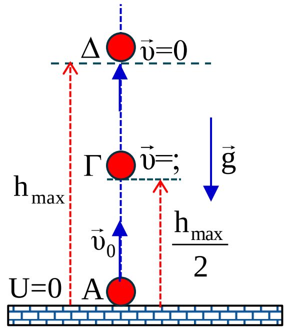
$$m_A gh+0=0+\frac{1}{2}m_A\upsilon_A^2 \Rightarrow \upsilon_A=\sqrt{2gh}\ (1)$$

Σώμα Β: $E_{\mu\eta\chi(\underbrace{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}_{\acute{\varepsilon}\delta\alpha\varphi o\varsigma})}=E_{\mu\eta\chi(\underbrace{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}_{\sigma\eta\mu\varepsilon\acute{\iota}o\ \beta o\lambda\acute{\eta}\varsigma})} \Rightarrow U_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}+K_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}=U_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}+K_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}} \Rightarrow$

$$m_B g\frac{h}{2}+0=0+\frac{1}{2}m_B\upsilon_A^2 \Rightarrow \upsilon_B=\sqrt{gh}\ (2)$$

Από (1,2) έχουμε $\frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{gh}} \Rightarrow \frac{\upsilon_A}{\upsilon_B}=\sqrt{2}$ **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

4.81(2ο-13511-Β2) Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από το έδαφος με αρχική ταχύτητα υ_0 όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και το σώμα φθάνει σε μέγιστο ύψος h_{max}. Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε ύψος $\frac{h_{max}}{2}$ είναι:



α. $\upsilon=\frac{\upsilon_0}{2}$ **β.** $\upsilon=\frac{\upsilon_0}{\sqrt{2}}$ **γ.** $\upsilon = \upsilon=\frac{\upsilon_0\sqrt{3}}{2}$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα αμέσως μετά την βολή είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της κίνησης του σώματος. Ορίζουμε ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής ενέργειας στο οριζόντιο δάπεδο, οπότε

$$E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(\Delta)} \Rightarrow U_A+K_A=U_\Delta+K_\Delta \Rightarrow 0+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=mgh_{max}+0 \Rightarrow h_{max}=\frac{\upsilon_0^2}{2g} \quad (1)$$

$$E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=E_{\mu\eta\chi(\Delta)} \Rightarrow U_\Gamma+K_\Gamma=U_\Delta+K_\Delta \Rightarrow mg\frac{h_{max}}{2}+\frac{1}{2}m\upsilon^2=mgh_{max}+0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2=mg\frac{h_{max}}{2} \Rightarrow \upsilon^2=gh_{max} \xrightarrow{(1)} \upsilon^2=g\frac{\upsilon_0^2}{2g} \Rightarrow \upsilon=\frac{\upsilon_0}{\sqrt{2}}$$ **Σωστή η πρόταση (β)**

4.82(2ο-13514-Β1) Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_A=2m$ και $m_B=m$ εκτοξεύονται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητες $\upsilon_A=2\upsilon$ και $\upsilon_B=\upsilon$ αντίστοιχα. Αγνοούμε την αντίσταση του αέρα. Τα μέγιστα ύψη h_A και h_B από το έδαφος, στα οποία φθάνουν τα δύο σώματα συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση: **α.** $\frac{h_A}{h_B}=4$ **β.** $\frac{h_A}{h_B}=\frac{1}{4}$ **γ.** $\frac{h_A}{h_B}=1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Εργαζόμενοι με διατήρηση μηχανικής ενέργειας για κάθε βολή, όπως στην προηγούμενη άσκηση βρίσκουμε, $h_{A,max}=\frac{\upsilon_A^2}{2g}$ (1) και $h_{B,max}=\frac{\upsilon_B^2}{2g}$ (2) και από εδώ

$\frac{h_{A,max}}{h_{B,max}}=\frac{\upsilon_A^2}{\upsilon_B^2}\Rightarrow\frac{h_{A,max}}{h_{B,max}}=\frac{(2\upsilon)^2}{\upsilon^2}=4$ **Άρα σωστή η πρόταση (α)**

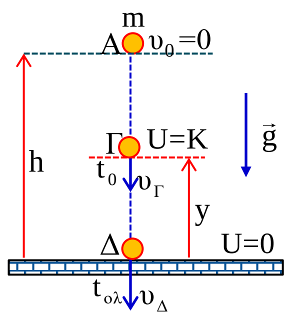
4.83(2ο-13548-Β2) Μικρό σφαιρίδιο μάζας m αφήνεται από ύψος h να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Έστω $t_{ολ}$ ο συνολικός χρόνος για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_0 ο χρόνος που πέρασε μέχρι η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική του. Ο λόγος $\frac{t_{ολ}}{t_0}$ ισούται με:

α. $\sqrt{2}$ **β.** 3/2 **γ.** 2

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Αν υποθέσουμε ότι U=0 στο έδαφος – **κάτι που δεν δίνεται στην άσκηση**- και επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της κίνησης του σώματος.



Έστω ότι U=K στην θέση Γ σε ύψος y από το έδαφος και με διατήρηση μηχανικής ενέργειας από το Α μέχρι το Γ βρίσκουμε $E_{μηχ(Α)}=E_{μηχ(Γ)}\Rightarrow$

$U_A+K_A=U_Γ+K_Γ\Rightarrow U_A+0=U_Γ+U_Γ\Rightarrow$

$mgh=2mgy\Rightarrow y=\frac{h}{2}$ (1).

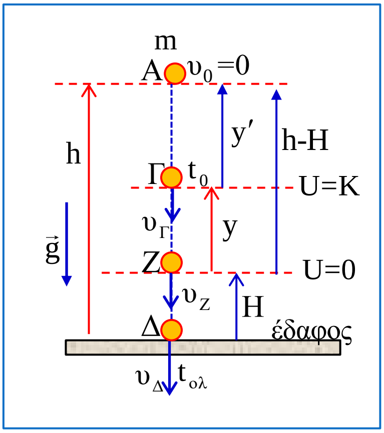
Κίνηση από Α $\rightarrow$ Δ, $h=\frac{1}{2}gt_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

Κίνηση από Α $\rightarrow$ Γ, $h\text{-}y=\frac{1}{2}gt_0^2 \xrightarrow{(1)} \frac{h}{2}=\frac{1}{2}gt_0^2 \Rightarrow t_0=\sqrt{\frac{h}{g}}$ (3)

Από (2) και (3) βρίσκουμε $\frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h/g}{h/g}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{2}$.

Άρα – **και με τη υπόθεση ότι U=0 στο έδαφος**- **σωστή είναι η πρόταση (α).**

Σχόλιο: Ο **μη προσδιορισμός** στα δεδομένα της άσκησης του οριζοντίου επιπέδου μηδενικής δυναμικής ενέργειας (U=0) συνιστά **σοβαρή παράλειψη**, διότι ανάλογα με τον ανωτέρω **προσδιορισμό της θέσης U=0**, έχουμε και **διαφορετική θέση που U=K.** Έτσι θα έχουμε **και διαφορετικό χρόνο t_0** που το σώμα διέρχεται από τη θέση αυτή και διαφορετικές τιμές για τον ζητούμενο λόγο $t_{ολ}/t_0$, όπως φαίνεται στη παρακάτω ανάλυση.



Έστω U=0 σε οριζόντιο επίπεδο σε ύψος H<h πάνω από το έδαφος και έστω U=K στη θέση Γ σε ύψος y πάνω από το επίπεδο U=0.

Με διατήρηση μηχανικής ενέργειας από το Α μέχρι το Γ βρίσκουμε $E_{μηχ(Α)}=E_{μηχ(Γ)} \Rightarrow$

$U_A+K_A=U_Γ+K_Γ \Rightarrow U_A+0=U_Γ+U_Γ \Rightarrow$

$mg(h\text{-}H)=2mgy \Rightarrow y=\frac{h\text{-}H}{2}$ (4).

Η απόσταση ΑΓ είναι $(ΑΓ)=y'=h\text{-}H\text{-}y \Rightarrow$

$y'=h\text{-}H\text{-}\frac{h\text{-}H}{2} \Rightarrow y'=\frac{h\text{-}H}{2}$ (5)

Κίνηση από Α $\rightarrow$ Δ, $h=\frac{1}{2}gt_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (6)

Κίνηση από Α $\rightarrow$ Γ, $y'=\frac{1}{2}gt_0^2 \xrightarrow{(5)} \frac{h-H}{2}=\frac{1}{2}gt_0^2 \Rightarrow t_0=\sqrt{\frac{h\text{-}H}{g}}$ (7)

Από (6) και (7) βρίσκουμε $\frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h/g}{(h\text{-}H)/g}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h}{h\text{-}H}}$ (8).

Αν H=0 $\xrightarrow{(8)} \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h}{h\text{-}0}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{2}$,**τότε σωστή θα είναι η πρόταση (α)** .

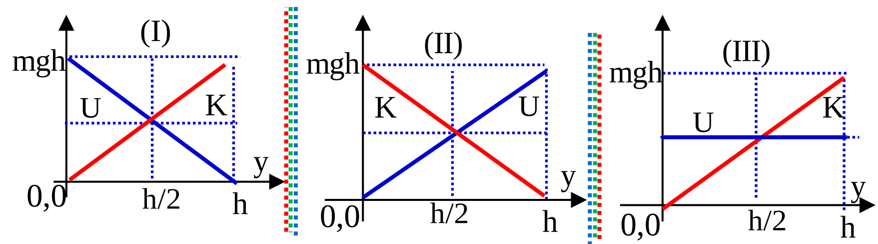
Αν $H=\frac{h}{2} \xrightarrow{(8)} \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h}{h\text{-}h/2}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{4}=2$,**τότε σωστή θα είναι η πρόταση (γ)**

Αν $H=\frac{h}{9} \xrightarrow{(8)} \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h}{h\text{-}h/9}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_0}=\sqrt{\frac{2h}{8h/9}}=\sqrt{\frac{18}{8}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_0}==\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$, **τότε σωστή θα είναι η πρόταση (β)**.

Παρατηρούμε ότι ανάλογα με τη θέση που παίρνουμε U=0 έχουμε διαφορετικά αποτελέσματα για τον ζητούμενο λόγο $t_{ολ}/t_0$ και όλες οι απαντήσεις είναι εν δυνάμει σωστές!

4.84(2ο-13551-Β1) Μικρή σφαίρα αφήνεται να πέσει από μικρό ύψος h πάνω από το έδαφος, εκτελώντας ελεύθερη πτώση. Θεωρείστε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας g είναι σταθερή, ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και ότι επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας είναι το έδαφος. Οι γραφικές παραστάσεις της κινητικής (Κ) και της δυναμικής ενέργειας (U) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος (y) από το έδαφος παριστάνονται από το σχήμα:

α. I **β.** II **γ.** III



Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Η άσκηση αυτή είναι ίδια με 4.42 (2ο-8041-Β1)…με $E_{μηχ}$=mgh , U=mgy με $0 \le y \le h$ και $K=E_{μηχ}$-U ή K=mgh-mgy με $0 \le y \le h$. **Σωστό το διάγραμμα ΙΙ**.

4.85(2ο-13573-Β1) Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος h. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος είναι τετραπλάσια της αρχικής του. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος είναι τριπλάσια από την αρχική κινητική του, όταν απέχει από το έδαφος: **α.** h/3 **β.** h/2 **γ.** h

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

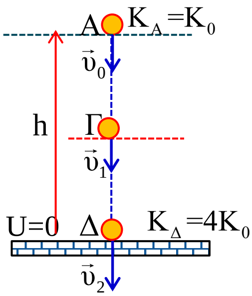
Απάντηση

Επειδή $\Sigma\vec{F} = m\vec{g}$ έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$E_{μηχ(Α)} = E_{μηχ(Δ)} \Rightarrow U_A + K_A = U_Δ + K_Δ \Rightarrow$

$U_A + K_0 = 0 + 4K_0 \Rightarrow U_A = 3K_0$.

Παρατηρούμε ότι U=3K συμβαίνει στην αρχική θέση σε ύψος h. **Σωστή η πρόταση (γ)**.



4.86(2ο-13575-Β1) Ένα σώμα μικρών διαστάσεων και μάζας m βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω, από ύψος h_1. Η τελική κινητική ενέργεια του σώματος οριακά πριν ακουμπήσει στο έδαφος είναι διπλάσια της αρχικής του. Επαναλαμβάνουμε τη ρίψη αλλά αυτή τη φορά αφήνουμε το σώμα από ύψος h_2 χωρίς αρχική ταχύτητα και καταλήγει να έχει πάλι την ίδια τελική κινητική ενέργεια. Θεωρείται ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το σώμα έχει μηδενική βαρυτική δυναμική ενέργεια στο έδαφος. Η σχέση που συνδέει τα ύψη h_1 *και* h_2 είναι:

α. $h_1 = 2h_2$ **β.** $2h_1 = h_2$ **γ.** $h_2 = 4h_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

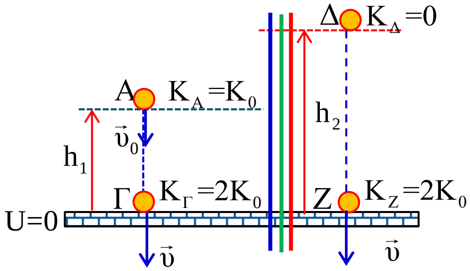
Απάντηση

Επειδή $\Sigma\vec{F} = m\vec{g}$ έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας.

Αρχική βολή: $E_{μηχ(Α)} = E_{μηχ(Γ)} \Rightarrow$

$U_A + K_A = U_Γ + K_Γ \Rightarrow$

$mgh_1 + K_0 = 0 + 2K_0 \Rightarrow K_0 = mgh_1$ (1).



Ελεύθερη πτώση: $E_{μηχ(Δ)} = E_{μηχ(Ζ)} \Rightarrow$

$U_Δ + K_Δ = U_Z + K_Z \Rightarrow mgh_2 + 0 = 0 + 2K_0 \Rightarrow K_0 = mgh_2/2$ (2).

Από (1) και (2) … $mgh_1 = \dfrac{mgh_2}{2} \Rightarrow h_2 = 2h_1$. **Σωστή η πρόταση (β)**.

4.87(2ο-13576-Β2) Ένας συμπαγής ομογενής κύβος μάζας m ολισθαίνει προς την κορυφή λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης 30° ως προς το οριζόντιο δάπεδο. Γνωρίζουμε ότι ο κύβος ξεκινάει με αρχική ταχύτητα υ και διανύει μήκος L μέχρι την κορυφή. Επίσης η κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου απέχει ύψος h από τη βάση του. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Επιλέξτε ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του κύβου όταν φτάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου:

α. $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}mgh$ **β.** $K=mgL\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon^2$ **γ.** $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}mgL\sigma\upsilon\nu30^o$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

1η λύση: Επειδή από τις ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις μόνο το βάρος του έχει έργο (δύναμη συντηρητική) έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας για το σύστημα.

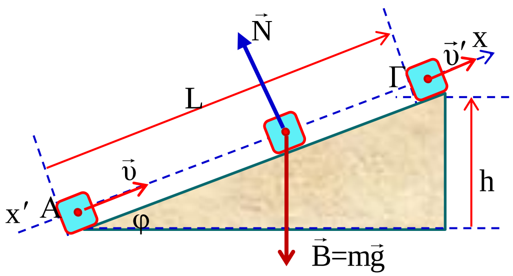
Θεωρώντας U=0 στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου έχουμε

$E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \Rightarrow$

$U_A+K_A=U_\Gamma+K_\Gamma \Rightarrow$

$0+\frac{1}{2}m\upsilon^2=mgh+K_\Gamma \Rightarrow$

$K_\Gamma=\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}mgh$



2η λύση: Με το ΘΜΚΕ $\Delta K_{A\to\Gamma}=W_{o\lambda(A\to\Gamma)} \Rightarrow K_\Gamma\text{-}K_A=W_B+W_N \Rightarrow$

$K_\Gamma\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon^2=\text{-}mgh+0 \Rightarrow K_\Gamma=\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}mgh$ **Σωστή η σχέση (α)**

Σχόλιο: Έργο βάρους $W_B=\text{-}mg\cdot h$ (h η υψομετρική διαφορά τελικής (Γ) και αρχικής θέσης (Α)). Η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ δεν έχει έργο γιατί είναι κάθετη στην μετατόπιση.

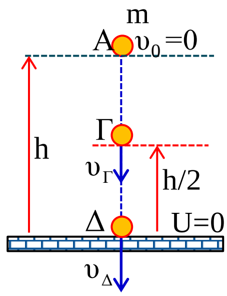
4.88(2ο-13621-Β2) Σώμα αφήνεται ελεύθερο από ύψος h πάνω από το έδαφος. Α. Αν αμελήσουμε τις δυνάμεις που το σώμα δέχεται από τον αέρα, τότε, σε ύψος h/2 από το έδαφος, η κινητική ενέργεια K και η δυναμική ενέργεια U του σώματος συνδέονται με τη σχέση:

α. K = U, **β.** K = 2U, **γ.** 2K = U

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

Απάντηση

Αν υποθέσουμε ότι U=0 στο έδαφος – **κάτι που δεν δίνεται στην άσκηση**- και επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή σε όλη την διάρκεια της κίνησης του σώματος.



Με διατήρηση μηχανικής ενέργειας από το Α μέχρι το Γ (ύψος h/2) βρίσκουμε $E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \Rightarrow$

$$U_A+K_A=U_\Gamma+K_\Gamma \Rightarrow mgh+0=mg\frac{h}{2}+K_\Gamma \Rightarrow K_\Gamma=mg\frac{h}{2}$$

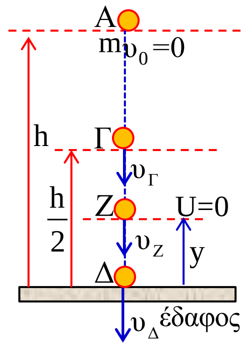
Παρατηρούμε ότι στο Γ σε ύψος h/2 από το δάπεδο, $K_\Gamma=mg\frac{h}{2}$ και $U_\Gamma=mg\frac{h}{2}$

συνεπώς $K_\Gamma=U_\Gamma$

Άρα – **και με τη υπόθεση ότι U=0 στο έδαφος**- **σωστή είναι η πρόταση (α).**

Σχόλιο: Ο **μη προσδιορισμός** στα δεδομένα της άσκησης του οριζοντίου επιπέδου μηδενικής δυναμικής ενέργειας (U=0) συνιστά **σοβαρή παράλειψη**, διότι ανάλογα με τον ανωτέρω **προσδιορισμό της θέσης U=0**, έχουμε και **διαφορετική θέση που U=K.** …όπως φαίνεται στην παρακάτω ανάλυση.

Έστω U=0 σε οριζόντιο επίπεδο σε ύψος y πάνω από το έδαφος. Με διατήρηση μηχανικής ενέργειας από το Α μέχρι το Γ (ύψος h/2) βρίσκουμε $E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} \Rightarrow$



$$U_A+K_A=U_\Gamma+K_\Gamma \Rightarrow mg(h-y)+0=mg(h/2-y)+K_\Gamma \Rightarrow$$

$K_\Gamma=\frac{mgh}{2}$. Παρατηρούμε για το σημείο Γ, $K_\Gamma=\frac{mgh}{2}$ που είναι ανεξάρτητη της θέσης U=0, $U_\Gamma=mg(h/2-y)$ και

$$\frac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=\frac{mgh/2}{mg(h/2-y)} \Rightarrow \frac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=\frac{h}{h-2y} \quad (1)$$

Αν $y=0 \xrightarrow{(1)} \frac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=\frac{h}{h-2\cdot 0} \Rightarrow \frac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=1 \Rightarrow K_\Gamma=U_\Gamma$, **τότε σωστή θα είναι η πρόταση (α)**

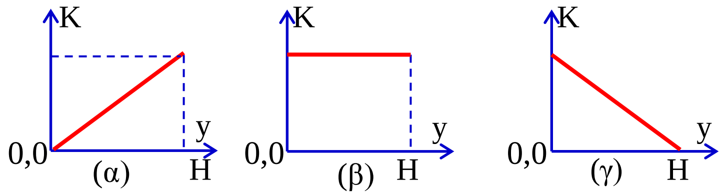
Αν $y=h/4 \xrightarrow{(1)} \frac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=\frac{h}{h-2\cdot\frac{h}{4}} \Rightarrow \frac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=2 \Rightarrow K_\Gamma=2U_\Gamma$, **τότε σωστή θα είναι η πρόταση (β)**

Αν y=-h/2 (h/2 κάτω από το δάπεδο) $\xrightarrow{(1)} \dfrac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=\dfrac{h}{h\text{-}2\cdot\left(-\dfrac{h}{2}\right)} \Rightarrow \dfrac{K_\Gamma}{U_\Gamma}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow$

$2K_\Gamma=U_\Gamma$, **τότε σωστή θα είναι η πρόταση (γ)**

Συμπέρασμα: παρατηρούμε **ότι ανάλογα με τη θέση που παίρνουμε U=0** έχουμε **διαφορετικά αποτελέσματα για την σχέση K_Γ και U_Γ** και **όλες οι απαντήσεις είναι εν δυνάμει σωστές!**

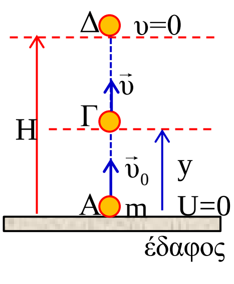
4.89(2ο-13790-Β1) Πέτρα μικρών διαστάσεων εκτοξεύεται από το έδαφος κατακόρυφα προς τα επάνω. Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του εδάφους, ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα και ότι το μέγιστο ύψος που φτάνει η πέτρα είναι Η. Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας Κ της πέτρας σε συνάρτηση με



την απόσταση της y από το έδαφος κατά την κίνησή της, είναι η γραφική παράσταση: **α.** (α) **β.** (β) **γ.** (γ)

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση

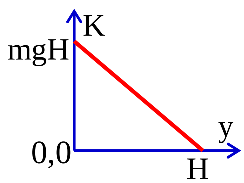
Απάντηση



Ας μελετήσουμε το πρόβλημα με την υπόθεση της άσκησης ότι το επίπεδο μηδενικής ενέργειας U=0 είναι στο έδαφος. Στην ανωτέρω βολή, επειδή μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι του βάρος του, η μηχανική ενέργεια διατηρείται $E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=E_{\mu\eta\chi(\Delta)} \Rightarrow mgy+K=mgH+0 \Rightarrow K=mgH\text{-}mgy$

με $0\le y\le H$ και για y=0,K=mgH και y=H, K=0.

Η συνάρτηση K(y) της κινητικής ενέργειας με το ύψος y από το έδαφος $K=\sigma\tau\alpha\theta\text{-}\sigma\tau\alpha\theta'\cdot y$ είναι $1^{ου}$ βαθμού και αποδίδεται με την ευθεία του σχήματος

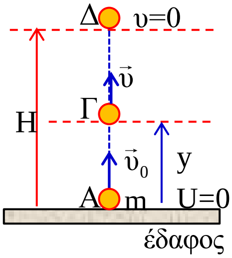


Άρα σωστό το διάγραμμα (γ)

Σχόλιο: Η σχέση της **κινητικής ενέργειας K(y)** ενός σώματος σε συνάρτηση **με το ύψος του**, σε μια βολή μέσα στο βαρυτικό πεδίο, **είναι ανεξάρτητη** της θέσης που παίρνουμε U=0.
Αντιθέτως η σχέση **της κινητικής ενέργειας K** ενός σώματος **με την δυναμική** του ενέργεια U, σε μια βολή μέσα στο βαρυτικό πεδίο, **εξαρτάται** από το που θα πάρουμε U=0.

Ας δούμε το ανωτέρω πρόβλημα χωρίς τον περιορισμό για U=0 στην επιφάνεια του εδάφους.

1η αντιμετώπιση: Με Θ.Μ.Κ.Ε



$$\text{ΘΜΚΕ}\left(A \rightarrow \Delta\right),\ K_\Delta - K_A = W_{B_{A\rightarrow\Delta}} \Rightarrow$$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-mgH\ (1)$$

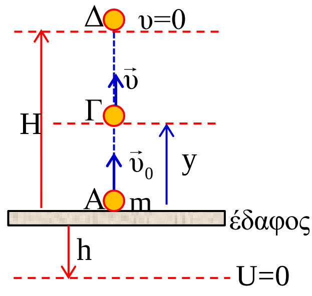
$$\text{ΘΜΚΕ}\left(A \rightarrow \Gamma\right),\ K_\Gamma - K_A = W_{B_{A\rightarrow\Gamma}} \Rightarrow$$

$$K_\Gamma-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-mgy\ (2)$$

Αφαιρώντας την (1) από την (2) έχουμε $K_\Gamma=-mgy+mgH$ ή $K=mgH-mgy$ με $0 \le y \le H$ …σχέση ίδια με αυτής της αρχικής μελέτης αλλά χωρίς να ορίσουμε U=0.

2η αντιμετώπιση: Με ορισμό U=0 σε τυχαίο επίπεδο.

Ας ορίσουμε U=0 σε οριζόντιο επίπεδο που είναι σε τυχαία απόσταση h κάτω από το έδαφος .
Με διατήρηση μηχανικής ενέργειας για τις θέσεις Γ και Δ έχουμε,

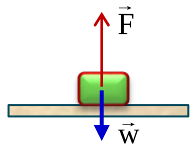


$$E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=E_{\mu\eta\chi(\Delta)} \Rightarrow mg(h+y)+K=mg(h+H)+0 \Rightarrow$$

$K=mgH-mgy$ με $0 \le y \le H$ που δείχνει ότι **η σχέση K(y) δεν εξαρτάται από την απόσταση h** που ορίζει το επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

Σχόλιο: Εδώ η λύση **δεν επηρρεάζεται από το δεδομένο της άσκησης ότι U=0** στο έδαφος, αλλά **μπορεί να δώσει λανθασμένο ενεργειακό μήνυμα** στους μαθητές ότι και η κινητική ενέργεια εξαρτάται από την θέση που U=0.

4.90(2o-14209-B2) Ένα μικρό κιβώτιο βάρους $\vec{w}$ είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Κάποια στιγμή ασκείται στο κιβώτιο σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω, για το μέτρο της οποίας ισχύει η σχέση $F = 3w$, με αποτέλεσμα το κιβώτιο αμέσως να αρχίσει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω. Όταν το κιβώτιο απέχει κατά ύψος h_1 από το δάπεδο, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται, οπότε το κιβώτιο φτάνει σε ύψος h_2 από το δάπεδο, μέχρι στιγμιαία να μηδενιστεί η ταχύτητά του. Αν μπορούμε να αγνοήσουμε τις αντιστάσεις του αέρα και τα ύψη είναι αρκετά μικρά, ώστε το βάρος του κιβωτίου να θεωρείται σταθερό, τότε για το ύψος h_2, ισχύει η σχέση:

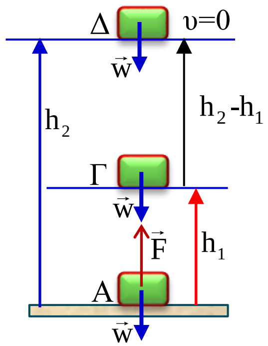


α. $h_2 = 3h_1$ **β.** $h_2 = 2h_1$ **γ.** $h_2 = 4h_1$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση τη σωστή πρόταση.

Απάντηση

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ το Α (έναρξη της κίνησης) μέχρι το σημείο Γ που μηδενίζεται η ταχύτητά του,



$$K_\Delta - K_A = W_{F(A\to\Gamma)} + W_{w(A\to\Delta)} \Rightarrow 0-0 = Fh_1 - wh_2 \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{F=3w} 0 = 3wh_1 - wh_2 \Rightarrow h_2 = 3h_1$$

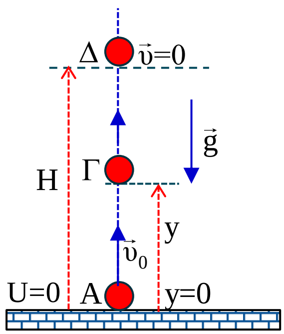
Άρα σωστή είναι η πρόταση (α)

4.91(2ο-14841-Β2) Σφαίρα μάζας m βάλλεται από την επιφάνεια του εδάφους με αρχική ταχύτητα και κινείται μέχρι να φτάσει σε μέγιστο ύψος Η. Θεωρούμε την επιτάχυνση της βαρύτητας σταθερή και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Να σχεδιάσετε με αιτιολόγηση σε κοινούς άξονες την κινητική (Κ) ενέργεια, τη δυναμική ενέργεια (U) και την ολική ενέργεια ($E_{ολ}$) της σφαίρας σε συνάρτηση με το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους.

Απάντηση

Επειδή στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή. Αν υποθέσουμε ότι η δυναμική βαρυτική ενέργεια είναι μηδενική στην επιφάνεια του εδάφους έχουμε:



$$E_{μηχ}=E_{μηχ_{(Δ)}} \Rightarrow E_{μηχ}=U_Δ+K_Δ \Rightarrow E_{μηχ}=mgH+0$$

$$\Rightarrow E_{μηχ}=mgH$$

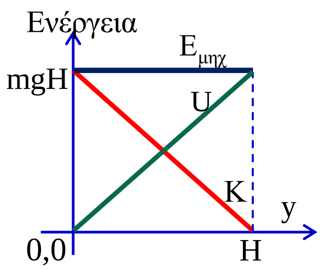
Στην τυχαία θέση Γ έχουμε,

Δυναμική ενέργεια $U=mgy$ με $0 \le y \le H$

Κινητική ενέργεια $K=E_{μηχ}-U \Rightarrow$

$K=E_{μηχ}-mgy$ με $0 \le y \le H$

Οι γραφικές παραστάσεις K(y), U(y) και $E_{μηχ}(y)$ αποδίδονται στο διάγραμμα



Σχόλιο: Στα δεδομένα της άσκησης έπρεπε να δίνεται η θέση του οριζοντίου επιπέδου μηδενικής δυναμικής ενέργειας (U=0) διότι ανάλογα με αυτή υπολογίζεται η δυναμική ενέργεια. Το δεδομένο ότι το ύψος μετριέται από το έδαφος δεν καλύπτει την παραπάνω έλλειψη. Για να φανεί η διαφορά σχεδιάστε τις γραφικές παραστάσεις για U=0 σε ύψος Η ή Η/2 …

Δ.4 Ισχύς – Ρυθμοί μεταβολής Έργου και Ενέργειας

4.92 (2ο-8025-Β1) Τη χρονική στιγμή t=0s δυο αλεξιπτωτιστές ίδιας μάζας εγκαταλείπουν το αεροπλάνο στο οποίο επέβαιναν και αρχικά εκτελούν ελεύθερη πτώση. Οι δυο αλεξιπτωτιστές ανοίγουν τα αλεξίπτωτά τους τις χρονικές στιγμές t_1 και $t_2=2t_1$ αντίστοιχα οπότε αρχίζουν να κινούνται με σταθερή ταχύτητα με την οποία και προσγειώνονται.

Αν P_1 και P_2 είναι οι ρυθμοί παραγωγής έργου από τα βάρη των αλεξιπτωτιστών κατά τη κίνησή τους με σταθερή ταχύτητα τότε ισχύει:

α. $P_1 = P_2$ **β.** $P_2 = 2P_1$ **γ.** $P_2 = 4P_1$

Απάντηση

Όταν ο αλεξιπτωτιστής κινείται με σταθερή ταχύτητα (μετά το άνοιγμα του αλεξίπτωτου) ο ρυθμός παραγωγής έργου από το βάρος του είναι $P=\dfrac{\Delta W_\beta}{\Delta t}=\dfrac{mg\Delta y}{\Delta t}$

$\Rightarrow P=mg\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\xrightarrow{\upsilon=\Delta y/\Delta t} P=mg\upsilon$ (1).

1ος αλεξιπτωτιστής: Μέχρι τη στιγμή t_1 που ανοίγει το αλεξίπτωτο κάνει ελεύθερη πτώση και αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1=gt_1$ (2).

Μετά τη χρονική στιγμή t_1 ο ρυθμός παραγωγής έργου από το βάρος του είναι σύμφωνα με την (1) $P_1=mg\upsilon_1 \xrightarrow{(2)} P_1=mg^2t_1$ (3).

2ος αλεξιπτωτιστής: Μέχρι τη στιγμή t_2 που ανοίγει το αλεξίπτωτο κάνει ελεύθερη πτώση και αποκτά ταχύτητα $\upsilon_2=gt_2=g2t_1 \Rightarrow \upsilon_2=2gt_1$ (4).

Μετά τη χρονική στιγμή t_1 ο ρυθμός παραγωγής έργου από το βάρος του είναι σύμφωνα με την (1) $P_2=mg\upsilon_2 \xrightarrow{(4)} P_2=2mg^2t_1$ (5).

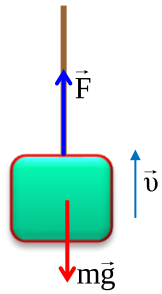
Από τις σχέσεις (3) και (5) έχουμε $P_2=2P_1$. **Άρα σωστή η σχέση β.**

Σχόλιο: Η σταθερή ταχύτητα δεν αποκτάται με το άνοιγμα του αλεξίπτωτου – όπως προσεγγιστικά θέλει το ανωτέρω θέμα- αλλά αρκετά αργότερα.
Περισσότερα για το θέμα δείτε στο **Φυσική Α΄ Λυκείου- Βασίλης Τσούνης σελίδες 228-229**

4.93(2ο-8036-Β2) Ένας γερανός ισχύος P=2 KW ανυψώνει έναν κιβώτιο μάζας m με σταθερή ταχύτητα υ. Το κιβώτιο ανυψώνεται σε ύψος H σε χρόνο t . Η ισχύς ενός άλλου γερανού που μπορεί να ανυψώνει ένα άλλο κιβώτιο διπλάσιας μάζας με την ίδια σταθερή ταχύτητα υ, στον ίδιο χρόνο και στο ίδιο ύψος H ισούται με:

α. 1 KW **β.** 2 KW **γ.** 4 KW

Απάντηση



Αφού το κιβώτιο ανέρχεται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$, η συνισταμένη των ασκούμενων σε αυτό δυνάμεων [$\vec{F}$ από τον γερανό και βάρος του $m\vec{g}$] είναι μηδενική, $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow$ $F=mg\,(1)$.

Η ισχύς με την οποία ο γερανός προσφέρει ενέργεια μέσου του έργου της δύναμης $\vec{F}$ είναι $P=\dfrac{\Delta W_F}{\Delta t} \xrightarrow{(1)}$

$$P=\frac{mg\Delta y}{\Delta t} \Rightarrow P=mg\frac{\Delta y}{\Delta t} \xrightarrow{\upsilon=\Delta y/\Delta t} P=mg\upsilon\,(2).$$

1ος γερανός: Η ισχύς του γερανού με βάση την (2) είναι $P_1=m_1 g\upsilon_1 \xrightarrow{m_1=m, \upsilon_1=\upsilon}$ $P_1=mg\upsilon$ (3)

2ος γερανός: Η ισχύς του γερανού με βάση την (2) είναι $P_2=m_2 g\upsilon_2 \xrightarrow{m_2=2m, \upsilon_2=\upsilon}$ $P_2=2mg\upsilon$ (4)

Από τις σχέσεις (3) και (4) έχουμε $P_2=2P_1$ ή $P_2=2\cdot 2KW=4KW$.

Άρα σωστή η σχέση γ.

Σχόλιο: Από τη στιγμή που η άνοδος γίνεται με σταθερή ταχύτητα η ισχύς του γερανού είναι σταθερή και ανεξάρτητη από τον χρόνο και το ύψος κίνησης.

4.94 (2ο-11929 -Β2) Σημειακό αντικείμενο, μάζας m=1Kg, είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο ακλόνητο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ασκείται στο σημειακό αντικείμενο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=10N.

Αν $\bar{P}$ είναι η μέση ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=5s$ και P_1 η στιγμιαία ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1=5s$, τότε:

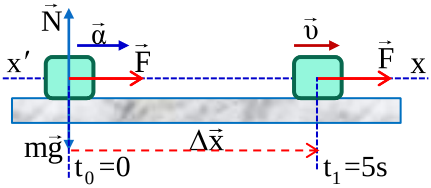
α. $P_1=\bar{P}$, **β.** $P_1>\bar{P}$, **γ.** $P_1<\bar{P}$.

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση την σωστή απάντηση.

Απάντηση

$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F=m\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{F}{m} \Rightarrow$

$\alpha=\dfrac{10N}{1Kg} \Rightarrow \alpha=10m/s^2$



Τη χρονική στιγμή $t_1=5s$, $\upsilon=\alpha t_1 \Rightarrow$

$\upsilon=10\dfrac{m}{s^2}5s=50m/s$, $\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x=125m$

Ενέργεια που προσφέρθηκε μέσω του έργου της $\vec{F}$, $W_F=F\cdot\Delta x \Rightarrow W_F=10N\cdot125m$ $\Rightarrow W_F=1250J$

Η **μέση** ισχύς με την οποία προφέρεται ενέργεια **στο χρονικό διάστημα** $[t_0=0,t_1=5s]$ είναι $\bar{P}_\mu=\dfrac{W_F}{t_1-t_0} \xrightarrow{S.I} \bar{P}_\mu=\dfrac{1250}{5-0}\dfrac{J}{s} \Rightarrow \bar{P}=250W$

Η στιγμιαία ισχύς με την οποία προφέρεται ενέργεια τη χρονική στιγμή $t_1=5s$ είναι

$P_{\sigma\tau}=\dfrac{dW_F}{dt} \Rightarrow P_{\sigma\tau}=\dfrac{F\cdot dx}{dt} \Rightarrow P_{\sigma\tau}=F\cdot\upsilon \xrightarrow{S.I} P_\mu=10N\cdot50\dfrac{m}{s} \Rightarrow P_\sigma=500W$

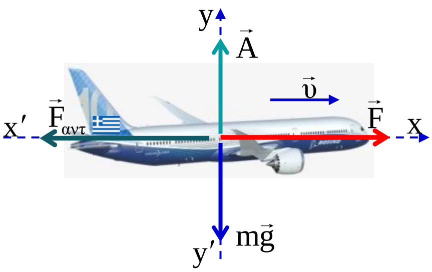
Παρατηρούμε $P_\sigma>\bar{P}$ **άρα σωστή η πρόταση (β)**

4.95(2ο-13104-Β1) Αεροπλάνο Boeing-747 ταξιδεύει με σταθερή ταχύτητα 720km/h και ο κινητήριος μηχανισμός του αποδίδει ισχύ 40MW. Οι αντιστάσεις του αέρα στην κίνηση του αεροπλάνου, δημιουργούν μια δύναμη αντίθετης κατεύθυνσης από την κίνησή του, μέτρου:

α. $F_{αντ}=18\cdot 10^6 N$ **β.** $F_{αντ}=2\cdot 10^5 N$ **γ.** $F_{αντ}=18N$

Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση.

Απάντηση



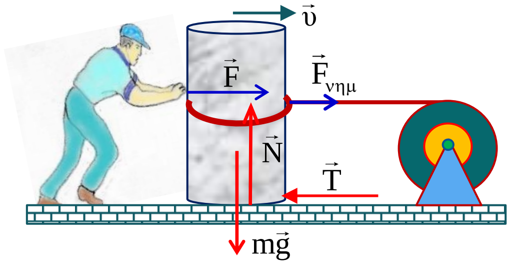
Το αεροπλάνο κινείται με σταθερή ταχύτητα $υ=720\frac{Km}{h}=720\frac{1000m}{3600s}$ $\Rightarrow υ=200\frac{m}{s}$ και στο άξονα κίνησης x′x θα ισχύει $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{a} \Rightarrow F=F_{αντ}$ (μέτρα) (1).

Ο κινητήρας του αεροπλάνου προσφέρει μέσω του έργου της F ενέργεια με ισχύ

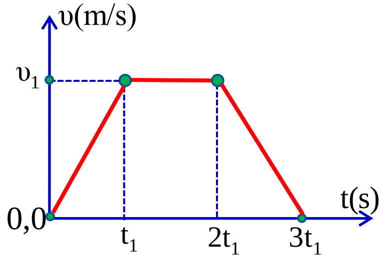
$$P=\frac{dW_F}{dt}=\frac{F\cdot dx}{dt}=Fυ\text{, οπότε } F=\frac{P}{υ}\xrightarrow{S.I}F=\frac{4\cdot 10^7}{200}\frac{W}{m/s}\Rightarrow F=2\cdot 10^5 N\xrightarrow{S.I}$$

$F_{αντ}=2\cdot 10^5 N$ …**άρα σωστή η πρόταση (β)**

4.96(2ο-13107-Β2) Ένας μεγάλος μαρμάρινος όγκος πρέπει να μετακινηθεί πάνω στο ακίνητο οριζόντιο δάπεδο, σε ένα εργοστάσιο μαρμάρων. Για να γίνει αυτό, χρησιμοποιείται ένας μηχανισμός που περιστρέφεται και τραβάει το οριζόντιο σχοινί με το οποίο έχουν δέσει το μαρμάρινο αυτό σώμα, αλλά και ένας εργάτης σπρώχνει ασκώντας συνεχώς μια οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$, όπως στο σχήμα.



Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος από τη στιγμή που άρχισε να κινείται, μέχρι κάποια στιγμή που ακινητοποιείται ξανά.



Να επιλέξετε με δικαιολόγηση τη σωστή σχέση, η οποία δίνει το έργο της δύναμης του ανθρώπου

α. $W_F = 2F\upsilon_1 t_1$ **β.** $W_F = 3F\upsilon_1 t_1$ **γ.** $W_F = 4F\upsilon_1 t_1$

Απάντηση

Η μετατόπιση του μαρμάρου σε όλη την διάρκεια της κίνησης υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t) (τραπέζιο) που είναι $\Delta x = \frac{(2t_1 - t_1) + (3t_1 - 0)}{2}\upsilon_1 \Rightarrow \Delta x = 2\upsilon_1 t_1$

Σε όλη αυτή την μετατόπιση η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που ασκεί ο άνθρωπος έχει έργο $W_F = F \cdot \Delta x \Rightarrow W_F = F \cdot 2\upsilon_1 t_1$ ή $W_F = 2F\upsilon_1 t_1$ **άρα σωστή η πρόταση (α)**

Σχόλιο: Η άσκηση όπως είναι διατυπωμένη δημιουργεί ερωτήματα και προβληματισμούς ιδιαίτερα στους μαθητές σε διαδικασία εξετάσεων.

Για να σταματήσει το μάρμαρο, αφού ο άνθρωπος το σπρώχνει με δύναμη $\vec{F}$ σταθερή και το νήμα το έλκει με $\vec{F}_{νημ}$ (ομόρροπες στην κίνηση) πρέπει να υπάρχει και τριβή και μάλιστα μεταβλητή και με διαφορετική τιμή στις τρείς φάσεις της κίνησης.

Έστω ότι η τάση του νήματος είναι σταθερή και η τριβή σταθερή ανά φάση αλλά με διαφορετικές τιμές, τότε

1η φάση $0 \le t \le t_1$: $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F+F_{\nu\eta\mu}-T_1=m\frac{\upsilon_1}{t_1}$ (1)

2η φάση $t_1 \le t \le 2t_1$: $\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F+F_{\nu\eta\mu}-T_2=0$ (2)

3η φάση $2t_1 \le t \le 3t_1$: $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha}_3 \Rightarrow F+F_{\nu\eta\mu}-T_3=m\left(-\frac{\upsilon_1}{t_1}\right)$ (3)

Αφαιρούμε (1)-(3) $T_3-T_1=2m\frac{\upsilon_1}{t_1}$ (4)

Αφαιρούμε (1)-(2) $T_2-T_1=m\frac{\upsilon_1}{t_1}$ (5)

Από (4) και (5) παίρνουμε $\frac{T_3-T_1}{T_2-T_1}=2 \Rightarrow T_3-T_1=2(T_2-T_1) \Rightarrow T_3+T_1=2T_2$ ή

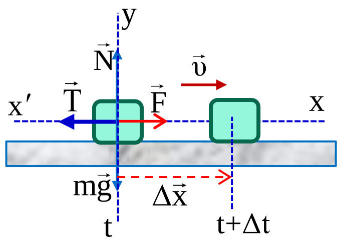
$$T_2 = \frac{T_1+T_3}{2}$$

4.97(2ο-14844-Β2) Ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα κιβώτιο το οποίο κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι μ.

Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Ο ρυθμός με τον οποίο μεταφέρεται ενέργεια από τον άνθρωπο στο κιβώτιο με την πάροδο του χρόνου

α. παραμένει σταθερός **β.** αυξάνεται **β.** μειώνεται

Απάντηση



Η ενέργεια μεταφέρεται από τον άνθρωπο στο κιβώτιο μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ που ασκεί ο άνθρωπος στο κιβώτιο. Ο ρυθμός της μεταφερόμενης ενέργειας (η ισχύς με την οποία μεταφέρεται η ενέργεια αυτή) είναι $P=\dfrac{\Delta W_F}{\Delta t}=\dfrac{F\cdot\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow P=F\upsilon$ (1) .

Επειδή η ταχύτητα είναι σταθερή, η μεταβολή ή όχι του ρυθμού P μεταφοράς ενέργειας εξαρτάται από την τη μεταβολή ή όχι της δύναμης $\vec{F}$.

Επειδή η κίνηση του κιβωτίου είναι ομαλή,

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ και $T=\mu N=\mu mg$ (2)

$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F=T \xrightarrow{(2)} F=\mu mg$ (3)

Από (1) και (3) παίρνουμε $P=\mu mg\upsilon$ …και επειδή όλοι οι παράγοντες της εξίσωσης αυτής είναι σταθεροί έχουμε $P=\dfrac{\Delta W_F}{\Delta t}$=σταθερή ποσότητα.

Άρα σωστή η πρόταση (α)

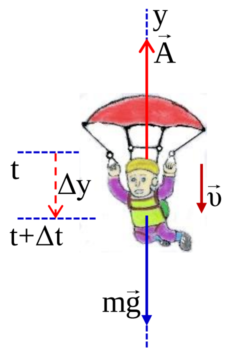
4.98(2ο-14845-Β2) Ένας αλεξιπτωτιστής μάζας m πέφτει κατακόρυφα προς το έδαφος, έχοντας, λόγω της αντίστασης του αέρα, σταθερή ταχύτητα μέτρου υ. Η επιτάχυνση της βαρύτητας κατά την κίνηση του αλεξιπτωτιστή θεωρείται σταθερή και ίση με g.

Από τις παρακάτω τρεις προτάσεις να επιλέξετε με αιτιολόγηση την επιστημονικά ορθή. Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα σε κάθε δευτερόλεπτο είναι ίση με:

α. $mg\upsilon$ **β.** $mg\upsilon^2$ **γ.** $\frac{1}{2}m\upsilon^2$

Απάντηση

Η ενέργεια που μεταφέρεται από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα στη μονάδα του χρόνου, δηλαδή ο ρυθμός μεταφοράς (η ισχύς) της μηχανικής ενέργειας από τον αλεξιπτωτιστή στον αέρα (μετασχηματιζόμενη σε θερμική ενέργεια) γίνεται μέσω του έργου της δύναμης – αντίστασης $\vec{A}$ (ανά μονάδα χρόνου) που ασκεί ο αέρας στον αλεξιπτωτιστή. Ο ρυθμός της μεταφερόμενης ενέργειας (η ισχύς) είναι $P=\frac{|\Delta W_A|}{\Delta t}=\frac{|-A\cdot\Delta y|}{\Delta t} \Rightarrow P=A\upsilon$ (1).



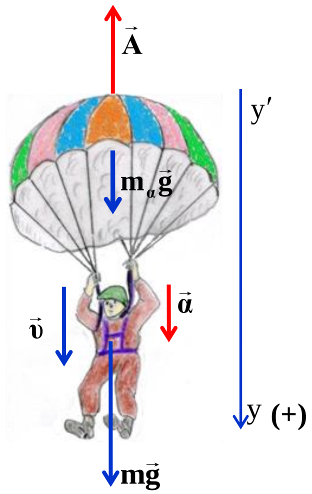
Επειδή η κίνηση του αλεξιπτωτιστή είναι ομαλή,

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow A=mg$ (2)

Από (1) και (3) παίρνουμε $P=mg\upsilon$.

Άρα σωστή η πρόταση (α)

Ε: Θέματα Δ΄- Προβλήματα

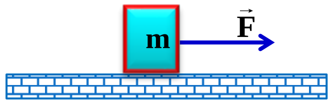


$$\Sigma\vec{F} = m_{o\lambda}\vec{\alpha} \text{ ή } m\vec{g} + m_\alpha\vec{g} + \vec{A} = (m + m_\alpha)\vec{\alpha}$$

$$mg + m_\alpha g - A = (m + m_\alpha)\alpha$$

Ε: Θέματα Δ΄- Προβλήματα

1. (4-11617) Μικρό σώμα μάζας m=2kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ στο σώμα αρχίζει να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=30N μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=3s$, οπότε παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10\ m/s^2$. Να υπολογίσετε:



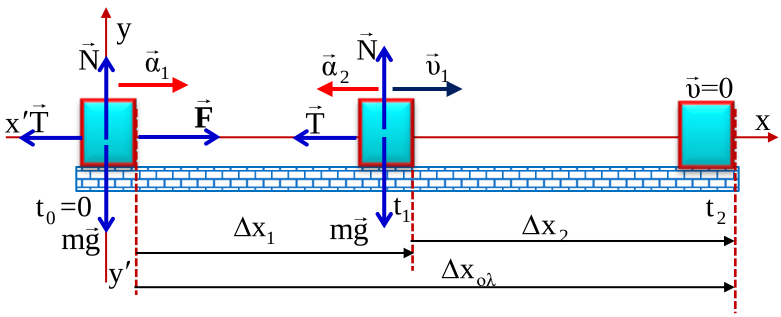
Δ.1 το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

Δ.2 το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στη χρονική διάρκεια που ασκείται στο σώμα,

Δ.3 ποια χρονική στιγμή το σώμα θα σταματήσει να κινείται,

Δ.4 τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι να σταματήσει να κινείται.

Απάντηση



Δ.1 Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα και ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε,

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$N=mg\,(1)$.

Τριβή ολίσθησης: $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg \xrightarrow{(S.I)} T=10N$

(*) Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης η τριβή έχει την ίδια τιμή καθόσον μ και N=mg έχουν τη ίδια σταθερή τιμή.

Δ.2 Η κίνηση στην 1η φάση της κίνησης μέχρι και τη στιγμή $t_1=3s$, που ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που βρίσκεται από τον 2ο νόμο Newton,

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=\frac{F\text{-}T}{m} \xrightarrow{(S.I)} \alpha_1=10m/s^2$$

Στην φάση αυτή η μετατόπιση είναι $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{\alpha_1=10m/s^2\ t_1=3s} \Delta x_1=45m$ και το κινητό την $t_1=3s$ αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1=\alpha_1 t_1 \xrightarrow{\alpha_1=10m/s^2\ t_1=3s} \upsilon_1=30m/s$ (1)

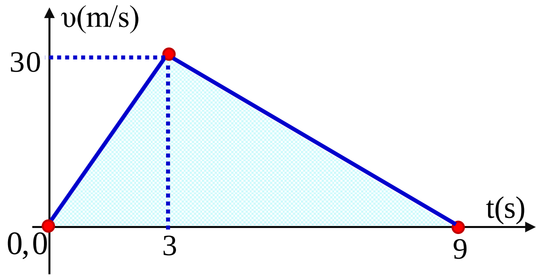
Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στην φάση αυτή είναι, $W_F=F\Delta x_1 \Rightarrow W_F=30N\cdot 45m \Rightarrow$ $W_F=1350J$

Δ.3 Μετά τη χρονική στιγμή $t_1=3s$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που βρίσκεται από τον 2ο νόμο Newton και είναι,

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T=m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=\frac{-T}{m} \xrightarrow{(S.I)} \alpha_2=-5m/s^2 \ (2).$$

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στη φάση αυτή είναι $\upsilon=\upsilon_1-|\alpha_2|(t-t_1) \xrightarrow{\upsilon=0\ t=t_2}$ $0=\upsilon_1-|\alpha_2|(t_2-t_1) \Rightarrow t_2-t_1=\frac{\upsilon_1}{|\alpha_2|} \xrightarrow{1,2} t_2-t_1=6s$. Άρα το χρονικό διάστημα κίνησης στην 2η φάση είναι $\Delta t_2=6s$ και η χρονική στιγμή που σταματάει η κίνηση είναι $t_2-t_1=6s \Rightarrow t_2-3s=6s \Rightarrow t_2=9s$

Δ.4 1ος τρόπος: Κάνουμε την γραφική παράσταση ταχύτητας χρόνου υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης και το εμβαδόν της δίνει την συνολική μετατόπιση, που εδώ ταυτίζεται και με το συνολικό διάστημα.



$$\Delta x=E \Rightarrow \Delta x=\frac{1}{2}9s\cdot 30\frac{m}{s} \Rightarrow$$
$\Delta x=135m$

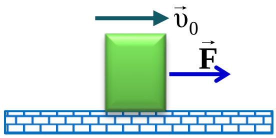
2os τρόπος: Η μετατόπιση στην 2η φάση είναι $\Delta x_2=\upsilon_1\Delta t_2-\frac{1}{2}|\alpha_2|(\Delta t_2)^2 \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta x_2=30.6-\frac{1}{2}5.6^2 \Rightarrow \Delta x_2=90m.$$

Συνολική μετατόπιση $\Delta x_{o\lambda}=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{o\lambda}=45m+90m \Rightarrow \Delta x_{o\lambda}=135m$

3ος τρόπος …πιο εύκολος: Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε όλη την διάρκεια της κίνησης, $\Delta K=W_F+W_T \Rightarrow 0-0=F\Delta x_1-T\Delta x_{o\lambda} \Rightarrow$

$$\Delta x_{o\lambda}=\frac{F\Delta x_1}{T} \xrightarrow{S.I} \Delta x_{o\lambda}=\frac{30N\cdot 45m}{10N} \Rightarrow \Delta x_{o\lambda}=135m$$



2.(4-11623) Σε ένα κιβώτιο μάζας 1kg που κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δρόμο, ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου 10m/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου είναι μ=0,2. Τη χρονική στιγμή t=0s ένας μαθητής ξεκινά να παρατηρεί την κίνηση του κιβωτίου.

Να υπολογίσετε:

Δ.1 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

Δ.2 το έργο της δύναμης $\vec{F}$, από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη στιγμή που το χρονόμετρο του μαθητή δείχνει t_1=5s.

Τη χρονική στιγμή t_1, καταργείται η δύναμη $\vec{F}$. Να υπολογίσετε :

Δ.3 τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη στιγμή που σταμάτησε να κινείται,

Δ.4 το έργο της τριβής, από την χρονική στιγμή t_1 μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο σταμάτησε να κινείται.

Θεωρήστε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα και ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε,

$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$ N-mg=0 $\Rightarrow$ N=mg (1).

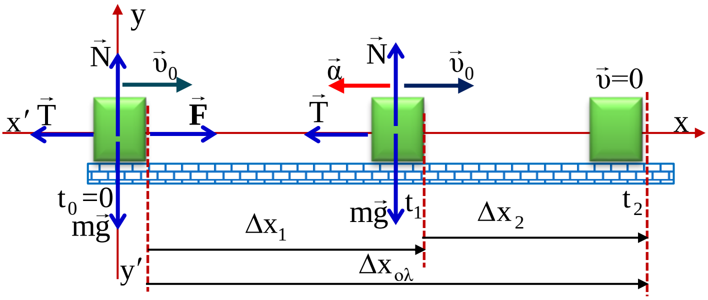
Τριβή ολίσθησης: $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg \xrightarrow{(S.I)} T=2N$

(*) Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης η τριβή έχει την ίδια τιμή καθόσον μ και N=mg έχουν τη ίδια σταθερή τιμή.

Στην $1^η$ φάση της κίνησης μέχρι και τη στιγμή t_1=5s, που ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ η ταχύτητα του κινητού είναι σταθερή υ_0=10m/s, οπότε η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και σύμφωνα με τον $1^ο$ νόμο Newton ισχύει,

$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow F-T=0 \Rightarrow F=T$, άρα F=2N.

Δ.2 Στην 1η φάση της κίνησης η μετατόπιση είναι $\Delta x_1=\upsilon_0 t_1 \xrightarrow{(S.I)}$ $\Delta x_1=10m/s\cdot 5s \Rightarrow$ $\Delta x_1=50m$.



Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στην φάση αυτή είναι: $W_F=F\Delta x_1 \Rightarrow W_F=2N.50m \Rightarrow W_F=100J$.

Δ.3 Μετά τη χρονική στιγμή $t_1=5s$ το σώμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που βρίσκεται από τον 2ο νόμο Newton για τη φάση αυτή είναι,

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow -T=m\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{-T}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{-2N}{1Kg} \Rightarrow \alpha=-2m/s^2$$

(*) Η επιβράδυνση στην 2η φάση της ανωτέρω κίνησης δεν εξαρτάται από τη μάζα $\alpha_2=\frac{-T}{m} \Rightarrow \alpha_2=\frac{-\mu mg}{m} \Rightarrow \alpha_2=-\mu g$.

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στη φάση αυτή είναι $\upsilon=\upsilon_0-|\alpha|(t-t_1) \xrightarrow{\upsilon=0\ t=t_2}$

$0=\upsilon_0-|\alpha_2|(t_2-t_1) \Rightarrow t_2-t_1=\frac{\upsilon_0}{|\alpha_2|} \xrightarrow{\upsilon_0=10m/s} t_2-t_1=5s$. Άρα το χρονικό διάστημα κίνησης στην 2η φάση είναι $\Delta t_2=5s$ και η χρονική στιγμή που σταματάει η κίνηση είναι $t_2-t_1=5s \Rightarrow t_2-5s=5s \Rightarrow t_2=10s$.

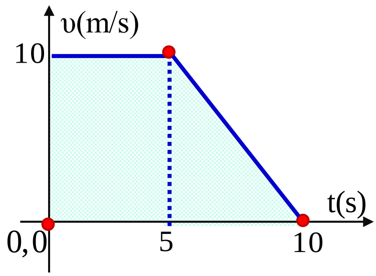
Ας υπολογίσουμε τη συνολική μετατόπιση με τρεις τρόπους.

1ος τρόπος: Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε όλη την διάρκεια της κίνησης,

$$\Delta K=W_F+W_T \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=F\Delta x_1-T\Delta x_{ολ} \Rightarrow \Delta x_{ολ}=\frac{F\Delta x_1+\frac{1}{2}m\upsilon_0^2}{T} \xrightarrow{S.I}$$

$$\Delta x_{ολ}=\frac{2\cdot 50+0{,}5\cdot 1.10^2}{2}m \Rightarrow \Delta x_{ολ}=75m$$

2os τρόπος: Κάνουμε την γραφική παράσταση υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης και το εμβαδόν της (που είναι τραπέζιο) δίνει την συνολική μετατόπιση που εδώ ταυτίζεται και με το συνολικό διάστημα.



$$\Delta x_{ολ}=E \Rightarrow \Delta x_{ολ}=\frac{5+10}{2}10 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=75m$$

3os τρόπος: Η μετατόπιση στην $2^η$ φάση είναι $\Delta x_2=\upsilon_0\Delta t_2-\frac{1}{2}|\alpha|(\Delta t_2)^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_2=10.5-\frac{1}{2}2.5^2 \Rightarrow \Delta x_2=25m$

Συνολική μετατόπιση $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=50m+25m \Rightarrow \Delta x_{ολ}=75m$

Δ.4 Έργο τριβής:

$1^{ος}$ τρόπος (χωρίς να γνωρίζουμε την μετατόπιση στη $2^η$ φάση) : Εφαρμόζουμε θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη στιγμή t_1 μέχρι που σταματάει το κινητό.

$$\Delta K=W_T \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_T \Rightarrow W_T=-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I} W_T=-\frac{1}{2}1.10^2J \Rightarrow W_T=-50J$$

$2^{ος}$ τρόπος: $W_T=-T\Delta x_2 \Rightarrow W_T=-2N\cdot 25m \Rightarrow W_T=-50J$

(*) Στις ανωτέρω μετατοπίσεις το βάρος και η δύναμη στήριξης δεν έχουν έργο.

3.(4-11631) Δύο κιβώτια Α και Β με μάζες $m_A=5kg$ και $m_B=10kg$, κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος ενός οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Οx. Τη χρονική στιγμή t=0s τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση $x_0=0$ του άξονα, κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο Α κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_A=10m/s$, ενώ το κιβώτιο Β έχει αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=30m/s$, και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο $\alpha=2m/s^2$ και φορά αντίθετη της ταχύτητας υ_0.

Να υπολογίσετε:

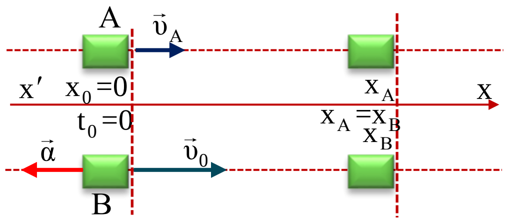
Δ.1 το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο,

Δ.2 τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια Α και Β θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή t_0,

Δ.3 τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα,

Δ.4 τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή $t_0=0$, μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

Απάντηση



Δ.1 Α: Το κιβώτιο κινείται ευθύγραμμα και ομαλά οπότε δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη $\Sigma F_A=0$.

Β: Από τον 2^o νόμο Newton $\Sigma\vec{F}_B=m_B\vec{\alpha} \Rightarrow \Sigma F_B=m_B(-\alpha) \xrightarrow{S.I}$ $\Sigma F_B=-20N$ (αλγεβρική τιμή) … δηλαδή η $\Sigma\vec{F}_B$ έχει μέτρο $\Sigma F_B=20N$ και κατεύθυνση αρνητική -αντίρροπη της ταχύτητας .

Δ.2 Οι εξισώσεις θέσης και ταχύτητας των δύο κινητών για το ανωτέρω σύστημα αναφοράς είναι

Α: $x_A=\upsilon_A t \xrightarrow{S.I} x_A=10t$ (SI) και $\upsilon_A=10m/s$ =σταθερή,

Β: $x_B=\upsilon_0 t-\frac{1}{2}\alpha t^2$ (α=μέτρο) $\xrightarrow{S.I} x_B=30t-1t^2$ και $\upsilon_B=\upsilon_0-\alpha t \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon_B=30-2t$ (S.I)

Όταν τα κινητά συναντηθούν έχουν στην ίδια θέση στο κοινό σύστημα αναφοράς, οπότε $x_A=x_B \Rightarrow 10t=30t-1t^2 \Rightarrow 1t^2-20t=0 \Rightarrow t(t-20)=0$ με λύσεις t=0 (είναι η αρχική στιγμή $t_0=0$) και t=20s (η επόμενη στιγμή συνάντησης όπως φαίνεται στο σχήμα).

Δ.3 Τα κινητά έχουν το ίδιο μέτρο ταχύτητας έστω τη στιγμή t_1, οπότε $\upsilon_A=\upsilon_B \Rightarrow$ $10=30-2t_1 \Rightarrow t_1=10s$.

Για την ανωτέρω χρονική στιγμή θέσαμε $\upsilon_A=\upsilon_B$ δηλαδή **ισότητα αλγεβρικών τιμών** της ταχύτητας και **τη στιγμή $t_1=10s$** που βρήκαμε **τα κινητά έχουν ίδιο μέτρο και ίδια κατεύθυνση ταχυτήτων.**

Μια επιβραδυνόμενη όμως κίνηση μετά τον μηδενισμό της ταχύτητας αν σταματήσει και η άσκηση της συνισταμένης δύναμης τότε το κινητό σταματάει. Αν όμως η συνισταμένη δύναμη συνεχίζει να ασκείται με τα ίδια χαρακτηριστικά, τότε αντιστρέφεται η φορά κίνησης και αν θεωρήσουμε το ίδιο σύστημα αναφοράς και ίδιο χρονόμετρο η θέση του κινητού περιγράφεται από τη ίδια εξίσωση $x_B=30t-1t^2$

και η ταχύτητα επίσης από την ίδια εξίσωση $\upsilon_B=30\text{-}2t$ μόνο που εδώ οι τιμές της ταχύτητας ως αλγεβρικές είναι αρνητικές.

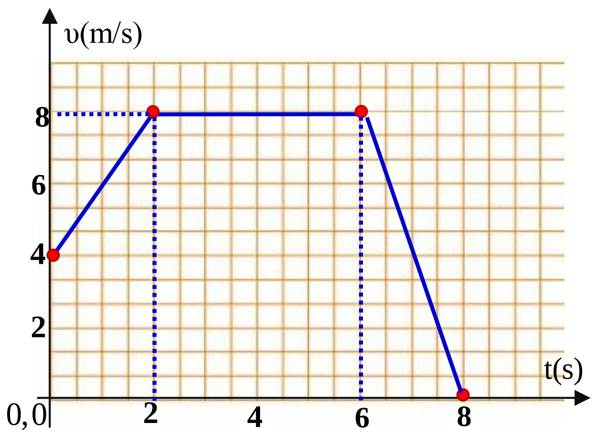
Στο πρόβλημα αν η κίνηση του Β αντιστραφεί $\upsilon_B=30\text{-}2t<0$ και θα έχουμε και πάλι ίσα μέτρα όταν $|\upsilon_B|=\upsilon_A \Rightarrow -\upsilon_B=\upsilon_A \Rightarrow -(30\text{-}2t_2)=10 \Rightarrow t_2=20\text{ s}$ …

Δ.4 Κιβώτιο Α, $\Delta K_A=0$ και κιβώτιο Β, $\Delta K_B=\frac{1}{2}m_B\upsilon^2-\frac{1}{2}m_B\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta K_B=\frac{1}{2}10\cdot 10^2-\frac{1}{2}10\cdot 30^2 \Rightarrow \Delta K_B=-4000J$$

Περισσότερα για την αντιστροφή της κίνησης στο βιβλίο Φυσική Α΄ Λυκείου- Βασίλης Τσούνης σελ. 102-105

4.(4-11632) Μικρό σώμα μάζας 10kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Ox και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Θεωρείστε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_0=0$

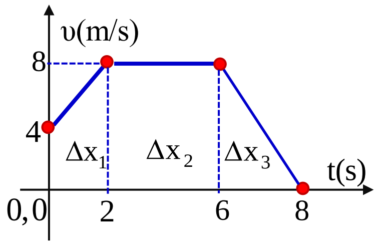
Δ.1 Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης του σώματος στα χρονικά διαστήματα [0s, 2s], [2s, 6s] και [6s, 8s]

Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων τη χρονική στιγμή $t_1=1{,}5$s.

Δ.3 Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=6{,}5$s.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος στο χρονικό διάστημα από [0s, 8s].

Απάντηση



Δ.1 **1η φάση** $0s \le t \le 2s$: Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$\alpha_1 = \frac{8\text{-}4}{2\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1 = 2m/s^2$ και χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha_1 t \Rightarrow \upsilon = 4 + 2t$ (S.I)

2η φάση $2s \le t \le 6s$: Η ταχύτητα παραμένει σταθερή $\upsilon = 8m/s$ και προφανώς έχει μηδενική επιτάχυνση $\alpha_2 = 0$, κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

3η φάση $6s \le t \le 8s$: Η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση (επιβράδυνση) $\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$

$\Rightarrow \alpha_3 = \frac{0\text{-}8}{8\text{-}6}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_3 = -4m/s^2$ και χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_{\alpha\rho\chi} - |\alpha_3|(t - t_{\alpha\rho\chi})$

$\Rightarrow \upsilon = 8 - 4(t-6)$ (S.I) ή $\upsilon = 32 - 4t$ (S.I) για $6s \le t \le 8s$

Δ.2. Την $t_1 = 1{,}5s$ το κινητό είναι στην 1η φάση της κίνησης και η συνισταμένη δύναμη υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow \Sigma F = m\alpha_1 \Rightarrow$

$\Sigma F = 10Kg.\ 2m/s^2 \Rightarrow \Sigma F = 20N$.

Δ.3 Η $t_2 = 6{,}5s$ ανήκει στην 3η φάση της κίνησης και εκείνη τη στιγμή έχει ταχύτητα $\upsilon = 8 - 4(t-6) \Rightarrow \upsilon = 8 - 4(6{,}5-6) = 6m/s$ και κινητική ενέργεια $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$

$\xrightarrow{S.I} K = 180J$.

Δ.4 Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της $\upsilon(t)$,

$$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \xrightarrow{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{\alpha}} \Delta x_{o\lambda} = \frac{4+8}{2}2 + 8\cdot(6\text{-}2) + \frac{1}{2}(8\text{-}6)\cdot 8 \Rightarrow \Delta x_{o\lambda} = 52m.$$

Η μέση ταχύτητα για όλη την διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x_{o\lambda}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{52m}{8s} \Rightarrow$

$\bar{\upsilon} = 6{,}5m/s$

5.(4-11633) Μικρό σώμα μάζας m=200g κινείται σε οριζόντιο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Τη χρονική στιγμή που θεωρούμε ως t=0s το σώμα κινείται με ταχύτητα μέτρου υ_0=72km/h. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10m/s^2 και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

Δ.1 το μέτρο της τριβής ολίσθησης,

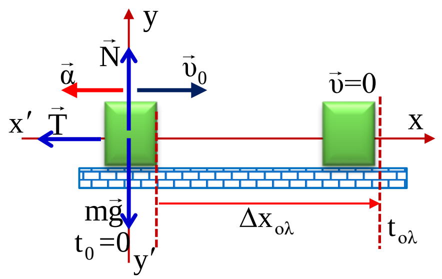
Δ.2 τη χρονική στιγμή που θα σταματήσει το σώμα να κινείται.

Δ.3 την μετατόπιση του σώματος, από τη χρονική στιγμή t =0, μέχρι να σταματήσει.

Δ.4 το έργο της τριβής ολίσθησης, από τη χρονική στιγμή t=0 μέχρι να σταματήσει το σώμα να κινείται.

Απάντηση

$m=200g=0{,}2Kg\ ,\ \upsilon_0=72km/h=20m/s$



Δ.1 Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα και ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg\,(1)$

Τριβή ολίσθησης: $T=\mu N \xrightarrow{(1)}$

$T=\mu mg \xrightarrow{(S.I)} T=0{,}4N$

Δ.2 Το σώμα εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση που βρίσκεται από τον 2^o νόμο Newton

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow -T=m\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{-T}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{-\mu mg}{m} \Rightarrow \alpha=-\mu g \xrightarrow{(S.I)} \alpha=-2m/s^2.$$

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\upsilon_0-|\alpha|t \xrightarrow{\upsilon=0} 0=\upsilon_0-|\alpha|t_{ο\lambda} \Rightarrow t_{ο\lambda}=\frac{\upsilon_0}{|\alpha|}$

$\xrightarrow{S.I} t_{ο\lambda}=10s$.

Δ.3 1^{ος} τρόπος: Η μετατόπιση από την αρχή είναι $\Delta x=\upsilon_0 t-\frac{1}{2}|\alpha|t^2$ και η ολική μέχρι να σταματήσει $\Delta x_{ο\lambda}=\upsilon_0 t_{ο\lambda}-\frac{1}{2}|\alpha|t_{ο\lambda}^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_{ο\lambda}=100m$

2^{ος} τρόπος: Από θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε όλη την διάρκεια της κίνησης,

$$\Delta K = W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = -T\Delta x_{ολ} \Rightarrow \Delta x_{ολ} = \frac{\frac{1}{2}mυ_0^2}{T} \xrightarrow{S.I} \Delta x_{ολ} = \frac{1/2 \cdot 0,2 \cdot 20^2}{0,4} m$$

$$\Rightarrow \Delta x_{ολ} = 100m$$

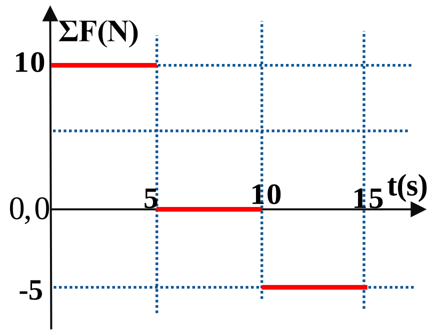
Υπάρχει και **3ος τρόπος** από το εμβαδόν της γραφική παράσταση υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης .

Δ.4 $W_T = -T\Delta x_{ολ} \Rightarrow W_T = -0,4N \cdot 100m \Rightarrow W_T = -40J$

… και διαφορετικά χωρίς τον υπολογισμό της συνολικής μετατόπισης …

$$\Delta K = W_T \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mυ_0^2 = W_T \Rightarrow W_T = -\frac{1}{2}mυ_0^2 \xrightarrow{S.I} W_T = -40J \; .$$

6.(4-11634) Ένα σώμα μάζας 1kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0, στο σώμα αρχίζουν να ασκούνται δυνάμεις. Η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων έχει οριζόντια διεύθυνση και η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα.



Δ.1 Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το σώμα, στα χρονικά διαστήματα [0s, 5s] [5s, 10s] και [10s, 15s]

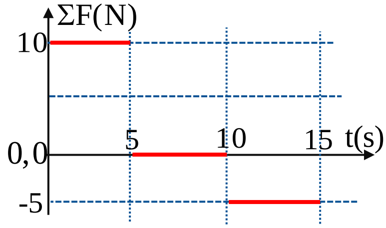
Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 5s$

Δ.3 Να υπολογίσετε το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή t =0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_2 = 10s$.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης από τη χρονική στιγμή t =0 μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 15s$.

Απάντηση

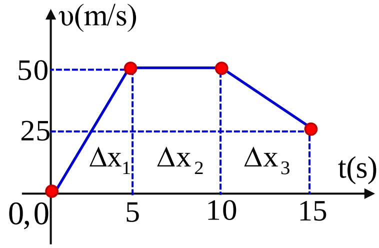
Δ.1 1η φάση $0s \le t \le 5s$: Η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή $\Sigma F_1 = 10N$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{\Sigma F_1}{m} \Rightarrow$ $\alpha_1 = 10 m/s^2$.



Η ταχύτητα έχει χρονική εξίσωση $\upsilon = \alpha_1 t \Rightarrow$ $\upsilon = 10t$ (S.I) και στο τέλος αυτής της κίνησης την $t_1 = 5s$ είναι $\upsilon_1 = 50 m/s$.

2η φάση $5s \le t \le 10s$: Η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή $\Sigma F_2 = 0N$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 50 m/s$.

3η φάση $10s \le t \le 15s$ Η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή $\Sigma F_3 = -5N$ αντίθετη της θετικής ταχύτητας και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_3 = \frac{\Sigma F_3}{m} \Rightarrow \alpha_3 = -5 m/s^2$.



Η ταχύτητα έχει χρονική εξίσωση $\upsilon = \upsilon_{\alpha\rho\chi} - |\alpha_3|(t - t_{\alpha\rho\chi}) \Rightarrow \upsilon = 50 - 5(t-10)$ (S.I) (S.I) για $10s \le t \le 15s$ και την χρονική στιγμή t=15s έχει τιμή $\upsilon = 50 - 5(15-10) \Rightarrow \upsilon = 25 m/s$

Δ.2 Έχει υπολογισθεί στο Δ.1 και έχει τιμή $\upsilon_1 = 50 m/s$.

Δ.3 Υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t) που φαίνεται στο διάγραμμα $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$,

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} 5s \cdot 50 m/s = 125m, \ \Delta x_2 = (10-5)s \cdot 50 m/s = 250m, \ \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 375m$$

Δ.4 1ος τρόπος: Υπολογίζουμε την μετατόπιση στην 3η φάση…

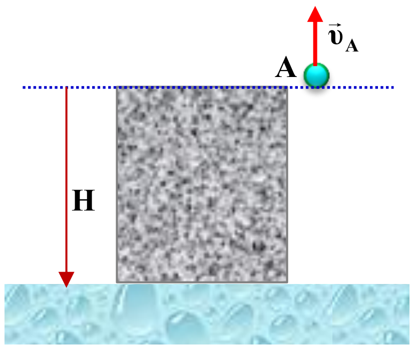
$$\Delta x_3 = \frac{(50+25) m/s}{2}(15-10)s \Rightarrow \Delta x_3 = 187,5m$$

$$W_{o\lambda} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 + 0 - \Sigma F_3 \cdot \Delta x_3 \Rightarrow W_{o\lambda} = 10N \cdot 125m - 5 \cdot 187,5m \Rightarrow W_{o\lambda} = 312,5J$$

2ος τρόπος: $W_{o\lambda} = \Delta K \Rightarrow W_{o\lambda} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 - 0 \Rightarrow W_{o\lambda} = \frac{1}{2} 1Kg.(25m/s)^2 - 0 \Rightarrow$

$W_{o\lambda} = 312,5J$

7.(4-11635) Από ένα βράχο ύψους H=10m πάνω την επιφάνεια της θάλασσας εκτοξεύουμε μια πέτρα μάζας m=0,1Kg κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A = 10 m/s$. Να υπολογίσετε:



Δ.1 τη μηχανική ενέργεια της πέτρας τη στιγμή της εκτόξευσης,

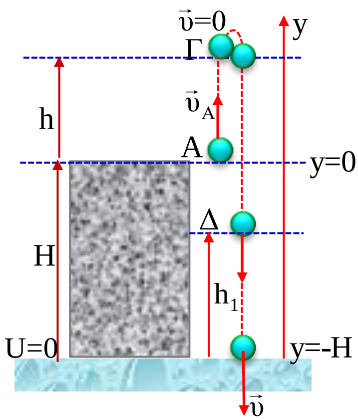
Δ.2 το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η πέτρα από την επιφάνεια της θάλασσας καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος,

Δ.3 σε πόσο ύψος πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, η κινητική ενέργεια της πέτρας είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια που έχει στο ύψος αυτό,

Δ.4 το χρονικό διάστημα της κίνησης της πέτρας από τη χρονική στιγμή που εκτοξεύτηκε μέχρι την χρονική στιγμή που φτάνει στην επιφάνεια του νερού.

Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια την επιφάνεια της θάλασσας και την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $g = 10 m/s^2$. Η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Απάντηση



Δ.1 $E_{μηχ(A)} = U_A + K_A \Rightarrow E_{μηχ(A)} = mgH + \frac{1}{2} m\upsilon_A^2$

$\xrightarrow{S.I} E_{μηχ(A)} = 15J$

Δ.2 $E_{μηχ(A)} = E_{μηχ(Γ)} \Rightarrow$

$$mgH + \frac{1}{2} m\upsilon_A^2 = mg(H+h) + 0 \Rightarrow h = \frac{\upsilon_A^2}{2g}$$

$\xrightarrow{S.I} h = 5m$, άρα $h_{max} = H + h = 15m$

Δ.3 Στο σημείο Δ έστω U=K (1),

$E_{μηχ(Δ)} = E_{μηχ(A)} \Rightarrow U + K = E_{μηχ(A)} \xrightarrow{(1)}$

$$2U = E_{μηχ(A)} \Rightarrow 2mgh_1 = E_{μηχ(A)} \Rightarrow h_1 = \frac{E_{μηχ(A)}}{2mg} \xrightarrow{(1)} h_1 = \frac{15}{2 \cdot 0,1 \cdot 10} = 7,5m$$

Δ.4 1ος τρόπος: Η εξίσωση θέσης της πέτρας για το δεδομένο σύστημα αναφοράς είναι $y(t)=\upsilon_A t-\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I} y(t)=10t-5t^2$ και τη στιγμή πτώσης στην θάλασσα $y=-H=-10m$ και $t=t_{ολ}$ οπότε, $-10=10t-5t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}^2-2t-2=0$ που έχει θετική λύση $t=(1+\sqrt{3})s \Rightarrow t \simeq 2{,}7s$

2ος τρόπος: $t_{ολ}=t_{αν}+t_{καθ}$. Ο χρόνος ανόδου υπολογίζεται από την σχέση της ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_A-gt$ που για το ανώτερο σημείο Α έχουμε $\upsilon=0$ και $t=t_{αν}$ …οπότε

$$0=\upsilon_A-gt_{αν} \Rightarrow t_{αν}=\frac{\upsilon_A}{g} \xrightarrow{S.I} t_{αν}=1s$$

Ο χρόνος καθόδου υπολογίζεται από την σχέση $t_{καθ}=\sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} \Rightarrow t_{καθ}=\sqrt{\frac{2\cdot 15m}{10m/s^2}}$

$\Rightarrow t_{καθ}=\sqrt{3}s$. Άρα $t_{ολ}=t_{αν}+t_{καθ} \Rightarrow t_{ολ}=(1+\sqrt{3})s \Rightarrow t \simeq 2{,}7s$

Περισσότερα για την κατακόρυφη βολή στο βιβλίο Φυσική Α΄ Λυκείου- Βασίλης Τσούνης σελ. 201-236

8.(4-11636) Ένα αυτοκίνητο μάζας $m=1000kg$ ξεκινάει από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $α=2m/s^2$ σε ευθύγραμμο δρόμο για χρονικό διάστημα $Δt_1=10s$. Στη συνέχεια με την ταχύτητα που απέκτησε κινείται ομαλά για $Δt_2=10s$. Στη συνέχεια αποκτά σταθερή επιβράδυνση με την οποία κινείται για χρονικό διάστημα $Δt_3=5s$ με αποτέλεσμα να σταματήσει.

Δ.1 Να υπολογίσετε το διάστημα που διάνυσε το αυτοκίνητο στο χρονικό διάστημα $Δt_1$.

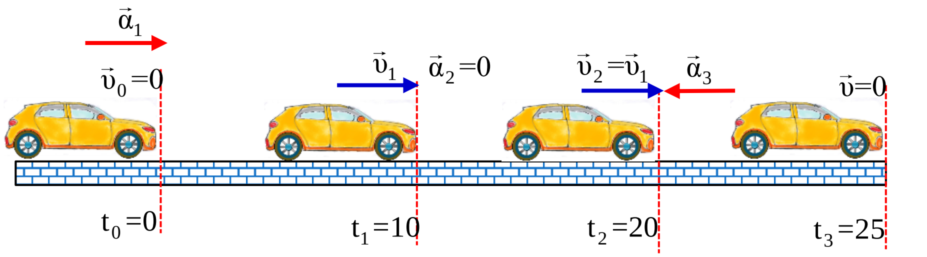
Δ.2 Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, σε βαθμολογημένους άξονες, για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης του.

Δ.3 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησής του.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης του.

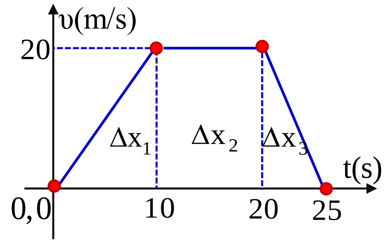
Απάντηση

Δ.1



Η **πρώτη φάση** διαρκεί από $t_0=0$ μέχρι $t_1=10s$ και γίνεται με επιτάχυνση $\alpha_1=\alpha=2m/s^2$ οπότε έχει μετατόπιση $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_1=\frac{1}{2}2\cdot 10^2 \Rightarrow \Delta x_1=100m$ και αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1=\alpha t_1 \Rightarrow \upsilon_1=20m/s$

Δ.2 Η **δεύτερη φάση** της κίνησης είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα $\upsilon_2=\upsilon_1=20m/s$ από τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ μέχρι $t_2=20s$.



Η τρίτη φάση της κίνησης είναι ομαλά επιβραδυνόμενη μέχρι μηδενισμού της ταχύτητας από τη χρονική στιγμή $t_2=20s$ μέχρι $t_3=25s$. Η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα υ(t).

Δ.3 Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t) που είναι τραπέζιο, $\Delta x_{o\lambda}=\frac{10+25}{2}20 \Rightarrow \Delta x_{o\lambda}=350m$.

Η μέση ταχύτητα για όλη την διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{\upsilon}=\frac{\Delta x_{o\lambda}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\frac{350m}{25s} \Rightarrow$ $\bar{\upsilon}=14m/s$.

Δ.4 Το συνολικό έργο υπολογίζεται από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για όλη την διάρκεια της κίνησης …

$W_{o\lambda}=\Delta K \Rightarrow W_{o\lambda}=\frac{1}{2}m\upsilon_{\tau\epsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}^2-\frac{1}{2}m\upsilon_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}}^2$ και επειδή η αρχική και τελική ταχύτητα είναι μηδενικές θα έχουμε $W_{o\lambda}=0J$

9.(4-11637) Ένα σώμα μάζας $m=4kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 5m/s$. Τη χρονική στιγμή t=0, ασκείται στο σώμα, δύναμη ίδιας κατεύθυνσης με τη ταχύτητά του και μέτρου 20N, οπότε το σώμα κινείται με επιτάχυνση το μέτρο της οποίας είναι ίσο με $4m/s^2$

Δ.1 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος, από τη χρονική στιγμή t=0, μέχρι τη στιγμή t_1 =5s.

Δ.2 Να εξετάσετε αν ασκείται στο σώμα δύναμη τριβής και αν ασκείται, τότε να υπολογίσετε το μέτρο της.

Δ.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή t_2 που το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά 25 m από το σημείο στο οποίο άρχισε να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$.

Δ.4 Τη χρονική στιγμή t_2 παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, όμως το σώμα συνεχίζει την κίνηση του στο οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε το διάστημα που θα διανύσει το σώμα από τη χρονική στιγμή t_2, μέχρι να σταματήσει να κινείται.

Απάντηση

Δ.1 Το κινητό μέχρι την t_1=5s έχει μετατόπιση $\Delta x_1=\upsilon_0 t_1+\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I}$

$\Delta x_1=5\cdot 4+\frac{1}{2}4\cdot 5^2 \Rightarrow \Delta x_1=75m$ και αποκτά ταχύτητα $\upsilon_1=\upsilon_0+\alpha_1 t_1 \Rightarrow \upsilon_1=25m/s$.

Δ.2 Αν δεν υπήρχε τριβή η επιτάχυνση θα ήταν $\alpha_1=\frac{F}{m} \Rightarrow \alpha_1=\frac{20N}{4Kg}=5\frac{m}{s^2}>4\frac{m}{s^2}$

άρα υπάρχει τριβή , οπότε $\Sigma\vec{F}x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_1 \Rightarrow$

$T=F\text{-}m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} T=20N\text{-}4Kg\cdot 4m/s^2 \Rightarrow T=4N$

Δ.3 Από τις εξισώσεις της μετατόπισης $\Delta x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha_1 t^2$ και ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_0+\alpha_1 t$ με απαλοιφή χρόνου βρίσκουμε $\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2\alpha_1\Delta x}$.

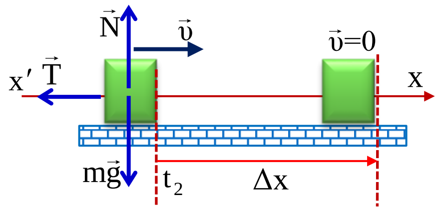
Η σχέση αυτή εξάγεται και από το ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=\Sigma F\cdot\Delta x \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=m\alpha_1\cdot\Delta x \Rightarrow \upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2\alpha_1\Delta x} \xrightarrow{S.I} \upsilon=\sqrt{5^2+2\cdot 4\cdot 25} \Rightarrow \upsilon=15m/s$

Δ.4 Από θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από τη χρονική στιγμή t_2 μέχρι υ=0, $\Delta K=W_T \Rightarrow$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon^2=-T\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{\frac{1}{2}m\upsilon^2}{T} \xrightarrow{S.I}$$

$$\Delta x=\frac{1/2\cdot 4\cdot 15^2}{4}m \Rightarrow \Delta x=112,5m.$$



10.(4-11638) Ένα αυτοκίνητο μάζας 1000kg κινείται αρχικά σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου ίσου με 10m/s. Ο οδηγός του αυτοκινήτου τη χρονική στιγμή t= 0, πατώντας το γκάζι προσδίνει στο αυτοκίνητο σταθερή επιτάχυνση και τη χρονική στιγμή t_1 = 10s, το μέτρο της ταχύτητα του αυτοκινήτου έχει διπλασιαστεί. Να υπολογίσετε:

Δ.1 τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου στο παραπάνω χρονικό διάστημα των 10s,

Δ.2 το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που επιτάχυνε το αυτοκίνητο,

Δ.3 τη μέση ταχύτητα του αυτοκίνητου στο χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή t=0s έως τη χρονική στιγμή t_1=10s ,

Δ4) το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που έπρεπε να ασκείται στο αυτοκίνητο ώστε να διπλασιαστεί πάλι η αρχική του ταχύτητα, διανύοντας όμως τη μισή μετατόπιση από ότι στη προηγούμενη περίπτωση.

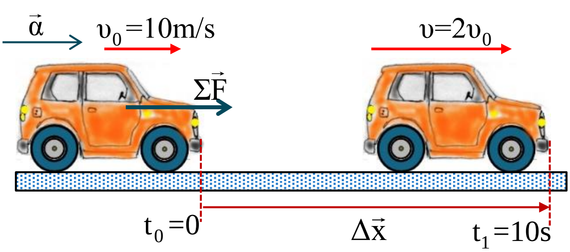
Απάντηση

Δ.1 Μεταβολή της κινητικής ενέργειας $\Delta K=\frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2$

$$\Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}m(\upsilon^2-\upsilon_0^2) \xrightarrow{(S.I)}$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}1000(20^2-10^2) \Rightarrow$$

$$\Delta K=150000J$$



Δ.2 Επιτάχυνση αυτοκινήτου $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{\upsilon-\upsilon_0}{t_1-t_0} \Rightarrow \alpha=\frac{20-10}{10-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=1m/s^2$.

Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton,

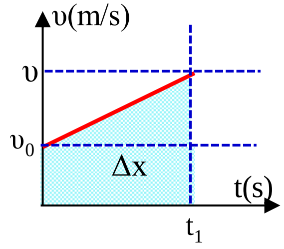
$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \Rightarrow \Sigma F = 1000Kg \cdot 1m/s^2 \Rightarrow \Sigma F = 1000N$

Δ.3 Μετατόπιση αυτοκινήτου : $\Delta x = \upsilon_0 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{(S.I)} \Delta x = 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} 1 \cdot 10^2 \Rightarrow$

$\Delta x = 150m$

Μέση ταχύτητα στην ανωτέρω μετατόπιση $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{150m}{10s} \Rightarrow \bar{\upsilon} = 15m/s$.

…**και διαφορετικά** … Σε χρόνο $\Delta t = t_1$ η μετατόπιση όπως φαίνεται από διάγραμμα υ(t) είναι $\Delta x = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} t_1$



και η μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{(\upsilon + \upsilon_0) t_1 / 2}{t_1} \Rightarrow$

$\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon + \upsilon_0}{2} \xrightarrow{S.I} \bar{\upsilon} = \frac{20+10}{2}\frac{m}{s} \Rightarrow \bar{\upsilon} = 15m/s$

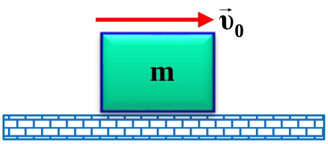
Δ.4 ΘΜΚΕ στην **αρχική** περίπτωση: $\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \Sigma F \cdot \Delta x$ (1)

ΘΜΚΕ για την ίδια μεταβολή ταχυτήτων για **μισή μετατόπιση**

$\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \Sigma F' \cdot \frac{\Delta x}{2}$ (2)

Από (1) και (2) έχουμε $\Sigma F' \cdot \frac{\Delta x}{2} = \Sigma F \cdot \Delta x \Rightarrow \Sigma F' = 2 \cdot \Sigma F \Rightarrow \Sigma F' = 2000N$

11.(4-11639) Μικρό σώμα μάζας m=2kg τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ εκτοξεύεται με οριζόντια αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 20m/s$ σε οριζόντιο επίπεδο όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$.



Να υπολογίσετε:

Δ.1 το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα,

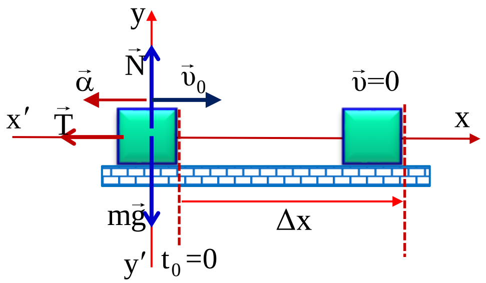
Δ.2 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$,

Δ.3 τη μετατόπιση του σώματος στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησης,

Δ.4 το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης, μέχρι τη στιγμή που θα σταματήσει το σώμα να κινείται.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα, ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow$ N=mg (1) και δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης: $T=\mu N \xrightarrow{(1)}$ $T=\mu mg$ (2) ή T=10N.



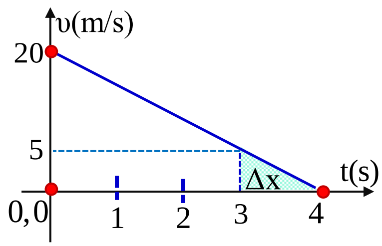
Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση (επιβράδυνση) $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{-T}{m} \xrightarrow{(2)} \alpha=\dfrac{-\mu mg}{m}$

$\Rightarrow \alpha=-\mu g \xrightarrow{(1)} \alpha=-5m/s^2$ (αλγεβρική τιμή για το δεδομένο σύστημα αναφοράς) και με μέτρο $\alpha=5m/s^2$.

Δ.2 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\upsilon_0-\alpha t$ (α= μέτρο) $\xrightarrow{S.I}$ $\upsilon=20-5t$ (S.I) και την t_1 =2s έχει τιμή $\upsilon_1=20-5\cdot 2 \Rightarrow \upsilon_1=10m/s$.

Δ.3 Από τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=20-5t$ (S.I) για υ=0 βρίσκουμε τον ολικό χρόνο της κίνησης $0=20-5t_{ολ} \Rightarrow t_{ολ}=4s$ και την ταχύτητα για t=3s ,

$\upsilon_3=20-5\cdot 3 \Rightarrow \upsilon_3=5m/s$.



Το τελευταίο sec της κίνησης είναι από $t_3=3s$ έως $t_{ολ}=4s$ και η μετατόπιση βρίσκεται ως εξής:

1ος τρόπος: Από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης υ(t) από $t_3=3s$ έως $t_{ολ}=4s$ …

$$\Delta x=\frac{1}{2}(4-3)s\cdot 5\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x=2{,}5m$$

2ος τρόπος: Από τη σχέση της μετατόπιση από $t_3=3s$ έως $t_{ολ}=4s$ για Δt=1s,

$$\Delta x=\upsilon_3\Delta t-\frac{1}{2}\alpha(\Delta t)^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x=5\cdot 1-\frac{1}{2}5\cdot 1^2 \Rightarrow \Delta x=2{,}5m$$

3ος τρόπος : Με το ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_T \Rightarrow 0-\dfrac{1}{2}m\upsilon_3^2=-T\cdot\Delta x \Rightarrow \Delta x=\dfrac{m\upsilon_3^2}{2T} \Rightarrow$

$\Delta x=2{,}5m$

Δ.4 Το έργο της τριβής υπολογίζεται με το ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_T \Rightarrow 0-\dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_T$

$\xrightarrow{S.I} W_T=-400J$

12.(4-11640) Μικρό σώμα μάζας m=5kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου επιπέδου είναι μ=0,4. Τη χρονική στιγμή t_0=0s ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσο με 50N με την επίδραση της οποίας το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$. Να υπολογίσετε:

Δ.1 το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα

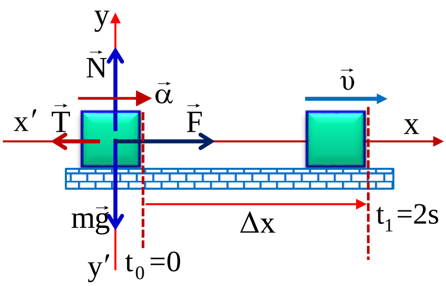
Δ.2 την κινητική ενέργεια του σώματος την χρονική στιγμή t_1=2s,

Δ.3 το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή t_0 = 0, μέχρι τη στιγμή t_1=2s,

Δ.4 τη μέση ισχύ που προσφέρθηκε στο σώμα, μέσω της δύναμης $\vec{F}$, στη χρονική διάρκεια από την t_0=0s μέχρι τη στιγμή t_1=2s.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα, ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ (1) και δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης: $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg$ (2) ή T=20N.



Η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση

$$\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{F-T}{m} \xrightarrow{(2)} \alpha=\frac{50N-20N}{5Kg} \Rightarrow \alpha=6m/s^2.$$

Δ.2 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=6t$ (S.I) και την $t_1=2s$ έχει τιμή $\upsilon=12m/s$. Στη θέση αυτή η κινητική ενέργεια είναι $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2$

$$\xrightarrow{S.I} K=\frac{1}{2}5\cdot 12^2 \Rightarrow K=360J$$

Δ.3 Η μετατόπιση από t_0=0 έως t_1 =2s είναι $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x=\frac{1}{2}6.2^2 \Rightarrow$

$\Delta x=12m$

Το έργο της της δύναμη $\vec{F}$ στην ανωτέρω μετατόπιση είναι $W_F = F\Delta x \Rightarrow W_F = 600J$

Δ.4 Η μέση ισχύ με την οποία προσφέρθηκε ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$, στη χρονική διάρκεια από την t_0=0s μέχρι τη στιγμή t_1=2 s είναι, $\bar{P} = \frac{W_F}{\Delta t} \Rightarrow \bar{P} = \frac{W_F}{t_1} \Rightarrow \bar{P} = \frac{600J}{2s} \Rightarrow \bar{P} = \frac{600J}{2s} \Rightarrow \bar{P} = 300W$.

Σχόλιο: Ισχύς είναι ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται η αφαιρείται ενέργεια από ένα σώμα. Η ενέργεια προσφέρεται ή αφαιρείται όχι η ισχύς, η οποία δείχνει πόσο γρήγορα προσφέρεται ή αφαιρείται η ενέργεια. Έτσι προτείνεται η διατύπωση του θέματος Δ.4 να είναι: « (Να υπολογίσετε) τη μέση ισχύ με την οποία προσφέρθηκε ενέργεια στο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης F, στη χρονική διάρκεια από την t_0=0s μέχρι τη στιγμή t_1=2s ». Περισσότερα στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελ. 455-469**

13.(4-11642) Ένας μαθητής ξεκινά την χρονική στιγμή t=0, να παρατηρεί ένα σώμα μάζας m=10kg που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 20m/s$. Το σώμα διανύει διάστημα s_1=100m κινούμενο με σταθερή ταχύτητα και στη συνέχεια επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση μέχρι να σταματήσει. Αν γνωρίζετε ότι η χρονική διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης είναι Δt =5s τότε:

Δ.1 να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος,

Δ.2 να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες από την χρονική στιγμή t=0 έως την χρονική στιγμή που το σώμα σταματά,

Δ.3 να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για τη συνολική χρονική διάρκεια που ο μαθητής παρατήρησε την κίνηση του,

Δ.4 να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του τραχέος τμήματος του δρόμου στον οποίο κινείται, αν γνωρίζετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι η μοναδική δύναμη που επιβραδύνει το σώμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g = 10m/s^2$.

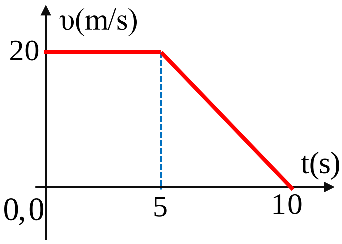
Απάντηση

Δ.1 Η κίνηση αρχικά είναι ευθύγραμμη ομαλή με $\upsilon_1 = 20\text{m/s}$ για μετατόπιση $\Delta x_1=100\text{m}$ σε χρόνο $\Delta t_1=\dfrac{\Delta x_1}{\upsilon_1} \Rightarrow \Delta t_1=\dfrac{100\text{m}}{20\text{m/s}} \Rightarrow \Delta t_1=5\text{s}$ και καλύπτει το χρονικό διάστημα από $t_1=0\text{s}$ έως $t_1=5\text{s}$.

Στη συνέχεια από $t_1=5\text{s}$ έως $t_2=10\text{s}$ η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με αλγεβρική τιμή της επιβράδυνσης $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\dfrac{0\text{-}20}{10\text{-}5}\dfrac{\text{m/s}}{\text{s}} \Rightarrow$

$\alpha= -\ 4\text{m/s}^2$ και μέτρο $\alpha=4\text{m/s}^2$.

Δ.2 Η γραφική παράσταση της $\upsilon(t)$ αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δ.3 Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της $\upsilon(t)$ που είναι τραπέζιο $\Delta x=\dfrac{(5+10)\text{s}}{2}\cdot 20\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta x=150\text{m}$.

Η μέση ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{\upsilon}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\dfrac{150\text{m}}{10\text{s}} \Rightarrow$

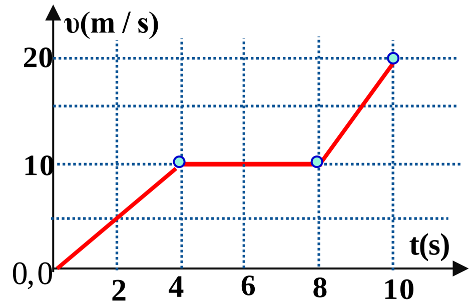
$\bar{\upsilon}=15\text{m/s}$

Δ.4 Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα, ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ (1) και δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης: $T=\mu N \xrightarrow{(1)}$ $T=\mu mg$ (2) .

Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση (επιβράδυνση) α, οπότε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow \text{-}T=m(\text{-}\alpha) \xrightarrow{(2)} \mu mg=m\alpha \Rightarrow \mu=\dfrac{\alpha}{g} \Rightarrow \mu=0{,}4$

Σχόλιο: Στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με μοναδική δύναμη επιβράδυνσης την τριβή η επιβράδυνση έχει μέτρο **α=μg** που είναι ανεξάρτητο της μάζας. Έτσι στην ανωτέρω άσκηση θα μπορούσε να μην δίνεται η τιμή της μάζας του σώματος.

14.(4-11643) Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.



Δ.1 Να υπολογίσετε τα μέτρα των επιταχύνσεων $α_1$ και $α_2$ με τις οποίες κινείται το σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα $[0s, 4s]$ και $[8s, 10s]$ αντίστοιχα.

Δ.2 Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή t=0s έως και την χρονική στιγμή t=10s.

Δ.3 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος κατά το χρονικό διάστημα $[0s, 10s]$

Δ.4 Αν K_1 και K_2 είναι οι τιμές της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές t_1 =2s και t_2=9s αντίστοιχα, να υπολογίσετε το λόγο K_1/K_2.

Απάντηση

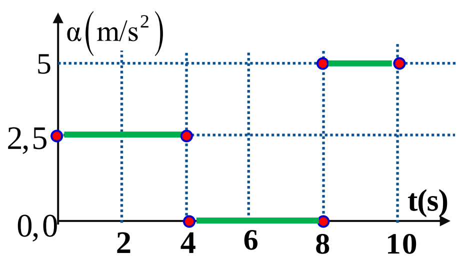
Δ.1 1η φάση $0s \leq t \leq 4s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $α_1=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow α_1=\frac{10\text{-}0}{4\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow α_1=2{,}5m/s^2$.

2η φάση $4s \leq t \leq 8s$: Η ταχύτητα παραμένει σταθερή υ=10m/s και προφανώς έχει μηδενική επιτάχυνση α΄=0.

3η φάση $8s \leq t \leq 10s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $α_2=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow$

$α_2=\frac{20\text{-}10}{10\text{-}8}\frac{m/s}{s} \Rightarrow α_2=5m/s^2$

Δ.2 Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα α(t).



Δ.3 Η μετατόπιση σε όλη την διάρκεια της κίνησης δίνεται από το εμβαδόν της υ(t) και είναι $\Delta x=\frac{1}{2}(4\text{-}0)s\cdot 10\frac{m}{s}+(8\text{-}4)s\cdot 10\frac{m}{s}+\frac{(10+20)m/s}{2}\cdot(10\text{-}8)s$ ή $\Delta x=90m$.

Η μέση ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{\upsilon}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow$ $\bar{\upsilon}=\frac{90m}{10s}\Rightarrow$ $\bar{\upsilon}=9m/s$

Δ.4 Η χρονική εξίσωση ταχύτητας στην 1η φάση $\upsilon=\alpha_1 t$ $\Rightarrow \upsilon=2{,}5t$ (S.I). Τη χρονική στιγμή t_1 =2s το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon_1=2{,}5\cdot 2$ ή $\upsilon_1=5m/s$ και κινητική ενέργεια

$$K_1=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \quad (1)$$

Η χρονική εξίσωση ταχύτητας στη 3η φάση είναι $\upsilon=\upsilon_{\alpha\rho\chi}+\alpha_2(t\text{-}t_{\alpha\rho\chi})$ $\Rightarrow \upsilon=10+5(t\text{-}8)$ (S.I). Τη χρονική στιγμή t_2 =9s το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon_2=10+5(9\text{-}8)$ ή $\upsilon_2=15m/s$ και κινητική ενέργεια $K_2=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$ (2).

Από τις (1) και (2) έχουμε $\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{1}{2}m\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2}\Rightarrow\frac{K_1}{K_2}=\left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2\xrightarrow{S.I}\frac{K_1}{K_2}=\frac{1}{9}$.

15.(4-11644) Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας m=20 kg. Τη χρονική στιγμή t_0=0 ο Γιάννης αρχίζει να σπρώχνει το κιβώτιο ασκώντας σε αυτό οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 50N. Την χρονική στιγμή t_1=4s η ταχύτητα του κιβώτιου έχει μέτρο, υ_1=2m/s και ο Γιάννης σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη πάνω στο δάπεδο και τέλος σταματά. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g =10m/s^2. Να υπολογίσετε:

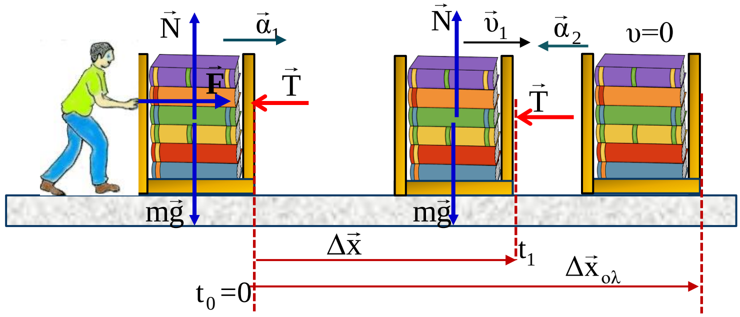
Δ.1 την επιτάχυνση του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια που ο Γιάννης έσπρωχνε το κιβώτιο,

Δ.2 το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου,

Δ.3 την ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης .

Δ.4 το συνολικό διάστημα που διάνυσε το κιβώτιο πάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή t_0=0, μέχρι να σταματήσει.

Απάντηση



Δ.1 $\alpha_1=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}\Rightarrow\alpha_1=\frac{\upsilon_1\text{-}0}{t_1\text{-}0}\Rightarrow\alpha_1=\frac{2\text{-}0}{4\text{-}0}\frac{m/s}{s}\Rightarrow\alpha_1=0{,}5m/s^2$.

Δ.2 Για την 1η φάση της κίνησης από τον 2ο νόμο Newton έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1\Rightarrow$ $F\text{-}T=m\alpha_1\Rightarrow T=F\text{-}m\alpha_1\Rightarrow T=50\text{-}20\cdot0{,}5\Rightarrow T=40N$

Το σώμα κινείται στον οριζόντιο άξονα, ηρεμεί στον κατακόρυφο οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0\Rightarrow$ $N=mg=200N$ και δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης $T=\mu N$ $\Rightarrow\mu=\frac{T}{N}\xrightarrow{S.I}$ $\mu=\frac{40N}{200N}\Rightarrow\mu=0{,}2$

Δ.3 Η μετατόπιση στην 1η φάση είναι $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2\xrightarrow{S.I}\Delta x=\frac{1}{2}0{,}5\cdot4^2\Rightarrow\Delta x=4m$

Η ενέργεια που προσφέρθηκε από το Γιάννη στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης είναι $W_F=F\cdot\Delta x\Rightarrow W_F=50N\cdot4m\Rightarrow W_F=200J$.

Δ.4 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για όλη την κίνηση του κιβωτίου οπότε έχουμε $\Delta K=W_F+W_T$ $\Rightarrow 0\text{-}0=W_F\text{-}T\Delta x_{o\lambda}\Rightarrow\Delta x_{o\lambda}=\frac{W_F}{T}$ $\xrightarrow{S.I}\Delta x_{o\lambda}=\frac{200J}{40N}\Rightarrow\Delta x_{o\lambda}=5m$

16.(4-11646) Από ένα στρατιωτικό ελικόπτερο, που για λίγο αιωρείται ακίνητο σε κάποιο ύψος πάνω από ένα φυλάκιο, αφήνεται ένα δέμα μάζας m=2kg για να το παραλάβουν οι στρατιώτες του φυλακίου. Το δέμα πέφτει κατακόρυφα και διέρχεται από ένα σημείο (Α) της τροχιάς του με ταχύτητα μέτρου 10m/s και από ένα άλλο σημείο (Β) με ταχύτητα μέτρου 20m/s. Το σημείο (Β) βρίσκεται πιο κοντά στο έδαφος και απέχει από το σημείο (Α), απόσταση 30m. Ο αέρας ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δέμα η οποία έχει την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά από την ταχύτητα του δέματος. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου μεταξύ των θέσεων Α και Β.

Δ.2 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης F κατά τη διαδρομή του δέματος από το Α ως το Β.

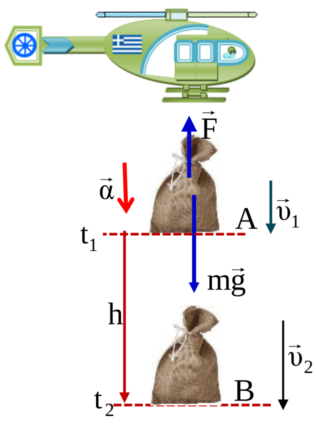
Αν με τα παραπάνω δεδομένα, υποθέσουμε για λόγους απλότητας ότι η δύναμη F είναι σταθερή, να υπολογίσετε:

Δ.3 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Δ.4 το χρόνο κίνησης του δέματος μεταξύ των σημείων Α και Β.

Απάντηση

Δ.1 Μεταβολή της κινητικής ενέργειας



$$\Delta K=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow \Delta K=\frac{1}{2}m\left(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2\right)$$

$$\xrightarrow{S.I} \Delta K=\frac{1}{2}2\left(20^2-10^2\right) \Rightarrow \Delta K=300J$$

Δ.2 Από το ΘΜΚΕ από το Α μέχρι το Β έχουμε

$$\Delta K=W_F+W_{mg} \Rightarrow \Delta K=W_F+mgh \Rightarrow$$

$$W_F=\Delta K-mgh \Rightarrow W_F=300-2.10.30 \Rightarrow$$

$$W_F=-300J$$

Δ.3 $W_F=-Fh \Rightarrow F=-\frac{W_F}{h} \Rightarrow F=-\frac{-300J}{30m} \Rightarrow$

$F=10N$.

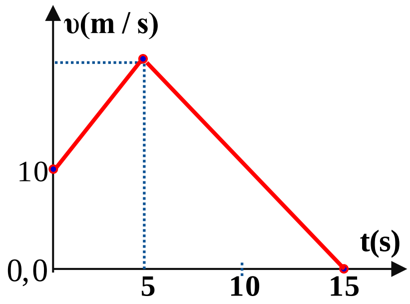
Δ.4 Η επιτάχυνση αύξησης της ταχύτητας του δέματος είναι $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{mg-F}{m}$

$\Rightarrow \alpha=\dfrac{2\cdot 10-10}{2} \Rightarrow \alpha=5m/s^2$.

Ο χρόνος κίνησης από Α έως Β βρίσκεται από την χρονική εξίσωση της ταχύτητας

$$\upsilon_2=\upsilon_1+\alpha(t_2-t_1) \Rightarrow t_2-t_1=\frac{\upsilon_2-\upsilon_1}{\alpha} \xrightarrow{S.I} \Delta t=\frac{(20-10)m/s}{5m/s^2} \Rightarrow \Delta t=2s.$$

17.(4-11649) Ένα κιβώτιο μάζας m=20kg κινείται ευθύγραμμα σε οριζόντιο δάπεδο. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στα 5 πρώτα δευτερόλεπτα της κίνησης του κιβωτίου είναι $\Sigma F=40$ N



Δ.1 Να χαρακτηρίσετε τα είδη των κινήσεων που εκτελεί το κιβώτιο στις χρονικές διάρκειες 0 έως 5s και 5s έως 15s.

Να υπολογίσετε:

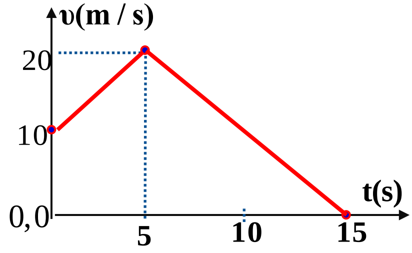
Δ.2 το μέτρο της επιτάχυνσης και της μετατόπισης του κιβωτίου, στη χρονική διάρκεια $[0s, 5s]$,

Δ.3 τη μέση ταχύτητα του κιβωτίου στη χρονική διάρκεια $[0s, 15s]$,

Δ.4 το έργο της συνισταμένης δύναμης στη χρονική διάρκεια $[5s, 15s]$.

Απάντηση

Δ.1 **1η φάση** $0s \le t \le 5s$: Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο η επιτάχυνση είναι σταθερή και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.



2η φάση $5s \le t \le 15s$: Η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο η επιτάχυνση (επιβράδυνση) είναι σταθερή και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Δ.2 Η επιτάχυνση υπολογίζεται από τον 2° νόμο Newton $\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{\Sigma F}{m} \Rightarrow$ $\alpha=\frac{40}{20}\frac{N}{Kg} \Rightarrow \alpha=2m/s^2$.

Δ.3 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στην 1η φάση είναι $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \Rightarrow \upsilon=10+2t$ (S.I) και από εδώ βρίσκουμε την ταχύτητα τη χρονική στιγμή t=5s … που είναι $\upsilon=20m/s$. Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t) και είναι $\Delta x=\frac{(10+20)m/s}{2}\cdot 5s+\frac{1}{2}(15\text{-}5)s\cdot 20\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x=175m$.

Η μέση ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{\upsilon}=\frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\frac{175m}{15s} \Rightarrow$ $\bar{\upsilon}\simeq 11{,}67m/s$

Δ.4 Το έργο της συνισταμένης δύναμης στη χρονική διάρκεια $[5s,\,15s]$ βρίσκεται από το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το αντίστοιχο χρονικό διάστημα $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow 0\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon^2=W_{o\lambda} \Rightarrow W_{o\lambda}=\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{S.I} W_{o\lambda}=\text{-}\frac{1}{2}20\cdot 20^2 \Rightarrow$ $W_{o\lambda}=\text{-}4000J$

18.(4-11652) Ένα κιβώτιο μάζας 5kg είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0, ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F_1=20N$ με αποτέλεσμα το κιβώτιο να επιταχύνεται. Τη χρονική στιγμή $t_1=5s$, αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο και άλλη σταθερή δύναμη $\vec{F}_2$, με φορά αντίθετη από αυτήν που είχε η $\vec{F}_1$, οπότε η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται τη στιγμή $t_2=9s$.

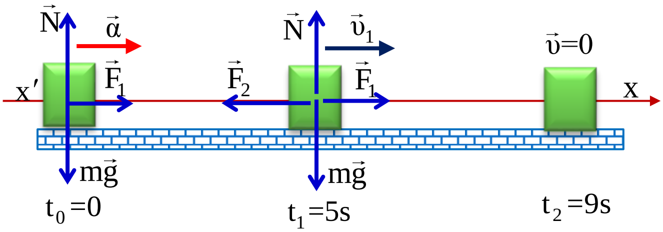
Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου τη χρονική στιγμή $t_1=5s$.

Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου κατά την διάρκεια της επιβραδυνόμενης κίνησης, καθώς και το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$.

Δ.3 Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων, για το χρονικό διάστημα $[0s,\,9\,s]$ και να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του κιβωτίου στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ στο χρονικό διάστημα $[5s,\,9\,s]$.

Απάντηση



Δ.1 Στη 1η φάση της κίνησης η επιτάχυνση είναι $\vec{\alpha}_1=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow$ $\alpha_1=\frac{F_1}{m} \Rightarrow \alpha_1=\frac{20N}{5Kg}$ $\Rightarrow \alpha_1=4m/s^2$.

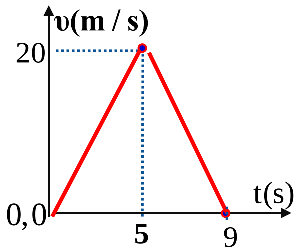
Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στη φάση αυτή είναι $\upsilon=\alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon=4t \xrightarrow{t=5s}$ $\upsilon_1=20m/s$.

Δ.2 Η επιτάχυνση στη 2η φάση είναι $\alpha_2=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2=\frac{0-\upsilon_1}{t_2-t_1} \Rightarrow \alpha_2=\frac{0-20m/s}{4s} \Rightarrow$

$\alpha_2=-5m/s^2$.

Από τον 2ο νόμο Newton έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow F_1-F_2=m\alpha_2 \Rightarrow F_2=F_1-m\alpha_2 \xrightarrow{S.I}$ $F_2=20N-5Kg\,(-5m/s^2) \Rightarrow F_2=45N$

Δ.3 Η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα υ(t).



Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t) και είναι $\Delta x=\frac{1}{2}(9-0)s\cdot 20\frac{m}{s} \Rightarrow$ $\Delta x=90m$ και $s_{ολ}=90m$

Η μέση ταχύτητα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{\upsilon}=\frac{s_{ολ}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\frac{90m}{9s} \Rightarrow \bar{\upsilon}=10\ m/s$

Δ.4 Η μετατόπιση στη 2η φάση υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t) από 5s έως 9s και είναι $\Delta x_2=\frac{1}{2}(9-5)s\cdot 20\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_2=40m$.

Το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ που δρα μόνο στη φάση αυτή είναι $W_{F2}=-F_2\Delta x_2 \Rightarrow$ $W_{F2}=-45N\cdot 40m \Rightarrow W_{F2}=-1800J$

19. (4-11653) Θέλουμε να μετακινήσουμε ένα βαρύ κιβώτιο μάζας $m=500kg$ αναγκάζοντας το να ολισθήσει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δίδεται ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι $\mu=0{,}2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$.

Να θεωρήσετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με τη μέγιστη στατική τριβή (οριακή τριβή), μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο κιβώτιο για να το μετακινήσουμε πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Αν στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο ασκηθεί οριζόντια σταθερή δύναμη με μέτρο ίσο με 1500 N, τότε να υπολογίσετε:

Δ.2 το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το κιβώτιο,

Δ.3 το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το κιβώτιο, αφού διανύσει διάστημα ίσο με 32 m,

Δ.4 Αν κάποια στιγμή μέσω του έργου της δύναμης έχει μεταφερθεί στο κιβώτιο ενέργεια ίση με 3000J, τότε να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που έχει αφαιρεθεί από το σώμα, μέσω του έργου της τριβής ολίσθησης, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

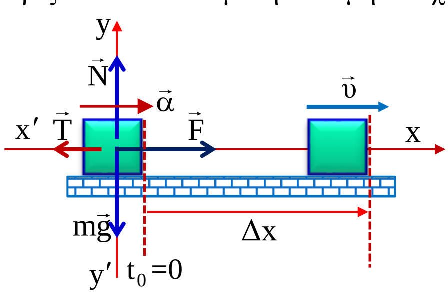
Απάντηση

Δ.1 Το σώμα ηρεμεί στον κατακόρυφο άξονα, οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg\,(1)$.

Η μέγιστη στατική τριβή και δέχεται το σώμα από το δάπεδο είναι $T_{\sigma\tau,max}=\mu N$

$$\xrightarrow{(1)} T_{\sigma\tau,max}=\mu mg \xrightarrow{(S.I)} T_{\sigma\tau,max}=1000N$$

Για να ξεκινήσει η κίνηση δεχόμαστε ότι η οριζόντια απαιτούμενη δύναμη $\vec{F}$ έχει μέτρο $F=T_{\sigma\tau,max}=1000N$.



Δ.2 Η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση

$$\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{F-T}{m} \Rightarrow$$

$$\alpha=\frac{1500N-1000N}{500Kg} \Rightarrow \alpha=1m/s^2.$$

Δ.3 Από τις εξισώσεις της κινηματικής για την μετατόπιση $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2$ και της ταχύτητας $\upsilon=\alpha t$ με απαλοιφή χρόνου έχουμε $\upsilon=\sqrt{2\alpha\cdot\Delta x}\xrightarrow{(S.I)}\upsilon=8m/s$. Την ταχύτητα εδώ μπορούμε να την βρούμε και με ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_F+W_T\Rightarrow$ $\frac{1}{2}m\upsilon^2=F\Delta x-T\Delta x\Rightarrow\upsilon=\sqrt{\frac{2(F-T)\Delta x}{m}}\xrightarrow{(S.I)}\upsilon=8m/s$

Δ.4 Η προσφερόμενη ενέργεια ισούται με το έργο της F , $E_{\pi\rho o\sigma}=W_F\Rightarrow$ $E_{\pi\rho o\sigma}=F\cdot\Delta x_1$ (1) , ενώ μέσω του έργου της τριβής αποβάλλεται ενέργεια με τη μορφή θερμικής ενέργειας $Q=|W_T|=|-T\cdot\Delta x_1|$ (2).

Από (1) και (2) έχουμε $\frac{Q}{E_{\pi\rho o\sigma}}=\frac{|-T\cdot\Delta x_1|}{F\cdot\Delta x_1}\Rightarrow Q=E_{\pi\rho o\sigma}\frac{T}{F}\xrightarrow{(S.I)}$

$Q=3000J\frac{1000N}{1500N}\Rightarrow Q=2000J$

Σχόλιο: Για την απαιτούμενη δύναμη για ξεκινήσει το σώμα και για να συνεχισθεί με σταθερή ταχύτητα η κίνηση του σώματος, δείτε την ανάλυση στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου - Βασίλης Τσούνης σελίδες 316-317.**

20.(4-11654) Ένα κιβώτιο μάζας m=4kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Στο κιβώτιο ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 80N, με φορά προς τα πάνω, οπότε και αρχίζει να ανυψώνεται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία ανέρχεται το κιβώτιο.

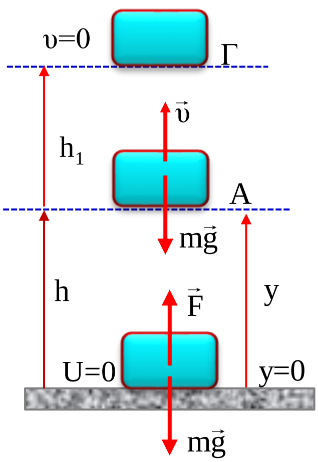
Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, τη χρονική στιγμή, που βρίσκεται σε ύψος h =5 m από το έδαφος.

Δ.3 Να αποδείξετε ότι στη διάρκεια της ανόδου του κιβωτίου με τη δράση της δύναμης $\vec{F}$ η δυναμική ενέργεια που έχει σε οποιοδήποτε ύψος είναι ίση με την κινητική του ενέργεια στο ίδιο ύψος.

Δ.4 Τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο βρίσκεται σε ύψος h=5m από το έδαφος καταργείται η δύναμη $\vec{F}$. Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος από το έδαφος στο οποίο φθάνει το κιβώτιο.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g =10m/s^2. Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη βαρυτική δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Απάντηση



Δ.1 Στη 1η φάση της κίνησης η επιτάχυνση είναι $\vec{\alpha}=\dfrac{\Sigma\vec{F}_y}{m} \Rightarrow \alpha=\dfrac{F-mg}{m} \xrightarrow{S.I}$

$\alpha=\dfrac{80-4.10}{4} \Rightarrow \alpha=10m/s^2$.

Δ.2 Στην 1η φάση η κίνηση είναι επιταχυνόμενη για χρόνο που υπολογίζεται από την μετατόπιση $\Delta y=\dfrac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{\Delta y=h} t=\sqrt{\dfrac{2h}{\alpha}} \Rightarrow$

$t=\sqrt{\dfrac{2\cdot 5}{10}} \Rightarrow t=1s$.

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στη φάση αυτή είναι $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=10t \xrightarrow{t=1s} \upsilon=10m/s$.

...και διαφορετικά ... με απαλοιφή χρόνου στις ανωτέρω εξισώσεις βρίσκουμε

$\upsilon=\sqrt{2\alpha\cdot\Delta y} \xrightarrow{\Delta y=h} \upsilon=\sqrt{2\alpha\cdot h}$

…και διαφορετικά … με το ΘΜΚΕ $\Delta K = W_F + W_B \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0 = Fh\text{-}mgh \Rightarrow$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(F\text{-}mg)h}{m}} \xrightarrow{S.I} \upsilon = \sqrt{\frac{2(80\text{-}4\cdot 10)\cdot 5}{4}} \Rightarrow \upsilon = 10m/s.$$

Δ.3 Με βάση ότι U=0 στο έδαφος (που είναι και y=0) η δυναμική ενέργεια σε ύψος y είναι $U = mgy$ (1).

Η κινητική ενέργεια στη θέση y που η ταχύτητα είναι υ είναι $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ (2).

Από τις εξισώσεις της κινηματικής για την μετατόπιση $y = \frac{1}{2}\alpha t^2$ και την ταχύτητα $\upsilon = \alpha t$ με απαλοιφή χρόνου έχουμε $\upsilon = \sqrt{2\alpha y}$ και με αντικατάσταση στην (2) έχουμε

$$K = \frac{1}{2}m\left(\sqrt{2\alpha y}\right)^2 \Rightarrow K = m\alpha y \, (3).$$

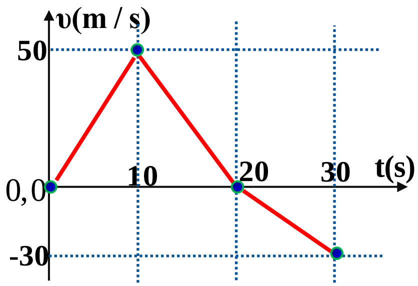
Από τις (1) και (3) και με δεδομένο ότι $\alpha = g = 10m/s^2$ έχουμε U=K για κάθε θέση y και μέχρι την θέση κατάργησης της $\vec{F}$.

Δ.4 Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ (θέση Α) μοναδική δύναμη είναι το βάρος, οπότε έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας και το σώμα φθάνει μέχρι ένα σημείο Γ που η ταχύτητα μηδενίζεται.

$$E_{\mu\eta\chi(\Gamma)} = E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow U_\Gamma + K_\Gamma = U_A + K_A \Rightarrow mg(h+h_1)+0 = mgh + \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow h_1 = \frac{\upsilon^2}{2g} \xrightarrow{\upsilon=10m/s} h_1 = 5m.$$

Άρα το σώμα φθάνει σε μέγιστο ύψος από το έδαφος $H_{max} = h + h_1 \Rightarrow H_{max} = 10m$



21.(4-11655) Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας m=2kg που κινείται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο.

Δ.1 Αντλώντας πληροφορίες από το διάγραμμα να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα στα χρονικά διαστήματα, $[0s, 10s]$, $[10s, 20s]$ και $[20s, 30s]$.

Δ.2 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο σε βαθμολογημένους άξονες για το χρονικό διάστημα από $[0s, 30s]$.

Δ.3 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από $[0s, 30s]$.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης για το χρονικό διάστημα από $[10s, 30s]$.

Απάντηση

Δ.1 **1η φάση** $0s \le t \le 10s$: Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο με επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{50\text{-}0}{10\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1 = +5m/s^2$. Εδώ υ>0, α_1>0 και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά.

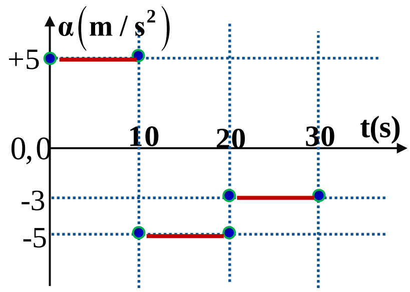
2η φάση $10s \le t \le 20s$: Εδώ το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται γραμμικά με το χρόνο με επιτάχυνση (επιβράδυνση) $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{0\text{-}50}{20\text{-}10}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_2 = -5m/s^2$.

Εδώ υ>0, α_2<0 και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά και μέχρι μηδενισμού της ταχύτητας.

3η φάση $20s \le t \le 30s$: Το **μέτρο** της ταχύτητας αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο με **αλγεβρική τιμή** της επιτάχυνσης $\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{-30\text{-}0}{30\text{-}20}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_3 = -3m/s^2$.

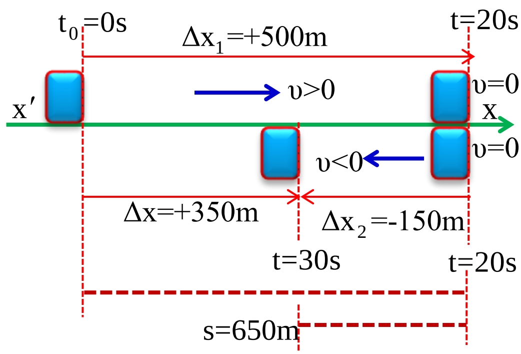
Εδώ υ<0, α_3<0 και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με φορά κίνησης προς τα αρνητικά («το κινητό γύρισε πίσω») !.

Δ.2 Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης α(t) αποδίδεται στο διάγραμμα.



Δ.3 Η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t). Για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 20s$ το κινητό κινείται προς τα θετικά και έχει μετατόπιση $\Delta x_1 = \frac{1}{2}(20\text{-}0)s \cdot 50\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_1 = +500m$.

Για το χρονικό διάστημα $20s \le t \le 30s$ το κινητό κινείται προς τα αρνητικά και έχει μετατόπιση $\Delta x_2 = \frac{1}{2}(30\text{-}20)s \cdot (-30)\frac{m}{s} \Rightarrow$ $\Delta x_2 = -150m$.



Συνολική μετατόπιση:

$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = +350m$

Συνολικό διάστημα:

$S_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = +650m$

Μέση (αριθμητική) ταχύτητα :

$\bar{\upsilon} = \frac{S_{ολ}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{650}{30}\frac{m}{s} \Rightarrow$

$\bar{\upsilon} \simeq 21{,}67 m/s$

Μέση (διανυσματική) ταχύτητα :

$\bar{\upsilon} = \frac{\Delta x_{ολ}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{350}{30}\frac{m}{s} \Rightarrow \bar{\upsilon} \simeq 11{,}67 m/s$

Δ.4 Από το ΘΜΚΕ στο χρονικό διάστημα $[10s, 30s]$ έχουμε $W_{ολ} = \Delta K \Rightarrow$

$W_{ολ} = \frac{1}{2}m\upsilon'^2 - \frac{1}{2}m\upsilon^2$ (1) με $\upsilon' = -30m/s$ $\upsilon = 50m/s$.

Με αντικατάσταση των ταχυτήτων στην (1) έχουμε $W_{ολ} = \frac{1}{2}2 \cdot 30^2 - \frac{1}{2}2 \cdot 50^2 \Rightarrow$

$W_{ολ} = -1600J$

Σχόλιο: Με την έννοια μέση ταχύτητα το σχολικό βιβλίο -αλλά και πολλά βοηθητικά θεωρούν την **μέση αριθμητική ταχύτητα**.

Για τον ορισμό και υπολογισμό της μέσης ταχύτητας και τη διάκριση αυτής σε μέση διανυσματική ή μέση αριθμητική ταχύτητα δείτε Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 28, 29

22. (4-11656) Σε ένα κιβώτιο μάζας m=10kg, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει τη χρονική στιγμή t_0=0s να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 60N. Η δύναμη παύει να ασκείται τη χρονική στιγμή t_1=5s, κατά την οποία η ταχύτητα του κιβωτίου είναι υ_1=20m/s. Στη συνέχεια το κιβώτιο ολισθαίνει στο δάπεδο μέχρι να σταματήσει. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g =10 m/s^2 και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

Δ.1 την επιτάχυνση του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα από t_0=0s έως t_1=5s.

Δ.2 το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

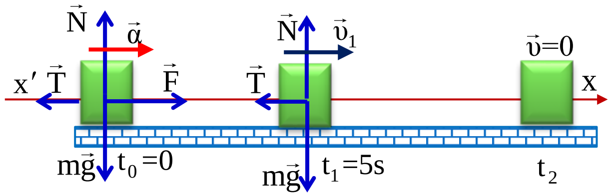
Δ.3 το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα από t_0 =0 έως t_1 =5s.

Δ.4 τη συνολική μετατόπιση του κιβωτίου πάνω στο δάπεδο.

Απάντηση

Δ.1 Η επιτάχυνση στην 1η φάση της κίνησης είναι $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{\upsilon_1\text{-}0}{t_1\text{-}t_0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow$

α_1=+4m/s^2



Δ.2 Από το 2ο νόμο Newton βρίσκουμε την δύναμη της τριβής $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_1 \Rightarrow T=F-m\alpha_1 \xrightarrow{S.I}$

$T=60\text{-}10\cdot4 \Rightarrow T=20N$ …και από την σχέση της τριβής βρίσκουμε τον συντελεστή τριβής $T=\mu N \Rightarrow \mu=\dfrac{T}{N} \xrightarrow{N=mg} \mu=\dfrac{T}{mg} \xrightarrow{S.I} \mu=0{,}2$

Δ.3 Η μετατόπιση στην 1η φάση που η μετατόπιση είναι $\Delta x_1=\dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I}$

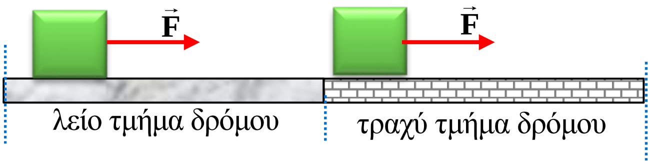
$\Delta x_1=\dfrac{1}{2}4\cdot5^2 \Rightarrow \Delta x_1=50m$.

Το έργο της δύναμης είναι $W_F=F\Delta x_1 \Rightarrow W_F=60\cdot50 \Rightarrow W_F=3000J$

Δ.4 Από θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας σε όλη την διάρκεια της κίνησης έχουμε, $\Delta K=W_F+W_T \Rightarrow 0\text{-}0=W_F+W_T \Rightarrow 0=W_F\text{-}T\Delta x_{ολ} \Rightarrow \Delta x_{ολ}=\dfrac{W_F}{T} \Rightarrow$

$\Delta x_{ολ}=\dfrac{3000J}{20N} \Rightarrow \Delta x_{ολ}=150m$

23.(4-11660) Κιβώτιο μάζας m=2kg αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=4N, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$. Να υπολογίσετε:

Δ.1 το διάστημα που διανύει το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=5s$.

Τη χρονική στιγμή t_1 και χωρίς να καταργηθεί η δύναμη $\vec{F}$, το κιβώτιο εισέρχεται με την ταχύτητα που έχει εκείνη τη στιγμή σε ένα τραχύ τμήμα του δρόμου με το οποίο εμφανίζει τριβή ολίσθησης, με αποτέλεσμα να κινείται τώρα ευθύγραμμα και ομαλά. Να υπολογίσετε:

Δ.2 το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δρόμου,

Δ.3 το έργο της δύναμης $\vec{F}$ κατά τη διάρκεια του 7ου δευτερολέπτου της κίνησης του κιβωτίου,

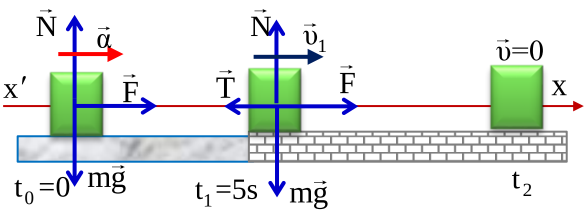
Δ.4 τη θερμότητα που μεταφέρεται κατά τη διάρκεια του 7ου δευτερολέπτου της κίνησης του κιβωτίου.

Απάντηση

Δ.1 Στη 1η φάση η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση

$$\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{F}{m} \Rightarrow$$

$$\alpha=\frac{4N}{2Kg} \Rightarrow \alpha=2m/s^2 .$$



Η μετατόπιση στη φάση αυτή είναι $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}2\cdot 5^2=25m$ και η ταχύτητα την $t_1=5s$ είναι $\upsilon_1=\alpha t_1 \xrightarrow{S.I} \upsilon_1=10m/s$.

Δ.2 Στη 2η φάση η ταχύτητα είναι σταθερή $\upsilon=\upsilon_1=10m/s$ και συνεπώς $\Sigma F_x=0 \Rightarrow$ $F=T \Rightarrow T=4N$ και από την σχέση της τριβής βρίσκουμε τον συντελεστή τριβής $T=\mu N \Rightarrow \mu=\frac{T}{N} \xrightarrow{N=mg} \mu=\frac{T}{mg} \xrightarrow{S.I} \mu=0{,}2$.

Δ.3 Το 7ο sec της κίνησης είναι στην 2η φάση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, το κινητό μετατοπίζεται κατά $\Delta x = \upsilon_1 \Delta t \Rightarrow \Delta x = 10\text{m/s} \cdot 1\text{s} \Rightarrow \Delta x = 10\text{m}$ και το έργο της δύναμης είναι $W_F = F \cdot \Delta x \Rightarrow W_F = 4\text{N} \cdot 10\text{m} \Rightarrow W_F = 40\text{J}$.

Δ.4 Η θερμική ενέργεια που αναπτύσσεται λόγω της τριβής στο 7ο sec της κίνησης είναι $Q = |W_T| = |-T \cdot \Delta x| \Rightarrow Q = |-4\text{N} \cdot 10\text{m}| \Rightarrow Q = 40\text{J}$.

Σχόλιο: Λόγω της τριβής η οργανωμένη κινητική ενέργεια του σώματος μειώνεται σε αύξηση της ανοργάνωτης κινητικής ενέργειας των μορίων του σώματος - (αυξάνεται η άτακτη θερμική κίνηση) της θερμικής ενέργειας του σώματος. Αυτό έχει ως συνέπεια να αυξάνεται η θερμοκρασία του σώματος έναντι του περιβάλλοντος και να έχουμε ροή της ανωτέρω θερμικής ενέργειας μέσω της θερμότητας από το σώμα στο περιβάλλον. Περισσότερα για το θέμα δείτε Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 433-434.

24.(4-11661) Σώμα μάζας m=5kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s στο σώμα ασκούνται δυο σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, οι διευθύνσεις των οποίων είναι κάθετες μεταξύ τους, και τα μέτρα τους συνδέονται με τη σχέση $F_1 = \frac{3F_2}{4}$. Το σώμα αρχίζει να κινείται πάνω στο οριζόντιο δάπεδο και τη χρονική στιγμή t_1=4s, το μέτρο της ταχύτητάς του ισούται με 8m/s. Να υπολογίσετε:

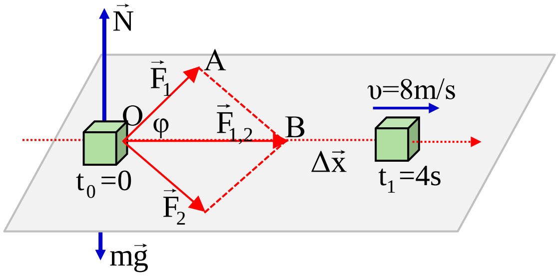
Δ.1 το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$,

Δ.2 τα μέτρα των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$,

Δ.3 την κινητική ενέργεια του σώματος, τη χρονική στιγμή που η μετατόπιση του είναι Δx = 4 m, από το σημείο που ξεκίνησε,

Δ.4 το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=4s.

Απάντηση



Δ.1 Η επιτάχυνση στην 1η φάση της κίνησης είναι $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$\alpha=\dfrac{\upsilon\text{-}0}{t_1\text{-}t_0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=\dfrac{8\text{-}0}{4\text{-}0}\dfrac{m/s}{s}$

$\Rightarrow \alpha=2m/s^2$

$\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha} \Rightarrow F_{1,2}=m\alpha \Rightarrow$

$F_{1,2}=5Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow F_{1,2}=10N$

Δ.2 $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}_1+\vec{F}_2 \Rightarrow F_{1,2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \Rightarrow F_{1,2}=\sqrt{\left(\dfrac{3F_2}{4}\right)^2+F_2^2} \Rightarrow F_{1,2}=\sqrt{\dfrac{25F_2^2}{16}} \Rightarrow F_{1,2}=\dfrac{5F_2}{4}$

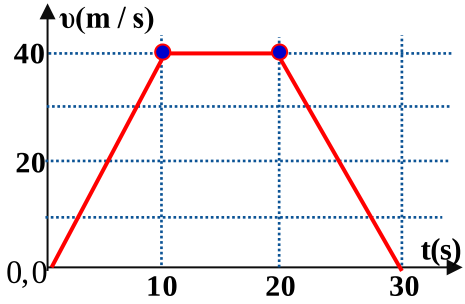
$\Rightarrow F_2=\dfrac{4}{5}F_{1,2} \Rightarrow F_2=8N$ και $F_1=\dfrac{3F_2}{4} \Rightarrow F_1=6N$

Δ.3 Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας και έχουμε $\Delta K=W_{ολ}$ ή $K\text{-}0=F_{1,2}\cdot\Delta x \Rightarrow K=10N\cdot 4m \Rightarrow K=40J$

Δ.4 Η μετατόπιση σε χρόνο t_1=4s είναι $\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \Delta x=\dfrac{1}{2}2\cdot 4^2 \Rightarrow \Delta x=16m$ και το έργο της $\vec{F}_1$ είναι $W_1=F_1\Delta x\sigma\upsilon\nu\varphi$ (1) με το συνφ να βρίσκεται από ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΒ … $\sigma\upsilon\nu\varphi=\dfrac{OA}{OB} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi=\dfrac{F_1}{F_{1,2}} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi=\dfrac{6N}{10N} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi=0{,}6$ και έτσι από την (1) έχουμε $W_1=6N\cdot 16m\cdot 0{,}6 \Rightarrow W_1=57{,}6J$

Σχόλιο: Στο σώμα εκτός από τις οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ ασκούνται και κατακόρυφες δυνάμεις το βάρος $m\vec{g}$ και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$. Επειδή όμως το σώμα στον κατακόρυφο άξονα ηρεμεί αυτές έχουν συνισταμένη μηδέν [$\Sigma\vec{F}_y=0$ ή $N\text{-}mg=0$] και δεν επηρεάζουν την κίνηση.

25.(4-11662) Μικρό σώμα μάζας m=1kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να κινείται και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι μ=0,1. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$. Για το χρονικό διάστημα από 0s -30s:



Δ.1 να χαρακτηρίσετε μία προς μία τις επιμέρους κινήσεις που εκτελεί το σώμα,

Δ.2 να προσδιορίσετε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος στις κινήσεις όπου η ταχύτητα του μεταβάλλεται και να σχεδιάσετε σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων το διάγραμμα της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο,

Δ.3 να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της αλγεβρικής τιμής της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με το χρόνο,

Δ.4 να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης.

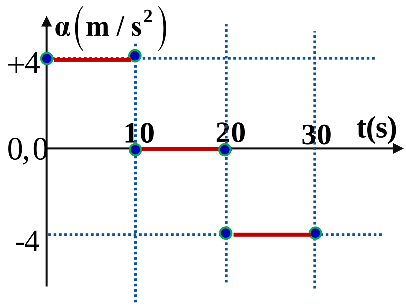
Απάντηση

Δ.1 1η φάση $0s \le t \le 10s$: Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο με επιτάχυνση $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{40-0}{10-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1 = +4m/s^2$. Εδώ υ>0, $\alpha_1>0$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά.

2η φάση $10s \le t \le 20s$: Το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό και προφανώς η επιτάχυνση έχει μηδενική τιμή. Εδώ υ>0, $\alpha_2=0$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με φορά κίνησης προς τα θετικά .

3η φάση $20s \le t \le 30s$: Το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται γραμμικά με το χρόνο με αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσης $\alpha_3 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \frac{0-40}{20-10}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_3 = -4m/s^2$. Εδώ υ>0, $\alpha_3<0$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με φορά κίνησης προς τα θετικά!.

Δ.2 Οι επιμέρους επιταχύνσεις υπολογίσθηκαν στο Δ.1 ερώτημα και γραφική παράσταση της επιτάχυνσης α(t) αποδίδεται στο διάγραμμα



Δ.3 Η δύναμη της τριβής έχει μέτρο $T=\mu N \xrightarrow{N=mg} T=\mu mg \xrightarrow{S.I} T=1N$

Η δύναμη F ανά φάση κίνησης υπολογίζεται ως 2^{o} ή 1^{o} νόμο Newton.

1η φάση $0s \le t \le 10s$: $\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow$

$F\text{-}T=m\alpha_1 \Rightarrow F=T+m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} F=1+1\cdot 4 \Rightarrow F=5N$

2η φάση $10s \le t \le 20s$: $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow F\text{-}T=0 \Rightarrow F=T \Rightarrow F=1N$

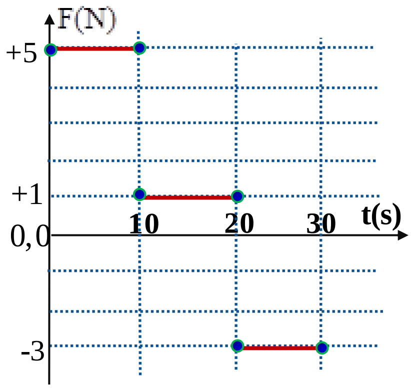
3η φάση $20s \le t \le 30s$: $\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha}_3$

$\Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_3 \Rightarrow F=T+m\alpha_3 \xrightarrow{S.I}$

$F=1+1\cdot(-4) \Rightarrow F=\text{-}3N$

που σημαίνει έχει φορά αντίθετη με την αρχική, αντίθετη με τη φορά κίνησης.

Η γραφική παράσταση της δύναμης F(t) αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δ.4 Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης υ(t) και είναι $\Delta x=\dfrac{10+30}{2}s\,40\dfrac{m}{s} \Rightarrow \Delta x=800m$.

Έργο τριβής $W_T=\text{-}T\cdot\Delta x \Rightarrow W_T=\text{-}1N\cdot 800m \Rightarrow W_T=\text{-}800J$

26. (4-11664) Μικρό σώμα μάζας m = 400g βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,25. Τη χρονική στιγμή t=0s ασκείται στο σώμα οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου ίσου με 5N, μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=5s, όπου καταργείται. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10m/s^2 και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Για το χρονικό διάστημα που ασκείται η δύναμη:

Δ.1 να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα.

Δ.2 να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t).

Δ.3 να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$.

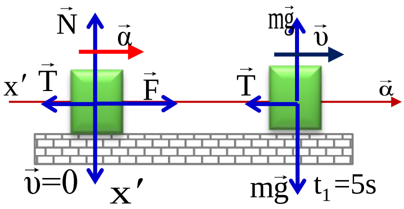
Δ.4 να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο σώμα ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική.

Απάντηση

Δ.1 Η δύναμη της τριβής έχει μέτρο

$T=\mu N \Rightarrow \xrightarrow{N=mg} T=\mu mg \xrightarrow{S.I}$

$T=0,25\cdot 0,4\cdot 10 \Rightarrow T=1N$

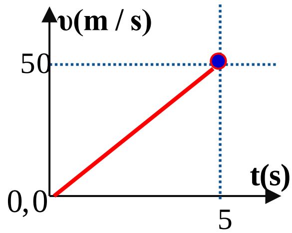


Στη 1η φάση η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση

$\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{F-T}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{5N-1N}{0,4Kg} \Rightarrow$

$\alpha=10m/s^2$

Δ.2 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\alpha t \Rightarrow \upsilon=10t$ (S.I) και για t_1=5s έχει ταχύτητα $\upsilon=50m/s$. Η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με τον χρόνο και η γραφική της παράσταση αποδίδεται στο διάγραμμα.



Δ.3 Η μετατόπιση μέχρι την t_1=5s είναι

$\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x=\frac{1}{2}10\cdot 5^2 \Rightarrow \Delta x=125m$

και το έργο της $\vec{F}$ είναι $W_F = F\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I} W_F = 625J$

Δ.4 Έργο τριβής $W_T=-T\cdot\Delta x \Rightarrow W_T=-1N\cdot 125m \Rightarrow W_T=-125J$

Θερμική ενέργεια $Q=|W_T|=125J$

Μέσος ρυθμός παραγωγής θερμικής ενέργειας

$\frac{Q}{t}=\frac{125J}{5s} \Rightarrow \frac{Q}{t}=25\frac{J}{s}$ ή $P_{\theta\varepsilon\rho\mu\iota\kappa\acute{\eta}}=25W$.

Σχόλιο: Το δεδομένο ότι «τη χρονική στιγμή t_1=5s καταργείται η δύναμη F», αφού δεν ζητείται μελέτη για την κίνηση μετά από αυτή την στιγμή, δεν χρειάζεται και μπορούσε να αποφευχθεί.

27.(4-11665) Ένα μικρό σώμα μάζας m=2kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$. Η δύναμη ασκείται στο σώμα μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=4s οπότε εκείνη τη στιγμή έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου $υ_1$=20m/s. Τη χρονική στιγμή t_1 η δύναμη καταργείται και το σώμα επιβραδύνεται ομαλά μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 =12s που η ταχύτητά του μηδενίζεται. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Να υπολογίσετε:

Δ.1 την επιβράδυνση που προκαλεί η τριβή στο χρονικό διάστημα t_1 έως t_2,

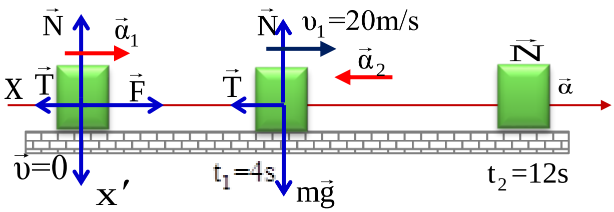
Δ.2 το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου,

Δ.3 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

Δ.4 το έργο της τριβής από τη χρονική στιγμή t = 0 s, μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματά το σώμα.

Απάντηση

Δ.1 Η επιτάχυνση στην 2η φάση της κίνησης είναι



$$α_2=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow α_2=\frac{υ-υ_1}{t_2-t_1} \Rightarrow$$

$$α_2=\frac{0-20}{12-4}\frac{m/s}{s} \Rightarrow$$

$$α_2= -2,5 \text{ m/s}^2 \ (1)$$

Δ.2 Από το 2ο νόμο Newton έχουμε $\vec{α}_2=\frac{Σ\vec{F}_x}{m} \Rightarrow α_2=\frac{-T}{m} \Rightarrow α_2=\frac{-μN}{m} \xrightarrow{N=mg}$

$α_2=\frac{-μmg}{m} \Rightarrow α_2=-μg$ και από την σχέση αυτή $μ=-\frac{α_2}{g} \xrightarrow{(1)} μ=0,25$

Δ.3 Από τον 2ο νόμο Newton για τη 2η φάση βρίσκουμε την δύναμη της τριβής $Σ\vec{F}_x=m\vec{α}_2 \Rightarrow -T=mα_2 \xrightarrow{(1)} T=-2Kg\cdot(-2,5m/s^2) \Rightarrow T=5N$ (μέτρο) ή και διαφορετικά από τη σχέση … T=μN=μmg …

Η επιτάχυνση στην 1η φάση της κίνησης είναι $α_1=\frac{Δυ}{Δt} \Rightarrow α_1=\frac{υ_1-0}{t_1-t_0} \Rightarrow$

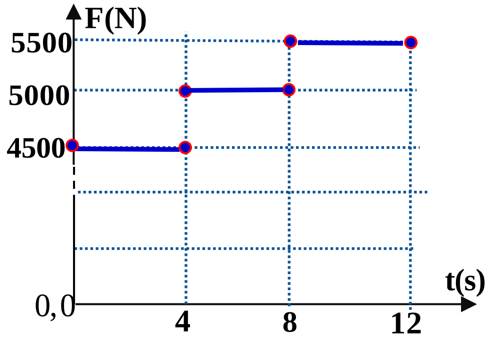
$$α_1=\frac{20-0}{4-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow α_1=+5 \text{ m/s}^2.$$

Από τον 2ο νόμο Newton για τη 1η φάση βρίσκουμε την δύναμη $\vec{F}$, $Σ\vec{F}_x=m\vec{α}_1 \Rightarrow$

$F-T=mα_1 \Rightarrow F=T+mα_1 \Rightarrow F=5N+2Kg\cdot 5m/s^2 \Rightarrow F=15N$.

Δ.4 Η μετατόπιση μέχρι την t_1=4s είναι $\Delta x_1=\frac{1}{2}at_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_1=\frac{1}{2}5\cdot 4^2 \Rightarrow$ $\Delta x_1=40m$. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης $\Delta K=W_F+W_T$ $\Rightarrow 0\text{-}0=F\cdot\Delta x_1+W_T \Rightarrow W_T=-F\cdot\Delta x_1 \Rightarrow W_T=-15N\cdot 40m \Rightarrow W_T=-600J$.

28.(4-11667) Ο θάλαμος ανελκυστήρα μάζας m=500kg είναι αρχικά ακίνητος και ξεκινώντας τη χρονική στιγμή t=0s κατεβαίνει σε χρονικό διάστημα 12s από τον τελευταίο όροφο στο ισόγειο ενός πολυώροφου κτιρίου. Στο θάλαμο εκτός από το βάρος του ασκείται, μέσω ενός συρματόσχοινου, μία κατακόρυφη προς τα πάνω δύναμη $\vec{F}$. Η τιμή της $\vec{F}$ σε συνάρτηση με το χρόνο καθόδου παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με g = 10 m/s^2 και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



Δ.1 Να χαρακτηρίσετε τις κινήσεις που εκτελεί ο θάλαμος και να υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσής του σε κάθε μία από αυτές.

Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του θαλάμου τις χρονικές στιγμές 4s, 8s και 12s.

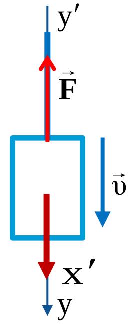
Δ.3 Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της ταχύτητας του θαλάμου συναρτήσει του χρόνου και να υπολογίσετε το ολικό μήκος της διαδρομής που έκανε ο ανελκυστήρας κατά την κάθοδό του.

Δ.4 Να υπολογίστε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του θαλάμου το χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή 4s έως τη χρονική στιγμή 8s.

Απάντηση

Δ.1 Στο θάλαμο του ασανσέρ ασκείται το βάρος του με μέτρο $B=mg \Rightarrow B=5000N$ και η δύναμη $\vec{F}$ από το συρματόσχοινο που το μέτρο της φαίνεται στο διάγραμμα F(t).

1η φάση $0s \le t \le 4s$: Η δύναμη έχει μέτρο $F=4500N<mg$ και το ασανσέρ αρχίζει να κατέρχεται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1=\frac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha_1=\frac{mg-F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_1=\frac{500.10-4500}{500} \Rightarrow$ $\alpha_1=1m/s^2$.

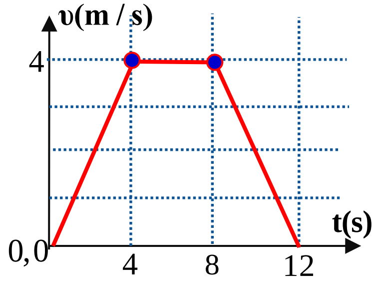


2η φάση $4s \le t \le 8s$: Εδώ η δύναμη έχει μέτρο $F=5000N=mg$ και το ασανσέρ αρχίζει να κατέρχεται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή και προφανώς μηδενική επιτάχυνση $\alpha_2=0$.

3η φάση $8s \le t \le 12s$: Η δύναμη έχει μέτρο $F=5500N>mg$ και το ασανσέρ αρχίζει να κατέρχεται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_3=\frac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha_3=\frac{mg-F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_3=\frac{500.10-5500}{500}$

$\Rightarrow \alpha_3=-1m/s^2$.

Δ.2 **1η φάση** $0s \le t \le 4s$: Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο σύμφωνα με τη εξίσωση $\upsilon=\alpha_1 t \Rightarrow \upsilon=1\cdot t$ (S.I) και για $t_1=1s$ η ταχύτητα γίνεται $\upsilon_1=4m/s$



2η φάση $4s \le t \le 8s$: Εδώ η ταχύτητα παραμένει σταθερή και ίση με αυτή που απέκτησε στο τέλος της προηγούμενης φάσης $\upsilon_2=\upsilon_1=4m/s$.

3η φάση $8s \le t \le 12s$: Η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο σύμφωνα με τη εξίσωση $\upsilon=\upsilon_{\alpha\rho\chi}-|\alpha_3|(t-t_{\alpha\rho\chi}) \Rightarrow \upsilon=4-1(t-8)$ (S.I) και για $t_3=12s$ η ταχύτητα γίνεται $\upsilon_3=0m/s$

Δ.3 Η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα $\upsilon(t)$ από το εμβαδόν του οποίου υπολογίζεται η συνολική μετατόπιση και το διάστημα που διήνυσε το ασανσέρ.

$$S_{o\lambda}=\Delta y=\frac{(4+12)s}{2}4\frac{m}{s} \Rightarrow S_{o\lambda}=32m$$

Δ.4 Στο χρονικό διάστημα $4s \le t \le 8s$ η μετατόπιση του θαλάμου είναι $\Delta y_2=\upsilon_2\Delta t$

$\Rightarrow \Delta y_2=4\frac{m}{s}4s=16m$.

Έργο της $\vec{F}$: $W_F=-F\Delta y_2 \Rightarrow W_F=-5000N\cdot 16m \Rightarrow W_F=-80000J$

Μεταβολή δυναμικής βαρυτικής ενέργειας του θαλάμου: $\Delta U = -W_{\beta\acute{\alpha}\rho o \upsilon \varsigma} \Rightarrow$ $\Delta U = -(+mg \cdot \Delta y_2) \Rightarrow \Delta U = -500Kg \cdot 10m/s^2 \cdot 16m \Rightarrow \Delta U = -80000J$.

… και διαφορετικά από τη σχέση της δυναμικής βαρύτητας $\Delta U = U_2 - U_1 \Rightarrow$ $\Delta U = mgh_2 - mgh_1 \Rightarrow \Delta U = mg(h_2 - h_1) \Rightarrow \Delta U = mg(-\Delta y_2) \Rightarrow \Delta U = -mg\Delta y_2$.

Σχόλιο: Για την δυναμική βαρυτική ενέργεια και τον συσχετισμό της με το βάρος δείτε Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 427-430.

29. (4-11668) Ένα αυτοκίνητο μάζας m=1000Kg κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 72km/h$ Τη χρονική στιγμή t=0s ο οδηγός φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιβράδυνση και ακινητοποιείται τη χρονική στιγμή t_1=4s. Να υπολογίσετε

Δ.1 την επιβράδυνση του αυτοκινήτου,

Δ.2 την κινητική ενέργεια του αυτοκινήτου την χρονική στιγμή t=2 s,

Δ.3 τη δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο.

Δ.4 Αν S είναι το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει όταν έχει αρχική ταχύτητα υ_0=72km/h και S′ το διάστημα που διανύει το αυτοκίνητο μέχρι να σταματήσει αν είχε αρχική ταχύτητα $\upsilon' = 36\,km/h$ να αποδείξετε ότι $S = 4S'$. Να θεωρήσετε ότι η δύναμη που επιβραδύνει το αυτοκίνητο είναι ίδια και στις δυο περιπτώσεις.

Απάντηση

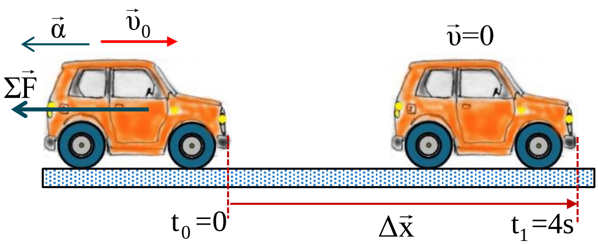
Δ.1 Το αυτοκίνητο επιβραδύνεται από αρχική ταχύτητα $\upsilon_0 = 72\frac{Km}{h} \Rightarrow \upsilon_0 = 20m/s$

με επιτάχυνση (επιβράδυνση)

$\alpha = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{0-\upsilon_0}{t_1 - t_0}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{0-20}{4-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow$

$\alpha = -5m/s^2$.



Δ.2 Η ταχύτητα έχει χρονική εξίσωση $\upsilon = \upsilon_0 - |\alpha|(t - t_0) \xrightarrow{S.I} \upsilon = 20 - 5t\,(S.I)$ για t=2s το αυτοκίνητο έχει $\upsilon_1 = 10m/s$ και κινητική $K = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2}1000.10^2 \Rightarrow$ $K = 50000J$

Δ.3 Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton.

$\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha} \Rightarrow \Sigma F = 1000Kg \cdot (-5m/s^2) \Rightarrow \Sigma F=-5000N$ (έχει μέτρο $\Sigma F=5000N$ και φορά αντίθετη της κίνησης).

Δ.4 ΘΜΚΕ στην αρχική περίπτωση: $\Delta K=W_{ο\lambda} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-\Sigma F \cdot S$ (1) ,

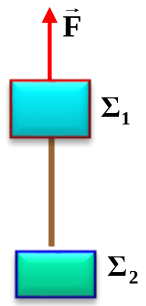
ΘΜΚΕ για την περίπτωση που η αρχική ταχύτητα είναι $\upsilon'=36$ km/h $=\upsilon_0/2$ …

$\Delta K=W_{ο\lambda} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2 = \Sigma F \cdot S'$ ή $-\frac{1}{8}m\upsilon_0^2 = \Sigma F \cdot S'$ (2) .

Από (1) και (2) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{-m\upsilon_0^2/2}{-m\upsilon_0^2/8} = \frac{-\Sigma F \cdot S}{-\Sigma F \cdot S'} \Rightarrow$

$4=\frac{S}{S'} \Rightarrow S=4S'$

30.(4-11669) Τα σώματα του σχήματος Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες m_1 =4kg και m_2 =2kg αντίστοιχα και συνδέονται με αβαρές και μη εκτατό νήμα. Στο Σ_1 ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη με μέτρο F= 90N και το σύστημα των σωμάτων, τη χρονική στιγμή t=0, αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα, με το νήμα τεντωμένο. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g=10m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Δ.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να εφαρμόσετε για το καθένα το 2ο νόμο του Newton.

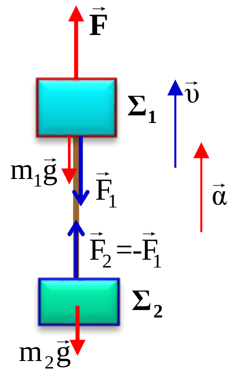
Δ.2 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση των σωμάτων.

Δ.3 Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των βαρών των σωμάτων όταν αυτά έχουν ανυψωθεί κατά h=10 m πάνω από την αρχική τους θέση.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη συνολική κινητική ενέργεια των σωμάτων όταν αυτά έχουν ανυψωθεί κατά h=10 m πάνω από την αρχική τους θέση.

Απάντηση

Δ.1 Οι ασκούμενες σε κάθε σώμα δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα, τα σώματα ανέρχονται ως ενιαίο σύστημα με την ίδια ταχύτητα και ίδια επιτάχυνση. Εφαρμόζουμε τον 2° νόμο Newton για κάθε σώμα:



Σ_1: $\Sigma\vec{F}=m_1\vec{\alpha} \Rightarrow F-m_1g-F_1=m_1\alpha$ (1)

Σ_2: $\Sigma\vec{F}=m_2\vec{\alpha} \Rightarrow F_2-m_1g=m_2\alpha \xrightarrow{\vec{F}_2=-\vec{F}_1}$

$F_1-m_1g=m_2\alpha$ (2)

Δ.2 Προσθέτουμε τις (1) και (2) κατά μέλη και έχουμε

$$F-m_1g-m_2g=m_1\alpha+m_2\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{F-(m_1+m_2)g}{m_1+m_2} \xrightarrow{S.I}$$

$$\alpha=\frac{90N-6Kg\cdot 10m/s^2}{6Kg} \Rightarrow \alpha=5m/s^2$$

Δ.3 $W_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma}=W_{\beta,1}+W_{\beta,2} \Rightarrow W_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma}=-m_1gh-m_2gh \Rightarrow W_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma}=-(m_1+m_2)gh \xrightarrow{S.I}$

$W_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma}=-600J$

Δ.4 Από το ΘΜΚΕ για όλο το σύστημα έχουμε $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow$

$$K=Fh-m_1gh+\underbrace{F_1h-F_2h}_{=0}-m_2gh \xrightarrow{\vec{F}_2=-\vec{F}_1} K=Fh-m_1gh-m_2gh \xrightarrow{S.I} K=300J$$

…και διαφορετικά …από ΘΜΚΕ $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow K-0=\Sigma F\cdot h \Rightarrow K=m_{o\lambda}\alpha\cdot h \Rightarrow$

$K=(m_1+m_2)\alpha h \xrightarrow{S.I} K=300J$

….και διαφορετικά … Η ταχύτητα ύστερα από μετατόπιση Δy=h είναι $\upsilon=\sqrt{2\alpha h}$ και η κινητική ενέργεια του συστήματος $K=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\upsilon^2 \Rightarrow K=\frac{1}{2}(m_1+m_2)2\alpha h$

$\Rightarrow K=(m_1+m_2)\alpha h \xrightarrow{S.I} K=300J$

Σχόλιο: Κάθε αβαρές τεντωμένο σχοινί στα σώματα που είναι δεμένο ασκεί δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ οι οποίες έχουν **ίσα μέτρα και αντίθετη φορά** .
Αναλυτική μελέτη για το θέμα δείτε Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 269-270.

31. (4-11670) Μικρός μεταλλικός κύβος, αφήνεται τη χρονική στιγμή t=0 από ύψος h =30m πάνω από το έδαφος ενώ ταυτόχρονα αρχίζει να ασκείται στον κύβο σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο 20N και κατεύθυνση προς το έδαφος. Ο κύβος φθάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1=2s.
Η επιτάχυνση της βαρύτητας στη διάρκεια της κίνησης είναι σταθερή και ίση με g=10 m/s ^{2}. Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Να υπολογίσετε:

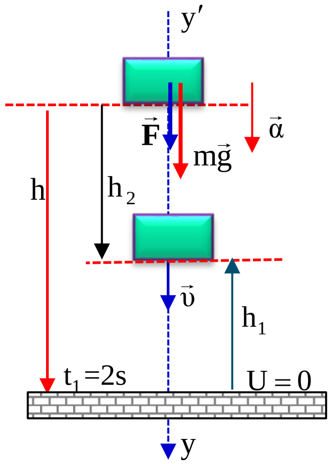
Δ.1 την επιτάχυνση του κύβου,

Δ.2 τη μάζα του κύβου,

Δ.3 την κινητική ενέργεια του κύβου τη χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος,

Δ.4 το λόγο της κινητικής ενέργειας K προς τη βαρυτική δυναμική ενέργεια U του κύβου τη χρονική στιγμή που απέχει 18m από το έδαφος.

Απάντηση



Δ.1 $\Delta y=\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{\Delta y=h} h=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \alpha=\frac{2h}{t_1^2} \Rightarrow$

$\alpha=\frac{2.30m}{(2s)^2} \Rightarrow \alpha=15m/s^2$.

Δ.2 $\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha} \Rightarrow F+mg=m\alpha \Rightarrow F=m(\alpha-g) \Rightarrow$

$m=\frac{F}{\alpha-g} \Rightarrow m=\frac{20N}{5m/s^2} \Rightarrow m=4Kg$

Δ.3 1ος τρόπος: Το κινητό φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα $\upsilon=\alpha t_1 \Rightarrow \upsilon=15m/s^2 \cdot 2s \Rightarrow$

$\upsilon=30m/s$ και έχει κινητική ενέργεια $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2$

$\Rightarrow K=\frac{1}{2}4Kg\cdot(30m/s)^2 \Rightarrow K=1800J$

2ος τρόπος: Από ΘΜΚΕ $\Delta K=W_{\text{ολ}} \Rightarrow \Delta K=W_F+W_{\text{βάρους}} \Rightarrow K=Fh+mgh \xrightarrow{S.I}$
$K=20\cdot30+4\cdot10\cdot30 \Rightarrow K=1800J$

Δ.4 Όταν το σώμα κατέλθει κατά $h_2=h-h_1 \Rightarrow h_2=12m$ έχει ταχύτητα $\upsilon=\sqrt{2\alpha h_2}$ και η κινητική ενέργεια του συστήματος $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow K=\frac{1}{2}m2\alpha h_2 \Rightarrow K=m\alpha h$ $\xrightarrow{S.I} K=4\cdot 15\cdot 12 \Rightarrow K=720J$.

…και διαφορετικά … από ΘΜΚΕ $\Delta K=W_{ο\lambda} \Rightarrow K\text{-}0=\Sigma F\cdot h_2 \Rightarrow K=m\alpha\cdot h_2 \Rightarrow$ $K=m\alpha h_2 \xrightarrow{S.I} K=720J$

…**και διαφορετικά** … από ΘΜΚΕ $\Delta K=W_{ο\lambda} \Rightarrow K=Fh_2+mgh_2 \xrightarrow{S.I} K=720J$

Η δυναμική του συστήματος σε ύψος h_1 είναι $U=mgh_1 \xrightarrow{S.I} U=720J$.

Άρα $\frac{K}{U}=1$

32. (4-11671) Κιβώτιο μάζας 40kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0 αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F_1=80N. Τη χρονική στιγμή t_1, όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x_1=16m$, η δύναμη $\vec{F}_1$ καταργείται και ταυτόχρονα αρχίζει να ασκείται πάνω στο σώμα δύναμη $\vec{F}_2$ αντίρροπη της $\vec{F}_1$ με μέτρο F_2=10N που έχει ως αποτέλεσμα το κιβώτιο να σταματήσει τη χρονική στιγμή t_2.

Δ.1 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κιβωτίου όταν έχει μετατοπιστεί κατά $\Delta x_1=16m$ από την αρχική του θέση.

Δ.2 Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης.

Δ.3 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του κιβωτίου στο $[0, t_2]$.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ στη χρονική διάρκεια $[t_1 , t_2]$

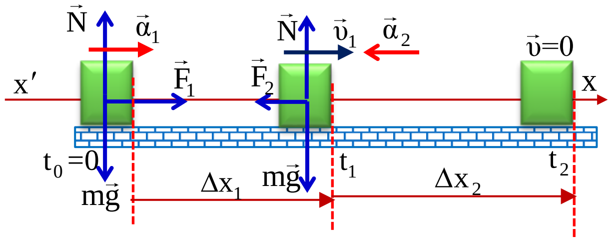
Απάντηση

Δ.1 Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την πρώτη φάση της κίνησης $\Delta K=W_{ο\lambda} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=F_1\Delta x_1 \Rightarrow \upsilon_1=\sqrt{\frac{2F_1\cdot\Delta x_1}{m}} \xrightarrow{S.I} \upsilon_1=\sqrt{\frac{2\cdot 80\cdot 16}{40}} \Rightarrow \upsilon_1=8m/s\ .$$

(*) Εδώ η ταχύτητα υπολογίζεται και από εξισώσεις κινηματικής αν βρούμε πρώτα την επιτάχυνση.

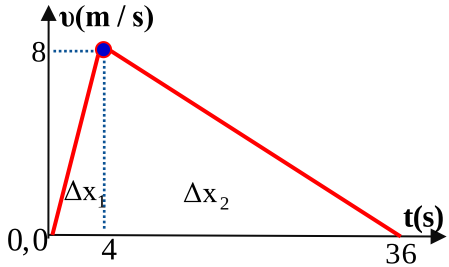
Δ.2 Η πρώτη φάση της κίνησης είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m}\Rightarrow$ $\alpha_1=\frac{F_1}{m}\Rightarrow\alpha_1=\frac{80N}{40Kg}\Rightarrow$



$\alpha_1=2m/s^2$ και γίνεται για χρόνο t_1 που υπολογίζεται από την χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon_1=\alpha_1 t_1\Rightarrow t_1=\frac{\upsilon_1}{\alpha_1}\Rightarrow t_1=\frac{8m/s}{2m/s^2}\Rightarrow t_1=4s$. Ο χρόνος υπολογίζεται και από την χρονική εξίσωση της με μετατόπισης $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2$ …

Η δεύτερη φάση της κίνησης είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m}\Rightarrow\alpha_2=\frac{-F_2}{m}\Rightarrow\alpha_2=\frac{-10N}{40Kg}$

$\alpha_2=-0{,}25\ m/s^2$ και γίνεται από στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2.



Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\upsilon_1-|\alpha_2|(t-t_1)\Rightarrow\upsilon=8-0{,}25(t-4)$ (S.I)

και την $t=t_2$ έχουμε $\upsilon=0$, οπότε $0=8-0{,}25(t_2-4)\Rightarrow t_2=36s$.

Η γραφική παράσταση της υ(t) φαίνεται στο διάγραμμα .

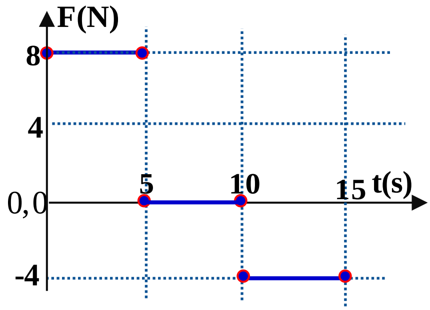
Δ.3 Η μετατόπιση του κινητού σε όλη την διάρκεια της κίνησης $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2$ υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t), $\Delta x=\frac{1}{2}36s\cdot 8\frac{m}{s}\Rightarrow\Delta x=144m$

Δ.4 Το έργο της $\vec{F}_2$ στη χρονική διάρκεια $[t_1\ ,t_2]$ υπολογίζεται από το ΘΜΚΕ,

$$W_{ολ}=\Delta K\Rightarrow W_{F2}=0-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2\xrightarrow{S.I}W_{F2}=0-\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 8^2\Rightarrow W_{F2}=-1280J\ .$$

... διαφορετικά, $W_{F2}=-F_2\cdot\Delta x_2$ με την Δx_2 να υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t), $\Delta x_2=\frac{1}{2}32s\cdot 8\frac{m}{s}\Rightarrow\Delta x_2=128m$, οπότε $W_{F2}=-F_2\cdot\Delta x_2\xrightarrow{S.I}W_{F2}=-1280J$

33.(4-11673) Μεταλλικός κύβος μάζας m κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο έχοντας τη χρονική στιγμή t=0s ταχύτητα μέτρου 4m/s. Στον κύβο ασκείται τη χρονική στιγμή t=0s δύναμη, ίδιας διεύθυνσης με τη ταχύτητα του. Η τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο, για το χρονικό διάστημα 0-15s φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Την χρονική στιγμή t_1=5s ο κύβος έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου υ_1=14m/s



Δ.1 Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση που εκτελεί το σώμα στο χρονικό διάστημα $\left[0\text{s},\ 5\text{s}\right]$ και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του.

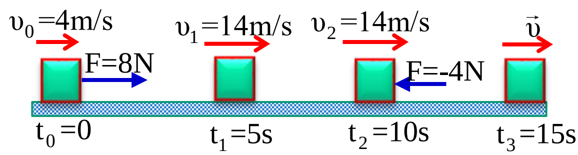
Δ.2 Να υπολογίσετε τη μάζα του κύβου.

Δ.3 Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κύβου, σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα 0-15s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα 10-15s .

Απάντηση

Δ.1 Στην **1η φάση** η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή (ΣF=F=8N) και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά



επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{\upsilon_1-\upsilon_0}{t_1-t_0} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{14\text{-}4}{5\text{-}0}\dfrac{\text{m/s}}{\text{s}} \Rightarrow$

$\alpha_1=2\text{m/s}^2$.

Δ.2 Από τον 2ο νόμο Newton στην 1η φάση της κίνησης έχουμε $\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F=m\alpha_1$

$$\Rightarrow m=\frac{F}{\alpha_1} \xrightarrow{\text{S.I}} m=\frac{8\text{N}}{2\text{m/s}^2} \Rightarrow m=4\text{Kg}$$

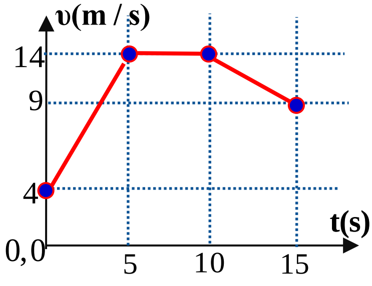
Δ.3 1η φάση $0\text{s} \le t \le 5\text{s}$: Η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με χρονική εξίσωση $\upsilon=\upsilon_0+\alpha_1 t \xrightarrow{\text{S.I}} \upsilon=4+2t\ (\text{S.})$

2η φάση $5\text{s} \le t \le 10\text{s}$: Η ταχύτητα στη 2η φάση της κίνησης είναι σταθερή $\upsilon_2=\upsilon_1=14\text{m/s}$, ίση με αυτή που απέκτησε στην 1η φάση.

3η φάση $10s \le t \le 15s$: Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με $\vec{\alpha}_3 = \frac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow$

$\alpha_3 = \frac{-F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_3 = \frac{-4N}{4Kg} \Rightarrow \alpha_3 = -1m/s^2$ και χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_2 - \alpha_3(t - t_2) \Rightarrow \upsilon = 14 - 1(t-10)\,(S.I)$ και την $t=15s$ έχουμε $\upsilon = 14 - 1(15-10) \Rightarrow \upsilon = 9m/s$

Η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα….



Δ.4 Το έργο της $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα 10-15s υπολογίζεται από την μεταβολή της αντίστοιχης κινητικής ενέργειας

$$W_F = \Delta K \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m\upsilon_3^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}m\left(\upsilon_3^2 - \upsilon_2^2\right) \xrightarrow{S.I} W_F = \frac{1}{2}4\cdot\left(9^2 - 14^2\right) \Rightarrow$$

$W_F = -230J$.

Προφανώς μπορεί να υπολογισθεί και από την σχέση $W_F = -F\cdot\Delta x_3$ για F=-4N και

$\Delta x_3 = \frac{14+9}{2}\frac{m}{s}\cdot(15-10)s \Rightarrow \Delta x_3 = 57{,}5m$ (υπολογισμός από το εμβαδόν της υ(t)).

34. (4-11674) Ένα αυτοκίνητο μάζας m=1000Kg είναι σταματημένο σε ένα φανάρι Φ_1, οριζόντιου δρόμου, που είναι κόκκινο. Τη στιγμή t_0=0s που ανάβει το πράσινο, ο οδηγός πατάει το γκάζι, οπότε το αυτοκίνητο κινείται με σταθερή επιτάχυνση, με αποτέλεσμα την χρονική στιγμή t_2=4s να έχει ταχύτητα μέτρου υ_2=10m/s. Στη συνέχεια συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα μέχρι να φτάσει στο επόμενο φανάρι Φ_2 που απέχει d = 500 m από το προηγούμενο. Να υπολογίσετε:

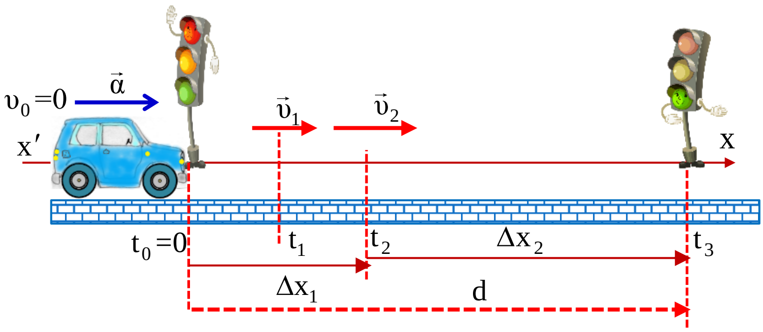
Δ.1 Τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο κατά την επιταχυνόμενη κίνησή του.

Δ.2 Την απόσταση του αυτοκίνητου από το δεύτερο φανάρι Φ_2 τη χρονική t_2.

Δ.3 Τη χρονική στιγμή που το αυτοκίνητο φτάνει στο δεύτερο φανάρι Φ_2.

Δ.4 Το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο στο χρονικό διάστημα $\left[t_1, t_2\right]$, όπου t_1 είναι μια χρονική στιγμή πριν τη στιγμή t_2 , κατά την οποία το αυτοκίνητο κινούνταν με ταχύτητα μέτρου υ_1=5m/s.

Απάντηση



Δ.1 Στην 1η φάση η κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{\upsilon_2-\upsilon_0}{t_2-t_0} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{10-0}{4-0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=2{,}5m/s^2$. Από τον 2ο νόμο Newton στην 1η φάση της κίνησης έχουμε $\Sigma F=1000Kg\cdot 2{,}5m/s^2 \Rightarrow \Sigma F=2500N$

Δ.2 Η μετατόπιση μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 είναι $\Delta x_1=\dfrac{1}{2}\alpha t_2^2 \xrightarrow{S.I}$

$\Delta x_1=\dfrac{1}{2}2{,}5\cdot 4^2 \Rightarrow \Delta x_1=20m$.

Άρα από το 2ο φανάρι απέχει απόσταση $\Delta x_2=d-\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_2=480m$.

Δ.3 Η κίνηση από την στιγμή t_2 μέχρι το 2ο φανάρι είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητας υ_2 και έστω ότι διαρκεί $\Delta t=t_3-t_2$, που υπολογίζεται από την εξίσωση

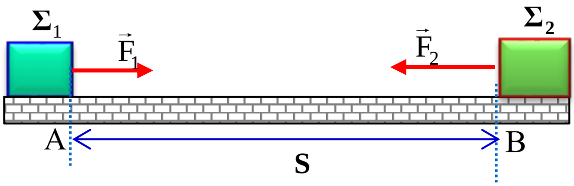
$\Delta x_2=\upsilon_2\Delta t$ ή $\Delta t=\dfrac{\Delta x_2}{\upsilon_2} \Rightarrow \Delta t=\dfrac{480m}{10m/s} \Rightarrow \Delta t=48s$.

Η χρονική στιγμή t_3 άφιξης στο 2ο φανάρι είναι $t_3-t_2=\Delta t \Rightarrow t_3=t_2+\Delta t \Rightarrow$ $t_3=4s+48s \Rightarrow t_3=52s$.

Δ.4 Το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων στο χρονικό διάστημα $\left[t_1,t_2\right]$ υπολογίζεται από ΘΜΚΕ $W_{o\lambda}=\Delta K \Rightarrow W_{o\lambda}=\dfrac{1}{2}m\upsilon_2^2-\dfrac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow$

$W_{o\lambda}=\dfrac{1}{2}m\left(\upsilon_2^2-\upsilon_1^2\right) \xrightarrow{S.I} W_{o\lambda}=\dfrac{1}{2}1000\left(10^2-5^2\right) \Rightarrow W_{o\lambda}=37500J$

35.(4-11675) Δύο μεταλλικοί κύβοι $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες m_1=5kg και m_2=10kg κινούνται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο κατά μήκος μιας ευθείας ο ένας προς τον άλλο. Τη χρονική στιγμή t=0s



βρίσκονται στα σημεία Α, Β του οριζόντιου δαπέδου, έχουν ταχύτητες ίδιας διεύθυνσης και αντίθετης φοράς μέτρου $υ_1$=5m/s και $υ_2$=5m/s αντίστοιχα και απέχουν μεταξύ τους απόσταση S=200m. Δυο εργάτες σπρώχνουν τους κύβους $Σ_1$ και $Σ_2$ ασκώντας σε αυτούς οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$, όπως παριστάνεται στο σχήμα, με μέτρα F_1=20N και F_2=60N αντίστοιχα, οι οποίες έχουν τη διεύθυνση της ευθείας που ορίζουν τα σημεία Α, Β. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κάθε κύβου είναι μ=0,4 και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10m/s^2.

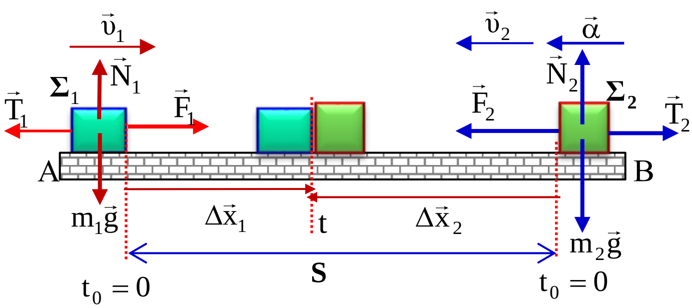
Δ.1 Να σχεδιάσετε τη δύναμη τριβής που δέχεται κάθε κύβος και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Δ.2 Να χαρακτηρίσετε πλήρως το είδος της κίνησης που εκτελεί κάθε κύβος.

Δ.3 Να υπολογίσετε την απόσταση από το σημείο Α στο οποίο θα συναντηθούν οι δυο κύβοι.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη συνολική ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο $Σ_1$ από τον εργάτη που τον σπρώχνει από την στιγμή t=0s έως τη στιγμή που οι δυο κύβοι συναντώνται.

Απάντηση



Δ.1 Τα σώματα κινούνται σε οριζόντιο άξονα ενώ στον κατακόρυφο ισορροπούν οπότε $ΣF_y$=0 για κάθε σώμα, οπότε $N_1=m_1g$ και $N_2=m_2g$.

Οι δυνάμεις των τριβών στα δύο σώματα έχουν μέτρα :

$T_1=\mu N_1 \Rightarrow T_1=\mu m_1 g \xrightarrow{S.I} T_1=20N$

$T_2=\mu N_2 \Rightarrow T_2=\mu m_2 g \xrightarrow{S.I} T_2=40N$

Δ.2 Για το σώμα Σ_1 η συνισταμένη δύναμη στον άξονα της κίνησης είναι $\Sigma F_{1,x}=F_1-T_1 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_{1,x}=20N-20N=0$ και το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1=5m/s$.

Για το σώμα Σ_2 η συνισταμένη δύναμη στον άξονα της κίνησης είναι $\Sigma F_{2,x}=F_2-T_2 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_{2,x}=60N-40N=20N$ και επειδή $\Sigma F_{2,x}=20N>0$ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=\frac{\Sigma F_{2,x}}{m}$

$\xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{20N}{10Kg} \Rightarrow \alpha=2m/s^2$ και αρχική ταχύτητα $\upsilon_{02}=5m/s$.

Δ.3 Τα κινητά συναντώνται τη χρονική στιγμή t και μέχρι τότε έχουν διανύσει διαστήματα …

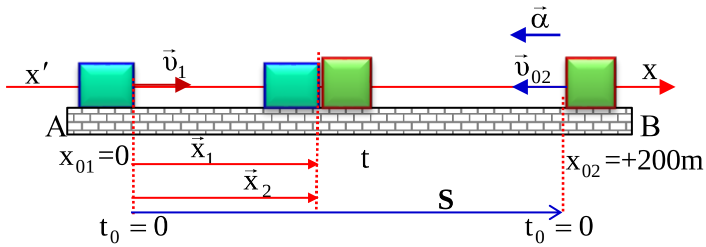
Σ_1: $S_1=|\Delta x_1|=\upsilon_1 t \xrightarrow{S.I} S_1=5t$ (S.I) (1)

Σ_2: $S_2=|\Delta x_2|=\upsilon_{02}t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} S_2=5t+t^2$ (S.I) (2).

Από το σχήμα και τη στιγμή της συνάντησης έχουμε $S_1+S_2=S \xrightarrow{(1,2)}$ $5t+5t+t^2=200 \Rightarrow t^2+10t-200=0$ με δεκτή τη θετική ρίζα t=10s που είναι και ο χρόνος συνάντησης και έγινε σε απόσταση από το Α, $S_1=5t \Rightarrow S_1=50$ m .

Δ.4 $E_{\pi\rho o\sigma}=W_{F1}=F_1 s_1 \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=20N\cdot 50m \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=1000J$

Σχόλιο: Μια διαφορετική λύση για τον χρόνο και τη θέση συνάντησης .



Περιγράφουμε τις κινήσεις των κινητών με εξισώσεις για το ίδιο σύστημα αναφοράς που φαίνεται στο σχήμα . Οι εξισώσεις θέσης για κάθε κινητό είναι

Σ_1: $x_1=x_{01}+\upsilon_1 t \xrightarrow{S.I} x_1=5t$ (S.I) (3)

Σ_2: $x_2=x_{02}-\upsilon_{02}t-\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} x_2=200-5t-1t^2$ (S.I) (4).

Στο σημείο συνάντησης τα κινητά είναι στην ίδια θέση, οπότε $x_1=x_2 \xrightarrow{(3,4)}$ $5t=200\text{-}5t\text{-}1t^2 \Rightarrow t^2+10t\text{-}200=0$ με δεκτή τη θετική ρίζα t=10s που είναι και ο χρόνος συνάντησης. Η θέση της συνάντησης βρίσκεται από την (3) ή (4) για t=10s.

Σχόλιο: Περισσότερα προβλήματα συνάντησης δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου Βασίλης Τσούνης , σελ. 47-51 και 86-90**

36.(4-11676) Κύβος μάζας m είναι αρχικά ακίνητος σε οριζόντιο δάπεδο. Στον κύβο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ οπότε αυτός αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο δάπεδο. Κατά τη κίνηση του κύβου ασκείται σε αυτόν τριβή μέτρου T=6N ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μετά από μετατόπιση κατά Δx=4m στο οριζόντιο δάπεδο ο κύβος κινείται με ταχύτητα μέτρου υ=4m/s. Το έργο της $\vec{F}$ στην παραπάνω μετατόπιση είναι $W_F=32J$. Να υπολογίσετε:

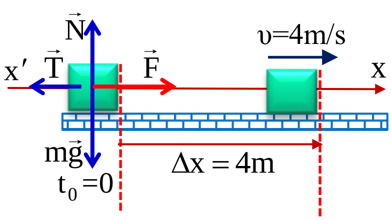
Δ.1 το έργο της τριβής στη παραπάνω μετατόπιση,

Δ.2 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

Δ.3 τη μάζα του κύβου,

Δ.4 το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκηθεί στον κύβο ώστε να αποκτήσει κινητική ενέργεια K=18J σε χρονικό διάστημα 2s αν γνωρίζετε ότι αυτός βρίσκεται αρχικά ακίνητος σε λείο οριζόντιο δάπεδο.

Απάντηση



Δ.1 $W_T=\text{-}T\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I} W_T=\text{-}6N\cdot 4m \Rightarrow W_T=\text{-}24J$

Δ.2 $W_F=F\cdot\Delta x \Rightarrow F=\dfrac{W_F}{\Delta x} \xrightarrow{S.I} F=\dfrac{32J}{4m} \Rightarrow F=8N$.

Δ.3 Από το ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0=\Sigma F\cdot\Delta x \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2=m\alpha\cdot\Delta x \Rightarrow \upsilon^2=2\alpha\cdot\Delta x \Rightarrow \alpha=\frac{\upsilon^2}{2\Delta x} \xrightarrow{S.I} \alpha=2m/s^2.$$

Από τον 2ο νόμο Newton έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha \Rightarrow m=\dfrac{F\text{-}T}{\alpha} \Rightarrow$

$$m=\frac{8\text{-}6}{2}\frac{N}{m/s^2} \Rightarrow m=1Kg.$$

… **και διαφορετικά** … Από το ΘΜΚΕ, $\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = W_F + W_T \Rightarrow$

$m=\sqrt{\frac{2(W_F+W_T)}{\upsilon^2}} \xrightarrow{S.I} m=\sqrt{\frac{2(32\text{-}24)}{4^2}} \Rightarrow m=1Kg$.

Δ.4 Από τη σχέση $K = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ βρίσκουμε την ταχύτητα $\upsilon=\sqrt{\frac{2K}{m}} \xrightarrow{S.I} \upsilon=6m/s$

και από τη σχέση $\upsilon=\alpha t$ βρίσκουμε την επιτάχυνση $\alpha=\upsilon/t \xrightarrow{S.I} \alpha=3m/s^2$.

Η δύναμη υπολογίζεται από τον από τον 2^o νόμο Newton έχουμε $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow$

$F=m\alpha$ ή $F=1Kg\cdot 3m/s^2$ ή $F=3N$.

37.(4-11678) Ένα κιβώτιο μάζας m=20Kg είναι αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s με τη βοήθεια ενός σχοινιού ασκούμε στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη με μέτρο 50N. Τη χρονική στιγμή t=2s το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά Δx =4m πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10m/s^2 και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

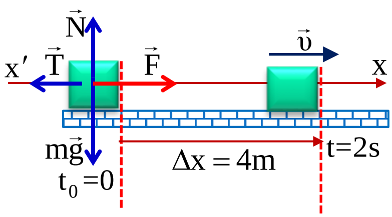
Δ.1 Την επιτάχυνση με την οποία κινείται το κιβώτιο.

Δ.2 Το συντελεστή τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Δ.3 Το έργο της δύναμης τριβής από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο κινείται με ταχύτητα μέτρου 2m/s **.**

Δ.4 Να παραστήσετε γραφικά το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα [0s, 2s]

Απάντηση



Δ.1 $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha=\frac{2\Delta x}{t^2} \xrightarrow{S.I}$

$\alpha=\frac{2\cdot 4}{2^2} \Rightarrow \alpha=2m/s^2$

Δ.2 Από τον 2^o νόμο Newton έχουμε

$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha \Rightarrow T=F\text{-}m\alpha$

$\xrightarrow{S.I} T=50N\text{-}20Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow T=10N$.

$T=\mu N \Rightarrow \mu=\frac{T}{N} \xrightarrow{N=mg} \mu=\frac{T}{mg} \xrightarrow{S.I} \mu=\frac{10N}{20Kg\cdot 10m/s^2} \Rightarrow \mu=0{,}05$.

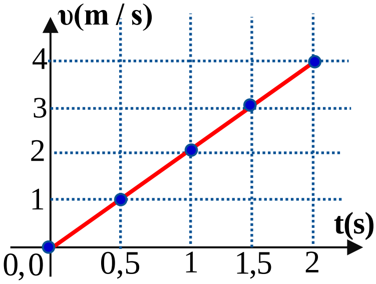
Δ.3 Από την σχέση της ταχύτητας $\upsilon=\alpha t$ υπολογίζουμε τη χρονική στιγμή t_1 ,

$t_1=\frac{\upsilon}{\alpha} \Rightarrow t_1=\frac{2m/s}{2m/s^2}$ ή $t_1=1s$ … και στη συνέχεια υπολογίζουμε την αντίστοιχη

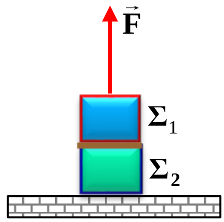
μετατόπιση $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}2\frac{m}{s}(1s)^2 \Rightarrow \Delta x_1=1m$

Έργο τριβής $W_T=-T\Delta x_1 \xrightarrow{S.I} W_T=-10N\cdot m \Rightarrow W_T=-10J$.

Δ.4 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\alpha=\upsilon t \Rightarrow \alpha=2\cdot t$ (S.I) που δηλώνει ότι η ταχύτητα αυξάνεται ανάλογα με το χρόνο και σε διάγραμμα υ(t) αποδίδεται με ευθεία που διέρχεται από την αρχή (0,0) των αξόνων, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



38.(4-11679) Δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1=3Kg$ και $m_2=2Kg$ αντίστοιχα και είναι συγκολλημένα. Το συσσωμάτωμα αρχικά είναι ακίνητο πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s ασκούμε μέσω νήματος μια κατακόρυφη σταθερή δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο 60N στο σώμα Σ_1 και το συσσωμάτωμα αρχίζει να ανυψώνεται κατακόρυφα.



Μόλις το συσσωμάτωμα φτάσει σε ύψος h=16m από το έδαφος, το σώμα Σ_2 αποκολλάται, ενώ η δύναμη $\vec{F}$ συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Σ_1.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Να υπολογίσετε

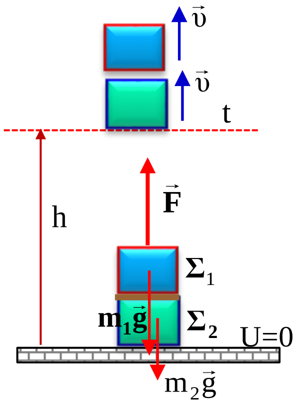
Δ.1 την επιτάχυνση με την οποία κινείται το συσσωμάτωμα των δύο σωμάτων πριν την αποκόλληση,

Δ.2 την χρονική στιγμή που αποκολλάται το Σ_2,

Δ.3 τη ταχύτητα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 τη στιγμή της αποκόλλησης,

Δ.4 τη βαρυτική δυναμική ενέργεια του Σ_1, με επίπεδο αναφοράς το έδαφος, 1s μετά την αποκόλληση του Σ_2.

Απάντηση



Δ.1 Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για τον άξονα κίνησης $\Sigma\vec{F}_y = m_{ολ}\vec{\alpha} \Rightarrow$

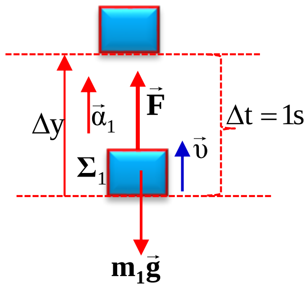
$$\text{F-m}_1\text{g-m}_2\text{g=(m}_1\text{+m}_2)\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{\text{F-(m}_1\text{+m}_2)\text{g}}{\text{m}_1\text{+m}_2}$$

$\xrightarrow{S.I} \alpha=2m/s^2$.

Δ.2 Η επαφή χάνεται τη χρονική στιγμή t σε ύψος h … $\Delta y = \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{\Delta y=h}$

$$h = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{\alpha}} \xrightarrow{S.I} t=4s$$

Δ.3 Την στιγμή της αποκόλλησης τα σώματα έχουν ταχύτητα αυτή που απέκτησαν από την έως τότε κίνηση ως ενιαίο σύνολο $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=8m/s$



Δ.4 Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για τον άξονα κίνησης για το σώμα Σ1 μετά την αποκόλληση και στο οποίο συνεχίζει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, $\Sigma\vec{F}_y = m_1\vec{\alpha}_1 \Rightarrow$

$$\text{F-m}_1\text{g=m}_1\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=\frac{\text{F-m}_1\text{g}}{\text{m}_1} \xrightarrow{S.I}$$

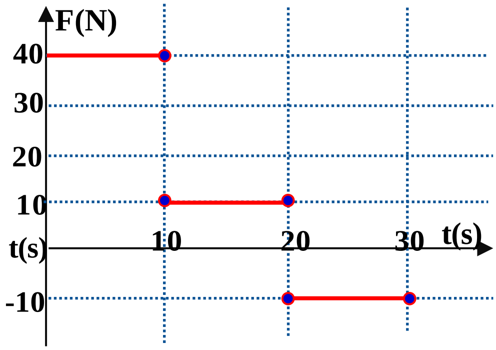
$$\alpha_1=\frac{60N\text{-}3Kg\cdot 10m/s^2}{3Kg} \Rightarrow \alpha_1=10m/s^2.$$

Σε χρόνο $\Delta t = 1s$ το σώμα ανέρχεται κατά $\Delta y=\upsilon\Delta t+\frac{1}{2}\alpha_1(\Delta t)^2 \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta y=8\cdot 1+\frac{1}{2}10\cdot 1^2 \Rightarrow \Delta y=13m.$$

Το σώμα σε αυτή τη θέση απέχει από το δάπεδο όπου U=0 ύψος $H=\Delta y+h=29m$ και έχει δυναμική ενέργεια βαρύτητας $U = m_1gH \xrightarrow{S.I} U=3Kg\cdot 10m/s^2\cdot 29m \Rightarrow$ $U=870J$.

39.(4-11680) Μικρό σώμα μάζας m=2Kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Στο σώμα, τη χρονική στιγμή t=0, ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα και ότι για το χρονικό διάστημα 0s-30s η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος δεν μεταβάλλεται. Για το χρονικό διάστημα 0s-30s:



Δ.1 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (α -t).

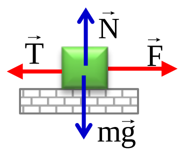
Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας που κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο (υ–t).

[Επίσης μέχρι να σταματήσει το κινητό να υπολογίσετε: …]

Δ.3 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα που κινείται το σώμα.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής από τη χρονική στιγμή t = 0s μέχρι τη χρονική στιγμή που σταματάει το σώμα.

Απάντηση



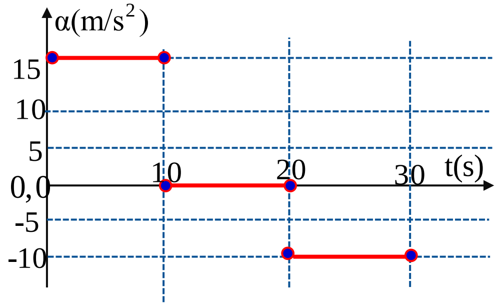
Δ.1 Το σώμα κινείται σε οριζόντιο άξονα ενώ στον κατακόρυφο ισορροπεί οπότε $\Sigma F_y=0$ και η δύναμη στήριξης είναι $N=mg$, η δε δύναμη τριβής στο σώμα έχει μέτρο

$T=\mu N \Rightarrow T=\mu mg \xrightarrow{S.I} T_1=10N$

1η φάση $0s \le t \le 10s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι ΣF=F-T=30N σταθερή, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1=\dfrac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{F-T}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_1=15m/s^2$ με χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon=15t$ (S.I) . Στο τέλος της 1ης φάσης της κίνησης το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon=15t \Rightarrow \upsilon_1=15.10 \Rightarrow \upsilon_1=150m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

2η φάση $10s \le t \le 20s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι ΣF=F-T=0N , η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2=\upsilon_1=150m/s$ (με μηδενική επιτάχυνση $\alpha_2=0$) και με φορά κίνησης προς τα θετικά.

3η φάση $20s \le t \le 30s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma F=F-T \Rightarrow \Sigma F=-10N-10N \Rightarrow \Sigma F=-20N<0$ σταθερή αλλά αντίθετη της κίνησης. Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_3=\frac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha_3=\frac{-20N}{2Kg} \Rightarrow$ $\alpha_3=-10m/s^2$ και χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_2-|\alpha_3|(t-t_2)$ $\Rightarrow \upsilon=150-10(t-20)$ (S.I)



Τη t=30s έχουμε

$\upsilon_3=150-10(30-20) \Rightarrow \upsilon_3=50m/s$, άρα έχουμε φορά κίνησης προς τα θετικά.

4η φάση $t>30s$: Εδώ ασκούμενη δύναμη είναι μόνο η τριβή και η αλγεβρική τιμή της συνισταμένης δύναμης είναι ΣF=T=-10N σταθερή αλλά αντίθετη της κίνησης. Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_4=\frac{\Sigma\vec{F}}{m} \Rightarrow \alpha_4=\frac{-10N}{2Kg} \Rightarrow$

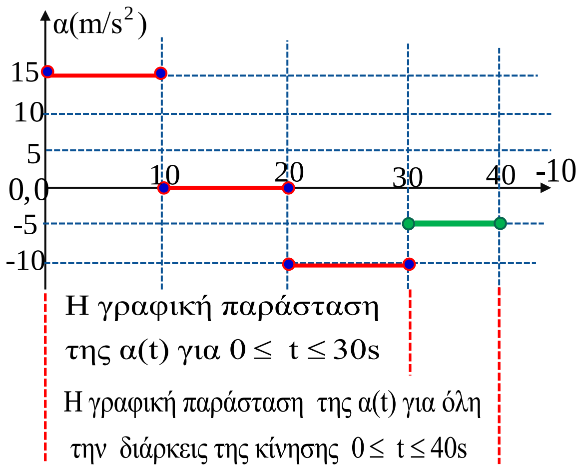
$\alpha_4=-5m/s^2$ και χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_3-\alpha_4(t-t_2) \Rightarrow \upsilon=50-5(t-30)$ (S.I)

Η ταχύτητα μηδενίζεται (το κινητό σταματάει) τη χρονική στιγμή $t=t_{ολ}$ που υπολογίζεται από την ανωτέρω χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=50-5(t-30)$

$\xrightarrow{\upsilon=0,t=t_{ολ}} 0=50-5(t_{ολ}-30) \Rightarrow t_{ολ}-30=10 \Rightarrow t_{ολ}=40s$.

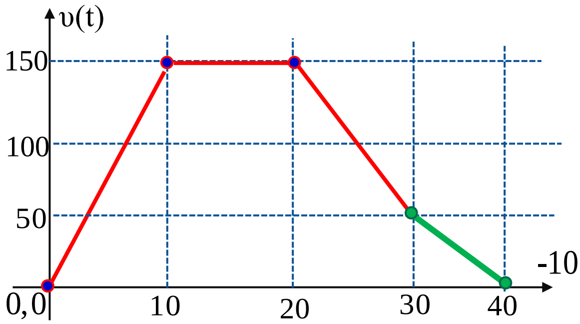
Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης με το χρόνο α(t)

- τόσο για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 30s$ που απαιτεί άσκηση (είναι η α(t) με κόκκινο χρώμα)
- αλλά προστίθεται με πράσινο χρώμα και η επιβράδυνση α(t) για το

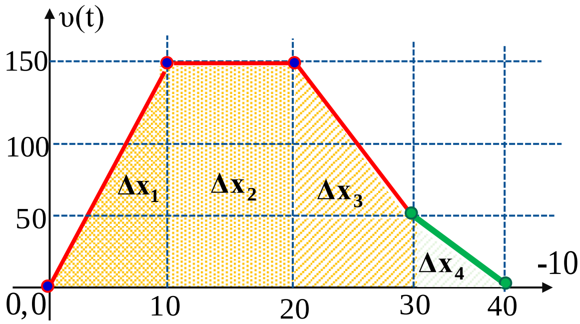


υπόλοιπο χρονικό διάστημα $30s \le t \le 40s$ μέχρι να σταματήσει η κίνηση του σώματος.

Δ.2 Η γραφική παράσταση της ταχύτητας υ(t) σχεδιάζεται με βάση τις επιμέρους εξισώσεις όπως αυτές αναπτύχθηκαν στη ανωτέρω απάντηση Δ.1. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο υ(t)



- τόσο για το χρονικό διάστημα $0s \le t \le 30s$ που απαιτεί άσκηση (είναι η υ(t) με κόκκινο χρώμα)
- αλλά προστίθεται με πράσινο χρώμα και η ταχύτητα υ(t) για το υπόλοιπο χρονικό διάστημα $30s \le t \le 40s$ μέχρι να σταματήσει η κίνηση του σώματος.



Δ.3 Ο ολικός χρόνος μέχρι να σταματήσει το κινητό υπολογίσθηκε στη απάντηση Δ.1 και είναι $t_{ολ}=40s$.

Δ.4 Το ολικό διάστημα (όπως και επιμέρους των τεσσάρων φάσεων) μέχρι να σταματήσει το κινητό βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t).

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}10 \cdot 150 \Rightarrow \Delta x_1 = 750m \ ,$$

$$\Delta x_2 = 150 \cdot 10 \Rightarrow \Delta x_2 = 1500m$$

$$\Delta x_3 = \frac{150+50}{2}10 \Rightarrow \Delta x_3 = 1000m \ ,$$

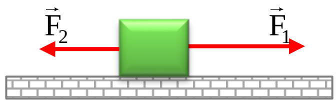
$$\Delta x_4 = \frac{1}{2}10 \cdot 50 \Rightarrow \Delta x_4 = 250m \ \ldots \text{και}$$

$$\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\Delta x_4 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=3500m \, .$$

Έργο της τριβής για όλη την διάρκεια της κίνησης: $W_T=-T\Delta x_{ολ} \xrightarrow{S.I}$ $W_T=-10N \cdot 3500m \Rightarrow W_T= -35000J$

Σχόλιο: Στο πρόβλημα αναφέρεται « Για το χρονικό διάστημα 0s-30s: » … Έτσι όπως είναι διατυπωμένο αναφέρεται σε όλα τα ερωτήματα για μελέτη στο χρονικό διάστημα 0s-30s …κάτι όμως είναι σε αντίθεση με το Δ.4 ερώτημα που ζητείται το έργο της τριβής μέχρι να σταματήσει η κίνηση. Για το λόγο αυτό έγινε μετά το Δ.2 μια ίδια προσθήκη [**Επίσης μέχρι να σταματήσει το κινητό να υπολογίσετε:** …]

40.(4-11681) Ένα μικρό σώμα μάζας m=2kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s ασκούνται ταυτόχρονα στο σώμα οι σταθερές οριζόντιες δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα F_1=30N και F_2=10N όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Η δύναμη $\vec{F}_1$ ασκείται στο σώμα στη χρονική διάρκεια 0s έως 5s ενώ η δύναμη $\vec{F}_2$ ασκείται στο σώμα στη χρονική διάρκεια 0s έως 7s. Η αντίσταση του αέρα να θεωρηθεί αμελητέα.



Δ.1 Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο και υπολογίσετε την τιμή της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=2s και τη χρονική στιγμή t_2=6s.

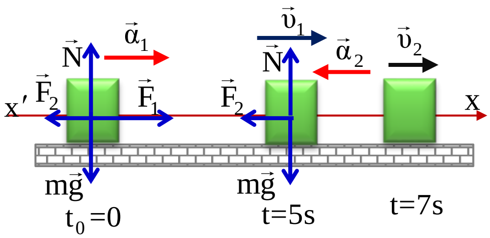
Δ.2 Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή t_3=10s

Δ.3 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=10s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ και το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική στιγμή t_3 =10s.

Απάντηση:

Δ.1 **1η φάση** $0s \le t \le 5s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma F_x = F_1 - F_2 = 20N$ σταθερή, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1 = \dfrac{\Sigma \vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \dfrac{F_1 - F_2}{m}$

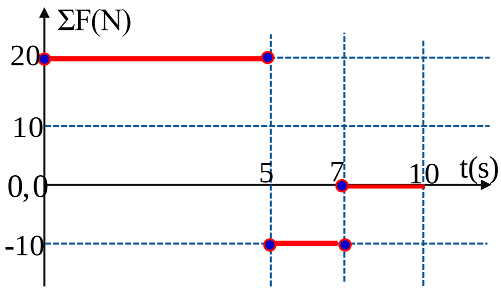


$\xrightarrow{S.I} \alpha_1 = 10m/s^2$ με χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = \alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 10t$ (S.I) . Στο τέλος της 1ης φάσης της κίνησης το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon = 10t \Rightarrow \upsilon_1 = 10.5$ $\Rightarrow \upsilon_1 = 50m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

2η φάση $5s \le t \le 7s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma F_x = -F_2 \Rightarrow \Sigma F_x = -10N < 0$ σταθερή αλλά αντίθετη της κίνησης. Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_2 = \dfrac{\Sigma \vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \dfrac{-10N}{2Kg} \Rightarrow \alpha_2 = -5m/s^2$ και χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_1 - \alpha_2(t - t_5) \Rightarrow \upsilon = 50 - 5(t-5)$ (S.I) και την t=7s έχουμε $\upsilon_2 = 50 - 5(7-5) \Rightarrow \upsilon_2 = 40m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

3η φάση $t \ge 7s$: Στο άξονα κίνησης ισχύει $\Sigma F_x = 0$, επομένως η κίνηση συνεχίζεται ευθύγραμμα και ομαλά με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2 = 40m/s$ και προφανώς με μηδενική επιτάχυνση.

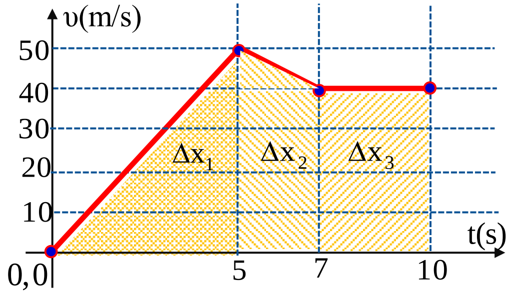
- Τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ το κινητό είναι στη 1η φάση της κίνησης και έχει επιτάχυνση $\alpha_1 = 10m/s^2$,
- ενώ τη χρονική στιγμή $t_2 = 6s$ το κινητό είναι στη 2η φάση της κίνησης και έχει επιτάχυνση $\alpha_2 = -5m/s^2$.



Η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης με το χρόνο ΣF(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.

Δ.2 Τη χρονική στιγμή $t_3 = 10s$ το κινητό είναι στη 3η φάση της κίνησης – και όπως αναλύθηκε ανωτέρω - και έχει σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2 = 40m/s$ και κινητική ενέργεια $K = \dfrac{1}{2} m \upsilon_2^2 \xrightarrow{S.I} K = 1600J$.

Δ.3 Η μετατόπιση από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=10s βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t) γι΄ αυτό θα γίνει η αντίστοιχη γραφική παράσταση της ταχύτητας χρόνου με βάση την ανάλυση που έγινε στη Δ.1 απάντηση.



$$\Delta x_1=\frac{1}{2}5\cdot 50 \Rightarrow \Delta x_1=125\text{m}$$

$$\Delta x_2=\frac{50+40}{2}\cdot(7-5) \Rightarrow \Delta x_2=90\text{m}$$

$$\Delta x_3=40\cdot(10-7) \Rightarrow \Delta x_3=120\text{m} \ \ldots\text{και}$$

$$\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=335\text{m}$$

Δ.4 Έργο της $\vec{F}_1$ που δρα για $\Delta x_1=125\text{m}$,

$$W_{F_1}=F_1\Delta x_1 \Rightarrow W_{F_1}=30\text{N}\cdot 125\text{m} \Rightarrow W_{F_1}=3750\text{J}$$

Έργο της $\vec{F}_2$ που δρα για $\Delta x_1+\Delta x_2$,

$$W_{F_2}=-F_2\left(\Delta x_1+\Delta x_2\right) \Rightarrow W_{F_1}=-10\text{N}\cdot(125+90)\text{m} \Rightarrow W_{F_2}=-2150\text{J}$$

41.(4-11684) Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας m=50kg βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t=0s, κατά την οποία το κιβώτιο βρίσκεται στη θέση x=0m του οριζόντιου προσανατολισμένου άξονα Ox, αρχίζει να ασκείται σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ με μέτρο 150N. Αφού το κιβώτιο μετατοπιστεί κατά Δx_1=20m καταργείται ακαριαία η δύναμη $\vec{F}$. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται ακόμα κατά Δx_2=10m και σταματά. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

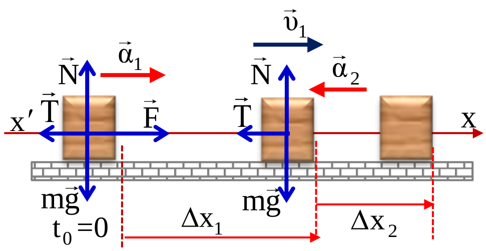
Δ.1 Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση Δx_1 = 20m.

Δ.2 Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Δ.3 Την τιμή της επιτάχυνσης του κιβωτίου στη διάρκεια της μετατόπισής του κατά Δx_2 =10m.

Δ.4 Την κινητική ενέργεια του κιβωτίου την στιγμή που καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

Απάντηση



Δ.1 $W_F = F\Delta x_1 \Rightarrow$

$W_F = 150N \cdot 20m \Rightarrow W_F = 3000J$

Δ.2 Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης $\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow 0\text{-}0 = W_F + W_T \Rightarrow$

$$0=W_F-T(\Delta x_1+\Delta x_2) \Rightarrow T=\frac{W_F}{\Delta x_1+\Delta x_2} \Rightarrow T=\frac{3000J}{30m} \Rightarrow T=100N$$

Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο y΄y ισορροπεί

$\Sigma\vec{F}_y = 0 \;\Rightarrow\; N = mg \;(1)$

$$T = \mu N \xrightarrow{(1)} T = \mu mg \Rightarrow \mu = \frac{T}{mg} \Rightarrow \mu = \frac{100N}{50kg \cdot 10m/s^2} \Rightarrow \mu = 0,2$$

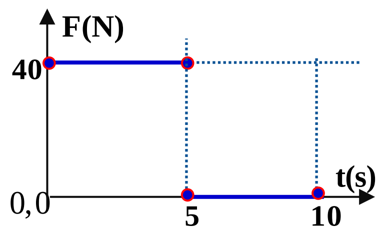
Δ.3 Στη φάση αυτή η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_2 = \dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m}$

$$\Rightarrow \alpha_2 = \frac{-T}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{-100N}{50Kg} \Rightarrow \alpha_2 = -2m/s^2$$

Δ.4 Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τη 1η φάση της κίνησης $\Delta K = W_{ολ} \Rightarrow K\text{-}0 = W_F + W_T$

$\Rightarrow K = W_F - T\Delta x_1 \Rightarrow K = 3000J - 100N \cdot 20m \Rightarrow K = 1000J$

42.(4-11685) Μικρό σώμα μάζας m=4kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι μ=0,4. Τη χρονική στιγμή t=0 στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ που η τιμή της μεταβάλλεται με τον χρόνο όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα με αποτέλεσμα το σώμα να αρχίσει να μετακινείται πάνω σε αυτό. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.



Δ.1 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης-χρόνου (α-t) για το χρονικό διάστημα $[0, 10s]$ γνωρίζοντας ότι το σώμα ακινητοποιείται μετά τη χρονική στιγμή t =10s.

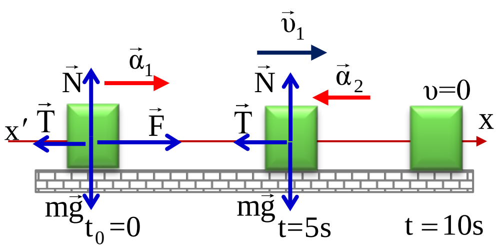
Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα $[0, 10s]$

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για το χρονικό διάστημα $[0, 5s]$

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα $[5, 10s]$

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο y′y ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y = 0 \;\Rightarrow\; N = mg \;(1)$ και η τριβή έχει μέτρο $T = \mu N \xrightarrow{(1)}$ $T = \mu mg \xrightarrow{S.I}$ $T=0,4\cdot 4\cdot 10 \Rightarrow T=16N$



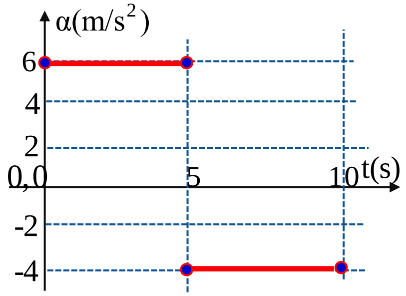
Δ.1 1η φάση $0s \le t \le 5s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι ΣF_x=F-T=24N σταθερή, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{α}_1=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow α_1=\dfrac{F-T}{m} \xrightarrow{S.I} α_1=6m/s^2$ με χρονική εξίσωση της ταχύτητας $υ=α_1 t$ $\xrightarrow{S.I}$ υ=6t (S.I) . Στο τέλος της $1^{ης}$ φάσης της κίνησης το κινητό έχει ταχύτητα υ=6t $\Rightarrow υ_1=6.5 \Rightarrow υ_1=30m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

2η φάση $5s \le t \le 10s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma F_x = -T \Rightarrow \Sigma F_x = -16N < 0$ σταθερή αλλά αντίθετη της κίνησης. Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_2 = \dfrac{\Sigma \vec{F}_x}{m} \Rightarrow \quad \alpha_2 = \dfrac{-T}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \dfrac{-16N}{4Kg} \Rightarrow$

$\alpha_2 = -4m/s^2$ και χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_1 - |\alpha_2|(t-t_5) \Rightarrow \upsilon = 30-4(t-5)$ (S.I) και την t=10s έχουμε $\upsilon_2 = 30-4(10-5)$ $\Rightarrow \upsilon_2 = 10m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

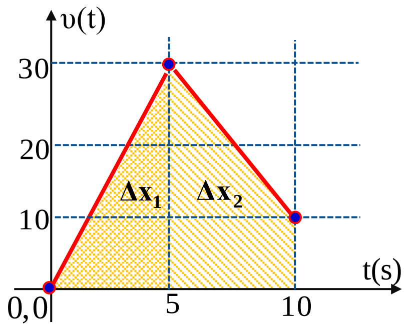
[Η ταχύτητα μηδενίζεται αργότερα σε χρονική στιγμή t' που βρίσκεται από την $\upsilon = 30-4(t-5)$ για $\upsilon = 0$ … $0 = 30-4(t'-5) \Rightarrow$

$(t'-5) = \dfrac{30}{4} \Rightarrow t' = 12{,}5s$]



Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης α(t) αποδίδεται στο διάγραμμα .

Δ.2 Η γραφική παράσταση της ταχύτητας υ(t) σχεδιάζεται με βάση τις επιμέρους εξισώσεις όπως αυτές αναπτύχθηκαν στη ανωτέρω απάντηση Δ.1. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο υ(t)



Δ.3 Η μετατόπιση στην 1η φάση της κίνησης βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t),

$\Delta x_1 = \dfrac{1}{2} 5 \cdot 30 \Rightarrow \Delta x_1 = 75m$.

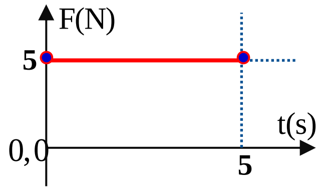
Έργο της δύναμης $\vec{F}$: $W_F = F\Delta x_1 \Rightarrow W_F = 40N.75m \Rightarrow W_F = 3000J$

Δ.4 Η μετατόπιση στην 2η φάση της κίνησης βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t),

$\Delta x_2 = \dfrac{30+10}{2}(10-5) \Rightarrow \Delta x_2 = 100m$.

Έργο της τριβής : $W_T = -T\Delta x_2 \Rightarrow W_F = -16N \cdot 100m \Rightarrow W_F = -1600J$

43.(4-11688) Μικρό σώμα μάζας m=400g βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι μ=0,25. Τη χρονική στιγμή t=0 στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ σταθερής τιμής με τον χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:



Δ.1 Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 =3s.

Δ.2 Τη μετατόπιση του σώματος στη χρονική διάρκεια $[0,\ 5s]$.

Δ.3 Το έργο της δύναμης F στη χρονική διάρκεια $[0,\ 5s]$.

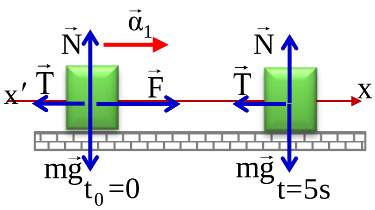
Δ.4 Την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή t_1 =3s.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο y'y ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ και η τριβή έχει μέτρο

$T=\mu N \Rightarrow T=\mu mg \xrightarrow{S.I}$

$T=0,25\cdot 0,4\cdot 10 \Rightarrow T=1N$



Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι ΣF_x=F-T σταθερή, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{F-T}{m}$

$\xrightarrow{S.I} \alpha_1=10m/s^2$. Τη στιγμή t_1 =3s το κινητό είναι στην $1^η$ φάση της κίνησης και έχει την ανωτέρω επιτάχυνση $\alpha_1=10m/s^2$.

Δ.2 $\Delta x_1=\dfrac{1}{2}\alpha_1 t^2 \Rightarrow \Delta x_1=\dfrac{1}{2}10\cdot 5^2 \Rightarrow \Delta x_1=125m$

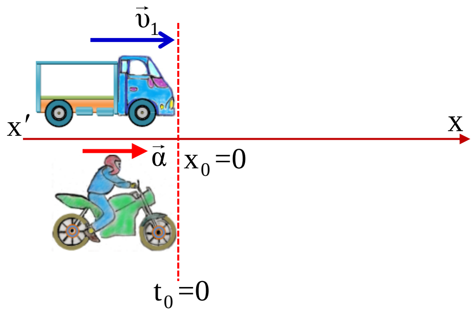
Δ.3 Έργο της δύναμης $\vec{F}$: $W_F=F\Delta x_1 \Rightarrow W_F=5N.125m \Rightarrow W_F=625J$

Δ.4 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας στην $1^η$ φάση της κίνησης είναι $\upsilon=\alpha_1 t \xrightarrow{S.I}$ $\upsilon=10t$ (S.I) και τη t=3s το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon=10t \Rightarrow \upsilon_1=10.3 \Rightarrow \upsilon_1=30m/s$

και κινητική ενέργεια $K=\dfrac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow K=\dfrac{1}{2}0,4\cdot 30^2 \Rightarrow K=180J$

44. (4-11689) Ένα φορτηγό κινείται σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο με ταχύτητα που έχει σταθερό μέτρο ίσο με 72Km/h. Τη χρονική στιγμή t=0, που διέρχεται από ένα σημείο Α του δρόμου, ξεκινά από το ίδιο σημείο να κινείται μία μοτοσυκλέτα με σταθερή επιτάχυνση ίση με $2m/s^2$.
Αν το φορτηγό και η μοτοσυκλέτα κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση να υπολογίσετε:
Δ.1 Τη χρονική στιγμή t_1 όπου τα δύο οχήματα θα έχουν την ίδια ταχύτητα.
Δ.2. Τη χρονική στιγμή και την απόσταση από το σημείο Α που θα συναντηθούν το φορτηγό και η μοτοσυκλέτα.
Δ.3. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για το φορτηγό και τη μοτοσυκλέτα, σε βαθμολογημένους άξονες από τη χρονική στιγμή t = 0 έως τη χρονική στιγμή όπου τα οχήματα συναντώνται.
Δ.4 Αν οι μάζες του φορτηγού και της μοτοσυκλέτας είναι 5000kg και 500kg αντιστοίχως και οι κινητικές ενέργειες τη στιγμή της συνάντησής τους $K_Φ$ και K_M αντιστοίχως, να υπολογίσετε το πηλίκο $K_φ/K_M$ τη χρονική στιγμή t_2=5s.

Απάντηση



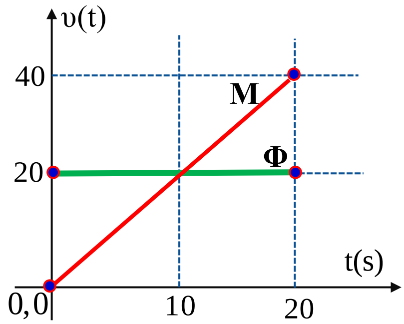
Δ.1 Για το δεδομένο σύστημα αναφοράς οι εξισώσεις κίνησης και ταχυτήτων φορτηγού και μοτοσυκλέτας είναι :
Φορτηγό:
ταχύτητα $υ_1$=72Km/h=20m/s (1),
θέση: $x_1=υ_1 t \Rightarrow x_1=20t$ (S.I) (2)
Μοτοσυκλέτα: ταχύτητα $υ_2=αt \Rightarrow υ_2=2t$ (S.I) (3) ,
Θέση $x_2=\frac{1}{2}αt^2 \Rightarrow x_2=1t^2$ (S.I) (4)

Τα κινητά έχουν τη ίδια ταχύτητα $υ_1=υ_2 \xrightarrow{1,3} 20=2t \Rightarrow t=10s$

Δ.2 Τα κινητά όταν συναντώνται έχουν την ίδια θέση $x_1=x_2 \xrightarrow{2,4} 20t=1t^2 \Rightarrow$ t(t-20)=0 και από εδώ βρίσκουμε t=0s (που είναι η αρχική θέση) και t=20s, που είναι και η ζητούμενη χρονική στιγμή.
Η συνάντηση γίνεται στη θέση $x_1=20t \xrightarrow{t=20s} x_1=400m$ που είναι και η απόσταση από την αρχική θέση.

Δ.3 Την στιγμή της συνάντησης t=20s το φορτηγό έχει την σταθερή ταχύτητα κίνησης υ_1=20m/s , ενώ η ταχύτητα της μοτοσυκλέτας αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο υ_2=2t (S.I) και εκείνη τη στιγμή είναι $\upsilon_2=2t \xrightarrow{t=20s} \upsilon_2=40m/s$.

Οι γραφικές παραστάσεις των $\upsilon_1(t)$ και $\upsilon_2(t)$ αποδίδονται στο διάγραμμα.

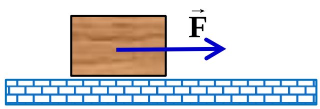


Δ.4 Την στιγμή της συνάντησης t=5s η μοτοσυκλέτα έχει ταχύτητα $\upsilon_2=2t \xrightarrow{t=5s} \upsilon_2=10m/s$, οπότε ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι $\frac{K_\Phi}{K_M}=\frac{1/2m_\Phi\upsilon_1^2}{1/2m_M\upsilon_2^2} \Rightarrow$

$$\frac{K_\Phi}{K_M}=\frac{5000\cdot 20^2}{500\cdot 10^2} \Rightarrow \frac{K_\Phi}{K_M}=40$$

Σχόλιο: Στην ενδεικτική λύση της τράπεζας θεμάτων του ΙΕΠ ο λόγος K_Φ/K_M υπολογίζεται για t=20s ενώ το πρόβλημα απαιτεί για t=5s.

45.(4-11692) Ένα κιβώτιο μάζας m=4kg βρίσκεται ακίνητο σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης ίσο με 0,2. Τη χρονική στιγμή t=0, ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, με αποτέλεσμα το κιβώτιο να ξεκινήσει αμέσως να κινείται. Ένας μαθητής που παρατηρεί την κίνηση σημειώνει ότι τη χρονική στιγμή t=4s το κιβώτιο έχει διανύσει 32m. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2 και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



Δ.1 Υπολογίστε το μέτρο της επιτάχυνσης του κιβωτίου.

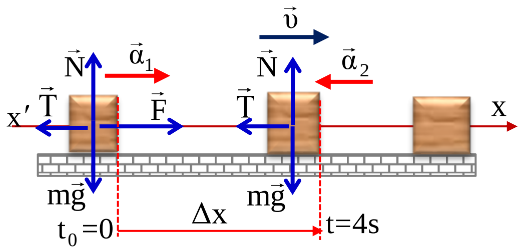
Δ.2 Προσδιορίστε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$.

Δ.3 Ποιο είναι το διάστημα που διανύει το κιβώτιο κατά τη διάρκεια του 3ου δευτερολέπτου της κίνησης του.

Τη χρονική στιγμή t = 4s η δύναμη F καταργείται, με αποτέλεσμα το κιβώτιο να επιβραδυνθεί και τελικά να σταματήσει.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης της τριβής από τη χρονική στιγμή t=4s μέχρι τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο σταματά να κινείται.

Απάντηση



Δ.1 $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha=\frac{2\Delta x}{t^2} \Rightarrow$

$\alpha=\frac{2.32m}{(4s)^2} \Rightarrow \alpha=4m/s^2$

Δ.2 Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο y′y ισορροπεί

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ και η τριβή έχει μέτρο $T=\mu N \Rightarrow T=\mu mg \xrightarrow{S.I}$

$T=0{,}2\cdot 4\cdot 10 \Rightarrow T=8N$

Η δύναμη $\vec{F}$ υπολογίζεται από τον 2^{o} νόμο Newton $\Sigma F_x=F\text{-}T$ $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha$

$\Rightarrow F=T+m\alpha \Rightarrow F=8N+4Kg\cdot 4m/s^2 \Rightarrow F=24N$

Δ.3 Το ζητούμενο διάστημα στο 3^{o} sec της κίνησης ταυτίζεται με την αντίστοιχη μετατόπιση στο χρονικό διάστημα $[2s, 3s]$, $\Delta x=\Delta x_3\text{-}\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_3^2\text{-}\frac{1}{2}\alpha t_2^2 \Rightarrow$

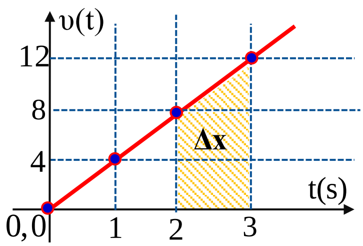
$\Delta x=\frac{1}{2}\alpha\left(t_3^2\text{-}t_2^2\right) \xrightarrow{S.I} \Delta x=\frac{1}{2}4\left(3^2\text{-}2^2\right) \Rightarrow \Delta x=10m$

Δ.4 Τη χρονική στιγμή τη χρονική στιγμή t=4s που καταργείται η δύναμη το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon=\alpha t \Rightarrow \upsilon=4m/s^2\cdot 4s \Rightarrow \upsilon=16m/s$. Για τον υπολογισμό του έργου της τριβής εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από την t=4s μέχρι που το κινητό σταματάει …

$\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow 0\text{-}K=W_T \Rightarrow \text{-}\frac{1}{2}m\upsilon^2=W_T \Rightarrow W_T=\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon^2 \Rightarrow W_T=\text{-}\frac{1}{2}4\cdot 16^2 \Rightarrow$

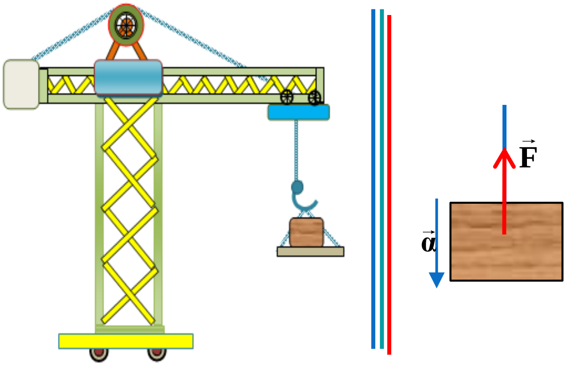
$W_T=\text{-}512J$.

Σχόλιο : Εναλλακτικά η μετατόπιση στο 3^{o} sec της κίνησης βρίσκεται από το εμβαδόν της $\upsilon=\alpha t \Rightarrow \upsilon=4t$ (S.I) στο χρονικό διάστημα $[2s, 3s]$, $\Delta x=\frac{8+12}{2}(3\text{-}2)=10m$.



Για περισσότερα δείτε Φυσική Α΄ Λυκείου – Βασίλης Τσούνης σελίδες 85-86

46.(4-11693) Ένας γερανός κατεβάζει κατακόρυφα ένα αρχικά ακίνητο δέμα που βρισκόταν σε ύψος 20m από την επιφάνεια του εδάφους και έχει μάζα 50kg, με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $1 m/s^2$. Στο δέμα ασκείται δύναμη $\vec{F}$ από το συρματόσχοινο με το οποίο είναι δεμένο όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g=10 m/s^2$ να υπολογίσετε:



Δ.1 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

Δ.2 το μέτρο της ταχύτητας του δέματος όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 2 m από την αρχική του θέση,

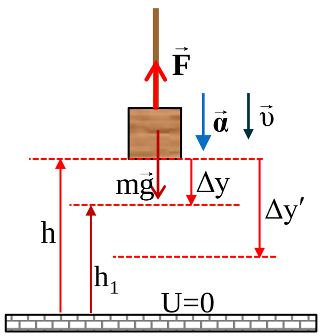
Δ.3 το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και το έργο του βάρους, όταν το δέμα έχει μετατοπιστεί κατά 8 m,

Δ.4 τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του δέματος όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 2 m από τη αρχική του θέση.

Απάντηση

Δ.1 Εφαρμόζουμε τον 2^{ο} νόμο Newton στον άξονα κίνησης $\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow mg - F = m\alpha \Rightarrow F = m(g-\alpha) \Rightarrow$

$F = 50Kg(10-1)m/s^2 \Rightarrow F = 450N$



Δ.2 $\Delta y = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{\alpha}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2m}{1m/s^2}} \Rightarrow t = 2s$

$\upsilon = \alpha t \Rightarrow \upsilon = 1m/s^2 \cdot 2s \Rightarrow \upsilon = 2m/s$

Δ.3 $W_F = -F\Delta y' \Rightarrow W_F = -450N \cdot 8m \Rightarrow$

$W_F = -3600J$

$W_{βάρους} = mg \cdot \Delta y' \Rightarrow W_β = 50Kg \cdot 10m/s^2 \cdot 8m \Rightarrow W_F = 4000J$

Δ.4 Η μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής γίνεται μέσω του έργου του βάρους και ισχύει $\Delta U = -W_{\beta\acute{\alpha}\rho o \upsilon \varsigma} \Rightarrow \Delta U = -(+mg \cdot \Delta y) \Rightarrow \Delta U = -mg \cdot \Delta y \Rightarrow$

$$\Delta U = -\ 50Kg \cdot 10m/s^2 \cdot 2m \Rightarrow \Delta U = -1000J$$

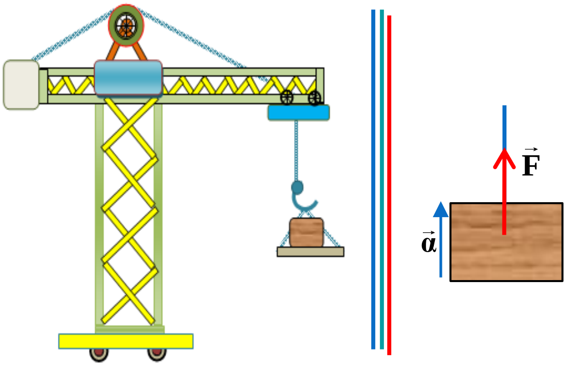
…και διαφορετικά ….

$$\Delta U = U_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}} - U_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}} \Rightarrow \Delta U = mgh_1 - mgh \Rightarrow \Delta U = -mg(h-h_1) \Rightarrow \Delta U = -mg \cdot \Delta y \Rightarrow$$

$$\Delta U = -\ 50Kg \cdot 10m/s^2 \cdot 2m \Rightarrow \Delta U = -1000J$$

Σχόλιο: Το αρχικό ύψος από το έδαφος θα μπορούσε να μην δοθεί. Περισσότερα για την μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας δείτε **Φυσική Α΄ Λυκείου-Βασίλης Τσούνης σελίδες 427-429**

47.(4-11694) Ένας γερανός ανεβάζει κατακόρυφα ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο που βρισκόταν στην επιφάνεια του εδάφους και έχει μάζα 100 kg, με σταθερή επιτάχυνση $2 m/s^2$. Στο κιβώτιο ασκείται δύναμη $\vec{F}$ από το συρματόσχοινο με το οποίο είναι δεμένο όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, ενώ η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10 m/s^2$ να υπολογίσετε:



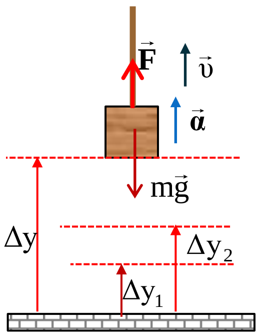
Δ.1 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$,

Δ.2 το χρόνο κίνησης του κιβωτίου όταν έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά 16m. Θεωρήστε ως t=0s τη στιγμή που ξεκινά να ασκείται η $\vec{F}$ και το κιβώτιο εγκαταλείπει το έδαφος.

Δ.3 το έργο της δύναμης $\vec{F}$ καθώς και το έργο του βάρους, όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά 8m.

Δ.4 Το λόγο K_1/K_2 αν K_1 και K_2 είναι οι κινητικές ενέργειες του κιβωτίου σε ύψη 4 m και 9 m από το έδαφος αντιστοίχως.

Απάντηση



Δ.1 Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton στον άξονα κίνησης $\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}mg = m\alpha \Rightarrow F = m(g+\alpha) \Rightarrow$

$F = 100Kg(10+2)m/s^2 \Rightarrow F = 1200N$

Δ.2 $\Delta y = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{\alpha}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 16m}{2m/s^2}} \Rightarrow t = 4s$

Δ.3 $W_F = F\Delta y \Rightarrow W_F = 1200N \cdot 8m \Rightarrow W_F = 9600J$

$W_{\beta\acute{\alpha}\rho o \upsilon\varsigma} = -mg \cdot \Delta y \Rightarrow W_\beta = -100Kg \cdot 10m/s^2 \cdot 8m \Rightarrow$

$W_\beta = -8000J$

Δ.4 Για μετατόπιση από την αρχή $\Delta y_1 = 4m$ το κιβώτιο αποκτά ταχύτητα

$\upsilon_1 = \sqrt{2\alpha\Delta y_1}$ (1) και κινητική ενέργεια $K_1 = \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \xrightarrow{(1)} K_1 = m\alpha\Delta y_1$ (2).

Για μετατόπιση από την αρχή $\Delta y_2 = 9m$ το κιβώτιο αποκτά ταχύτητα $\upsilon_2 = \sqrt{2\alpha\Delta y_2}$

(3) και κινητική ενέργεια $K_2 = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 \xrightarrow{(3)} K_2 = m\alpha\Delta y_2$ (4).

Από τις (2) και (4) έχουμε $\frac{K_1}{K_2} = \frac{m\alpha\Delta y_1}{m\alpha\Delta y_2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{\Delta y_1}{\Delta y_2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{4}{9}$.

48. (4-11695) Σε κιβώτιο μάζας m=10kg, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή t_0=0s να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου 20N.

Δ.1 Να υπολογισθεί το διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από t_0=0s έως t_1 =10s.

Δ.2 Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ στο παραπάνω χρονικό διάστημα.

Έστω ότι την στιγμή t_0=0s εκτός από τη δύναμη $\vec{F}_1$ ασκείται στο κιβώτιο και μια δεύτερη δύναμη $\vec{F}_2$ ίση με την $\vec{F}_1$, δηλαδή οι δυνάμεις έχουν ίδιο μέτρο και κατεύθυνση.

Δ.3 Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κιβωτίου όταν ασκούνται σε αυτό ταυτόχρονα και οι δύο
δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$.

Δ.4 Να υπολογίσετε πάλι το έργο της δύναμης $\vec{F}_1$ από t_0 = 0s έως t_1 =10s όταν ασκούνται ταυτόχρονα και οι δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$. Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

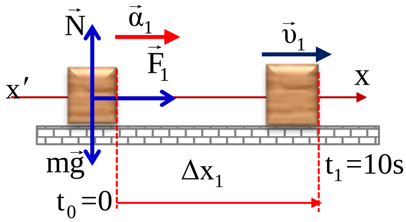
Απάντηση

Δ.1 $\vec{\alpha}_1 = \dfrac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \dfrac{F_1}{m} \Rightarrow$

$\alpha_1 = \dfrac{20N}{10Kg} \Rightarrow \alpha_1 = 2m/s^2$

$S_1 = \Delta x_1 = \dfrac{1}{2}\alpha_1 t^2 \xrightarrow{S.I}$

$S_1 = \dfrac{1}{2} 2.10^2 \Rightarrow S_1 = 100m$



Δ.2 $W_{F1} = F_1 \Delta x_1 \Rightarrow W_{F1} = 20N \cdot 100m \Rightarrow W_{F1} = 2000J$

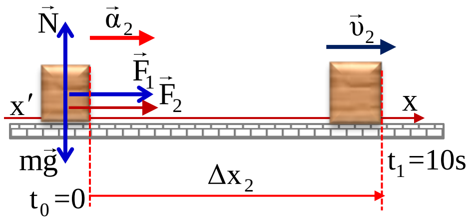
Δ.3 $\vec{\alpha}_2 = \dfrac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \dfrac{F_1 + F_2}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \dfrac{40N}{10Kg} \Rightarrow \alpha_2 = 4m/s^2$

Δ.4 $S_2 = \Delta x_2 = \dfrac{1}{2}\alpha_2 t^2 \xrightarrow{S.I}$

$S_2 = \dfrac{1}{2} 4.10^2 \Rightarrow S_2 = 200m$

$W_{F2} = F_1 \Delta x_2 \Rightarrow W'_{F1} = 20N \cdot 200m$

$\Rightarrow W'_{F1} = 4000J$



$\dfrac{W'_{F1}}{W_{F1}} = \dfrac{4000J}{2000J} \Rightarrow \dfrac{W'_{F1}}{W_{F1}} = 2 \Rightarrow W'_{F1} = 2W_{F1}$, Άρα το έργο της $\vec{F}_1$ διπλασιάζεται .

49. (4-11696) Σε κιβώτιο μάζας m=10 kg, το οποίο αρχικά ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, αρχίζει την στιγμή $t_0 = 0$ να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 30N, οπότε το κιβώτιο ξεκινά να ολισθαίνει πάνω στο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι μ=0,2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογισθεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο κατά την ολίσθησή του καθώς και η επιτάχυνσή του.

Δ.2 Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από $t_0 = 0$ s έως $t_1 = 4$s.

Δ.3 Να υπολογισθεί στο παραπάνω χρονικό διάστημα η ενέργεια που μεταφέρθηκε από το κιβώτιο στο περιβάλλον του μέσω του έργου της τριβής.

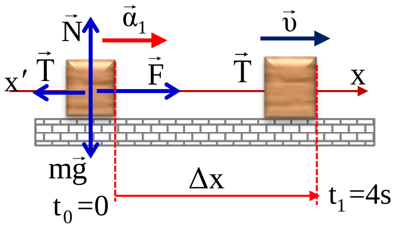
Δ.4 Αν το δάπεδο ήταν λείο, πόσο θα ήταν το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για το ίδιο χρονικό διάστημα δηλαδή από $t_0 = 0$s έως $t_1 = 4$s. Να συγκρίνετε αυτό το έργο με το έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ2.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο y′y ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg$ και η τριβή έχει μέτρο

$$T = \mu N \Rightarrow \quad T = \mu mg \xrightarrow{S.I} \quad T=0,2\cdot 10\cdot 10$$

$\Rightarrow$ T=20N .



Το σώμα κινείται με επιτάχυνση $\vec{\alpha} = \frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow$

$$\alpha = \frac{F\text{-}T}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{30N\text{-}20N}{10Kg} \Rightarrow \alpha = 1m/s^2$$

Δ.2 Στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$s έως $t_1 = 4$s η μετατόπιση είναι $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t_1^2$

$\xrightarrow{S.I} \Delta x = \frac{1}{2}1.4^2 \Rightarrow \Delta x = 8m$ και το έργο της $\vec{F}$ είναι $W_F = F\Delta x \Rightarrow$

$W_F = 30N\cdot 8m \Rightarrow W_F = 240J$.

Δ.3 Η θερμική ενέργεια που αποβάλλεται μέσω του έργου της τριβής είναι

$$Q = |W_T| = |\text{-}\,T\Delta x| \Rightarrow Q = |\text{-}\,20\cdot 8| \Rightarrow Q = 160J$$

Δ.4 Αν το δάπεδο ήταν λείο το σώμα κινείται με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1 = \frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F}{m} \Rightarrow$

$\alpha_1 = \frac{30N}{10Kg} \Rightarrow \alpha = 3m/s^2$. Στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$s έως $t_1 = 4$s η μετατόπιση είναι $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_1=\frac{1}{2}3.4^2 \Rightarrow \Delta x_1=24m$ και το έργο της $\vec{F}$ είναι

$W'_F = F\Delta x_1 \Rightarrow W'_F = 30N\cdot 24m \Rightarrow W'_F = 720J$

$\frac{W'_F}{W_F}=\frac{720J}{240J} \Rightarrow \frac{W'_F}{W_F}=3 \Rightarrow W'_F = 3W_F$

50.(4-11697) Ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας m=50kg είναι ακίνητο πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου ενός σχολείου. Την χρονική στιγμή $t_0=0$ δύο μαθητές, ο Πάνος και η Μαρία αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Οι δυνάμεις που ασκούν οι μαθητές στο κιβώτιο είναι σταθερές οριζόντιες και ίδιας κατεύθυνσης. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο $F_\Pi=200N$ και η δύναμη που ασκεί η Μαρία έχει μέτρο $F_M=50N$. Την χρονική στιγμή t_1, μέχρι την οποία το κιβώτιο έχει ολισθήσει 2m πάνω στο δάπεδο, η Μαρία σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο, ενώ ο Πάνος συνεχίζει να το σπρώχνει.

Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου μ=0,4 και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.

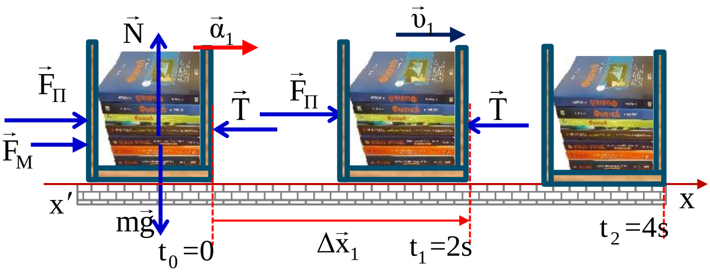
Δ.2 Να προσδιοριστεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η Μαρία σταμάτησε να σπρώχνει το κιβώτιο.

Δ.3 Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από $t_0=0$ έως $t_2=4s$.

Δ.4 Να υπολογιστεί η ενέργεια που πρόσφερε ο Πάνος στο κιβώτιο, μέσω του έργου της δύναμης που του άσκησε, από την χρονική στιγμή $t_0=0$ έως την στιγμή t_1, καθώς και ο ρυθμός με τον οποίο ο Πάνος προσφέρει ενέργεια στο κιβώτιο όταν πλέον το σπρώχνει μόνος του.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο $y'y$ ισορροπεί $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg$ και η τριβή έχει μέτρο $T = \mu N \Rightarrow T = \mu mg \xrightarrow{S.I} T = 0{,}4 \cdot 50 \cdot 10 \Rightarrow T = 200N$.



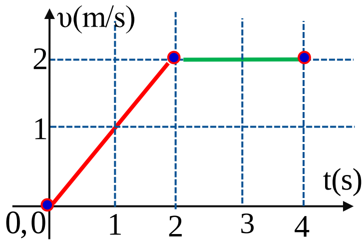
Δ.2 Το σώμα αρχικά κινείται με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1 = \frac{\Sigma \vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F_\Pi + F_M - T}{m} \Rightarrow$

$$\alpha_1 = \frac{250N - 200N}{50Kg} \Rightarrow \alpha_1 = 1 m/s^2.$$

Η μετατόπιση $\Delta x_1 = 2m$ διαγράφεται στο χρονικό διάστημα από $t_0 = 0s$ έως t_1

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta x_1}{\alpha_2}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2m}{1m/s^2}} \Rightarrow t_1 = 2s$$

Δ.3 Στην **1η φάση** της κίνησης η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο σύμφωνα με τη εξίσωση $\upsilon = \alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 1 \cdot t$ και την $t_1 = 2s$ γίνεται $\upsilon_1 = 2m/s$



Μετά τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ η συνισταμένη δύναμη γίνεται $\Sigma F_x = F_\Pi - T = 0$ και το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 2m/s$. Η γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο αποδίδεται στο διάγραμμα.

Δ.4 $E_{\pi\rho o\sigma} = W_{F\Pi} = F_\Pi \Delta x_1 \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma} = 200N \cdot 2m \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma} = 400J$

$$P_{\pi\rho o\sigma} = \frac{\Delta W_{F\Pi}}{\Delta t} = \frac{F_\Pi \Delta x_2}{\Delta t} \Rightarrow P_{\pi\rho o\sigma} = F_\Pi \upsilon_2 \Rightarrow P_{\pi\rho o\sigma} = 200N \cdot 2m/s \Rightarrow P_{\pi\rho o\sigma} = 400J/s \text{ ή}$$

$$P_{\pi\rho o\sigma} = 400W$$

51.(4-11698) Ένα κιβώτιο μάζας m=20kg ηρεμεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο, στην θέση $x_0=0$ του άξονα $x'x$. Την χρονική στιγμή $t_0=0$ αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου F_1=20N, η οποία έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'x$ και φορά τη θετική φορά του άξονα. Την χρονική στιγμή t_1=2s, κατά την οποία το κιβώτιο βρίσκεται στη θέση x_1, καταργείται η δύναμη $\vec{F}_1$ και αρχίζει να ασκείται στο κιβώτιο μια σταθερή δύναμη μέτρου F_2 = 40N, ίδιας κατεύθυνσης με την $\vec{F}_1$.

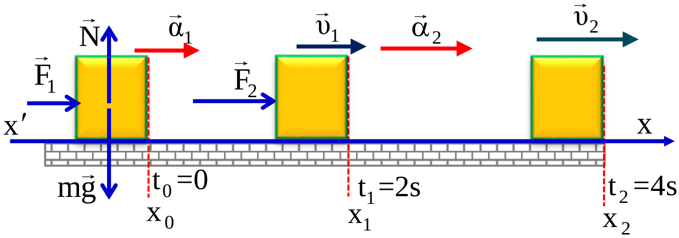
Δ.1 Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση του μέτρου της επιτάχυνσης του κιβωτίου συναρτήσει του χρόνου από $t_0=0$ έως t_2=4s.

Δ.2 Να προσδιορίσετε την θέση x_1, όπου καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}_1$ και άρχισε να ασκείται η $\vec{F}_2$.

Δ.3 Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του κιβωτίου την χρονική στιγμή t_2=4s.

Δ.4 Να υπολογίσετε την μέση ταχύτητα του κιβωτίου στο χρονικό διάστημα από $t_0=0$ έως t_2=4s.

Απάντηση

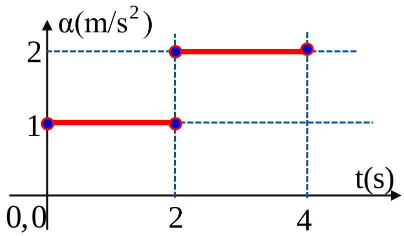


Δ.1 1η φάση $0s \le t \le 2s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση

$\vec{\alpha}_1=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_1=\frac{F_1}{m} \Rightarrow \alpha_1=\frac{20N}{20Kg} \Rightarrow \alpha_1=1m/s^2$ και με χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon=1t$ (S.I). Στο τέλος της $1^{ης}$ φάσης της κίνησης το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon=1t \Rightarrow \upsilon_1=1.2 \Rightarrow \upsilon_1=2m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

2η φάση $2s \le t \le 4s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_2=\frac{F_2}{m} \Rightarrow \alpha_2=\frac{40N}{20Kg} \Rightarrow \alpha_2=2m/s^2$ και με χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_1+\alpha_2(t-t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon=2+2(t-2)$ (S.I). Στο τέλος της $2^{ης}$

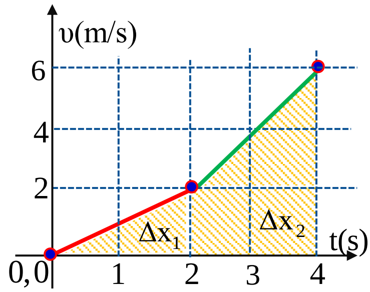
φάσης της κίνησης το κινητό έχει ταχύτητα υ_2=2+2(4-2) $\Rightarrow$ υ_2=6m/s με φορά κίνησης προς τα θετικά.
Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα



Δ.2 $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I} x_1\text{-}x_0=\frac{1}{2}1\cdot 2^2 \Rightarrow$
$x_1\text{-}0=2m \Rightarrow x_1=2m$

Δ.3 Με βάση την ταχύτητα υ_2=6m/s που έχει το κινητό τη χρονική στιγμή t_2 =4s, όπως υπολογίσθηκε στη απάντηση Δ.1, η κινητική ενέργεια είναι $K=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2$
$\xrightarrow{S.I} K=\frac{1}{2}20\cdot 6^2 \Rightarrow K=360J$.

Δ.4 Με βάση την ανάλυση για την ταχύτητα στο Δ.1 κάνουμε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας με το χρόνο και από το εμβαδόν υπολογίζουμε την μετατόπιση που ταυτίζεται με το διάστημα.



$\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \xrightarrow{S.I}$
$\Delta x_{ολ}=\frac{1}{2}2\cdot 2+\frac{2+6}{2}\cdot(4\text{-}2) \Rightarrow \Delta x_{ολ}=10m \Rightarrow$
$S_{ολ}=10m$ και η μέση ταχύτητα είναι $\bar{\upsilon}=\frac{S}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\upsilon}=\frac{10m}{4s} \Rightarrow \bar{\upsilon}=2{,}5m/s$

52. (4-11699) Μαθητής σπρώχνει ένα κιβώτιο με βιβλία μάζας m_1=50kg ασκώντας σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 200N. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα πάνω στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου του. Κατόπιν ο μαθητής αφαιρεί βιβλία και η μάζα του κιβωτίου γίνεται πλέον m_2=40kg. Στη συνέχεια αρχίζει πάλι να σπρώχνει το κιβώτιο ξεκινώντας από την ηρεμία και ασκώντας πάλι την ίδια σταθερή δύναμη $\vec{F}$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο μάζας m_1=50kg, καθώς και τον συντελεστή τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

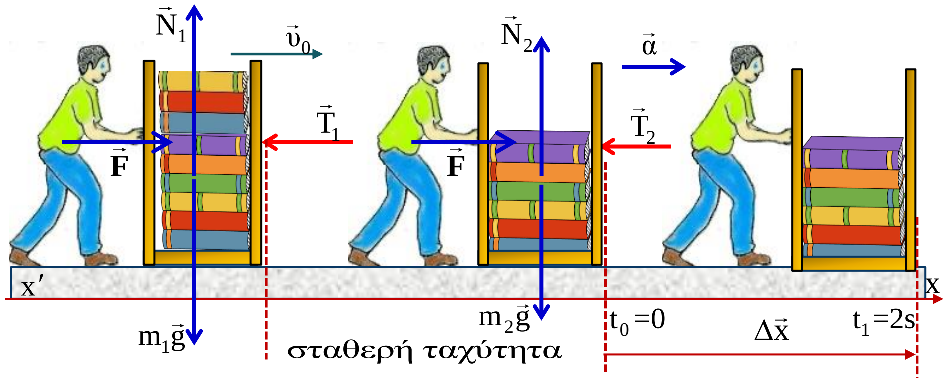
Για τα πρώτα δύο δευτερόλεπτα της κίνησης του κιβωτίου μάζας m_2 =40 kg, να υπολογίσετε:

Δ.2 το μέτρο της τριβής μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου καθώς και το διάστημα που διανύει το κιβώτιο,

Δ.3 το έργο της τριβής,

Δ.4 την ενέργεια που πρόσφερε ο μαθητής στο κιβώτιο και το ποσό αυτής που έγινε κινητική ενέργεια.

Απάντηση



Δ.1 Στην πρώτη φάση της κίνησης με τα πολλά βιβλία η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και για τον άξονα κίνησης ισχύει $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F\text{-}T_1=0 \Rightarrow T_1=F \Rightarrow T_1=200N$

Το κιβώτιο κινείται στο οριζόντιο άξονα $x'x$, οπότε στον κατακόρυφο $y'y$ ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_1=m_1g$ και η τριβή έχει μέτρο $T_1=\mu N_1 \Rightarrow T_1=\mu m_1 g \Rightarrow$

$$\mu=\frac{T_1}{m_1 g} \xrightarrow{S.I} \mu=\frac{200N}{50Kg\cdot 10m/s^2} \Rightarrow \mu=0,4$$

Δ.2 Στην δεύτερη φάση της κίνησης με τα λιγότερα βιβλία, το κιβώτιο συνεχίζει να κινείται στο οριζόντιο άξονα $x'x$, αλλά αλλάζει η κατανομή των δυνάμεων στον κατακόρυφο $y'y$ που επηρεάζουν και τη τιμή της τριβής. Το κιβώτιο στον κατακόρυφο άξονα ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2=m_2g$ η και η τριβή έχει μέτρο

$$T_2=\mu N_2 \Rightarrow T_2=\mu m_2 g \xrightarrow{S.I} T_2=0,4\cdot 40Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow T_2=160N.$$

Στον άξονα κίνησης η συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma F_x=F\text{-}T_2=40N>0$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m_2} \Rightarrow$

$$\alpha=\frac{F\text{-}T_2}{m_2} \Rightarrow \alpha=\frac{40N}{40Kg} \Rightarrow \alpha=1m/s^2.$$

Το διάστημα που διανύει το κιβώτιο στο χρονικό διάστημα από $t_0=0$ (μηδενίζουμε το χρονόμετρο στην αρχή της 2ης φάσης) μέχρι την $t_1=2s$ ισούται με την μετατόπιση και είναι $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x=\frac{1}{2}1\cdot 2^2 \Rightarrow \Delta x=2m$.

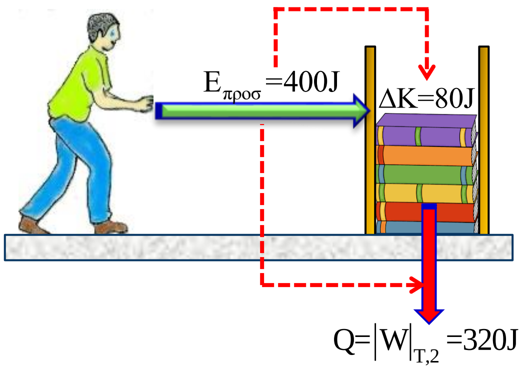
Δ.3 Έργο τριβής : $W_{T,2}=-T_2\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I} W_{T,2}=-160N\cdot 2m \Rightarrow W_{T,2}=-320J$

$Q=|W|_{T,2}=320J$

Δ.4 Στην κίνηση αυτή ο μαθητής προσέφερε στο κιβώτιο ενέργεια μέσω του έργου της δύναμης που ασκεί στο κιβώτιο,

$E_{προσ}=W_F=F\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I}$

$E_{προσ}=200N\cdot 2m \Rightarrow E_{προσ}=400J$



Η ενέργεια αυτή έγινε κατά ένα ποσό **αύξηση** κινητικής και το υπόλοιπο μετατράπηκε μέσω του έργου των τριβών σε θερμική που αποβλήθηκε μέσω θερμότητας από το κιβώτιο προς το περιβάλλον.

Η αύξηση της κινητικής ενέργειας στην 2η φάση υπολογίζεται μέσω του ΘΜΚΕ $\Delta K=W_{ολ} \Rightarrow \Delta K=W_F+W_T \Rightarrow \Delta K=400J+(-320J) \Rightarrow \Delta K=80J$ …που είναι και το ποσόν της προσφερόμενης που έγινε κινητική.

Σχόλιο: Άλλο το **ποσόν** της προσφερόμενης ενέργειας που έγινε αύξηση κινητικής ενέργειας και είναι $\Delta K=80J$ και άλλο το % **ποσοστό** της προσφερόμενης που έγινε αύξηση κινητικής είναι $\pi\%=\frac{\Delta K}{E_{προσ}}100\% \Rightarrow \pi\%=\frac{80}{400}100\%$ $\pi\%=20\%$

53. (4-11701) Μικρό σφαιρίδιο μάζας m =2Kg αφήνεται από ύψος h =10m να εκτελέσει ελεύθερη πτώση. Δίνεται $g=10m/s^2$.

Δ.1 Σε ποιο ύψος η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου (U) είναι ίση με την κινητική του (K).

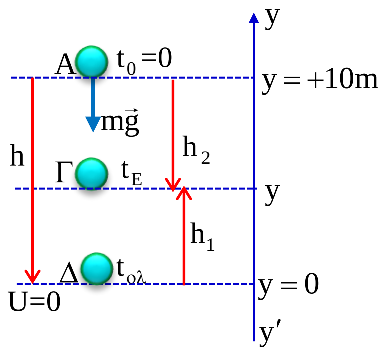
Δ.2 Ποια η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια (U) είναι ίση με την κινητική του (K).

Δ.3 Έστω $t_{ολ}$ το συνολικό χρονικό διάστημα για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E το χρονικό διάστημα από τη στιγμή που άρχισε να κινείται μέχρι τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια θα γίνει ίση με την κινητική του. Να υπολογιστεί ο λόγος: $t_{ολ} / t_E$

Δ.4 Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμολογημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις U=U(y), K=K(y) και E=E(y) όπου y η απόσταση του σφαιριδίου από το έδαφος και E η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου.

Απάντηση

Δ.1 Έστω ότι η δυναμική ενέργεια ισούται με την κινητική στο σημείο Γ σε ύψος h_1 Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος του - που είναι συντηρητική δύναμη- έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας και έστω U=K σε ύψος h_1 πάνω από το έδαφος.



$$E_{μηχ(Γ)}=E_{μηχ(A)} \Rightarrow U_Γ+K_Γ=U_A+K_A$$

$$\xrightarrow{U_Γ=K_Γ} 2U_Γ=mgh+0 \Rightarrow$$

$$2mgh_1=mgh \Rightarrow h_1=\frac{h}{2} \Rightarrow h_1=5m .$$

Δ.2 1η λύση: Για τη θέση Γ, $E_{μηχ(Γ)}=E_{μηχ(A)} \Rightarrow U_Γ+K_Γ=U_A+K_A \xrightarrow{U_Γ=K_Γ}$

$$2K_Γ=mgh+0 \Rightarrow 2\frac{1}{2}mυ_Γ^2=mgh \Rightarrow υ_Γ=\sqrt{gh} \xrightarrow{S.I} υ_Γ=10m/s$$

(*) 2η λύση: Αφού το σώμα μέχρι τη θέση Γ μετατοπίζεται κατά $h_2=h/2$ με εξισώσεις κινηματικής να βρούμε $υ_Γ=\sqrt{2gh_2} \xrightarrow{S.I} υ_Γ=10m/s$.

(*) 3η λύση: Επίσης και με ΘΜΚΕ από το Α έως το Γ, $\frac{1}{2}mυ_Γ^2\text{-}0=mgh_2 \Rightarrow$

$υ_Γ=\sqrt{2gh_2}$ …

(*) 4η λύση: αλλά και από την εξίσωση ελεύθερης πτώσης $h_2 = \frac{1}{2} g t_\Gamma^2 \Rightarrow t_\Gamma = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$

$\xrightarrow{S.I} t_\Gamma = \sqrt{\frac{2 \cdot 5}{10}} \Rightarrow t_\Gamma = 1s$ και ταχύτητα είναι $\upsilon_\Gamma = g t_\Gamma \Rightarrow \upsilon_\Gamma = 10 m/s$.

Δ.3 Ολικός χρόνος : $h = \frac{1}{2} g t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

Χρόνος t_E: $h_2 = \frac{1}{2} g t_E^2 \Rightarrow t_E = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ (3)

Από τις σχέσεις (2) και (3) με διαίρεση κατά μέλη έχουμε $\frac{t_{ολ}}{t_E} = \sqrt{\frac{2h/g}{2h_2/g}} \Rightarrow$

$\frac{t_{ολ}}{t_E} = \sqrt{\frac{h}{h_2}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_E} = \sqrt{\frac{h}{h/2}} \Rightarrow \frac{t_{ολ}}{t_E} = \sqrt{2}$

Δ.4 Η μηχανική ενέργεια είναι σταθερή για κάθε θέση, $E_{μηχ} = E_{μηχ(Γ)} = U_\Gamma + K_\Gamma \Rightarrow$

$E_{μηχ} = U_\Gamma + 0 \Rightarrow E_{μηχ} = mgh \xrightarrow{S.I} E_{μηχ} = 2 \cdot 10 \cdot 10$ ή $E_{μηχ} = 200J$ (1)

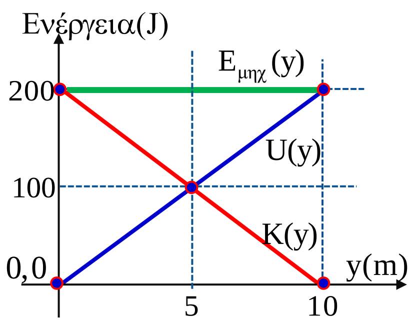
$\forall y: 0 \le y \le 10m$

Η δυναμική ενέργεια σε τυχαίο ύψος y είναι $U = mgy \xrightarrow{S.I} U = 2.10.y \Rightarrow U = 20y$ (S.I) (2) $\forall y: 0 \le y \le 10m$

Η κινητική ενέργεια K σε τυχαίο ύψος y είναι $U + K = E_{μηχ} \xrightarrow{1,2} 20y + K = 200 \Rightarrow$

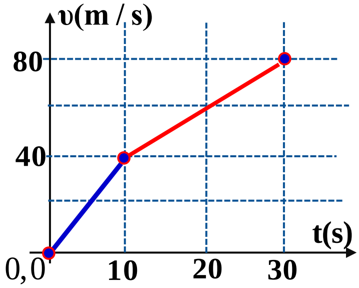
$K = 200 - 20y$ (S.I) (3) $\forall y: 0 \le y \le 10m$

Οι γραφικές παραστάσεις των (1,2,3) φαίνονται στο σχήμα …



Σχόλιο-Προσοχή: Η δυναμική βαρυτική ενέργεια υπολογίζεται μόνο αν ορισθεί το οριζόντιο επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας (…για μικρά σχετικά ύψη και μικρές γεωγραφικές αποκλίσεις που θεωρούμε $\vec{g}$ σταθερή…). **Εδώ η άσκηση έχει ατέλεια δεδομένων δεν ορίζει που θεωρούμε U=0**. Για την λύση που ακολουθεί θεωρούμε U=0 στην επιφάνεια του εδάφους. Το ότι στο Δ.4 θέλει αποστάσεις y από το έδαφος δεν καλύπτει την θέση U=0 . **Δείτε ανάλυση στη 139(4-14258).**

54.(4-11702) Ένα σώμα μάζας 20Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s -30 s φαίνεται στο σχήμα.



Δ.1 Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0s - 30s.

Δ.2 Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

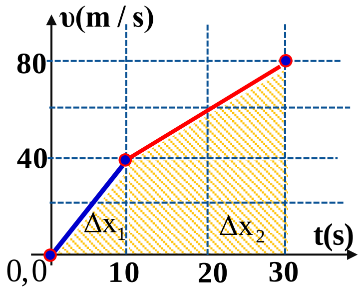
Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	
10-30	

Δ.3 Να υπολογιστεί το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0s -10s, και 10s-30s.

Δ.4 Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Δ.3) να επαληθεύσετε το «Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου».

Απάντηση

Δ.1 Η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης ταχύτητας – χρόνου και από το σχήμα έχουμε $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2$, με



$$\Delta x_1=\frac{1}{2}10\cdot 40=200m \ (1)$$

και $\Delta x_2=\dfrac{40+80}{2}\cdot(30\text{-}10) \Rightarrow \Delta x_2=1200m$ (2).

Έτσι $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \xrightarrow{(1)} \Delta x_{ολ}=1400m$

Δ.2 1η φάση $0s\le t\le 10s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{40\text{-}0}{10\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1=4m/s^2$ και με την ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη να έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma\vec{F}_{1x}=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow \Sigma F_{1x}=m\alpha_1$

$\xrightarrow{S.I} \Sigma F_{1x}=20Kg\cdot 4m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_{1x}=80N$

2η φάση $10s \le t \le 30s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{80\text{-}40}{30\text{-}10}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_2 = 2m/s^2$ και με την ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη να έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma\vec{F}_{2x} = m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow$

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	**80**
10-30	**40**

$\Sigma F_{2x} = m\alpha_2 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_{2x} = 20Kg \cdot 2m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_{2x} = 40N$

Δ.3 1η φάση $0s \le t \le 10s$: $W_1 = \Sigma F_{1x} \cdot \Delta x_1 \Rightarrow W_1 = 80N \cdot 200m \Rightarrow W_1 = 16000J$

2η φάση $10s \le t \le 30s$: $W_2 = \Sigma F_{2x} \cdot \Delta x_2 \Rightarrow W_2 = 40N \cdot 1200m \Rightarrow W_2 = 48000J$

Το συνολικό έργο σε όλη την διάρκεια της κίνησης $0s \le t \le 30s$ είναι $W_{ολ} = W_1 + W_2$ $\Rightarrow W_{ολ} = 64000J$ (3)

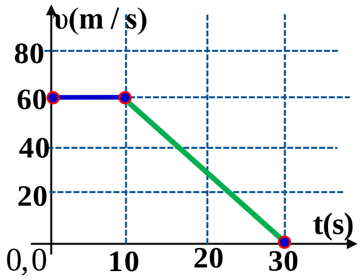
Δ.4 Σε όλη της διάρκεια της κίνησης $0s \le t \le 30s$ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι $\Delta K = K_{τελική} - K_{αρχική} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon^2_{τελική} - \frac{1}{2}m\upsilon^2_{αρχική}$ (4) .

Από το διάγραμμα υ(t) όμως παρατηρούμε $\upsilon_{τελική} = 80m/s$ και $\upsilon_{αρχική} = 0 \xrightarrow{(4)}$

$\Delta K = \frac{1}{2}20 \cdot 80^2 - 0 \Rightarrow \Delta K = 64000J$ (5).

Από (3) και (5) παρατηρούμε ότι $\Delta K = W_{ολ}$,σχέση που επιβεβαιώνει το θεώρημα μεταβολής της κινητικής Ενέργειας – έργου.

55.(4-11703) Ένα σώμα μάζας 2 Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s-30s φαίνεται στο σχήμα.



Δ.1 Να υπολογιστεί η συνολική μετατόπιση του σώματος στο χρονικό διάστημα 0s-30s.

Δ.2 Να συμπληρωθεί ο πίνακας:

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	
10-30	

Δ.3 Να υπολογιστεί το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0s -10s, και 10s - 30s.

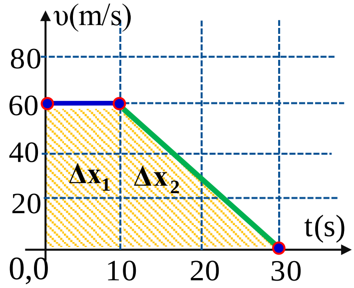
Δ.4 Με βάση τα αποτελέσματα του ερωτήματος (Δ.3) να επαληθεύσετε το «Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου».

Απάντηση

Δ.1 Η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης ταχύτητας – χρόνου και από το σχήμα έχουμε $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2$, με $\Delta x_1=10\cdot 60=600\text{m}$ (1)

και $\Delta x_2=\frac{1}{2}(30\text{-}10)\cdot 60 \Rightarrow \Delta x_2=600\text{m}$ (2).

Έτσι $\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \xrightarrow{(1)} \Delta x_{ολ}=1200\text{m}$



Δ.2 1η φάση $0\text{s}\le t\le 10\text{s}$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με σταθερή ταχύτητα $\upsilon=60\text{m/s}$ (και προφανώς με μηδενική επιτάχυνση $\alpha_1=0$) και με την ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη σύμφωνα με τον 1ο νόμο Newton να έχει μηδενική αλγεβρική τιμή $\Sigma F_{1x}=0\text{N}$

2η φάση $10s \le t \le 30s$: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_2 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{0\text{-}60}{30\text{-}10}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_2 = -3m/s^2$ και με την ασκούμενη στο σώμα συνισταμένη δύναμη να έχει αλγεβρική τιμή

Χρονικό διάστημα (s)	Συνισταμένη οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)
0-10	**0**
10-30	**-6**

$\Sigma\vec{F}_{2x} = m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow$

$\Sigma F_{2x} = m\alpha_2 \xrightarrow{S.I}$

$\Sigma F_{2x} = 2Kg \cdot (-3m/s^2) \Rightarrow \Sigma F_{2x} = -6N$

Δ.3 1η φάση $0s \le t \le 10s$: $W_1 = \Sigma F_{1x} \cdot \Delta x_1 \Rightarrow W_1 = 0N \cdot 600m \Rightarrow W_1 = 0J$

2η φάση $10s \le t \le 30s$: $W_2 = -\Sigma F_{2x} \cdot \Delta x_2 \Rightarrow W_2 = -6N \cdot 600m \Rightarrow W_2 = -36000J$

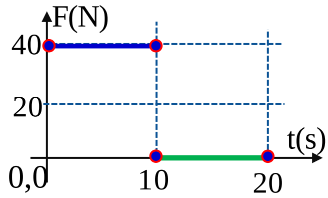
Το συνολικό έργο σε όλη την διάρκεια της κίνησης $0s \le t \le 30s$ είναι $W_{ολ} = W_1 + W_2$ $\Rightarrow W_{ολ} = -3600J$ (3)

Δ.4 Σε όλη της διάρκεια της κίνησης $0s \le t \le 30s$ η μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι $\Delta K = K_{τελική} - K_{αρχική} \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon^2_{τελική} - \frac{1}{2}m\upsilon^2_{αρχική}$ (4) . Από το διάγραμμα υ(t) όμως παρατηρούμε $\upsilon_{τελική} = 0m/s$ και $\upsilon_{αρχική} = 60m/s \xrightarrow{(4)}$

$\Delta K = 0 - \frac{1}{2}2 \cdot 60^2 \Rightarrow \Delta K = -3600J$ (5).

Από (3) και (5) παρατηρούμε ότι $\Delta K = W_{ολ}$, σχέση που επιβεβαιώνει το θεώρημα μεταβολής της κινητικής Ενέργειας – έργου.

56. (4-11705) Μικρό σώμα μάζας $m=2kg$ βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και δαπέδου είναι $\mu=0,4$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ που η τιμή της μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.



Δ.1 Να σχεδιάσετε σε αυστηρά βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου (α-t) για το χρονικό διάστημα [0, 20s]

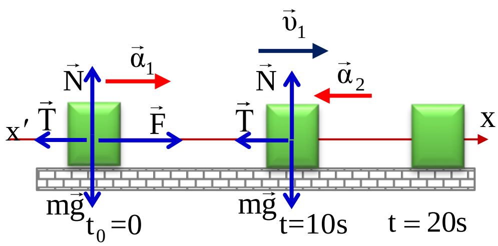
Δ.2 Να σχεδιάσετε σε αυστηρά βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα [0, 20s]

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ για το χρονικό διάστημα [0, 10s]

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής για το χρονικό διάστημα [10, 20s].

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται στο οριζόντιο άξονα, οπότε στον κατακόρυφο $y'y$ ισορροπεί $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ (1) και η τριβή έχει μέτρο $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg \xrightarrow{S.I} T=0,4\cdot 2\cdot 10 \Rightarrow T=8N$

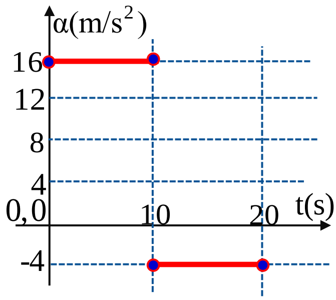


Δ.1 1η φάση $0s \le t \le 5s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma F_x=F-T=32N$ σταθερή, η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{F-T}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_1=16m/s^2$ με χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon=16t$ (S.I) . Στο τέλος της 1ης φάσης της κίνησης το κινητό έχει ταχύτητα $\upsilon=16t \Rightarrow \upsilon_1=16.10 \Rightarrow \upsilon_1=160m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

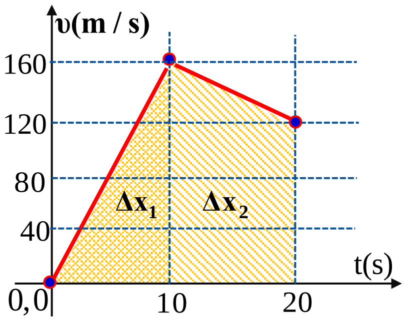
2η φάση $10s \le t \le 20s$: Η ασκούμενη συνισταμένη δύναμη έχει αλγεβρική τιμή $\Sigma F_x = -T \Rightarrow \Sigma F_x = -8N < 0$ σταθερή αλλά αντίθετη της κίνησης. Η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με επιβράδυνση $\vec{\alpha}_2 = \frac{\Sigma \vec{F}_x}{m} \Rightarrow \quad \alpha_2 = \frac{-T}{m} \Rightarrow \alpha_2 = \frac{-8N}{2Kg} \Rightarrow$

$\alpha_2 = -4m/s^2$ και χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_1 - \alpha_2(t - t_{10}) \Rightarrow \upsilon = 160 - 4(t-10)$ (S.I) και την t=20s έχουμε $\upsilon_2 = 160 - 4(20-10) \Rightarrow$ $\upsilon_2 = 120m/s$ με φορά κίνησης προς τα θετικά.

[Η ταχύτητα μηδενίζεται αργότερα σε χρονική στιγμή t′ που βρίσκεται από την υ=160-4(t-10) για υ=0…. $0 = 160 - 4(t' - 10) \Rightarrow (t' - 10) = \frac{160}{4} \Rightarrow$ $t' = 50s$]. Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης α(t) αποδίδεται στο διπλανό διάγραμμα



Δ.2 Η γραφική παράσταση της ταχύτητας υ(t) σχεδιάζεται με βάση τις επιμέρους εξισώσεις όπως αυτές αναπτύχθηκαν στη ανωτέρω απάντηση Δ.1. Στο διπλανό διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση υ(t) της ταχύτητας με το χρόνο



Δ.3 Η μετατόπιση στην 1η φάση της κίνησης βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t), $\Delta x_1 = \frac{1}{2} 10 \cdot 160 \Rightarrow \Delta x_1 = 800m$.

Έργο της δύναμης $\vec{F}$: $W_F = F\Delta x_1 \Rightarrow W_F = 40N.800m \Rightarrow W_F = 32000J$

Δ.4 Η μετατόπιση στην 2η φάση της κίνησης βρίσκεται από το εμβαδόν της υ(t),

$\Delta x_2 = \frac{160+120}{2}(20-10) \Rightarrow \Delta x_2 = 1400m$.

Έργο της τριβής : $W_T = -T\Delta x_2 \Rightarrow W_T = -8N \cdot 1400m \Rightarrow W_T = -11200J$

….και διαφορετική από ΘΜΚΕ, $W_T = \Delta K \Rightarrow \quad W_T = K_{τελική} - K_{αρχική} \Rightarrow$

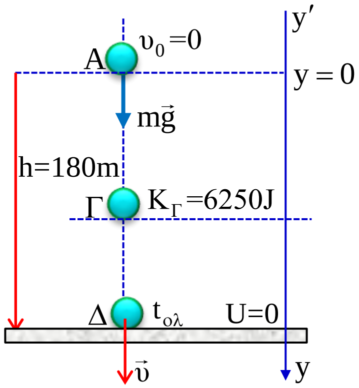
$$W_T = \frac{1}{2} m\upsilon^2_{τελική} - \frac{1}{2} m\upsilon^2_{αρχική} \xrightarrow{S.I} W_T = \frac{1}{2} 2 \cdot 120^2 - \frac{1}{2} 2 \cdot 160^2 \Rightarrow W_T = -11200J$$

57. (4-11706) Μικρή σφαίρα μάζας m=5kg βρίσκεται σε ύψος h=180m πάνω από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνεται να πέσει εκτελώντας ελεύθερη πτώση.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:
Δ.1 Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας τη χρονική στιγμή που φθάνει στο έδαφος.
Δ.2 Το διάστημα που διανύει η σφαίρα στη διάρκεια του 3ου δευτερολέπτου της κίνησής της.
Δ.3 Το έργο του βάρους της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται ίση με 6250 J.
Δ.4 Ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου (P =ΔW/Δt) από το βάρος της σφαίρας από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Απάντηση

Δ.1 1ος τρόπος: Ο χρόνος καθόδου στη ελεύθερη πτώση είναι $h=\frac{1}{2}gt_k^2 \Rightarrow$

$t_k=\sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow t_k=\sqrt{\frac{2\cdot 180m}{10m/s^2}} \Rightarrow t_k=6s$.



Η ταχύτητα πτώσης στο έδαφος είναι
$\upsilon=gt_k \Rightarrow \upsilon=10\cdot 6=60m/s$

2ος τρόπος: … από την διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$U_\Delta+K_\Delta=U_A+K_A \Rightarrow 0+\frac{1}{2}m\upsilon^2=mgh+0 \Rightarrow$

$\upsilon=\sqrt{2gh} \xrightarrow{S.I} \upsilon=60m/s$ …

3ος τρόπος: από το ΘΜΚΕ , $\Delta K=W_B \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2-0=mgh \Rightarrow \upsilon=\sqrt{2gh} \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon=60m/s$.

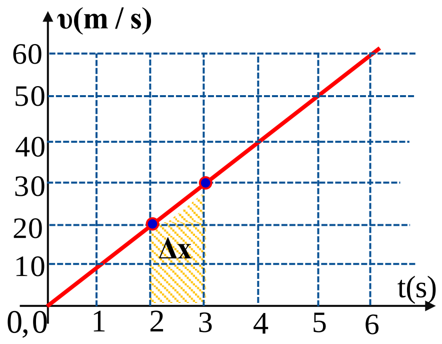
Δ.2 Το διάστημα στο 3ο sec της κίνησης είναι $S=\Delta y_3-\Delta y_2 \Rightarrow S=\frac{1}{2}gt_3^2-\frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow$

$S=\frac{1}{2}g\left(t_3^2-t_2^2\right) \xrightarrow{S.I} S=\frac{1}{2}10\left(3^2-2^2\right) \Rightarrow S=25m$

… και διαφορετικά …από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης υ(t) από $t_2 = 2s$ έως $t_3 = 3s$ … που το κινητό έχει μέτρο $υ_2$=20m/s και $υ_3$=20m/s ,

$$\Delta y = E = \frac{(20+30)\,m/s}{2} \cdot 1s \Rightarrow$$

Δy=25m



Δ.3 Έστω ότι K=6250J σε κάποια θέση Γ. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από το Α έως το Γ , όπου μοναδική δύναμη είναι το βάρος και η μεταβολή της κινητικής ενέργειας οφείλεται στο έργο του βάρους … $W_{ολ(A\to Γ)} = K_Γ - K_A \Rightarrow$

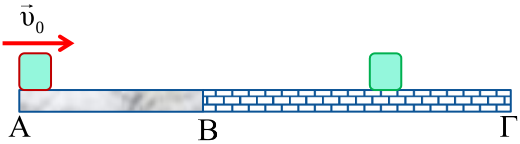
$W_{βάρους\,(A\to Γ)} = K_Γ - 0 \Rightarrow W_{βάρους\,(A\to Γ)} = 6250J$.

Δ.4 Το έργο του βάρους στην πτώση είναι $W_{βάρους\,(A\to Δ)} = mgh \Rightarrow W_β = 5 \cdot 10 \cdot 180 \Rightarrow$

$W_β = 9000J$ και ο μέσος ρυθμός παραγωγής έργου είναι $\overline{P} = \frac{W_β}{t_k} \Rightarrow \overline{P} = \frac{9000J}{6s} \Rightarrow$

$\overline{P}$=1500J/s ή $\overline{P}$=1500W

58.(4-11932) Το οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο της εικόνας παρουσιάζει την εξής ιδιομορφία: το τμήμα του ΑΒ, μήκους (ΑΒ)=5m είναι λείο, ενώ το τμήμα του ΒΓ, έχει πολύ μεγάλο μήκος και είναι τραχύ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$



σημειακό αντικείμενο εκτοξεύεται από το σημείο Α προς το σημείο Γ του δαπέδου με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0=10m/s$. Η μάζα του σημειακού αντικειμένου είναι m=1kg και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση θεωρείται σταθερή, με μέτρο $g=10m/s^2$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο σημειακό αντικείμενο και στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου είναι $\mu_{ολ}=0,5$. Να υπολογίσετε:

Δ.1 Τη χρονική διάρκεια (Δt_1) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο λείο τμήμα ΑΒ του δαπέδου.

Δ.2 Τη χρονική διάρκεια (Δt_2) της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου.

Δ.3 Το μέτρο της συνολικής μετατόπισης (Δx) του σημειακού αντικειμένου στη χρονική διάρκεια $\Delta t_1+\Delta t_2$.

Δ.4 Το συνολικό έργο της τριβής ολίσθησης (W_T) που δέχεται το σημειακό αντικείμενο.

Δ.5 Να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων υ=f(t) [μέτρο ταχύτητας – χρόνου] και x=g(t) [θέσης – χρόνου] για το σύνολο της κίνησης του σημειακού αντικειμένου, θεωρώντας $x_A=0$.

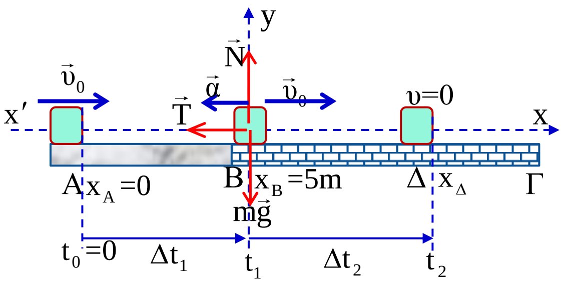
Απάντηση

Δ.1 Η κίνηση στο ΑΒ είναι ευθύγραμμη ομαλή οπότε

$x=\upsilon_0 t \Rightarrow x_B=\upsilon_0 t_1 \Rightarrow$

$t_1=\frac{x_B}{\upsilon_0} \xrightarrow{S.I} t_1=\frac{5m}{10m/s}$

$\Rightarrow t_1=0,5s$ και $\mathbf{\Delta t_1=0,5s}$



Δ.2 $\Sigma \vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg\ (1)$

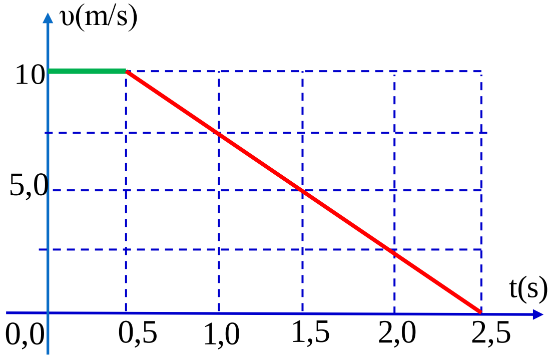
$T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg\ (2)$

$\Sigma \vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow -T=m\alpha \xrightarrow{(2)} -\mu mg=m\alpha \Rightarrow \alpha=-\mu g \xrightarrow{S.I} \alpha=5m/s^2$

$\upsilon=\upsilon_0+\alpha(t-t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon=10-5(t-0,5)\ (S.I) \xrightarrow{\upsilon=0,t=t_2} 0=10-5(t_2-0,5) \Rightarrow t_2=2,5s$

και $\mathbf{\Delta t_2=t_2-t_1=2s}$

Δ.3 Κάνουμε την γραφική παράσταση υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης…



1η φάση $0 \leq t \leq 0{,}5\text{s}$ ταχύτητα σταθερή $\upsilon=\upsilon_0=10\text{m/s}$

2η φάση $0{,}5\text{s} \leq t \leq 2{,}5\text{s}$ εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=10\text{-}5(t\text{-}0{,}5)$

Το εμβαδόν της υ(t) που για όλη την διάρκεια είναι τραπέζιο είναι $\Delta x_{o\lambda}=\frac{(0{,}5+2{,}5)\text{s}}{2}10\text{m/s}$

$\Rightarrow \mathbf{\Delta x_{o\lambda} = 15m}$

Επιμέρους μετατοπίσεις …1η φάση: $\Delta x_1=10\text{m/s}\cdot 0{,}5\text{s}=5\text{m}$

2η φάση: $\Delta x_2=\frac{1}{2}(2{,}5\text{-}0{,}5)\text{s}\cdot 10\text{m/s}=10\text{m}$

Δ.4 Από Θ.Μ.Κ.Ε στην 2η φάση της κίνησης έχουμε $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow K_\Delta\text{-}K_B=W_T \Rightarrow$

$0\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_T \xrightarrow{S.I} \mathbf{W_T = -50J}$

Δ.5 Η γραφική παράσταση της ταχύτητας με τον χρόνο υ(t) σχεδιάσθηκε στο ερώτημα Δ.3

Χρονικές εξισώσεις x(t) θέσης -χρόνου

1η φάση $0 \leq t \leq 0{,}5\text{s}$, $x=\upsilon_0 t \xrightarrow{S.I} \mathbf{x = 10t}$ (S.I) εξίσωση 1ου βαθμού που αποδίδεται με ευθεία.

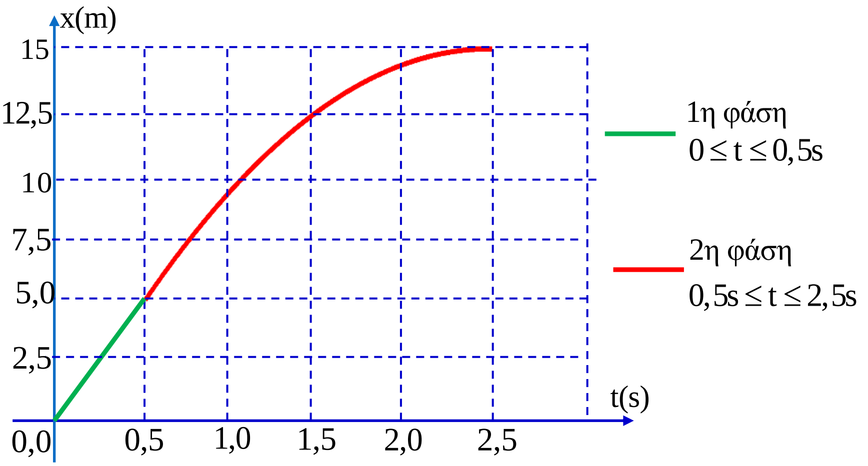
2η φάση $0{,}5\text{s} \leq t \leq 2{,}5\text{s}$, $x=x_B+\upsilon_0(t\text{-}t_1)+\frac{1}{2}\alpha(t\text{-}t_1)^2 \xrightarrow{S.I}$

$x=5+10(t\text{-}0{,}5)+\frac{1}{2}(\text{-}5)(t\text{-}0{,}5)^2$ ή $\mathbf{x = 5 + 10(t - 0{,}5) - 2{,}5(t - 0{,}5)^2}$ (S.I) εξίσωση 2ου βαθμού που αποδίδεται με παραβολή.

Πίνακας τιμών χρονικής στιγμής-θέσης (t-x)

t(s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
x(m)	0	5	9,375	12,5	14,375	15

Στο παρακάτω διάγραμμα αποδίδεται η γραφική παράσταση x(t) και για τις δύο φάσεις της κίνησης.



Σχόλιο: Στην εκφώνηση του Δ-2 ερωτήματος που ζητάει « τη χρονική διάρκεια Δt_2 της κίνησης του σημειακού αντικειμένου στο τραχύ τμήμα ΒΓ του δαπέδου» έπρεπε να είναι συμπληρωμένο με την έκφραση « **μέχρι να σταματήσει το κινητό**»

59.(4-11933) Σώμα (αμελητέων διαστάσεων) μάζας m=1kg κινείται σε οριζόντιο δρόμο με τον οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται στην Εικόνα 1:

Εικόνα 1: χαρτοταινία με την κίνηση του σώματος Δ.1

Δ.1 Αν το σώμα, κατά τη διάρκεια της κίνησής του, δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F_1=5N, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$ σώματος - δρόμου.

Το ίδιο σώμα βρίσκεται ακίνητο στη θέση x = 0 του ίδιου οριζόντιου δρόμου. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F_2 οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται. Η χαρτοταινία στην οποία καταγράφεται η κίνησή του δίνεται τώρα στην Εικόνα 2: και η μετατόπισή του, από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=5s έχει μέτρο Δx_1=25m.

Εικόνα 2: χαρτοταινία με την κίνηση του σώματος Δ.2

Να υπολογίσετε:

Δ.2 το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_2$.

Δ.3 το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=5s

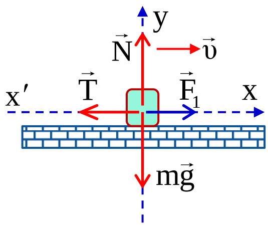
Δ.4 τη μέση ισχύ $\overline{P}$ της της δύναμης $\vec{F}_2$ από t_0=0 έως t_1=5s.

Δ.5 την ισχύ P_1 της της δύναμης $\vec{F}_2$ τη χρονική στιγμή t_1=5s.

Απάντηση

Δ.1 Από την χαρτοταινία της εικόνας (1) παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή οπότε $\Sigma\vec{F}_x = 0$

$\Rightarrow F_1\text{-}T=0 \Rightarrow T=F_1=5N$



$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg$ και $T=\mu N=\mu mg \Rightarrow \mu=\dfrac{T}{mg} \Rightarrow$

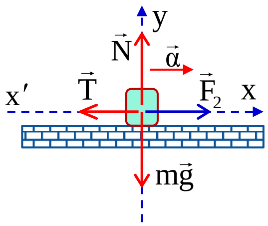
$\mu=\dfrac{5N}{1Kg\cdot 10m/s^2}$ ή **μ=0,5**

Δ.2 Από τη χαρτοταινία της εικόνας (2) παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη .

Από τη σχέση $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2$ βρίσκουμε τη επιτάχυνση της κίνησης $\alpha=\frac{2\Delta x_1}{t_1^2} \Rightarrow$

$\alpha=\frac{2\cdot 25m}{(5\ s)^2} \Rightarrow \alpha=2m/s^2$. Η τριβή και εδώ είναι

$T=\mu N=\mu mg$ ή $T=5N$.



Από τον 2^o νόμο Newton στον άξονα x΄x έχουμε

$\Sigma F_x=m\alpha \Rightarrow F_2\text{-}T=m\alpha \Rightarrow F_2=T+m\alpha \Rightarrow$

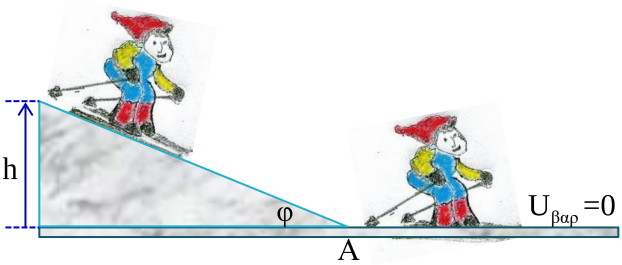
$F_2=5N+1Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow \mathbf{F_2=7N}$

Δ.3 $\upsilon_1=\alpha t_1 \Rightarrow \upsilon_1=2m/s^2\cdot 5s \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1=10m/s}$

Δ.4 $\bar{P}=\frac{W_{F_2}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{P}=\frac{F_2\Delta x_1}{t_1\text{-}0} \Rightarrow \bar{P}=\frac{7N\cdot 25m}{5s\text{-}0} \Rightarrow \mathbf{\bar{P}=35W}$

Δ.5 $P_1=\frac{dW_{F_2}}{dt}=\frac{F_2dx}{dt}=F_2\upsilon_1 \Rightarrow P_1=7N\cdot 10m/s \Rightarrow \mathbf{P_1=70W}$

60.(4-12027) Νεαρή σκιέρ που, μαζί με τον εξοπλισμό της, έχει μάζα, m=60kg ξεκινά από την ηρεμία από την κορυφή πλαγιάς γωνίας φ με το οριζόντιο επίπεδο και από ύψος h=120m από το οριζόντιο έδαφος, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα.



Φτάνοντας στη βάση της πλαγιάς έχει ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$ και συναντά οριζόντιο έδαφος με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ_2=0,2.

Δ.1 Αν κατά την κάθοδό της στην πλαγιά (από τη στιγμή που ξεκινά έως τη στιγμή που φτάνει στο σημείο Α), έχει χάσει το 1/3 της αρχικής μηχανικής της ενέργειας να αποδείξετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης με την κεκλιμένη πλαγιά είναι μ_1=0,25 και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_A$.

Δ.2 Αν θεωρήσουμε ως χρονική στιγμή t_0=0, τη στιγμή που η σκιέρ ξεκινά από την κορυφή της πλαγιάς, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου το μέτρο της ταχύτητάς της στο οριζόντιο έδαφος, γίνεται ίσο με το μισό του μέτρου της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_A$.

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης από το σημείο Α, έως ότου η σκιέρ να ακινητοποιηθεί.

Δ.4. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα της σκιέρ για όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης της.

Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εισόδου στο οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Α δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Να θεωρήσετε επίσης ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο. Δίνονται, ημφ = 0,6, συνφ = 0,8 και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10m/s^2$.

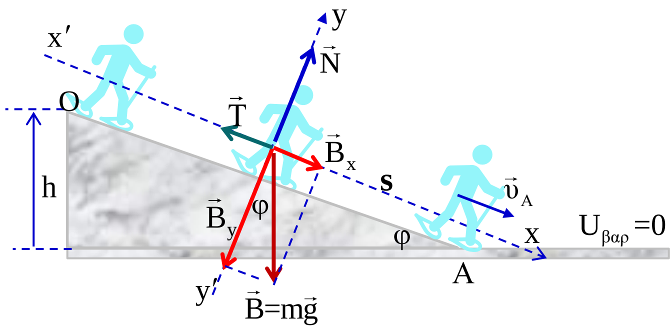
Απάντηση

Δ.1 Η σκιέρ στο Α έχει τα 2/3 της μηχανικής ενέργειας στη αρχή Ο,

$$E_{\mu\eta\chi(A)}=\frac{2}{3}E_{\mu\eta\chi(O)} \Rightarrow U_A+K_A=\frac{2}{3}(U_O+K_O) \Rightarrow 0+\frac{1}{2}m\upsilon_A^2=\frac{2}{3}(mgh+0) \Rightarrow$$

$$\upsilon_A=\sqrt{\frac{4}{3}gh} \xrightarrow{S.I} \upsilon_A=\sqrt{\frac{4}{3}\cdot 10\cdot 120} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A=40m/s}$$

Για να υπολογίσουμε τον συντελεστή τριβής στο πλαγιά υπολογίζουμε πρώτα το μέτρο της τριβής ολίσθησης Τ.



1ος τρόπος: Με Θ.Μ.Κ.Ε από το Ο έως το Α, $\Delta K=W_{o\lambda} \Rightarrow K_A-K_O=W_T+W_B \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_A^2-0=-Ts+mg\eta\mu\varphi\cdot s \Rightarrow T=mg\eta\mu\varphi-\frac{m\upsilon_A^2}{2s} \quad (1)$$

Από την γεωμετρία του σχήματος $\eta\mu\varphi=\frac{h}{s} \Rightarrow s=\frac{h}{\eta\mu\varphi} \xrightarrow{S.I} s=\frac{120m}{0,6} \Rightarrow s=200m$

Από τη σχέση (1) βρίσκουμε με αντικατάσταση τιμών $T=120N$

2ος τρόπος: Από τις εξισώσεις κινηματικής για την ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στη πλαγιά ΟΑ, $s=\frac{1}{2}\alpha t^2$ και $\upsilon_A=\alpha t$ με απαλοιφή του χρόνου παίρνουμε $\upsilon_A^2=2\alpha s$

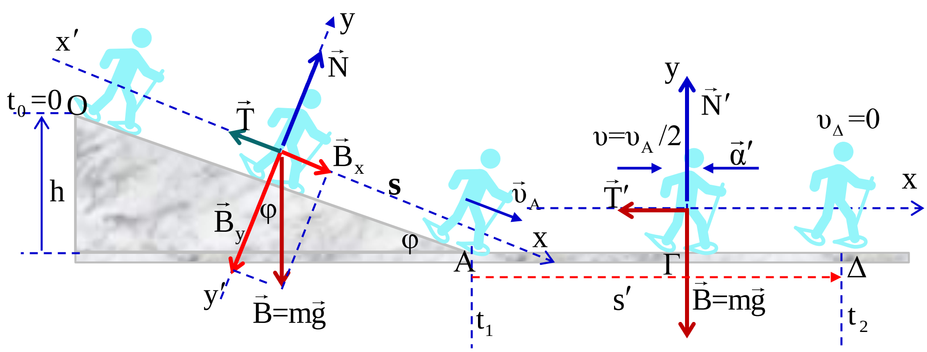
$$\Rightarrow \alpha=\frac{\upsilon_A^2}{2s} \xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{40^2}{2\cdot 200} \Rightarrow \alpha=4m/s^2$$

Από τον 2ο νόμο του Newton στο άξονα κίνησης x΄x έχουμε $\Sigma F_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow B_x - T = m\alpha$ $\Rightarrow$ $mg\eta\mu\varphi - T = m\alpha \Rightarrow T = mg\eta\mu\varphi - m\alpha \xrightarrow{S.I} T = 120N$

Η τριβή δίνεται από την σχέση $T = \mu_1 N$ με τη δύναμη στήριξης N να υπολογίζεται από την ισορροπία στον άξονα $y'y$, $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B_y = mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow N = 480N$

Έτσι από την σχέση $T = \mu_1 N$ βρίσκουμε $\mu_1 = \dfrac{T}{N} \Rightarrow \mu_1 = \dfrac{120N}{480N} \Rightarrow \boldsymbol{\mu_1 = 0{,}25}$

Δ.2 Από την κίνηση στην πλαγιά βρίσκουμε την χρονική στιγμή που η σκιέρ είναι στο Α … $\upsilon_A = \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \dfrac{\upsilon_A}{\alpha} \xrightarrow{S.I} t_1 = \dfrac{40m/s}{4m/s^2} \Rightarrow t_1 = 10s$



Κίνηση στο οριζόντιο δάπεδο

Άξονας $y'y$ ισορροπία, $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N' = B = mg$

Άξονας κίνησης x΄x ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση: $\Sigma F_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow -T' = m\alpha' \Rightarrow$ $-\mu_2 N' = m\alpha \Rightarrow -\mu_2 mg = m\alpha' \Rightarrow \alpha' = -\mu_2 g \xrightarrow{S.I} \alpha' = -2m/s^2$

Χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_A - |\alpha'|(t - t_1) \Rightarrow \dfrac{\upsilon_A}{2} = \upsilon_A - |\alpha'|(t - t_1) \Rightarrow t - t_1 = \dfrac{\upsilon_A}{2|\alpha'|}$

$\xrightarrow{S.I} t - 10 = \dfrac{40}{2 \cdot 2} \Rightarrow \mathbf{t = 20s}$

Δ.3 Από το ΘΜΚΕ για την κίνηση στο οριζόντιο δάπεδο έχουμε, $\Delta K = W_{o\lambda}$

$K_\Delta - K_A = W_{T'} \Rightarrow 0 - \dfrac{1}{2} m\upsilon_A^2 = W_{T'} \Rightarrow W_{T'} = -\dfrac{1}{2} m\upsilon_A^2 \xrightarrow{S.I} W_{T'} = -\dfrac{1}{2} 60 \cdot 40^2 \Rightarrow$

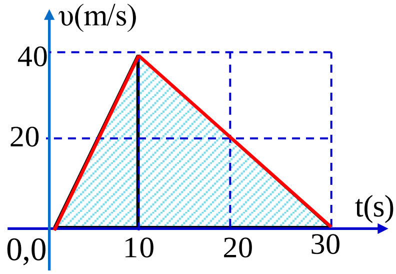
$\mathbf{W_{T'} = -48000J}$

Δ.4 Για τη μέση ταχύτητα που δίνεται από την σχέση $\bar{\upsilon} = \dfrac{s_{o\lambda}}{t_{o\lambda}}$ χρειαζόμαστε το ολικό διάστημα και τον ολικό χρόνο κίνησης.

Από την χρονική εξίσωση ταχύτητας για τη δεύτερη φάση της κίνησης $\upsilon = \upsilon_A - |\alpha'|(t - t_1) \Rightarrow \upsilon_\Delta = \upsilon_A - |\alpha'|(t_2 - t_1) \Rightarrow 0 = 40 - 2(t_2 - 10) \Rightarrow t_2 = 10s$, $t_{o\lambda} = t_2 - t_0 = 30s$

Το συνολικό διάστημα βρίσκεται εύκολα από το διάγραμμα ταχύτητας χρόνου που φαίνεται στο διάγραμμα $s_{o\lambda} = \frac{1}{2} 30s \cdot 40 \frac{m}{s}$

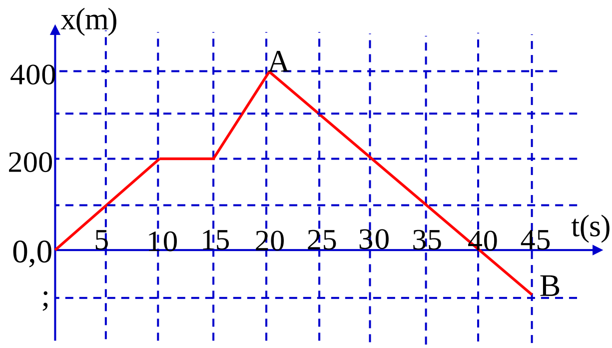
$\Rightarrow s_{o\lambda} = 600m$



Μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon} = \frac{s_{o\lambda}}{t_{o\lambda}} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{600m}{30s} \Rightarrow$

$\bar{\upsilon} = \mathbf{20m / s}$

61.(4-12354) Πομπός GPS στερεώνεται στο σώμα ενός παπαγάλου ώστε να στέλνει διαρκώς την θέση του σε ερευνητές που τον παρακολουθούν. Ο παπαγάλος αφήνεται ελεύθερος και η πορεία του καταγράφεται στο πιο κάτω διάγραμμα. Θεωρούμε ότι το εργαστήριο από το οποίο ξεκινάει σε χρόνο t = 0 βρίσκεται στην θέση x=0 και ότι το πτηνό κινείται πάνω σε μια νοητή ευθεία καθ’ όλη τη διαδρομή του. Καλείστε να βοηθήσετε τη μελέτη της κίνησης του πτηνού. Υπολογίστε:



Δ.1 τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης μέχρι τη χρονική στιγμή t=20s (σημείο Α του διαγράμματος),

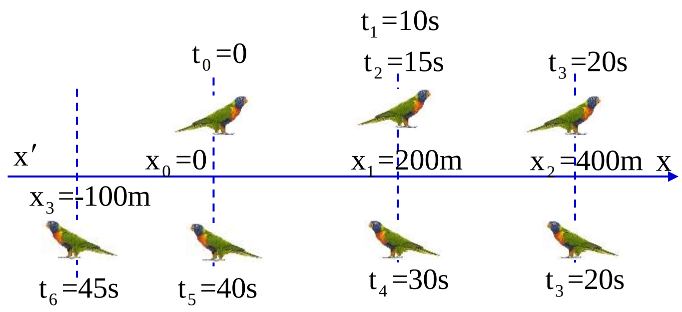
Δ.2 τη μέση ταχύτητα του παπαγάλου από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης, μέχρι τη χρονική στιγμή t=30s μετά την εκκίνηση του,

Δ.3 τη θέση του πτηνού τη χρονική στιγμή t=45s (σημείο Β του διαγράμματος).

Δ.4 Σχεδιάστε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο.

Α π ά ν τ η σ η

Σχεδιάζουμε για ευκολία παρατήρησης την κίνηση του παπαγάλου σε άξονα $x'x$ σημειώνοντας συγκεκριμένες θέσεις (x) και τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές.



(*) Οι θέσεις στις χρονικές στιγμές t_4=30s και t_6=45s σημειώθηκαν στην πορεία μελέτης της άσκησης.

Δ.1 Στο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_3-t_0=20s-0=20s$ παπαγάλος διανύει διάστημα $s=400m$ (αυτό φαίνεται και από το διάγραμμα x(t), $s=200m+0+(400-200)m=400m$ αλλά και τον άξονα $x'x$, $s=|\Delta x|=|x_1-x_0|+|x_2-x_1|=400m$.

Η μέση ταχύτητας στο ανωτέρω χρονικό διάστημα είναι $\bar{\upsilon}=\dfrac{s}{\Delta t}\Rightarrow\bar{\upsilon}=\dfrac{400m}{20s}$ ή $\mathbf{\bar{\upsilon}=20m/s}$.

Δ.2 Μετά τη χρονική στιγμή t=20s ο παπαγάλος κινείται προς τα αρνητικά με σταθερή ταχύτητα και εξίσωση θέσης $x=x_2+\upsilon(t-t_3)\Rightarrow$ $x=400-20(t-20)$ (S.I). Τη χρονική στιγμή $t=30s=t_4$ ο παπαγάλος είναι στη θέση $x=400-20(30-20)=100m$ και στο χρονικό διάστημα $\Delta t=t_4-t_0=30s-0=30s$ διανύει διάστημα $s=|\Delta x|=|x_1-x_0|+|x_2-x_1|+|x_1-x_2|=600m$ και κινήθηκε με μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}'=\dfrac{s}{\Delta t}\Rightarrow$

$\bar{\upsilon}'=\dfrac{600m}{30s}$ ή $\mathbf{\bar{\upsilon}'=20m/s}$.

Δ.3 Μετά τη χρονική στιγμή t=20s ο παπαγάλος έχει εξίσωση θέσης $x=x_2+\upsilon(t-t_3)$

$\Rightarrow$ $x=400-20(t-20)$ (S.I) $\xrightarrow{t=45s}$ $\mathbf{x=-100m}$

Δ.4 Ο παπαγάλος κινείται στα επιμέρους διαστήματα με ταχύτητες

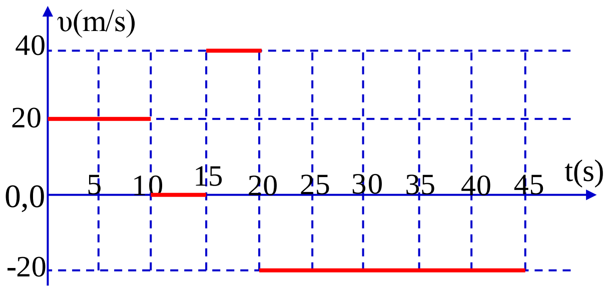
$1^{η}$ φάση, $0s\le t\le 10s$, $\upsilon_1=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\upsilon_1=\dfrac{200-0}{10-0}\dfrac{m}{s}\Rightarrow\upsilon_1=+20m/s$

$2^{η}$ φάση, $10s\le t\le 15s$, $\Rightarrow\upsilon_2=0$

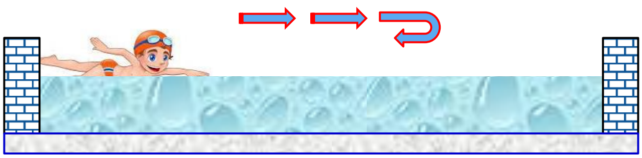
$3^{η}$ φάση, $15s \le t \le 20s$, $\upsilon_3 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_3 = \frac{400\text{-}200}{20\text{-}15}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_3 = +40m/s$

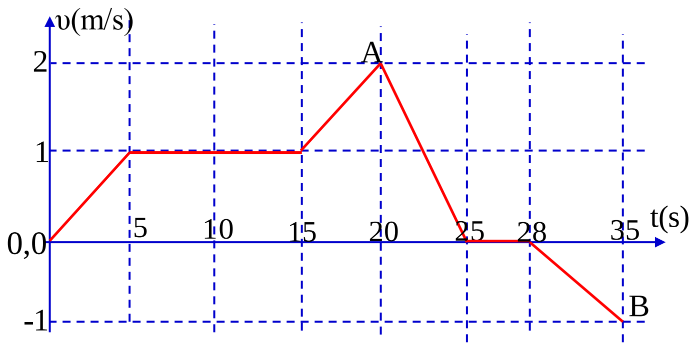
$4^{η}$ φάση, $20s \le t \le 45s$, $\upsilon_4 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \upsilon_4 = \frac{-100\text{-}400}{45\text{-}20}\frac{m}{s} \Rightarrow \upsilon_4 = -20m/s$

Η γραφική παράσταση ταχύτητας -χρόνου αποδίδεται στο παρακάτω διάγραμμα.



62.(4-12355) Ο Αλέξανδρος μετά από πολύ καιρό επιστρέφει στο κολυμβητήριο για προπόνηση. Αρχίζει να κάνει διαδρομές στην μήκους 25 μέτρων πισίνα της ομάδας του. Παράλληλα, ο προπονητής του καταγράφει τη διαδρομή του μέσα από το «έξυπνο» ρολόι που φοράει ο Αλέξανδρος. Μετά από ένα χρονικό διάστημα, μια εφαρμογή σχεδιάζει το πιο κάτω διάγραμμα που περιγράφει την τιμή της ταχύτητας του κολυμβητή σε συνάρτηση με το χρόνο για το δεδομένο χρονικό διάστημα. Με βάση το διάγραμμα αυτό ο προπονητής προσπαθεί να βγάλει συμπεράσματα για τη φυσική κατάσταση του κολυμβητή. Αν η μάζα του Αλέξανδρου είναι m=70kg, να υπολογίσετε:





Δ.1 Το διάστημα που έχει διανύσει ο κολυμβητής από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης (t=0), έως τη χρονική στιγμή (t=20s) μετά την εκκίνηση του (σημείο Α).
Δ.2 Σχεδιάστε το αντίστοιχο διάγραμμα της τιμής της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης (t=0), έως τη χρονική στιγμή (t =35s).
Δ.3 Τη μέση ταχύτητα του κολυμβητή καθώς και τη μετατόπισή του από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης (t=0), έως τη χρονική στιγμή (t=35s).
Δ.4 Αν, για λόγους απλότητας, η αντίσταση του νερού στο σώμα του κολυμβητή θεωρηθεί διαρκώς σταθερή σε μέτρο και ίση με 28N, να υπολογίσετε το έργο που παράγει ο κολυμβητής σε όλη τη διαδρομή από τη χρονική στιγμή της εκκίνησης (t=0), έως τη χρονική στιγμή (t=35s).

Α π ά ν τ η σ η

Γενική μελέτη

1η φάση $0s \le t \le 5s$ κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_1=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ ή

$\alpha_1=\frac{1\text{-}0}{5\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1=0{,}2m/s^2$ και μετατόπιση που υπολογίζεται από το εμβαδόν της

υ(t), $\Delta x_1=\frac{1}{2}(5\text{-}0)s\cdot 1\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_1=+2{,}5m$

2η φάση $5s \le t \le 15s$ κίνηση ευθύγραμμη ομαλή με $\upsilon=+1m/s$, $\alpha_2=0$ και

μετατόπιση $\Delta x_2=\upsilon\Delta t \Rightarrow \Delta x_2=1\frac{m}{s}(15\text{-}5)s \Rightarrow \Delta x_2=+10m$ … υπολογίζεται και

από το εμβαδόν της υ(t).

3η φάση $15s \le t \le 20s$ κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_3=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ ή

$\alpha_3=\frac{2\text{-}1}{20\text{-}15}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_3=0{,}2m/s^2$ και μετατόπιση που υπολογίζεται από το εμβαδόν -

τραπέζιο- της υ(t), $\Delta x_3=\frac{(1+2)m/s}{2}(20\text{-}15)s \Rightarrow \Delta x_3=+7{,}5m$.

4η φάση $20s \le t \le 25s$ κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη με επιτάχυνση $\alpha_4=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$ ή

$\alpha_4=\frac{0\text{-}2}{25\text{-}20}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_4=-0{,}4m/s^2$ και μετατόπιση που υπολογίζεται από το εμβαδόν

της υ(t), $\Delta x_4=\frac{1}{2}(25\text{-}20)s.2\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_4=+5m$.

5η φάση $25s \le t \le 28s$, ακινησία υ=0, $\alpha_5=0$, $\Delta x_5=0$.

6η φάση $28s \le t \le 35s$ κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με υ<0 , επιτάχυνση $\alpha_6 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}$

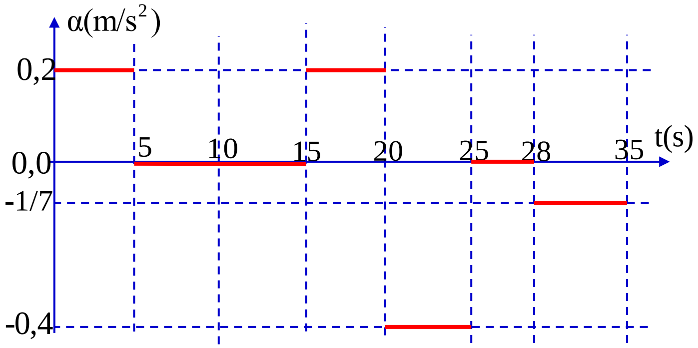
ή $\alpha_6 = \dfrac{-1\text{-}0}{35\text{-}28}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_6 = \dfrac{-1}{7}\dfrac{m}{s^2}$ και μετατόπιση που υπολογίζεται από το εμβαδόν

της υ(t), $\Delta x_6 = \dfrac{1}{2}(35\text{-}28)s\,(-1m/s) \Rightarrow \Delta x_6 = -3{,}5m$.

Δ.1 Διάστημα από $t_0=0$ έως t=20s $s_1 = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \Rightarrow s_1 = 2{,}5m+10m+7{,}5m$

$\Rightarrow \mathbf{s_1 = 20m}$

Δ.2 Διάγραμμα επιτάχυνσης -χρόνου



Δ.3 Σε όλο το χρονικό διάστημα $t_{ολ}=35s$ διήνυσε διάστημα $s_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| + |\Delta x_4| + |\Delta x_5| + |\Delta x_6| \Rightarrow$

$s_{ολ} = 2{,}5m+10m+7{,}5m+5m+0m+3{,}5m \Rightarrow s_{ολ} = 28{,}5m$ και η αντίστοιχη μέση

ταχύτητα είναι $\bar{\upsilon} = \dfrac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \dfrac{28{,}5m}{35s}$ ή $\mathbf{\bar{\upsilon} = 0{,}814m/s}$.

Δ.4 Σε όλη την διάρκεια της κίνησης ο κολυμβητής δαπανά για να «βγάλει» μια προωθητική δύναμη $\vec{F}$ στην κατεύθυνση της κίνησης (στην πράξη ασκεί δύναμη και σπρώχνει το νερό προς τα πίσω δεχόμενος από το νερό προωθητική δύναμη $\vec{F}$) και η ενέργεια που δαπανά ισούται με το έργο W_F της ανωτέρω δύναμης . Επίσης σε όλη την κίνηση υπάρχει η σταθερή αντίσταση A=28N αντιτίθεται στην κίνηση και έχει έργο $W_A = -A|\Delta x_{(0\text{-}25)s}| - A|\Delta x_{(25\text{-}28}| - A|\Delta x_{(28\text{-}35}| \Rightarrow$

$$W_A = -A\left(|\Delta x_{(0\text{-}25)s}| + |\Delta x_{(25\text{-}28}| + |\Delta x_{(28\text{-}35}|\right) \Rightarrow W_A = -A \cdot s_{ολ} \xrightarrow{S.I}$$

$$W_A = -28N \cdot 28{,}5m = -798J$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης $\Delta K = W_F + W_A \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - 0 = W_F + W_A \xrightarrow{S.I} \frac{1}{2}70Kg.(-1m/s)^2 = W_F - 798J \Rightarrow \mathbf{W_F = 833J}$$

63.(4-12989) Σώμα μάζας m = 1 kg βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο και τραχύ δάπεδο, πολύ μεγάλης έκτασης, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής $\mu_{o\rho} = 0,5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda}=0,4$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ ασκείται στο σώμα σταθερή, οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου F=10N.

Δ.1 Να εξετάσετε αν το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

Η δύναμη $\vec{F}$ ασκείται μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ και στη συνέχεια καταργείται. Να υπολογίσετε:

Δ.2 τη συνολική μετατόπιση του σώματος.

Δ.2 τη συνολική θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g=10m/s^2$.

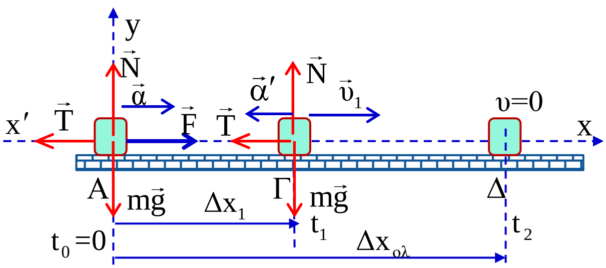
Απάντηση

Δ.1 Άξονας y′y ισορροπία, $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = mg$

Η στατική τριβή μπορεί να πάρει τιμές $T_{\sigma\tau,max} = \mu_{o\rho}N = \mu_{o\rho}mg \xrightarrow{S.I} T_{\sigma\tau,max} = 5N$

Επειδή στον άξονα κίνησης x′x έχουμε $F = 10N > T_{\sigma\tau,max} = 5N \Rightarrow \Sigma F_x > 0$ το σώμα αρχίζει να κινείται από την ηρεμία με επιτάχυνση .

Δ.2 Στην διάρκεια της κίνησης η τριβή είναι ολισθήσεως με τιμή $T = \mu_{o\lambda}N = \mu_{o\lambda}mg \xrightarrow{S.I} T = 4N$



Στην 1η φάση της κίνησης από $t_0=0$ έως $t_1=10s$ και στον άξονα κίνησης x΄x η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη: $\Sigma F_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F - T = m\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{F-T}{m} \xrightarrow{S.I}$

$\alpha = 6m/s^2$ και μετατοπίζεται κατά $\Delta x_1 = \dfrac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_1 = \dfrac{1}{2}6 \cdot 10^2 m \Rightarrow$

$\Delta x_1 = 300m$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διαδρομή (μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας) , οπότε $\Delta K = W_F + W_T \Rightarrow 0\text{-}0 = F\Delta x_1 - T\Delta x_{ολ} \Rightarrow \Delta x_{ολ} = \dfrac{F\Delta x_1}{T} \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta x_{ολ} = \frac{10N \cdot 300m}{4N} \Rightarrow \mathbf{\Delta x_{ολ} = 750m}$$

2ος τρόπος : Στην πρώτη φάση της κίνησης η ταχύτητα την t_1=10s έχει τιμή $\upsilon_1 = \alpha t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 60m/s$

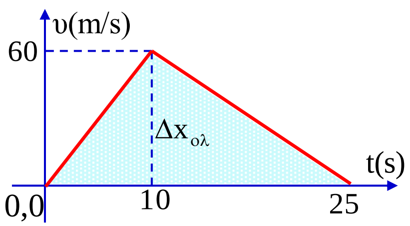
Στην 2η φάση της κίνησης μετά την t_1=10s και στον άξονα κίνησης x΄x η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη: $\Sigma F_x = m\vec{\alpha}' \Rightarrow -T = m\alpha' \Rightarrow \alpha' = \dfrac{-T}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha' = -4m/s^2$

Η εξίσωση ταχύτητας είναι $\upsilon = \upsilon_1 + \alpha'(t - t_1) \Rightarrow \upsilon = 60 - 4(t-10)$ (S.I) $\xrightarrow[t=t_2]{\upsilon=0} \Rightarrow$

$0 = 60 - 4(t_2 - 10) \Rightarrow t_2 = 25s$ (η χρονική στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας) .

Στο διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας με τον χρόνο και το εμβαδόν αυτής ισούται με την συνολική μετατόπιση.

$$\Delta x_{ολ} = \frac{1}{2} 25s \cdot 60\frac{m}{s} \Rightarrow \mathbf{\Delta x_{ολ} = 750m}$$



Δ.3 Η συνολική θερμική ενέργεια που αναπτύχθηκε σε όλη την διάρκεια της κίνησης ισούται απολύτως με το έργο της τριβής $Q = |W_{T,ολ}| = |-T\Delta x_{ολ}| \xrightarrow{S.I}$

$Q = |4N \cdot 750m| \Rightarrow \mathbf{Q = 3000J}$.

…και διαφορετικά…: Επειδή το σώμα ξεκίνησε από την ηρεμία και τελικά δεν έχει καθόλου μηχανική ενέργεια σημαίνει ότι όλη η ενέργεια που προσφέρθηκε μέσω του έργου της F έγινε τελικά θερμική $Q = W_F = F \cdot \Delta x_1 \xrightarrow{S.I} Q = 10N \cdot 300m \Rightarrow \mathbf{Q = 3000J}$.

Σχόλιο: Η άσκηση όπως είναι στο ΙΕΠ/Τράπεζα θεμάτων στην εκφώνηση δίνει «**συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$=0,5**», ενώ στη ενδεικτική λύση **λαμβάνει $\mu_{ολ}$=0,4**. Έτσι **στην εκφώνηση διορθώθηκε σε $\mu_{ολ}$=0,4** και με βάση αυτή την τιμή έγινε και η λύση.

64.(4-12990) Σώμα μάζας m=1kg εκτοξεύεται από τη βάση ακλόνητου, πλάγιου δαπέδου, πολύ μεγάλης έκτασης, με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0=10m/s και κινείται κατά μήκος του. Η γωνία που σχηματίζει το πλάγιο δάπεδο με τον ορίζοντα είναι φ=30°. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή οριακής -μέγιστης στατικής τριβής $\mu_{\text{ορ}}=\sqrt{3}/4$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{\text{ολ}}=\sqrt{3}/5$.

Δ.1 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος μέχρι τη στιγμιαία ακινητοποίησή του.

Δ.2 Να αποδείξετε ότι η ακινητοποίηση του σώματος είναι παροδική.

Δ.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

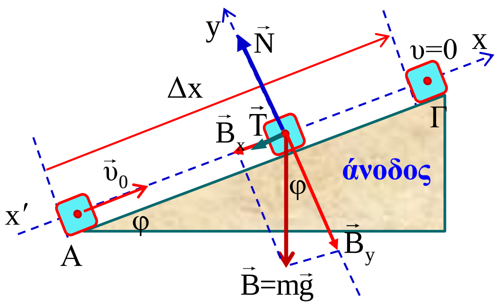
Δ.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύθηκε στο περιβάλλον, λόγω τριβών, από τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος, μέχρι τη χρονική στιγμή που, κατερχόμενο, διέρχεται από τη βάση του επιπέδου.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο g=10m/s².

Δίνονται: ημ30°=1/2 και $\text{συν}30^0=\sqrt{3}/2$.

Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 Στο άξονας y′y το σώμα ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow N=B_y \Rightarrow N=mg\text{συν}\varphi$ και η τριβή έχει τιμή $T=\mu N=\mu mg\text{συν}\varphi$.



Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διαδρομή (μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας) , οπότε $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-B_x\Delta x-T\Delta x \Rightarrow$$

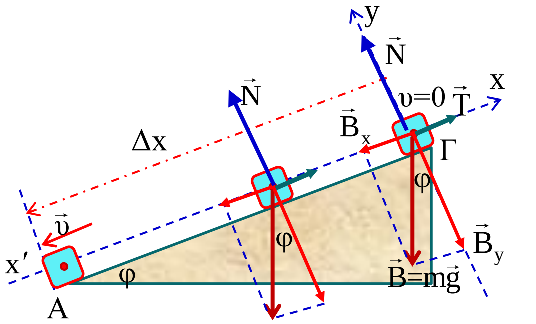
$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-mg\eta\mu\varphi\Delta x-\mu_{\text{ολ}}mg\text{συν}\varphi\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{\upsilon_0^2}{2g\left(\eta\mu\varphi-\mu_{\text{ολ}}\text{συν}\varphi\right)} \xrightarrow{S.I}$$

$$\Delta x=\frac{10^2}{2\cdot 10\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}m \Rightarrow \Delta x=6{,}25m$$

Δ.2 Μόλις μηδενισθεί η ταχύτητα του σώματος λόγω της συνιστώσας $B_x=mg\eta\mu\varphi$ αυτό τείνει να κινηθεί προς τα κάτω και έτσι η τριβή αντιστέκεται, αλλάζει φορά και στιγμιαία γίνεται στατική. Η στατική αυτή τριβή μπορεί να πάρει μέγιστη τιμή

$$T_{\sigma\tau,max}=\mu_{\text{ορ}}N=\mu_{\text{ορ}}mg\text{συν}\varphi \xrightarrow{S.I} T_{\sigma\tau,max}=\frac{\sqrt{3}}{5}\cdot 1\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}N \Rightarrow T_{\sigma\tau,max}=3{,}75N$$

Επειδή $mg\eta\mu\varphi=1\cdot 10\cdot 0{,}5=5N>T_{\sigma\tau,max}=3{,}75N \Rightarrow \Sigma F_x>0$ το σώμα κατέρχεται και η τριβή γίνεται τριβή ολίσθησης με $T=\mu N=\mu_{o\lambda}mg\sigma\upsilon\nu\varphi=3N$



Δ.3 Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διαδρομή καθόδου , οπότε $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2-0=B_x\Delta x-T\Delta x \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2=mg\eta\mu\varphi\Delta x-\mu_{o\lambda}mg\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta x$$

$$\Rightarrow \upsilon=\sqrt{2g\left(\eta\mu\varphi-\mu_{o\lambda}\sigma\upsilon\nu\varphi\right)\Delta x} \xrightarrow{S.I} \upsilon=5m/s$$

Δ.4 Η συνολική θερμική ενέργεια που αναπτύχθηκε σε όλη την διάρκεια της κίνησης ισούται απολύτως με το έργο της τριβής $Q=\left|W_{T,o\lambda}\right|=\left|-2T\Delta x\right| \xrightarrow{S.I}$

$Q=\left|-2\cdot 3N\cdot 6{,}250m\right| \Rightarrow \mathbf{Q=37{,}5J}$.

ή από ΘΜΚΕ σε όλη την διαδρομή $\Delta K=W_B+W_{T,o\lambda}$ και επειδή το έργο του βάρους είναι μηδέν (κλειστή διαδρομή) $\Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_{T,o\lambda} \xrightarrow{S.I} W_{T,o\lambda}=-37{,}5J$ και

$Q=\left|W_{T,o\lambda}\right|=37{,}5J$

65.(4-12991) Έστω τραχύ, αβαρές, κεκλιμένο δάπεδο. Η γωνία που σχηματίζει το κεκλιμένο δάπεδο με τον ορίζοντα μπορεί να μεταβάλλεται με ειδικό μηχανισμό, που βρίσκεται στη βάση του Β. Σώμα μάζας m=1kg, όταν το δάπεδο σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία $\varphi_0=30^o$, είναι ακίνητο σε θέση Α του δαπέδου. Η υψομετρική διαφορά της θέσης Α και της βάσης Β του κεκλιμένου δαπέδου είναι $h_0=10\sqrt{2}m$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής $T_{\sigma\tau}$ που ασκείται στο σώμα.

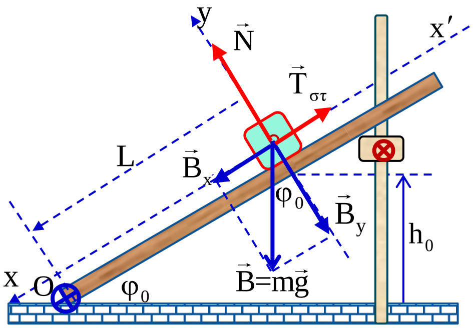
Τη στιγμή $t_0=0$ η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου με τον ορίζοντα αρχίζει να αυξάνεται με σταθερό ρυθμό $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=5\ ^0/s$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το σώμα είναι έτοιμο να ολισθήσει στο δάπεδο.

Δ.2 Αν ο συντελεστής οριακής -μέγιστης στατικής τριβής σώματος – δαπέδου είναι $\mu_{o\rho}=1$, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή t_1.

Δ.3 Τη χρονική στιγμή t_1, μετά από ελάχιστη ώθηση, το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει στο δάπεδο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος – δαπέδου είναι $\mu_{o\lambda}=0{,}5$

να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από τη βάση Β του κεκλιμένου δαπέδου.

Απάντηση



Δ.1 Αφού το σώμα ισορροπεί η τριβή είναι στατική και υπολογίζεται από τη ισορροπία στον άξονα κίνησης $x'x$,

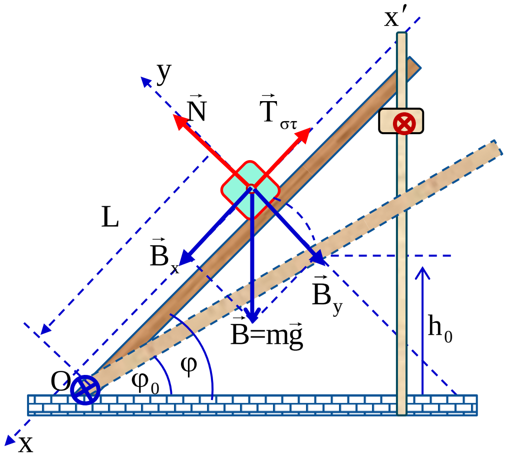
$\Sigma F_x=0 \Rightarrow T_{\sigma\tau}=B_x \Rightarrow T_{\sigma\tau}=mg\eta\mu\varphi$

$\xrightarrow{S.I} T_{\sigma\tau}=1\cdot 10\cdot 0{,}5N \Rightarrow T_{\sigma\tau}=5N$

Δ.2 Για όσο αυξάνεται η γωνία κλίσης και έχουμε ισορροπία η τριβή είναι στατική και στον άξονες $x'x$ και $y'y$ ισχύουν

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow T_{\sigma\tau}=B_x \Rightarrow T_{\sigma\tau}=mg\eta\mu\varphi$ (1),

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow N=B_y \Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (2)



Η στατική αυτή τριβή μπορεί να πάρει τιμές $T_{\sigma\tau}\le T_{\sigma\tau,max} \Rightarrow T_{\sigma\tau}\le \mu_{o\rho}N$

$\xrightarrow{1,2} mg\eta\mu\varphi \le \mu_{o\rho}mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$

$\frac{\eta\mu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi}\le \mu_{o\rho} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi \le 1 \Rightarrow \varphi \le 45^0$.

Παρατηρούμε, ότι η στατική τριβή μπορεί να πάρει τις δυνατές τιμές για γωνίες μικρότερες των 45^0 , και για $\varphi=45^0$ η στατική τριβή παίρνει την μέγιστη δυνατή τιμή $T_{\sigma\tau,max}$ και οριακά βρίσκεται σε ισορροπία. Άρα η ολίσθηση οριακά αρχίζει όταν $\varphi=45^0$ που επιτυγχάνεται τη χρονική στιγμή $t=t_1$ που υπολογίζεται από τον ρυθμό αύξησης της γωνίας κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=5\ ^0/s \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\lambda \Rightarrow \frac{\varphi-\varphi_0}{t-t_0}=\lambda \Rightarrow$

$\varphi-\varphi_0=\lambda(t-t_0) \xrightarrow{t_0=0} \varphi-\varphi_0=\lambda t \Rightarrow t=\frac{\varphi-\varphi_0}{\lambda} \Rightarrow t_1=\frac{45^0-30^0}{5^0/s} \Rightarrow \mathbf{t_1=3s}$

Δ.3 Από το 1ο σχήμα βρίσκουμε ότι το σώμα απέχει από την αρχή- βάση Ο του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση L, $\eta\mu\varphi_0=\frac{h_0}{L} \Rightarrow L=\frac{h_0}{\eta\mu\varphi_0} \Rightarrow L=\frac{10\sqrt{2}}{0{,}5}=20\sqrt{2}m$

Στη νέα οριακή θέση με φ=450 (2° σχήμα) που ξεκινάει η ολίσθηση βρέθηκε με στροφή γύρω από το Ο. Σε αυτή τη στροφή το σώμα ισορροπούσε στην ίδια θέση η οποία έγραψε τόξο ακτίνας L με κέντρο το Ο, άρα και στην νέα θέση απέχει από την βάση ίδια απόσταση $L=20\sqrt{2}m$.

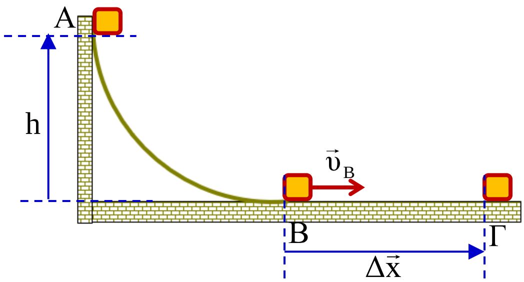
Στην κίνηση του σώματος προς την βάση στον άξονα y′y ισορροπεί $\Sigma F_y=0 \Rightarrow$ $N=B_y \Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και η τριβή είναι ολισθήσεως με τιμή $T=\mu_{o\lambda}N=\mu_{o\lambda}mg\sigma\upsilon\nu\varphi$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διαδρομή μέχρι την βάση οπότε $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0=B_x\Delta x\text{-}T\Delta x \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2=mg\eta\mu\varphi\cdot L\text{-}\mu_{o\lambda}mg\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot L \Rightarrow$$

$$\upsilon=\sqrt{2gL(\eta\mu\varphi\text{-}\mu_{o\lambda}\sigma\upsilon\nu\varphi)} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\upsilon=10\sqrt{2}\ m/s}$$

66.(4-12992) Ο διάδρομος του σχήματος είναι ακλόνητος και πολύ μεγάλου μήκους. Το καμπυλόγραμμο τμήμα του ΑΒ είναι λείο, ενώ το ευθύγραμμο τμήμα του είναι τραχύ. Η υψομετρική διαφορά των σημείων Α και Β είναι h=5m. Σώμα ελευθερώνεται από το σημείο Α και κινείται μένοντας διαρκώς σε επαφή με τον διάδρομο. Το σώμα με το οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda}$=0,5.



Δ.1 Να υπολογίσετε:

Δ.1-1 το μέτρο της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_B$ του σώματος όταν διέρχεται από το σημείο Β.

Δ.1-2 το μέτρο της μέγιστης μετατόπισης Δx του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

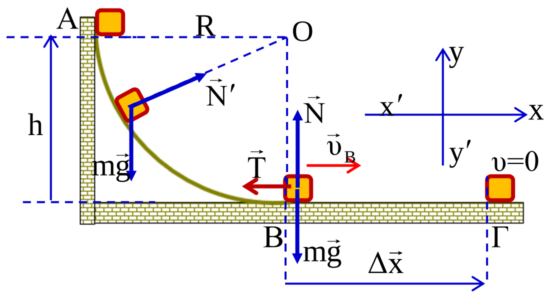
Δ.1-3 το χρονικό διάστημα της κίνησης του σώματος στο οριζόντιο τμήμα του διαδρόμου.

Δ.2 Να συγκρίνετε τη μεταβολή της ταχύτητας του σώματος κατά την κίνησή του στο καμπυλόγραμμο τμήμα του διαδρόμου με την αντίστοιχη στο ευθύγραμμο.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας να θεωρηθεί σταθερή, με μέτρο $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1-1 Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τη διαδρομή στον κυκλικό οδηγό (από το Α έως το Β)



$\Delta K = W_B + W_{N'} \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 - 0 = mgh + 0 \Rightarrow$

$\frac{1}{2}m\upsilon_B^2 = mgh \Rightarrow \upsilon_B = \sqrt{2gh}$

$\xrightarrow{S.I} \upsilon_B = \sqrt{2\cdot 10\cdot 5}$ m/s $\Rightarrow$

$\mathbf{\upsilon_B = 10\,m/s}$

(*) Επειδή ο κυκλικός οδηγός είναι λείος, η δύναμης στήριξης $\vec{N}'$ που δέχεται το σώμα από τον οδηγό είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση και συνεπώς το έργο της . είναι μηδέν $W_{N'} = 0$

Δ.1-2 Στο τμήμα ΒΓ μέχρι να μηδενισθεί η ταχύτητα η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη.

Άξονας κίνησης $x'x$: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow -T = m\alpha$ (1)

Άξονας ισορροπίας $y'y$: $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg$ (2)

Δύναμη τριβής ολίσθησης $T = \mu_{o\lambda}N \xrightarrow{(2)} T = \mu_{o\lambda}mg$ (3)

Από (1) και (3) έχουμε, $-m_{o\lambda}mg = m\alpha \Rightarrow \alpha = -\mu_{o\lambda}g \xrightarrow{S.I} \alpha = -5m/s^2$

Υπολογισμός μετατόπισης ΒΓ.

1ος τρόπος με ΘΜΚΕ από το Β έως το Γ…

$$\Delta K = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 = W_T \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 = -T\cdot\Delta x \xrightarrow{(3)} \frac{1}{2}m\upsilon_B^2 = -\mu_{o\lambda}mg\cdot\Delta x \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{\upsilon_B^2}{2\mu_{o\lambda}g} \xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta x = 10m}$$

2ος τρόπος: Με εξισώσεις κινηματικής…

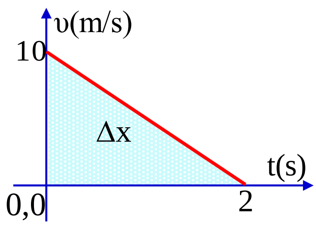
Εξίσωση ταχύτητας (θεωρώντας ως $t_0=0$ στο Β) $\upsilon = \upsilon_B + \alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 10 - 5t$ (S.I)

$\xrightarrow[t=t_{o\lambda}]{\Gamma:\upsilon=0} 0 = 10 - 5t_{o\lambda} \Rightarrow t_{o\lambda} = 2s$

Εξίσωση μετατόπισης: $\Delta x = \upsilon_B t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x = 10t + \frac{1}{2}(-5)t^2 \Rightarrow$

$\Delta x = 10t - 2{,}5t^2 \text{ (S.I)} \xrightarrow{t=2s} \mathbf{\Delta x = 10m}$

Σχόλιο: Εδώ ο υπολογισμός της μετατόπισης Δx πιο εύκολα υπολογίζεται από το διάγραμμα υ(t), $\Delta x = \frac{1}{2} 2s \cdot 10\frac{m}{s}$ ή $\Delta x = 10m$.



Δ.1-3 Ο χρόνος κίνησης από το Β έως το Γ υπολογίσθηκε στο προηγούμενο ερώτημα $\mathbf{t_{ολ} = 2s}$

(*) Εναλλακτικά αφού υπολογίσθηκε η μετατόπιση Δx=10m μπορούμε να βρούμε τον χρόνο κίνησης από την εξίσωση $\Delta x = 10t - 2{,}5t^2$ (S.I) ή πιο εύκολα από το διάγραμμα υ(t) μέσω του εμβαδού θεωρώντας άγνωστον ολικό χρόνο κίνησης ,

$$\Delta x = \frac{1}{2} t_{ολ} \cdot 10 \xrightarrow{S.I} 10 = \frac{1}{2} t_{ολ} \cdot 10 \Rightarrow \mathbf{t_{ολ} = 2s}$$

Δ.2 $\Delta\vec{υ}_{AB} = \vec{υ}_B - \vec{υ}_A \xrightarrow{υ_A = 0} \Delta\vec{υ}_{AB} = \vec{υ}_B$ (4)

$\Delta\vec{υ}_{BΓ} = \vec{υ}_Γ - \vec{υ}_B \xrightarrow{υ_Γ = 0} \Delta\vec{υ}_{BΓ} = -\vec{υ}_B$ (5)

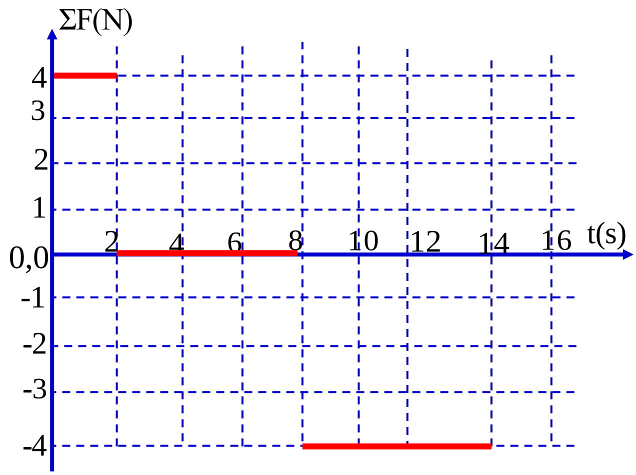
Από (4) και (5) παρατηρούμε ότι $\Delta\vec{υ}_{AB} = -\Delta\vec{υ}_{BΓ}$

Σχόλιο: Το Δ.2 ερώτημα μάλλον **έπρεπε να μην τίθεται ως θέμα εξέτασης** στην Α΄ Λυκείου που **κινηματικά** τουλάχιστον **μελετώνται ευθύγραμμες κινήσεις**.

Σχόλιο: Σύμφωνα με τη άσκηση όπως είναι στη Τράπεζα Θεμάτων/ΙΕΠ προτείνεται να βαθμολογηθούν από 6 μονάδες τα ερωτήματα Δ.1-1, Δ.1-2, Δ.1-3 και με 7 μονάδες το Δ.2!

Η κατανομή αυτή είναι δυσανάλογη με την επεξεργασία που απαιτούν τα τρία πρώτα ερωτήματα , αλλά και τις γνώσεις που πρέπει να γνωρίζουν οι μαθητές, σε σχέση με το ερώτημα Δ.2 -που για τη Α΄ Λυκείου- απαιτεί μόνο βασικές γνώσεις διανυσματικού λογισμού!

67.(4-12993) Σημειακό αντικείμενο μάζας m=1kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση $x_0=0$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Δ.1 Να υπολογίσετε:

Δ.1-1 την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=2s$.

Δ.1-2 την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2=8s$.

Δ.1-3 την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ και τη θέση $\vec{x}_3$ του σώματος τη χρονική στιγμή $t_3=14s$.

Δ.1-4 την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=14s$.

Δ1-5 το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=14s$.

Δ.2 Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

Δ.2-1 ταχύτητας - χρόνου (υ–t) και

Δ.2-2 θέσης – χρόνου (x–t) από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3=14s$.

Απάντηση

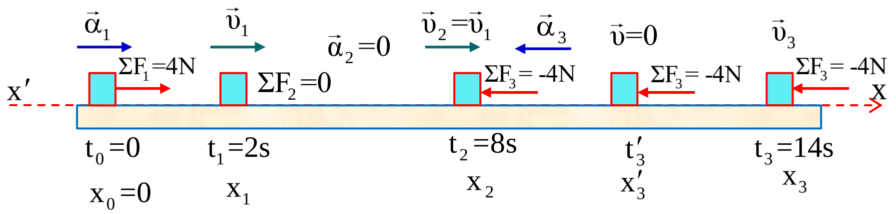
1η φάση $t_0=0\le t\le t_1=2s$ Το κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση από την ηρεμία με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$, $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow \Sigma F_1=m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=\frac{\Sigma F_1}{m}=\frac{4N}{1Kg} \Rightarrow$

$\alpha_1=+4m/s^2$.

Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $\upsilon=\alpha_1(t\text{-}t_0) \xrightarrow{t_0=0}$ ή $\upsilon=\alpha_1 t \Rightarrow \upsilon=4t$ (S.I)

$\xrightarrow{t=t_1=2s} \boldsymbol{\upsilon_1 = 8m/s}$.

Χρονική εξίσωση θέσης: $x=\frac{1}{2}\alpha_1(t-t_0)^2 \xrightarrow{t_0=0} x=\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \xrightarrow{\alpha_1=4m/s^2} x=2t^2$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_1=2s} \mathbf{x_1=8m}$.



2η φάση $t_1=2\le t\le t_2=8s$ Επειδή $\Sigma\vec{F}_x=0$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή (α_2=0) με υ=σταθερή=υ_1=8m/s, άρα και την t_2=8s η ταχύτητα είναι $\mathbf{\upsilon_2=8m/s}$.

Χρονική εξίσωση θέσης: $x=x_1+\upsilon_1(t-t_1) \xrightarrow{S.I} x=8+8(t-2) \xrightarrow{t_2=8s} x_2=56m$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_1=2s} \mathbf{x_2=56m}$

3η φάση $t_2=8\le t\le t_3=14s$ Το κινητό εκτελεί με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_3$,

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_3 \Rightarrow \Sigma F_3=m\alpha_3 \Rightarrow \alpha_3=\frac{\Sigma F_1}{m}=\frac{-4N}{1Kg} \Rightarrow \alpha_3=-4m/s^2 .$$

Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $\upsilon=\upsilon_2+\alpha_3(t-t_2) \xrightarrow{S.I} \upsilon=8-4(t-8)$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_3=14s}$ $\mathbf{\upsilon_3=-16m/s}$.

Το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει ότι ενδιάμεσα η ταχύτητα μηδενίζεται και το κινητό αλλάζει φορά κίνησης κινούμενο προς τα αρνητικά.

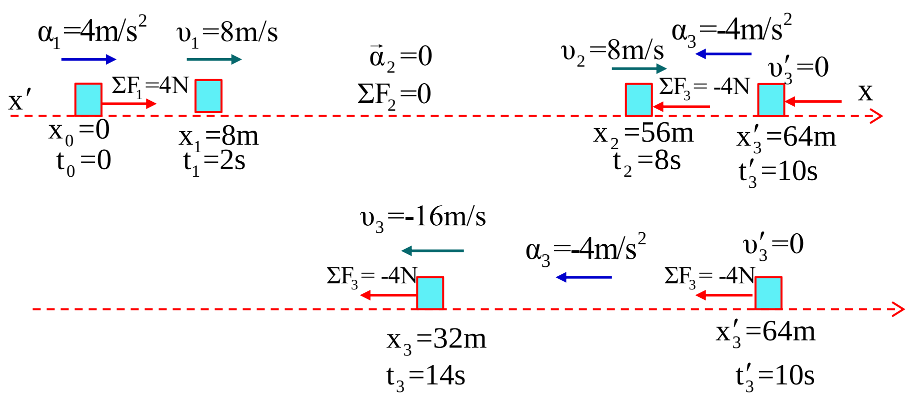
Χρονική εξίσωση θέσης: $x=x_2+\upsilon_2(t-t_2)+\frac{1}{2}\alpha_3(t-t_2)^2 \xrightarrow{S.I}$

$$x=56+8(t-8)+\frac{1}{2}(-4)(t-8)^2 \Rightarrow x=56+8(t-8)-2(t-8)^2 \text{ (S.I)} \xrightarrow{t=t_3=14s} \mathbf{x_3=32m} .$$

Η ταχύτητα στη φάση αυτή μηδενίζεται την $t=t_3'$ … $\upsilon=8-4(t-8)$ (S.I) $\xrightarrow{\upsilon=0}$ $0=8-4(t_3'-8) \Rightarrow t_3'=10s$ …με το κινητό να είναι στη θέση $x=x_3'$ …

$$x=56+8(t-8)-2(t-8)^2 \text{ (S.I)} \xrightarrow{t=t_3'=10s} x_3'=56+8(10-8)-2(10-8)^2 \Rightarrow \mathbf{x_3'=64m}$$

Συμπερασματικά όλα τα ανωτέρω χαρακτηριστικά της κίνησης φαίνονται στο παρακάτω σχήμα .



Δ.1-1 Την t_1=2s το κινητό έχει $\mathbf{\upsilon_1 = 8m/s}$ και $x_1 = \mathbf{8m}$

Δ.1-2 Την t_2=8s το κινητό έχει $\mathbf{\upsilon_2}$**=8m/s** και $\mathbf{x_2 = 56m}$

Δ.1-3 Την t_3=14s το κινητό έχει $\mathbf{\upsilon_3 = -16m/s}$ και $\mathbf{x_3 = 32m}$

Δ.1-4 Μεταβολή κινητικής ενέργειας $\Delta K = K_3 - K_0 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} m\upsilon_3^2 - 0 \xrightarrow{S.I}$

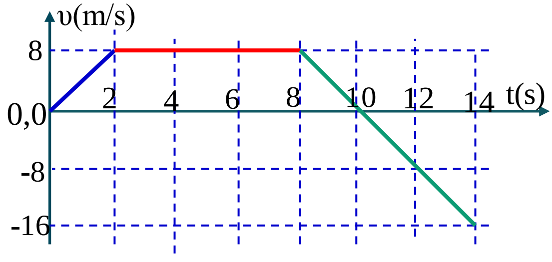
$\Delta K = \frac{1}{2} 1Kg(-16m/s)^2 \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 128J}$

Δ.1-5 Από το Θ.Μ.Κ.Ε έχουμε $W_{\Sigma F} = \Delta K \Rightarrow \mathbf{W_{\Sigma F} = 128J}$

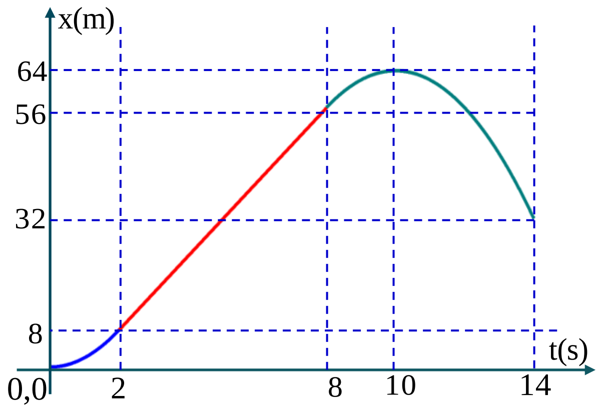
$2^{ος}$ τρόπος $W_{\Sigma F} = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_{0-2s} + \Sigma F_2 \cdot \Delta x_{2s-8s} - \Sigma F_3 \cdot \Delta x_{8s-10s} + \Sigma F_3 \cdot \Delta x_{10s-14s} \xrightarrow{S.I}$

$W_{\Sigma F} = 4 \cdot 8 + 0 \cdot (56-8) - 4 \cdot (64-56) + (-4) \cdot (32-64) \Rightarrow \mathbf{W_{\Sigma F} = 128J}$

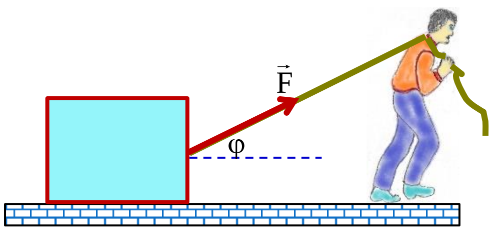
Δ.2-1 Γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου (υ–t)



Δ.2-2 Γραφική παράσταση θέσης – χρόνου (x–t) από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=14s.



68.(4-13480) Ένας κύβος μάζας m=2kg είναι αρχικά ακίνητος πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Τη στιγμή t_0=0 ασκούμε στον κύβο σταθερή δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=20N, σε διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση όπως στο σχήμα. Για τη γωνία φ δίνονται ημφ=0,6, συνφ=0,8. Η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται τη στιγμή t_1=2s.



Δ.1 Αν δίνεται ότι ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής κύβου - δαπέδου, είναι ίσος με τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής ολίσθησης, να δείξετε ότι ο κύβος αρχίζει να κινείται τη στιγμή t_0=0 και ότι δεν χάνει την επαφή του με το οριζόντιο δάπεδο. Να υπολογίσετε:

Δ.2 την ενέργεια που μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο στον κύβο, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$, από τη στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη στιγμή που αυτή καταργήθηκε.

Δ.3 το ποσοστό της ενέργειας που μεταφέρθηκε στον κύβο, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια εξαιτίας των τριβών, από τη στιγμή t_0=0 μέχρι τη στιγμή που καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$

Δ.4 τη συνολική μετατόπιση του κύβου πάνω στο δάπεδο, από τη στιγμή t_0=0 μέχρι αυτός να σταματήσει.

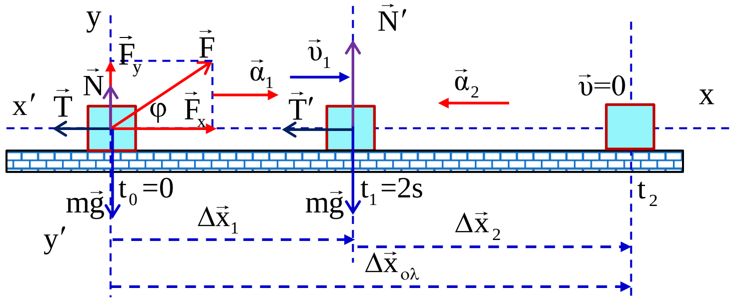
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα αγνοούνται.

Απάντηση

Δ.1 Αμέσως μετά την t_0=0 μόλις δρα η δύναμη $\vec{F}$ και στην 1η φάση της κίνησης αν το σώμα δεν χάνει την επαφή με το δάπεδο υπάρχει ισορροπία στον άξονα $y'y$ οπότε

$$\Sigma F_y=0 \Rightarrow N+F_y-mg=0 \Rightarrow N=mg-F\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} N=2\cdot 10-20\cdot 0{,}6=8N.$$

Για να υπάρχει επαφή του σώματος με το δάπεδο πρέπει το σώμα να δέχεται δύναμη από αυτό με φορά προς τα πάνω (δύναμη στήριξης) ...αυτή παρατηρούμε ότι υπάρχει και έχει μέτρο N=8N>0. Άρα η επαφή του σώματος με το δάπεδο παραμένει μετά την άσκηση της δύναμης $\vec{F}$.



Η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να ασκηθεί από το δάπεδο στο σώμα είναι $T_{στ,max}=\mu_{στ}N \xrightarrow{S.I} T_{στ,max}=0{,}5\cdot 8=4N$.

Επειδή στον άξονα κίνησης $F_x=F\sigma\upsilon\nu\varphi=20\cdot 0{,}8=16N$ με $F_x=T_{στ,max}$ το σώμα κινείται και η τριβή γίνεται ολίσθησης με $T=\mu_{ολ}N \xrightarrow{S.I} T=4N$.

Το κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση από την ηρεμία με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$,

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F_x-T=m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=\frac{\Sigma F_x-T}{m} \Rightarrow \alpha_1=\frac{16-4}{2}\frac{N}{Kg} \Rightarrow \alpha_1=+6\ m/s^2.$$

Δ.2 Η μετατόπιση η ταχύτητα στην πρώτη φάση της κίνησης μέχρι τη t_1=2s είναι

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1(t_1-t_0)^2 \xrightarrow{t_0=0} \Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_1=\frac{1}{2}6\cdot 2^2=12m$$

$$\upsilon_1=\alpha_1 t_1 \xrightarrow{S.I} \upsilon_1=6\cdot 2=12m/s.$$

Η ενέργεια που προσφέρθηκε από τον άνθρωπο σώμα, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$, είναι $E_{προσ}=W_F \Rightarrow E_{προσ}=F_x\Delta x_1 \xrightarrow{S.I} E_{προσ}=16N\cdot 2m \Rightarrow \mathbf{E_{προσ}=192J}$.

Διαφορετικά η προσφερόμενη ενέργεια έγινε κινητική ενέργεια στο σώμα και θερμική λόγω των τριβών, $E_{προσ}=K+Q \Rightarrow E_{προσ}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+|W_T| \Rightarrow$

$$E_{προσ}=\frac{1}{2}m\upsilon_1^2+|-T\cdot\Delta x_1| \xrightarrow{S.I} E_{προσ}=144J+48J=192J$$

Δ.3 Η θερμική ενέργεια στη 1η φάση της κίνησης είναι $Q=|W_T|=|-T\cdot\Delta x_1|=48J$

και ως ποσοστό της προσφερόμενης είναι , $\pi\%=\frac{Q}{E_{\pi\rho o\sigma}}100\% \xrightarrow{S.I}$

$\pi\%=\frac{48}{192}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\pi\%=25\%}$

Δ.4 Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ αλλάξει η κατανομή των δυνάμεων στον άξονα $y'y$, οπότε $\Sigma F_y=0 \Rightarrow N'\text{-}mg=0 \xrightarrow{S.I} N'=20N$.Έτσι αλλά και η τριβή ολίσθησης $T'=\mu_{o\lambda}N' \xrightarrow{S.I} T'=10N$.

ΘΜΚΕ για όλη την διαδρομή $\Delta K=W_F+W_{T_{o\lambda}} \Rightarrow 0=W_F+W_T+W'_{T'} \Rightarrow$

$W_F\text{-}T\Delta x_1\text{-}T'\Delta x_2=0 \Rightarrow \Delta x_2=\frac{W_F\text{-}T\Delta x_1}{T'} \xrightarrow{S.I} \Delta x_2=\frac{192J\text{-}4N\cdot 12m}{10N} \Rightarrow$

$\Delta x_2=14,4m$. Άρα $\Delta x_{o\lambda}=\Delta x_1+\Delta x_2 \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\Delta x_{o\lambda}=26,4m}$

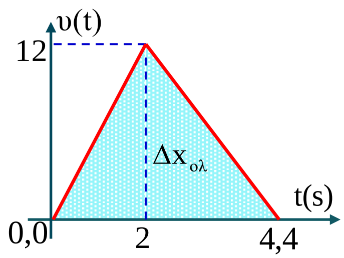
2ος τρόπος: Για τη δεύτερη φάση της κίνησης $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T'=m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=-\frac{T'}{m} \Rightarrow$

$\Rightarrow \alpha_2=-5\ m/s^2$.

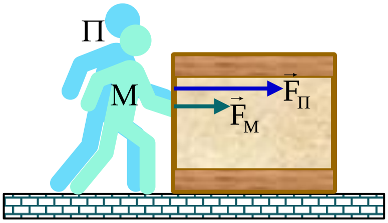
Χρονική εξίσωση της ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_1+\alpha_2(t\text{-}t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon=12\text{-}5(t\text{-}2) \xrightarrow{\upsilon=0}$ $0=12\text{-}5(t_2\text{-}2) \Rightarrow t_2=4,4s$ …χρονική στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας.

Η συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν του διαγράμματος υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης.

$\Delta x_{o\lambda}=\frac{1}{2}4,4s\cdot 12m/s \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x_{o\lambda}=26,4m}$



69.(4-13481) Ένα κιβώτιο μάζας m= 50kg, είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, δύο παιδιά ο Πάνος και ο Μάριος, αρχίζουν να σπρώχνουν μαζί το κιβώτιο. Τα δύο παιδιά ασκούν στο κιβώτιο σταθερές, οριζόντιες και ομόρροπες δυνάμεις που συμβολίζονται ως $\vec{F}_\Pi$ και $\vec{F}_M$ αντίστοιχα. Η δύναμη που ασκεί ο Πάνος έχει μέτρο F_Π = 200 N και η δύναμη που ασκεί ο Μάριος έχει μέτρο F_M = 50 N. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου είναι σταθερός και δίνεται μ=0,4. Τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά 2m από την αρχική του θέση πάνω στο δάπεδο, ο Μάριος σταματά να σπρώχνει, ενώ ο Πάνος συνεχίζει.



Δ.1 Να κάνετε ένα απλό σκίτσο για να δείξετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, εφαρμόζοντάς τες στο κέντρο του. Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο.

Δ.2 Να προσδιορίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν το σπρώχνουν και τα δύο παιδιά μαζί και να βρείτε ποια είναι η στιγμή t_1 κατά την οποία ο Μάριος σταματά να σπρώχνει το κιβώτιο.

Δ.3 Να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του κιβωτίου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη στιγμή t_2=4s, θεωρώντας ότι ο Πάνος εξακολουθεί να ασκεί τη σταθερή δύναμη $\vec{F}_\Pi$ ως τότε.

Δ.4 Να υπολογίσετε την ενέργεια που προσέφερε ο Μάριος στο κιβώτιο.

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g=10m/s^2$.

Απάντηση

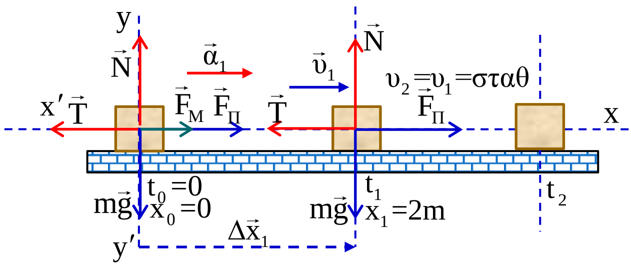
Δ.1 $\Sigma F_y=0 \Rightarrow N-mg=0$

$\Rightarrow N=mg$,

$T=\mu N \Rightarrow T=\mu mg$

$\xrightarrow{S.I} T=0{,}4\cdot 50\cdot 10$ ή

$\mathbf{T = 200N}$



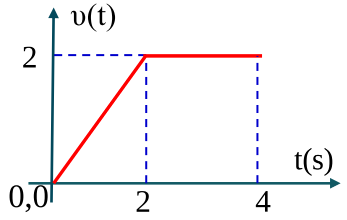
Δ.2 $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F_\Pi - F_M - T = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F_\Pi + F_M - T}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{200+50-100}{50}\frac{N}{Kg} \Rightarrow$

$\boldsymbol{\alpha_1 = +1\,m/s^2}$.

$x_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2x_1}{\alpha_1}} \xrightarrow{S.I} t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 2m}{1m/s^2}} \Rightarrow \mathbf{t_1 = 2s}$

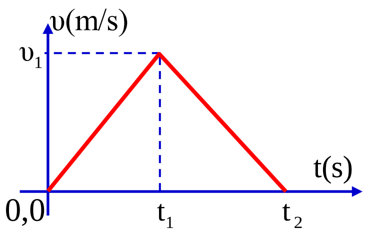
Δ.3 $\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 \xrightarrow{S.I} \upsilon_1 = 1\cdot 2 = 2m/s$.

Για τη 2η φάση της κίνησης $2s \le t \le 4s$ η τριβή έχει την ίδια τιμή $T=\mu N=\mu mg=200N$ και επειδή $\Sigma F_x = F_\Pi - T \xrightarrow{S.I} \Sigma F_x = 200N - 200N = 0$ το σώμα συνεχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 2m/s$ και η γραφική παράσταση υ(t) φαίνεται στο διάγραμμα



Δ.4 Η ενέργεια που προσφέρθηκε από τον Μάριο, μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}_M$ είναι $E_{\pi\rho o\sigma,M} = W_{F_M} \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma,M} = F_M \Delta x_1 \xrightarrow{S.I} E_{\pi\rho o\sigma,M} = 50N\cdot 2m \Rightarrow \mathbf{E_{\pi\rho o\sigma,M} = 100J}$.

70.(4-13563) Ένα σώμα μάζας m=2kg είναι αρχικά ακίνητο πάνω σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ σώματος και δαπέδου δημιουργείται τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, στο σώμα ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και αμέσως αυτό αρχίζει να κινείται, ολισθαίνοντας πάνω στο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t_1, η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται και το σώμα, αφού επιβραδύνεται λόγω τριβής, σταματάει τη στιγμή $t_2=6s$, έχοντας ως τότε διανύσει συνολικό διάστημα s=18m. Στο διάγραμμα αποδίδεται το μέτρο της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, από την έναρξη της κίνησής του μέχρι να σταματήσει. Να υπολογίσετε:



Δ.1 Το μέτρο υ_1 της ταχύτητας του σώματος, τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία καταργήθηκε η δύναμη $\vec{F}$.

Δ.2 Τη χρονική στιγμή t_1

Δ.3 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$

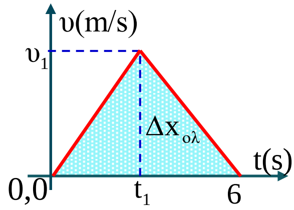
Δ.4 Την ενέργεια που προσφέρθηκε στο κιβώτιο.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g=10m/s^2$ και ότι μπορείτε να αγνοήσετε την αντίσταση του ατμοσφαιρικού αέρα.

Απάντηση

Δ.1 Από τη γραφική παράσταση υ(t) που το εμβαδόν της ισούται με την ολική μετατόπιση έχουμε $\Delta x_{ολ}=\frac{1}{2}t_2\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_1=\frac{2\Delta x_{ολ}}{t_2}\xrightarrow{S.I}$

$\upsilon_1=\frac{2\cdot 18m}{6s}\Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1=6m/s}$.

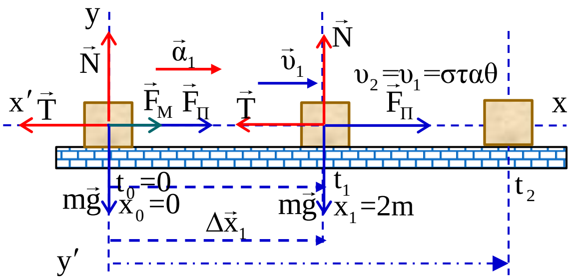


Δ.2 Για την 2η φάση της κίνησης έχουμε:

Στο άξονα y′y υπάρχει ισορροπία $\Sigma F_y=0\Rightarrow N=mg$

και η τριβή ολίσθησης $T=\mu N$

$\Rightarrow T=\mu mg$ ή $T=4N$.



$\Sigma \vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T=m\alpha_2 \Rightarrow$

$\alpha_2=\frac{-T}{m}\Rightarrow \alpha_2=-\frac{\mu mg}{m}=-\mu g\xrightarrow{S.I}\alpha_2=-2\ m/s^2$.

Εξίσωση ταχύτητας στη 2η φάση: $\upsilon=\upsilon_1+\alpha_2(t-t_1)\xrightarrow{S.I}\upsilon=6-2(t-t_1)\xrightarrow[t=6s]{\upsilon=0}$

$0=6-2(6-t_1)\Rightarrow \boldsymbol{t_1=3s}$

Δ.3 $\upsilon_1=\alpha_1 t_1\Rightarrow \alpha_1=\frac{\upsilon_1}{t_1}\xrightarrow{S.I}\alpha_1=2m/s^2$

$\Sigma \vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1\Rightarrow F-T=m\alpha_1\Rightarrow F=T+m\alpha_1\xrightarrow{S.I}F=4+2\cdot 2\Rightarrow \boldsymbol{F=8N}$

Δ.4 1ος τρόπος: Η προσφερόμενη ενέργεια έγινε μέσω του έργου της F.

ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης $\Delta K=W_F+W_{T_{ολ}}\Rightarrow 0=W_F-T\Delta x_{ολ}$

$W_F=4N\cdot 18m\Rightarrow W_F=72J\Rightarrow \boldsymbol{E_{προσ}=72J}$

2ος τρόπος: $\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2\Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}2\cdot 3^2=9m$. Η προσφερόμενη ενέργεια έγινε μέσω του έργου της F, $E_{προσ}=W_F=F\Delta x_1\xrightarrow{S.I}\boldsymbol{E_{προσ}=72J}$

71.(4-13565) Μια ομάδα μαθητών αποφασίζει να χρησιμοποιήσει ένα λογισμικό ανάλυσης video της κίνησης (tracker) προκειμένου να πραγματοποιήσει το εξής πείραμα:

Μια μπάλα μικρών διαστάσεων μάζας m=0,1kg αφήνεται να πέσει από ύψος h και το λογισμικό μέσω μιας video camera καταγράφει καρέ καρέ την κίνηση της. Όπως φαίνεται και στη φωτογραφία η μπάλα δεν έπεσε ακριβώς κατακόρυφα, αλλά οι μαθητές αποφάσισαν να

αγνοήσουν την οριζόντια μετακίνηση της μπάλας και να εστιάσουν μόνο στην κατακόρυφη. Μέσα από το λογισμικό προέκυψαν: α. ένας πίνακας τιμών της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας της μπάλας και του χρόνου πτώσης, και β. το διάγραμμα που προκύπτει από τον πίνακα τιμών. Με βάση τις μετρήσεις, το λογισμικό χάραξε τη βέλτιστη ευθεία, εκείνη δηλαδή που κατανέμει τα πειραματικά σημεία ισόρροπα από τη μια και από την άλλη πλευρά της.

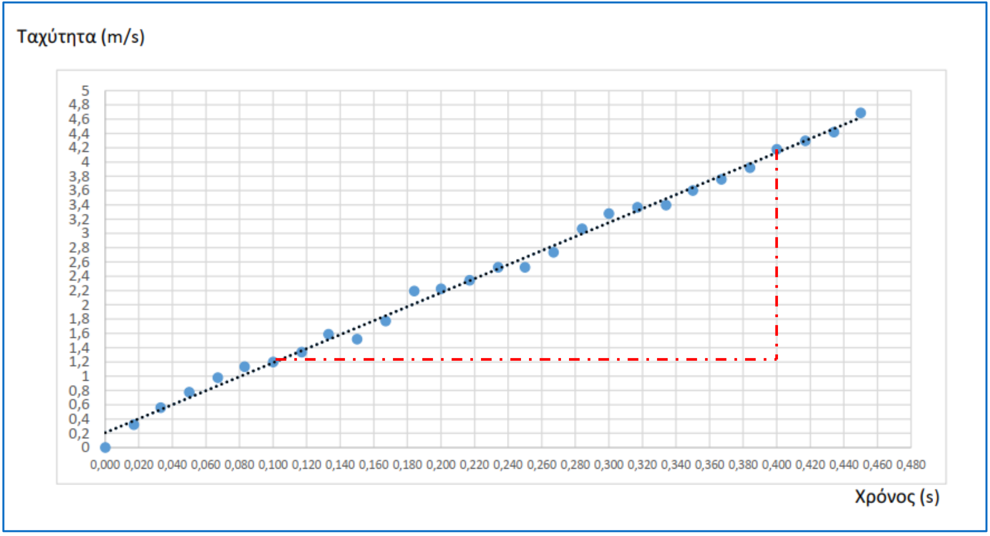
Χρόνος t (s)	Ταχύτητα υ (m/s)
0,000	0
0,017	0,32
0,033	0,56
0,050	0,78
0,067	0,98
0,083	1,13
0,100	1,20
0,117	1,34
0,133	1,59
0,150	1,52
0,167	1,77
0,184	2,19
0,200	2,22
0,217	2,34
0,234	2,52
0,250	2,52
0,267	2,74
0,284	3,07
0,300	3,28
0,317	3,37
0,334	3,40
0,350	3,60
0,367	3,76
0,384	3,92
0,400	4,18
0,417	4,30
0,434	4,42
0,450	4,69

Δ.1 Με βάση τα δεδομένα που συνέλεξαν οι μαθητές με τη βοήθεια του λογισμικού, να υπολογίσετε την επιτάχυνση με την οποία κινείται η μπάλα;

Δ.2 Το σώμα δέχεται αντίσταση από τον αέρα κατά τη διάρκεια της κίνησης του;

Δ.3 Ποιο ήταν το αρχικό ύψος από το έδαφος, από το οποίο αφέθηκε η μπάλα;

Δ.4 Υπολογίστε τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας της μπάλας ανάμεσα σε αρχική και τελική θέση (με βάση τα δεδομένα του πειράματος και δεχόμενοι ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι μηδέν στην κατώτερη θέση της.



Απάντηση

Δ.1 Με βάση το διάγραμμα για τη βέλτιστη ευθεία υπολογίζουμε την επιτάχυνση από την κλίση αυτής . Έτσι επιλέγουμε δύο σημεία Α και Β που να είναι πάνω στην βέλτιστη ευθεία και με βάση αυτή την επιλογή έχουμε $\alpha=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t}=\dfrac{\upsilon_B-\upsilon_A}{t_B-t_A} \Rightarrow$

$$\alpha=\frac{4{,}18-1{,}20}{0{,}400-0{,}100}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=9{,}93 m/s^2$$

Δ.2 Η ανωτέρω πειραματική επιτάχυνση του κινητού είναι σχεδόν ίση με την επιτάχυνση βαρύτητας $g=9{,}81\ m/s^2$ (πειραματική απόκλιση +1,86%) …άρα μπορούμε να συμπεράνουμε ότι μοναδική δύναμη στο σώμα είναι το βάρος και δεν υπάρχει αντίσταση από τον αέρα. Αν υπήρχε αντίσταση του αέρα η επιτάχυνση του σώματος θα ήταν αισθητά μικρότερη της $g=9{,}81\ m/s^2$.

Δ.3 Το αρχικό ύψος h υπολογίζεται από εμβαδόν της βέλτιστης ευθείας υ(t)

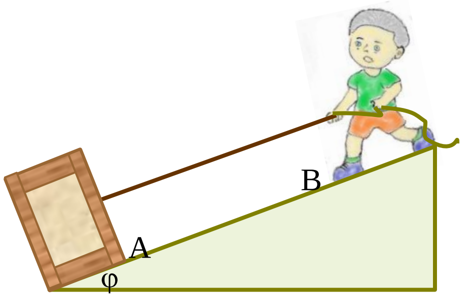
$h=\Delta y=\dfrac{1}{2}0{,}450\cdot(4{,}69-0{,}20)m \Rightarrow \quad h=1{,}01m$ ή και από τη σχέση $h=\dfrac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow$

$$h=\frac{1}{2}9{,}33\cdot 0{,}45^2=1{,}005m$$

Δ.4 $\Delta E_{\mu\eta\chi}=\dfrac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2-mgh \xrightarrow{S.I} \Delta E_{\mu\eta\chi}=\dfrac{1}{2}0{,}1\cdot 4{,}69^2-0{,}1\cdot 10\cdot 1{,}01=0{,}089J$

αμελητέα ποσότητα που οφείλεται στα σφάλματα μετρήσεων.

72.(4-13579) Η αγαπημένη γυμναστική του Μιχάλη είναι να τραβάει και να μετακινεί κιβώτια σε κεκλιμένο επίπεδο. Ο Μιχάλης στέκεται ακίνητος στο κεκλιμένο επίπεδο του σχήματος και μετακινεί ένα αρχικά ακίνητο κιβώτιο μέσω αβαρούς και μη εκτατού νήματος στο οποίο κατά την μετακίνηση ασκεί δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου και ίδιας διεύθυνσης με αυτήν του επιπέδου. Το κεκλιμένο επίπεδο είναι γωνίας φ (δίνεται ότι ημφ=0,6 και συνφ=0,8) και η απόσταση που διανύει το κιβώτιο από τη βάση του επιπέδου (Α) μέχρι το σημείο (Β) είναι 10 m. Δίνεται ότι το κιβώτιο έχει μάζα 10kg, η χρονική διάρκεια της μετακίνησης του από το σημείο (Α) μέχρι το σημείο (Β) είναι 10s και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$. Αν το κεκλιμένο επίπεδο θεωρηθεί λείο:



Δ.1 Σχεδιάστε και υπολογίστε τα μέτρα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο σε ένα τυχαίο σημείο της διαδρομής (ανάμεσα στα Α, Β)

Δ.2 Υπολογίστε το έργο του βάρους για τη διαδρομή Α-Β.

Δ.3 Τι ταχύτητα θα έχει το κιβώτιο στη θέση Β;

Στην πραγματικότητα όμως το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο, οπότε στο κιβώτιο κατά την κίνηση του ασκείται και η τριβή ολίσθησης.

Δ.4 Αν η δύναμη της τριβής ολίσθησης είναι σταθερή σε όλη τη διάρκεια της κίνησης, για ποια τιμή του συντελεστή τριβής μεταξύ δαπέδου και κιβωτίου ο Μιχάλης χρειάζεται 50% περισσότερη ενέργεια (από την ενέργεια που χρειάστηκε για να μετακινήσει το ίδιο κιβώτιο σε λείο επίπεδο. για να μετατοπίσει το κιβώτιο στον ίδιο χρόνο από το σημείο Α στο Β;

Απάντηση

Δ.1 Οι ασκούμενες στο κιβώτιο δυνάμεις είναι το βάρος του κιβωτίου Β=mg ή $\mathbf{B=100N}$ η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ από το κεκλιμένο επίπεδο και η δύναμη $\vec{F}$ από το νήμα.

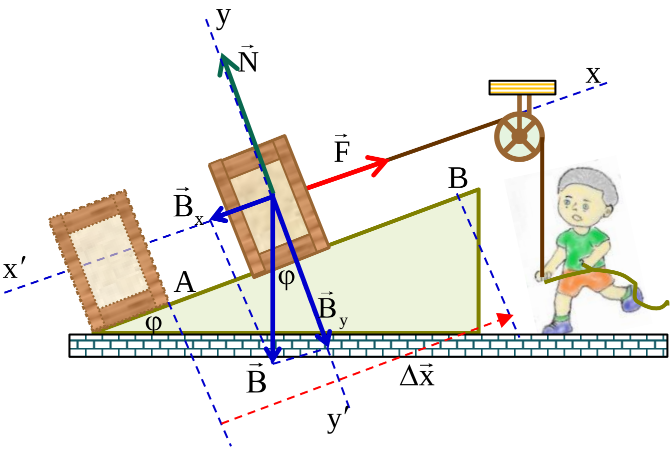
Αναλύουμε τις δυνάμεις στο άξονα κίνησης $x'x$ και στον $y'y \perp x'x$.

Στο άξονα $y'y$ υπάρχει ισορροπία $\Sigma F_y=0 \Rightarrow N=B_y=mg\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{S.I} \mathbf{N=80N}$

Στο άξονα κίνησης $x'x$, $\Sigma F_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}B_x=m\alpha \Rightarrow F=mg\eta\mu\varphi+m\alpha$ (1)

$$\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha=\frac{2\Delta x}{t^2} \xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{2\cdot m}{10^2 s^2} \Rightarrow \alpha=0{,}2m/s^2 \ (2)$$

Από (1) και (2) βρίσκουμε **F=62N**



Δ.2 $W_B = -B_x \Delta x \Rightarrow W_B = -mg\eta\mu\varphi \cdot \Delta x \xrightarrow{S.I} W_B = -10 \cdot 10.0{,}6 \cdot 10J \Rightarrow$

$\mathbf{W_B = -600J}$

Δ.3 $\upsilon = \alpha t \Rightarrow \upsilon = 0{,}2m/s^2 \cdot 10s \Rightarrow \mathbf{\upsilon = 2m/s}$

Δ.4 Στο λείο κεκλιμένο επίπεδο

$E_{\pi\rho o\sigma} = W_F = F\Delta x \Rightarrow$

$E_{\pi\rho o\sigma} = 62N \cdot 10m \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma} = 620J$.

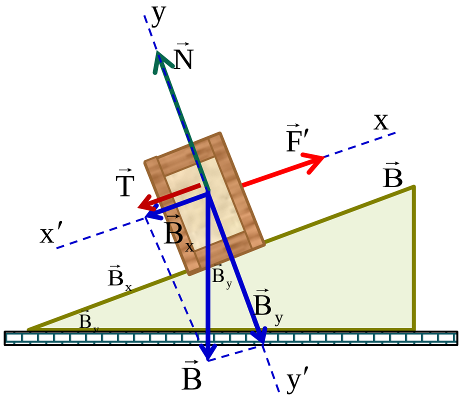
Στο κεκλιμένο επίπεδο με τριβές ,

$E'_{\pi\rho o\sigma} = E_{\pi\rho o\sigma} + \dfrac{50}{100} E_{\pi\rho o\sigma} \Rightarrow$

$E'_{\pi\rho o\sigma} = 1{,}5E_{\pi\rho o\sigma} = 930J$.

$E'_{\pi\rho o\sigma} = W_{F'} = F'\Delta x \Rightarrow F' = \dfrac{E'_{\pi\rho o\sigma}}{\Delta x} \Rightarrow$

$F' = \dfrac{930J}{10m} \Rightarrow F' = 93N$



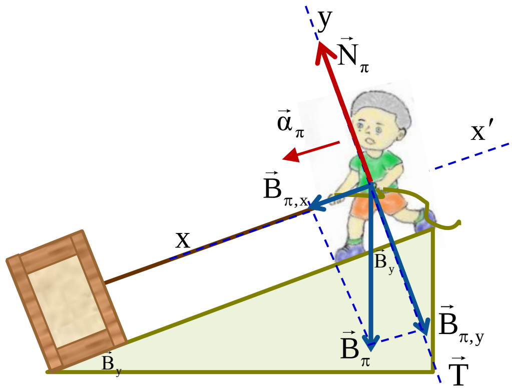
Στη κίνηση η επιτάχυνση έχει τιμή

$\Delta x = \dfrac{1}{2}\alpha' t^2 \Rightarrow \alpha' = \dfrac{2\Delta x}{t^2} \xrightarrow{S.I} \alpha' = \dfrac{2 \cdot m}{10^2 s^2} \Rightarrow \alpha' = 0{,}2m/s^2$. Το πρόβλημα απαιτεί να διανύεται το ίδιο διάστημα στον ίδιο χρόνο.

Η τριβή ολίσθησης δίνεται από την σχέση $T = \mu N = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$, οπότε από τον 2ο νόμο Newton στον άξονα κίνησης έχουμε, $\Sigma F_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F' - B_x - T = m\alpha \Rightarrow$

$F' - mg\eta\mu\varphi - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha \Rightarrow \mu = \dfrac{F' - mg\eta\mu\varphi - m\alpha}{mg\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \mathbf{\mu = 0{,}3875}$

Σχόλιο: Αρχικά το κεκλιμένο επίπεδο θεωρείται λείο, αλλά στην περίπτωση αυτή το παιδί [έστω μάζας M_π=50Kg] **δεν μπορεί να ανέβει** και να βρεθεί σε κάποιο ύψος στο κεκλιμένο επίπεδο. Ακόμη και αν βρεθεί με κάποια μηχανική βοήθεια (πχ γερανό) πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο **δεν μπορεί να ισορροπήσει** για έλξει το νήμα. Πριν καν αρχίσει να έλκει το νήμα (F=0) εξαιτίας της συνιστώσας $B_{\pi,x}=M_\pi g\eta\mu\varphi$ αποκτά επιτάχυνση $\alpha_\pi=\frac{B_{\pi,x}}{M_\pi}=\frac{M_\pi g\eta\mu\varphi}{M_\pi}$ ή



$\alpha_\pi=g\eta\mu\varphi=6m/s^2$ και **κατέρχεται πέφτοντας στο κιβώτιο** με ταχύτητα $\upsilon_\pi=\sqrt{2\alpha_\pi\Delta x}\ \Rightarrow\ \upsilon_\pi=\sqrt{2\cdot 6\cdot 10}=10{,}95m/s$

Βέβαια η άσκηση δεν ασχολείται με τη ισορροπία του παιδιού και το πρόβλημα είναι θεωρητικό …αλλά **δίνει λάθος μηνύματα** για ότι συμβαίνει στην φύση …αφού θέλει η όλη η διαδικασία να είναι η «αγαπημένη γυμναστική του Μιχάλη»!!! που **κινδυνεύει με κατάγματα**!!!

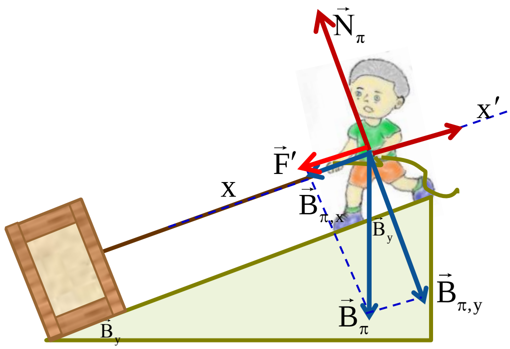
Σχόλιο: Θα μπορούσε **το παιδί να είναι στο οριζόντιο δάπεδο** και να έλκει το νήμα μέσω τροχαλίας, όπως στο πρώτο σχήμα των απαντήσεων.

Σχόλιο: Στην περίπτωση που υπάρχει τριβή για να ισορροπεί το παιδί [έστω μάζας M_π=50Kg] απαιτείται στατική τριβή $T_{\sigma\tau}=F'+M_\pi g\eta\mu\varphi$ ή $T_{\sigma\tau}=393N$

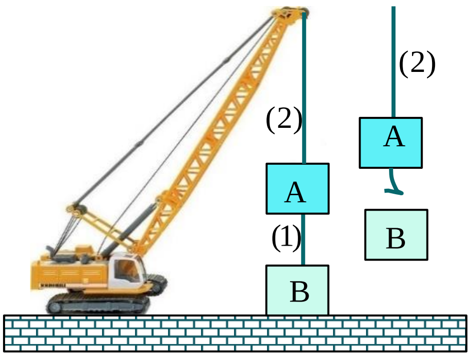
$T_{\sigma\tau}\le\mu_{\sigma\tau}M_\pi g\sigma\upsilon\nu\varphi$ ή $\mu_{\sigma\tau}\ge\frac{T_{\sigma\tau}}{M_\pi g\sigma\upsilon\nu\varphi}$

ή $\mu_{\sigma\tau}\ge 0{,}9825$!! πολύ μεγάλη τιμή

…**άρα και εδώ η ισορροπία για έλξη είναι αρκετά δύσκολη**.



73.(4-13580) Δύο σώματα A και B μάζας 3kg το κάθε ένα ενωμένα με αβαρές και άκαμπτο νήμα (1) βρίσκονται αρχικά ακίνητα με τη μάζα B να ακουμπάει στο έδαφος και το νήμα (1) να είναι τεντωμένο (αρχικό ύψος μάζας A από το έδαφος h_0=0,5m). Στην πάνω πλευρά της μάζας A υπάρχει δεμένο άκαμπτο και αβαρές νήμα (2) το οποίο είναι συνδεδεμένο (στην άλλη του άκρη) με γερανό ανύψωσης. Τη χρονική στιγμή t=0s ασκείται στη μάζα A (μέσω του νήματος) μια κατακόρυφη (προς τα πάνω) σταθερή δύναμη με μέτρο 72N. Τα σώματα αρχίζουν να ανυψώνονται κινούμενα σε κατακόρυφη διεύθυνση. Τη στιγμή που το σώμα A έχει διανύσει απόσταση Δx=16m, κόβεται το νήμα (1). Η πάνω μάζα παραμένει συνδεδεμένη με το νήμα (2) του γερανού και τη στιγμή που κόβεται το νήμα (1) έχει την ίδια ταχύτητα που είχε και πριν το κόψιμο του νήματος (1). Η μάζα B πέφτει μετά από λίγο στο έδαφος. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Το επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια είναι το επίπεδο του εδάφους. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$. Να υπολογίσετε:



Δ.1 Την επιτάχυνση με την οποία κινούνται τα σώματα πριν κοπεί το νήμα (1) .

Δ.2 Τη χρονική στιγμή που θα κοπεί το νήμα (1) και την ταχύτητα που θα έχουν τότε οι μάζες.

Δ.3 Την κινητική ενέργεια της μάζας A τη χρονική στιγμή t_2=5s.

Δ.4 Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της βαρυτικής δυναμικής ενέργεια της μάζας A, ως προς το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους, για όλη τη διάρκεια της κίνησης των 5s.

Απάντηση

Δ.1 2ος νόμος Newton για το σύστημα των δύο σωμάτων, $\Sigma\vec{F}=m_{ολ}\vec{α} \Rightarrow$

$$F\text{-}mg\text{-}F'+F'\text{-}mg=2mα \Rightarrow F\text{-}2mg=2mα \Rightarrow α=\frac{F\text{-}2mg}{2m} \xrightarrow{S.I} \mathbf{α=2m/s^2}$$

Δ.2 $Δx=\frac{1}{2}αt_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2Δx_1}{α}} \xrightarrow{S.I} t_1=\sqrt{\frac{2\cdot 16m}{2m/s^2}} \Rightarrow \mathbf{t_1=4s}$

$υ_1=α_1t_1 \xrightarrow{S.I} \mathbf{υ_1}=2\cdot 4=\mathbf{8m/s}$.

Δ.3 Για $t \geq 4s$, $\Sigma\vec{F}=m\vec{\alpha}' \Rightarrow F\text{-}mg=m\alpha'$

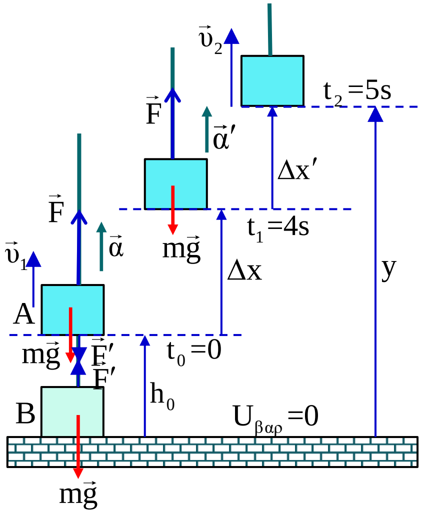
$$\Rightarrow \alpha'=\frac{F\text{-}mg}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha'=14m/s^2$$

$$\upsilon'=\upsilon_1+\alpha'(t\text{-}t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon'=8+14(t\text{-}4) \quad (S.I)$$

$$\xrightarrow{t=t_2=5s} \upsilon'=22m/s$$

$$K_A=\frac{1}{2}m\upsilon'^2 \Rightarrow K_A=\frac{1}{2}3Kg\cdot(22m/s)^2 \Rightarrow$$

$\mathbf{K_A = 726J}$



Δ.4 Η δυναμική βαρυτική ενέργεια του Α είναι $U_A=mgy$.

Για το χρονικό διάστημα από t_1=4s έως t_2=5s η μετατόπιση του Α είναι

$$\Delta x'=\upsilon_1(t_2\text{-}t_1)+\frac{1}{2}\alpha'(t_2\text{-}t_1)^2 \Rightarrow$$

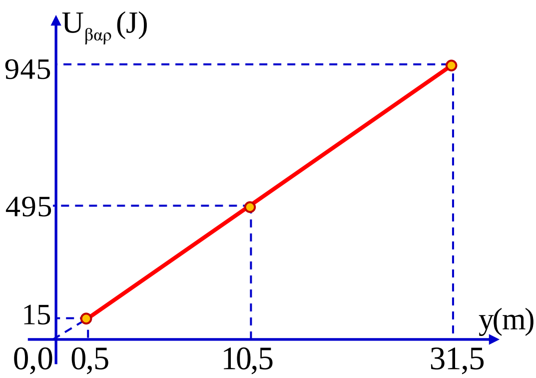
$$\Delta x'=8\cdot\frac{1}{2}14\cdot 1^2=15m$$

Για $t=t_0=0s$, $y=0{,}5m$, $U_A=15J$

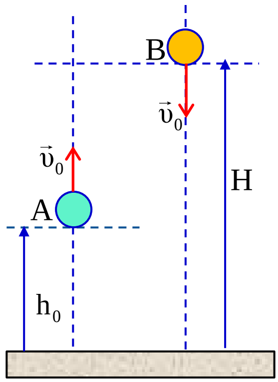
Για $t=t_1=4s$, $y=16{,}5m$, $U_A=495J$

Για $t=t_2=5s$, $y=31{,}5m$, $U_A=945J$

Η γραφική παράσταση της $U_{\beta\alpha\rho,A}=mgy$ αποδίδεται στο διάγραμμα



74.(4-13581) Σώμα Α μάζας m_A=0,5kg βάλλεται κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_0$=10m/s, από ύψος h_0=5m. Την ίδια χρονική στιγμή, από ύψος Η ίσο με το μέγιστο της τροχιάς του Α, βάλλεται κατακόρυφα προς τα κάτω σώμα Β, μάζας m_B=2kg, με αρχική ταχύτητα μέτρου επίσης $υ_0$, σε μια παράλληλη τροχιά με αυτή του Α. Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Το επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια είναι το επίπεδο του εδάφους. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$. Να υπολογίσετε:



Δ.1 Το ύψος Η (από το έδαφος) από το οποίο βάλλεται το σώμα Β.

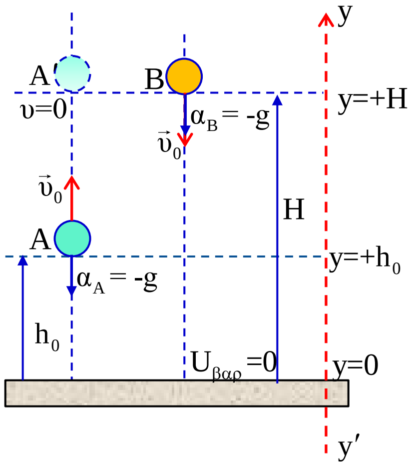
Δ.2 Τη χρονική στιγμή όπου οι αποστάσεις των δύο σωμάτων από το έδαφος θα είναι ίσες.

Δ.3. Το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο θα βρίσκεται το κάθε σώμα τη χρονική στιγμή t=0,25s.

Δ.4 Την μηχανική ενέργεια του κάθε σώματος.

Απάντηση

Δ-1 Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για το σώμα Α έχουμε



$$E_{μηχ(A')}=E_{μηχ(A)} \Rightarrow$$

$$m_A gH+0=m_A gh_0+\frac{1}{2}m_A υ_0^2 \Rightarrow H=h_0+\frac{υ_0^2}{2g}$$

$$\xrightarrow{S.I} \mathbf{H=10m}$$

Δ.2 Εξισώσεις κίνησης για το ίδιο σύστημα αναφοράς y′y ,

$$A:\ y_A=h_0+υ_0 t-\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I}$$

$$y_A=5+10t-5t^2\ (S.I)$$

$$B:\ y_B=H-υ_0 t-\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I} y_B=10-10t-5t^2\ (S.I)$$

Όταν είναι στο ίδιο ύψος από το έδαφος (y=0) έχουν ίσες συντεταγμένες $y_A=y_B$

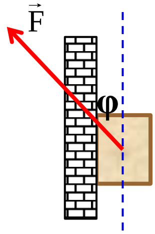
$$\Rightarrow 5+10t-5t^2=10-10t-5t^2 \Rightarrow 20t=5 \Rightarrow \mathbf{t=0,25\,s}$$

Δ.3 Τα σώματα βρισκονται στο ίδιο ύψος που υποογίζεται για t=0,25s στις παραπάνω εξισώσεις κίνησης $h=y_A=5+10\cdot 0,25-5\cdot 0,25^2 \Rightarrow \mathbf{h=7,1875m}$

Δ.4 $E_{\mu\eta\chi(A)}=\underbrace{U_A+K_A}_{\text{αρχική}} \Rightarrow E_{\mu\eta\chi(A)}=m_A g h_0+\frac{1}{2}m_A\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I} E_{\mu\eta\chi(A)}=50J$

$E_{\mu\eta\chi(B)}=\underbrace{U_B+K_B}_{\text{αρχική}} \Rightarrow E_{\mu\eta\chi(B)}=m_B g H+\frac{1}{2}m_B\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I} E_{\mu\eta\chi(B)}=300J$

75.(4-13582) Σώμα μάζας m_A=3kg ολισθαίνει σε κατακόρυφο τοίχο με τον οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής μ=1/3. Στο σώμα ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που το διάνυσμα της σχηματίζει γωνία φ με τον κατακόρυφο άξονα κίνησης (βλ. σχ.). Θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι: g = 10 m/s^2, ημφ=0,6, συνφ =0,8. Να υπολογίσετε:



Δ.1 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σώμα να κινείται προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα.

Δ.2 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ώστε το σώμα να κινείται προς τα κάτω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου 2 m/s^2.

Δ.3 Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση 5m, αν το σώμα κινείται όπως περιγράφει το ερώτημα Δ.2.

Αν το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ μηδενιζόταν,

Δ.4 τη μεταβολή της κινητικής και της μηχανικής ενέργειας του σώματος για μετατόπιση 10m.

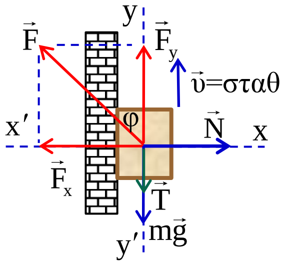
Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 υ=σταθερή, άξονας κίνησης $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$F_y\text{-}T\text{-}mg=0 \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}T\text{-}mg=0\,(1)$

Στον άξονα $x'x$ έχουμε ισορροπία , $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow$

$F_x\text{-}N=0 \Rightarrow N=F\eta\mu\varphi$ και συνεπώς η τριβή έχει τιμή $T=\mu N \Rightarrow T=\mu F\eta\mu\varphi\,(2)$

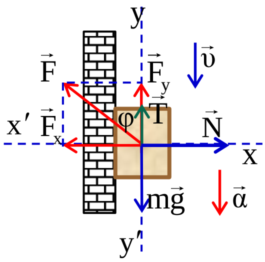


Από (1,2) $F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}\mu F\eta\mu\varphi\text{-}mg=0 \Rightarrow$

$F=\dfrac{mg}{\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}\mu\eta\mu\varphi} \xrightarrow{S.I}$ **F = 50N** .

Δ.2 Στον άξονα x′x έχουμε ισορροπία , $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_x\text{-}N=0 \Rightarrow N=F\eta\mu\varphi$ και συνεπώς η τριβή έχει τιμή $T=\mu N \Rightarrow$

$T=\mu F\eta\mu\varphi\,(3)$



Κάθοδος με σταθερή επιτάχυνση άξονας κίνησης $\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow mg\text{-}T\text{-}F_y=m\alpha \Rightarrow$

$mg\text{-}F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}T=m\alpha \xrightarrow{(3)}$

$$mg\text{-}F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}\mu F\eta\mu\varphi=m\alpha \Rightarrow F=\frac{m(g\text{-}\alpha)}{\sigma\upsilon\nu\varphi+\mu\eta\mu\varphi}$$

$\xrightarrow{S.I}$ $\mathbf{F = 24N}$

Δ.3 $W_F=\text{-}F_y\Delta y \Rightarrow W_F=\text{-}F\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta y \xrightarrow{S.I} \mathbf{W_F = \text{-}96J}$

$W_T=\text{-}T\Delta y \Rightarrow W_T=\text{-}\mu F\eta\mu\varphi\Delta y \xrightarrow{S.I} \mathbf{W_T = \text{-}24J}$

$W_B=+mg\Delta y \xrightarrow{S.I} \mathbf{W_B = 150J}$

$\Delta K=W_F+W_T+W_B \xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta K = 30J}$ **…**

και διαφορετικά …

$$\alpha=\frac{mg\text{-}F_y\text{-}T}{m} \Rightarrow \alpha=\frac{mg\text{-}F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}\mu F\eta\mu\varphi}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha=2m/s^2$$

$$\upsilon=\sqrt{2\alpha\cdot\Delta y} \xrightarrow{S.I} \upsilon=2\sqrt{5}m/s$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0 \xrightarrow{S.I} \Delta K=30J$$

Δ.4 Όταν καταργηθεί η δύναμη F έχουμε $F_x=0 \Rightarrow N=0$ οπότε και $T=\mu N=0$ και η επιτάχυνση στον άξονα y΄y είναι $\alpha=\dfrac{mg}{m}=g$ …ουσιαστικά έχουμε ελεύθερη πτώση.

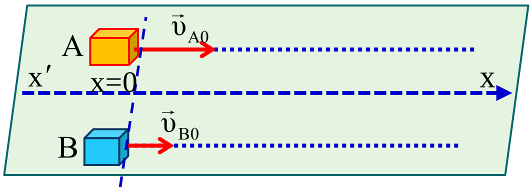
$$\upsilon=\sqrt{2\alpha\cdot\Delta y} \xrightarrow{S.I} \upsilon=\sqrt{2.10\cdot10}=10\sqrt{2}m/s$$

$$\Delta K=\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0 \xrightarrow{S.I} \Delta K=\frac{1}{2}3\cdot100=\mathbf{300J}$$

$$\Delta U=\text{-}mg\Delta y \xrightarrow{S.I} \Delta U=\text{-}3\cdot10\cdot10=\mathbf{\text{-}\,300J}$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi}=\Delta K+\Delta U \xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta E_{\mu\eta\chi} = 0}$$

76.(4-13583) Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες $m_A=2kg$ και $m_B=8kg$ ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω στο ίδιο (απείρου μήκους) επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ (θέση $x_0=0$) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο Α έχει ταχύτητα $\upsilon_{A0}=30m/s$ και ο Β έχει $\upsilon_{B0}=10m/s$. Ο Α κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_A=5m/s^2$, που έχει φορά αντίθετη από την αρχική ταχύτητα του, ενώ ο σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$, ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και σωμάτων είναι $\mu=0,4$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:



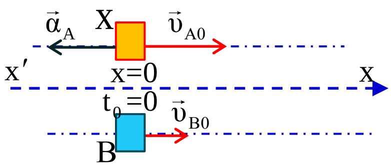
Δ.1 Το μέτρο της συνολικής δύναμης που ασκείται σε κάθε σώμα.

Δ.2 Μετά από πόσο χρονικό διάστημα θα ξαναβρεθούν τα σώματα πάλι το ένα δίπλα στο άλλο (θέση x_1);

Δ.3 Ποιες δύο χρονικές στιγμές t_1,t_2 τα σώματα θα έχουν την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα;

Δ.4 Το έργο της τριβής για το κάθε σώμα κατά το χρονικό διάστημα από t_0 έως t_2.

Απάντηση



Δ.1 Κινητό Α: $\Sigma F_A=m_A\alpha_A \Rightarrow$

$\Sigma F_A=2Kg\cdot(-5m/s^2)=-10N \Rightarrow |\Sigma F_A|=10N$

Κινητό Β: $\upsilon_B=\upsilon_{B0}$ σταθερή , άρα $\Sigma F_B=0$

Δ.2 Κινητό Α: $x_A=\upsilon_{A0}t-\frac{1}{2}|\alpha_A|t^2 \xrightarrow{S.I}$

$x_A=30t-\frac{1}{2}5t^2 \Rightarrow x_A=30t-2,5t^2$ (S.I)

Κινητό Β: $x_B=\upsilon_{A0}t \xrightarrow{S.I} x_B=10t$ (S.I)

$x_A=x_B \Rightarrow 30t-2,5t^2=10t \Rightarrow 20t-2,5t^2=0 \Rightarrow t(20-2,5t)=0 \Rightarrow$ **t=0** (αρχική θέση) και $20-2,5t=0$ ή **t=8s**

Δ.3 Κινητό Α: $\upsilon_A=\upsilon_{A0}-|\alpha_A|t \xrightarrow{S.I} \upsilon_A=30-5t$ (S.I)

Κινητό Β: $\upsilon_B=\upsilon_{B0} \xrightarrow{S.I} \upsilon_B=10m/s$ (S.I)

$\upsilon_A=\upsilon_B \Rightarrow 30-5t=10 \Rightarrow t_1=4s$ (ίδια μέτρα ταχυτήτων, ίδια φορά κίνησης)

$\upsilon_A=-\upsilon_B \Rightarrow 30-5t=-10 \Rightarrow t_2=8s$ (ίδια μέτρα ταχυτήτων, αντίθετη φορά κίνησης)

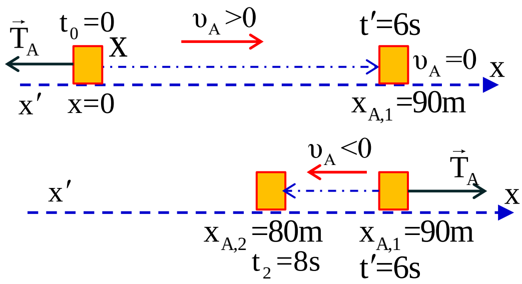
Παρατήρηση: Επειδή το Β δεν αλλάζει φορά κίνησης η σχέση $\upsilon_A=-\upsilon_B$ για $t_2=8s$ δείχνει ότι στο Α μηδενίσθηκε η ταχύτητα και άλλαξε η φορά κίνησης.
Η ταχύτητα του Α μηδενίσθηκε τη χρονική στιγμή t΄ που είναι $\upsilon_A=30-5t$ ή

$0=30-5t' \Rightarrow t'=6s$.

Εκείνη τη στιγμή που μηδενίσθηκε η ταχύτητα το κινητό Α ήταν στη θέση

$x_A=30t-2{,}5t^2 \xrightarrow{t=t'=6s} x_A=90m$

Δ.4 Κινητό Α



Τριβή $T_A=\mu N_A=\mu m_A g \xrightarrow{S.I}$

$T_A=0{,}4\cdot 2\cdot 10$ ή $T_A=8N$ (δείτε τα σχόλια για τον υπολογισμό της τριβής).

Θέσεις του κινητού: την $t_0=0$

$x_{A,0}=0$, την $t=t_2=8s$

$x_A=30t-2{,}5t^2 \xrightarrow{t=t_2=8s}$

$x_{A,2}=80m$ και τη $t'=6s$ (που $\upsilon_A=0$) $x_{A,1}=90m$

$W_{T,A}=-T_A\left|x_{A,1}-x_{A,0}\right|-T_A\left|x_{A,2}-x_{A,1}\right| \xrightarrow{S.I} W_{T,A}=-8|90-0|-8|80-90| \Rightarrow \mathbf{W_{T,A}=-800J}$

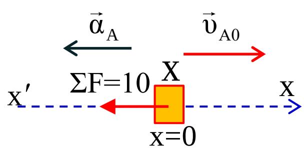
Κινητό Β

Τριβή $T_B=\mu N_B=\mu m_B g \xrightarrow{S.I} T_B=0{,}4\cdot 8\cdot 10$ ή $T_B=32N$ (δείτε τα σχόλια για τον υπολογισμό της τριβής).

Θέσεις του κινητού: την $t_0=0$ $x_{B,0}=0$, την $t=t_2=8s$ $x_B=10t \xrightarrow{t=t_2=8s} x_B=80m$

$W_{T,B}=-T_B\left|x_B-x_{B,0}\right| \xrightarrow{S.I} W_{T,B}=-32|80-0| \Rightarrow \mathbf{W_{T,B}=-2560J}$

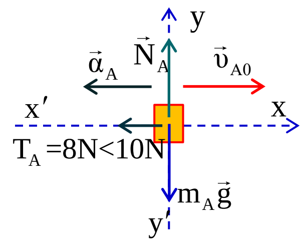
1ο Σχόλιο: Η τριβή στο σώμα Α: Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα Α – με βάση τα δεδομένα του προβλήματος – έχει αλγεβρική τιμή ΣF= mα=-10N (διεύθυνση του άξονα x΄x ,φορά αντίρροπη της κίνησης και μέτρο ΣF=10N).



Οι δυνάμεις που ασκούνται ΣΙΓΟΥΡΑ στο σώμα είναι το βάρος του $\vec{B}_A=m_A\vec{g}$, η δύναμη στήριξης $\vec{N}_A$ και η τριβή ολίσθησης $\vec{T}_A$.

Αν ασκούνταν **αυτές και μόνο αυτές οι δυνάμεις** θα είχαμε λόγω της ισορροπίας στον y΄y, $\Sigma\vec{F}_y=0$ $\Rightarrow$ $N_A=m_Ag$ και τριβή ολίσθησης $\vec{T}_A$ θα είχε μέτρο Τριβή $T_A=\mu N_A=\mu m_A g \xrightarrow{S.I}$ $T_A=0,4\cdot 2\cdot 10$ ή $T_A=8N$.

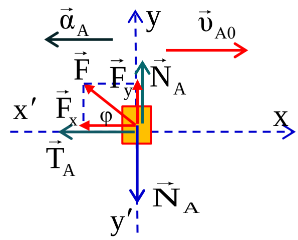
Παρατηρούμε ότι $T_A=8N\neq \Sigma F=10N$.



Άρα **υπάρχει και άλλη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο σώμα Α και για την οποία το πρόβλημα δεν δίνει καμία πληροφορία.**

Η δύναμη $\vec{F}$ μπορεί να είναι οριζόντια (…και δεν επηρεάζει το μέτρο της τριβής , T_A=8N) ή πλάγια ως προς το οριζόντιο δάπεδο (… και εδώ επηρεάζει και το μέτρο τριβής οπότε έχουμε $T_A\neq 8N$).

Γενική περίπτωση-υπόθεση: Έστω ότι η δύναμη $\vec{F}$ είναι πλάγια και σχηματίζει με το άξονα κίνησης x΄x γωνία φ, όπως στο σχήμα (και πάντα με την απαίτηση του προβλήματος το Α να έχει σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_A=5m/s^2$, με φορά αντίθετη από την αρχική ταχύτητα του).



$1^η$ φάση κίνησης $0\leq t\leq 6s$ μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας

Αναλύουμε την δύναμη $\vec{F}$ σε δύο συνιστώσες στον άξονα κίνησης x΄x και άξονα ισορροπίας y΄y, οπότε F_x=Fσυνφ και F_y=Fσυνφ.

Άξονα ισορροπίας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_A\text{-}m_Ag\text{+}F_y\text{=}0 \Rightarrow N_A\text{=}m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi$ και η τριβή έχει τιμή Τριβή $T_A=\mu N_A \Rightarrow T_A=\mu\left(m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi\right)$ (1).

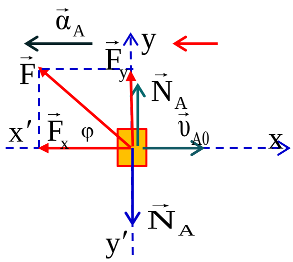
Άξονα κίνησης x΄x: Για τον άξονα κίνησης x΄x θα έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{\alpha}$ $\Rightarrow$ $\text{-}T_A\text{-}F_x\text{=}m_A(\text{-}\alpha) \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{+}T_A\text{=}m_A\alpha \xrightarrow{(1)} F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{+}\mu\left(m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi\right)\text{=}m_A\alpha \Rightarrow$

$$F=\frac{m_A\alpha\text{-}\mu m_A g}{\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}\mu\eta\mu\varphi}\ (2)$$

Παρατηρούμε ότι οι τιμές της δύναμης $\vec{F}$ και τριβής $\vec{T}_A$ εξαρτώνται από την γωνία φ ξεκινώντας από με φ=0 την γωνία που σχηματίζει η $\vec{F}$ με την αρνητική φορά του άξονα x΄x.

$2^η$ φάση κίνησης $t\geq 6s$ μετά τον μηδενισμό της ταχύτητας αντιστροφή της κίνησης

Στη φάση αυτή αντιστρέφεται η φορά της τριβής (θετική φορά) η φορά της ταχύτητας γίνεται αρνητική , αλλά αρνητική παραμένει και η φορά της επιτάχυνσης (απαίτηση του προβλήματος) …όπως φαίνεται στο σχήμα



Άξονα ισορροπίας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

$N_A\text{-}m_Ag+F_y=0 \Rightarrow N_A=m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi$ και η τριβή έχει τιμή Τριβή $T_A=\mu N_A \Rightarrow T_A=\mu\left(m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi\right)$ (3).

Άξονα κίνησης x΄x: Για τον άξονα κίνησης x΄x θα έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{\alpha} \Rightarrow$

$+T_A\text{-}F_x=m_A(\text{-}\alpha) \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi+T_A=m_A\alpha \xrightarrow{(1)} \text{-}F\sigma\upsilon\nu\varphi+\mu\left(m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi\right)=\text{-}m_A\alpha \Rightarrow$

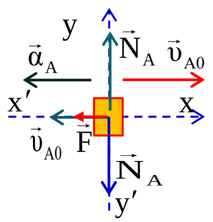
$$F=\frac{\mu m_Ag+m_A\alpha}{\sigma\upsilon\nu\varphi+\mu\eta\mu\varphi}\ (4)$$

1η περίπτωση φ=0:

1η φάση κίνησης $0\le t\le 6s$

Από την εξίσωση (2) έχουμε $F=\dfrac{m_A\alpha\text{-}\mu m_Ag}{\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}\mu\eta\mu\varphi} \xrightarrow{S.I}$

$F=\dfrac{2\cdot 5\text{-}0{,}4\cdot 2\cdot 10}{1\text{-}0{,}4\cdot 0}N \Rightarrow \mathbf{F=2N}$



Από την εξίσωση (1) έχουμε $T_A=\mu\left(m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi\right) \Rightarrow$

$T_A=0{,}4\left(2\cdot 10\text{-}2\cdot 0\right) \Rightarrow \mathbf{T_A=8N}$

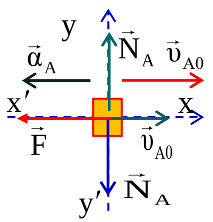
Παρατηρείστε ότι $\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{\alpha} \Rightarrow \text{-}T_A\text{-}F=m_A\alpha \Rightarrow \text{-}T_A\text{-}F=m_A\alpha \xrightarrow{S.I} \alpha=\text{-}5m/s^2$

Άρα δεκτές οι τιμές για την δύναμη και την τριβή

2η φάση κίνησης $t\ge 6s$

Από την εξίσωση (4) έχουμε $F=\dfrac{\mu m_Ag+m_A\alpha}{\sigma\upsilon\nu\varphi+\mu\eta\mu\varphi} \xrightarrow{S.I}$

$F=\dfrac{2\cdot 5+0{,}4\cdot 2\cdot 10}{1+0{,}4\cdot 0}N \Rightarrow \mathbf{F=18N}$



Από την εξίσωση (1) έχουμε $T_A=\mu\left(m_Ag\text{-}F\eta\mu\varphi\right) \Rightarrow$

$T_A=0{,}4\left(2\cdot 10\text{-}18\cdot 0\right) \Rightarrow \mathbf{T_A=8N}$

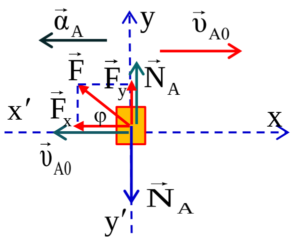
Παρατηρείστε ότι $\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T_A=m_A\alpha \Rightarrow F\text{-}T_A=m_A\alpha \xrightarrow{S.I} \alpha=\text{-}5m/s^2$

Άρα δεκτές οι τιμές για την δύναμη και την τριβή .

Σε αυτή την περίπτωση που φ=0 και μόνο σε αυτή, η τριβή έχει μέτρο T_A=8N και μόνο τότε το έργο της είναι $W_{T,A}=-800J$ στο ερώτημα Δ.4.

Τυχαία περίπτωση φ με ημφ=0,6 και συνφ=0,8:

1η φάση κίνησης $0 \le t \le 6s$



Από την εξίσωση (2) έχουμε $F=\dfrac{m_A\alpha-\mu m_A g}{\text{συνφ}-\mu\text{ημφ}}$

$$\xrightarrow{S.I} F=\frac{2\cdot 5-0{,}4\cdot 2\cdot 10}{0{,}8-0{,}4\cdot 0{,}6}N \Rightarrow F=\frac{2}{0{,}56}N \Rightarrow$$

$$F=\frac{200}{56}N \Rightarrow F=\frac{25}{7}N$$

Από την εξίσωση (1) η τριβή είναι $\xrightarrow{S.I}$

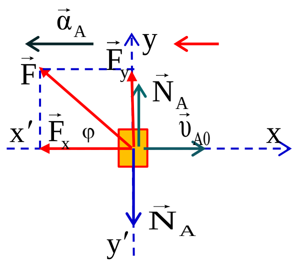
$$T_A=0{,}4\left(2\cdot 10-\frac{25}{7}0{,}6\right) \Rightarrow \mathbf{T_A=\frac{50}{7}N}$$

Παρατηρείστε ότι $\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{\alpha} \Rightarrow -T_A-F_x=m_A\alpha \Rightarrow -T_A-F\text{συνφ}=m_A\alpha \xrightarrow{S.I}$

$$-\frac{50}{7}-\frac{25}{7}0{,}8=2\alpha \Rightarrow \alpha=-5m/s^2$$

Άρα δεκτές οι τιμές για την δύναμη και την τριβή

2η φάση κίνησης $t \ge 6s$



Από την εξίσωση (4) έχουμε $F=\dfrac{\mu m_A g+m_A\alpha}{\text{συνφ}+\mu\text{ημφ}} \xrightarrow{S.I}$

$$F=\frac{2\cdot 5+0{,}4\cdot 2\cdot 10}{0{,}8+0{,}4\cdot 0{,}6}N \Rightarrow F=\frac{18}{1{,}04}N \Rightarrow F=\frac{1800}{104}N$$

$$\Rightarrow F=\frac{225}{13}N$$

Από την εξίσωση (1) έχουμε $T'_A=\mu(m_A g-F\text{ημφ}) \Rightarrow$

$$T'_A=0{,}4\left(2\cdot 10-\frac{225}{13}\cdot 0{,}6\right) \Rightarrow T'_A=0{,}4\left(20-\frac{135}{13}\right) \Rightarrow \mathbf{T'_A=\frac{50}{13}N}$$

Παρατηρείστε ότι $\Sigma\vec{F}_x=m_A\vec{\alpha} \Rightarrow -F\text{συνφ}+T'_A=m_A\alpha \xrightarrow{S.I} -\dfrac{225}{13}0{,}8+\dfrac{50}{13}=m_A\alpha$

$$\Rightarrow \alpha=-5m/s^2$$

Άρα δεκτές οι τιμές για την δύναμη και την τριβή

Τώρα το έργο της τριβής είναι $W_{T,A}=-T_A\left|x_{A,1}-x_{A,0}\right|-T'_A\left|x_{A,2}-x_{A,1}\right| \xrightarrow{S.I}$

$$W_{T,A}=-\frac{50}{7}\left|90-0\right|-\frac{50}{13}\left|80-90\right| \Rightarrow \mathbf{W_{T,A}=-681,318J}$$

Από την ανωτέρω μελέτη προκύπτει ότι:

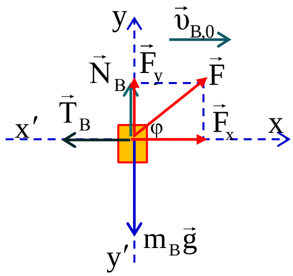
- για να υπάρχει συνεχώς επιτάχυνση αλγεβρικής τιμής α=-5m/s^2 απαιτείται πρόσθετη δύναμη $\vec{F}$ που δίνεται από τις εξισώσεις της γενικής μελέτης.
- οι εξισώσεις της γενικής μελέτης δίνουν επιτάχυνση αλγεβρικής τιμής α=-5m/s^2 για $-90^0<\varphi<+90^0$
- για $\varphi=\pm90^0$ δεν υπάρχει λύση στο πρόβλημα διότι μετά τον μηδενισμό της ταχύτητας δεν υπάρχει συνιστώσα F_x ώστε να ξεκινήσει και πάλι το σώμα από την μηδενική του ταχύτητα. Δηλαδή δεν μπορεί να υπάρξει η 2^η φάση της κίνησης

Συμπερασματικά η άσκηση για το σώμα Α έπρεπε να δίνει ότι,

- μετά τον μηδενισμό της ταχύτητας αντιστρέφεται η φορά κίνησης,
- για την ανωτέρω κίνηση υπάρχει πρόσθετη δύναμη $\vec{F}$ της οποίας να προσδιορίζει την κατεύθυνση,
- για δεδομένα της Α΄ Λυκείου έπρεπε να δίνεται η πιο απλή περίπτωση που η δύναμη είναι οριζόντια.

2^ο Σχόλιο: Η τριβή στο σώμα Β

Το σώμα Β κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα υπάρχει σίγουρα πρόσθετη δύναμη $\vec{F}$ ώστε $\Sigma\vec{F}_x=0$ και $\Sigma\vec{F}_y=0$. Για την δύναμη **δεν δίνεται καμία πληροφορία για την διεύθυνσή της, η οποία δεν είναι κατ' ανάγκη οριζόντια -όπως εννοείται στην προτεινόμενη λύση από ΙΕΠ/Τράπεζα θεμάτων.**



Έστω ότι η πρόσθετη δύναμη $\vec{F}$ σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα κίνησης γωνία φ, όπως στο σχήμα. Αφού η ταχύτητα παραμένει σταθερή έχουμε:

$\Sigma F_y=0 \Rightarrow N_B+F_y-m_Bg=0 \Rightarrow N_B=m_Bg-F\eta\mu\varphi$ και

$T_B=\mu N_B \Rightarrow T_B=\mu(m_Bg-F\eta\mu\varphi)$ (1).

$\Sigma F_x=0 \Rightarrow F_x-T_B=0 \xrightarrow{(1)}$

$F\sigma\upsilon\nu\varphi=\mu(m_Bg-F\eta\mu\varphi) \Rightarrow F(\sigma\upsilon\nu\varphi+\mu\eta\mu\varphi)=\mu m_Bg \Rightarrow$

$$F=\frac{\mu m_Bg}{\sigma\upsilon\nu\varphi+\mu\eta\mu\varphi} \quad (2)$$

Έτσι η τριβή έχει τιμή $T_B = F_x \Rightarrow T_B = F\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{(2)} T_B = \mu m_B g \dfrac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\varphi + \mu\eta\mu\varphi}$ (3) .

Παρατηρούμε ότι η τριβή εξαρτάται και από την γωνία φ που σχηματίζει η δύναμη $\vec{F}$ με τον οριζόντιο άξονα κίνησης.

1η περίπτωση φ=0:

Αν $\varphi=0 \xrightarrow{(3)} T_B = \mu m_B g \xrightarrow{(S.I)} T_B = 32N$.

Σε αυτή και μόνο σε αυτή την περίπτωση έχουμε $T_B = 32N$ και το έργο της τριβής είναι $W_{T,B} = -T_B |x_B - x_{B,0}| \xrightarrow{S.I} W_{T,B} = -32|80-0| \Rightarrow W_{T,B} = -2560J$

Τυχαία περίπτωση φ=45⁰:

Αν $\varphi = 45^0 \xrightarrow{(3)} T_B = \mu m_B g \dfrac{\sigma\upsilon\nu 45^0}{\sigma\upsilon\nu 45^0 + \mu\eta\mu 45^0} \xrightarrow{(S.I)} T_B = 32\dfrac{1}{1,4} N$ ή $T_B = \dfrac{160}{7} N$.

Σε αυτή την περίπτωση έ το έργο της τριβής είναι $W_{T,B} = -T_B |x_B - x_{B,0}| \xrightarrow{S.I}$

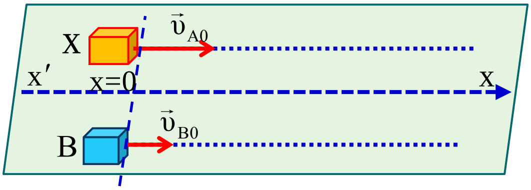
$$W_{T,B} = -\frac{160}{7}|80-0| \Rightarrow W_{T,B} = -1828{,}57J$$

Από την ανωτέρω μελέτη προκύπτει ότι:

- Η σταθερή ταχύτητα σώματος σε οριζόντιο δάπεδο δεν επιτυγχάνεται μόνο με οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ αντίθετη της τριβής, αλλά και από δύναμη $\vec{F}$ που σχηματίζει γωνία φ με το άξονα κίνησης.
- **Συμπερασματικά η άσκηση για το σώμα Β έπρεπε να δίνει ότι,**

- για την ανωτέρω κίνηση υπάρχει πρόσθετη δύναμη $\vec{F}$ της οποίας να προσδιορίζει την κατεύθυνση,
- για δεδομένα της Α΄ Λυκείου έπρεπε να δίνεται η πιο απλή περίπτωση που η δύναμη είναι οριζόντια.

77.(4-13584) Δύο κύβοι από διαφορετικά υλικά και με μάζες m_A=2kg και m_B=4kg ολισθαίνουν προς την ίδια κατεύθυνση, κινούμενοι παράλληλα, πάνω σε ένα απείρου μήκους επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_0=0s (θέση x_0=0) βρίσκονται ο ένας δίπλα στον άλλο. Ο κύβος Α έχει ταχύτητα $υ_{A0}$ =20m/s και ο Β έχει ταχύτητα $υ_{B0}$=10m/s. Και στους δύο ασκούνται κατάλληλες σταθερές δυνάμεις F_1 και F_2 προς τη φορά της κίνησης τους, με αποτέλεσμα και οι δύο να κινούνται με σταθερή ταχύτητα. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g =10 m/s^2, ο συντελεστής τριβής μεταξύ δαπέδου και κύβων είναι $μ_A$=0,4 και $μ_B$=0,1 αντίστοιχα, η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:



Δ.1 Τις δυνάμεις F_1 και F_2 που ασκούνται στους δύο κύβους. Την χρονική στιγμή t_0=0s παύουν να ασκούνται οι δυνάμεις F_1 και F_2.

Δ.2 Διερευνήστε αν οι δύο κύβοι σε κάποια επόμενη χρονική στιγμή θα έχουν ίσες ταχύτητες. Αν ναι σε ποια; αν όχι αιτιολογήστε την απάντηση σας.

Δ.3 Ποιο το έργο της τριβής ολίσθησης για κάθε κύβο μέχρι τη χρονική στιγμή που έχουν ίσες ταχύτητες;

Μελετήστε τώρα την περίπτωση όπου τη χρονική στιγμή t_0=0s οι κύβοι δέχονται δυνάμεις F_1=8N και F_2=4N που έχουν κατεύθυνση αντίθετη από την αρχική ταχύτητα των κύβων. Οι δυνάμεις αυτές παραμένουν σταθερές για όλο το διάστημα της κίνησης των κύβων.

Δ.4 Υπάρχουν χρονικές στιγμές κατά τις οποίες οι κύβοι θα ξαναβρεθούν ο ένας δίπλα στον άλλο; Αν ναι ποιες είναι αυτές, αν όχι γιατί;

Απάντηση

Δ.1 Μέχρι την χρονική στιγμή t_0=0 ,

κύβος Α, $ΣF_x=0 \Rightarrow F_1-T_A=0 \Rightarrow F_1=T_A=μ_A N_A=μ_A m_A g \xrightarrow{(S.I)} F_1=8N$

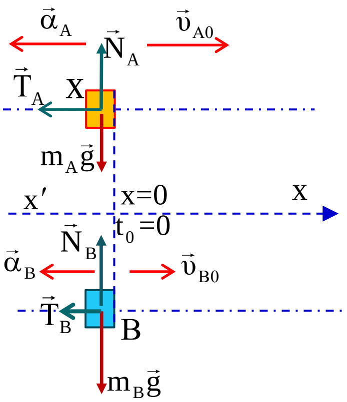
κύβος Β, $ΣF_x=0 \Rightarrow F_2-T_B=0 \Rightarrow F_2=T_B=μ_B N_B=μ_B m_B g \xrightarrow{(S.I)} F_2=4N$

Δ.2 Αμέσως μετά την χρονική στιγμή t_0=0 ,

κύβος Α, $\vec{α}_A=\dfrac{Σ\vec{F}_{A,x}}{m_A} \Rightarrow α_A=\dfrac{-T_A}{m_A} \Rightarrow α_A=\dfrac{-μ_A m_A g}{m_A} \Rightarrow α_A=-μ_A g \xrightarrow{(S.I)}$

$α_A=-4m/s^2$

Εξίσωση ταχύτητας $υ_A=υ_{A0}+α_A t \xrightarrow{(S.I)} υ_A=20-4t$ (S.I)



κύβος Β, $\vec{\alpha}_B = \dfrac{\Sigma\vec{F}_{B,x}}{m_B} \Rightarrow \alpha_B = \dfrac{-T_B}{m_B} \Rightarrow$

$\alpha_B = \dfrac{-\mu_B m_B g}{m_B} \Rightarrow \alpha_B = -\mu_B g \xrightarrow{(S.I)}$

$\alpha_B = -1 m/s^2$

Εξίσωση ταχύτητας $\upsilon_B = \upsilon_{B0} + \alpha_B t \xrightarrow{(S.I)}$

$\upsilon_B = 10 - 1t$ (S.I

Οι ταχύτητες γίνονται ίσες $\upsilon_A = \upsilon_B \Rightarrow$

$20-4t = 10-1t \Rightarrow t = \dfrac{10}{3}s$ και έχουν μέτρο

$\upsilon = 20 - 4\dfrac{10}{3} \Rightarrow \upsilon = \dfrac{20}{3}\dfrac{m}{s^2}$

Δ.3 $W_{T,A} = \Delta K_A = \dfrac{1}{2}m_A\upsilon^2 - \dfrac{1}{2}m_A\upsilon_{A0}^2 \xrightarrow{(S.I)} W_{T,A} = -\dfrac{3200}{9}J$

$W_{T,B} = \Delta K_B = \dfrac{1}{2}m_B\upsilon^2 - \dfrac{1}{2}m_B\upsilon_{B0}^2 \xrightarrow{(S.I)} W_{T,B} = -\dfrac{1000}{9}J$

Δ.4 Κύβος Α:

Επιβράδυνση: $\vec{\alpha}_A = \dfrac{\Sigma\vec{F}_{A,x}}{m_A} \Rightarrow \alpha_A = \dfrac{-T_A - F_1}{m_A} \xrightarrow{(S.I)} \alpha_A = -8m/s^2$

Εξίσωση ταχύτητας $\upsilon_A = \upsilon_{A0} + \alpha_A t \xrightarrow{(S.I)} \upsilon_A = 20-8t$ (S.I)

Εξίσωση θέσης: $x_A = \upsilon_{A0}t + \dfrac{1}{2}\alpha_A t^2 \xrightarrow{(S.I)} x_A = 20t - 4t^2$

Ο κύβος Α σταματάει τη χρονική στιγμή t_1 … $\upsilon_A = 20-8t \Rightarrow 0 = 20 - 8t_1 \Rightarrow t_1 = 2,5s$

Κύβος Β:

Επιβράδυνση: $\vec{\alpha}_B = \dfrac{\Sigma\vec{F}_{B,x}}{m_B} \Rightarrow \alpha_B = \dfrac{-T_A - F_1}{m_B} \xrightarrow{(S.I)} \alpha_B = -2m/s^2$

Εξίσωση ταχύτητας $\upsilon_B = \upsilon_{B0} + \alpha_B t \xrightarrow{(S.I)} \upsilon_B = 10-2t$ (S.I)

Εξίσωση θέσης: $x_B = \upsilon_{B0}t + \dfrac{1}{2}\alpha_B t^2 \xrightarrow{(S.I)} x_B = 10t - 1t^2$

Ο κύβος Β σταματάει τη χρονική στιγμή t_2 … $\upsilon_B = 10-2t \Rightarrow 0 = 10 - 2t_2 \Rightarrow t_2 = 5s$

Έστω ότι οι κύβοι είναι στην ίδια θέση την χρονική στιγμή t, οπότε θα ισχύει $x_A = x_B$

$\Rightarrow 20t - 4t^2 = 10t - 1t^2 \Rightarrow 3t^2 - 10t = 0 \Rightarrow t(3t-10) = 0$ … t=0 (αρχική θέση) και

$t=\frac{10}{3}s=3,33s$ που όμως απορρίπτεται γιατί ο κύβος Α σταματάει την σε προγενέστερη χρονική στιγμή $t_1=2,5s<3,33s$.

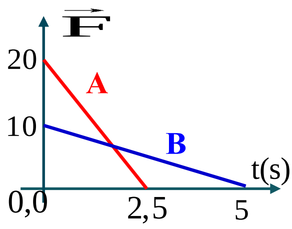
Άρα οι κύβοι **την ίδια χρονική και για όσο χρόνο κινούνται** δεν ξαναβρίσκονται στην ίδια θέση.

Η μόνη περίπτωση να είναι στην ίδια θέση είναι να εξετάσουμε αν σταματούν στην ίδια θέση – έστω και αν εκεί σταματούν σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Κάνουμε το διάγραμμα υ(t) των ταχυτήτων για όλη την διάρκεια της κίνησης από όπου βρίσκουμε τη συνολική μετατόπιση για κάθε κινητό.

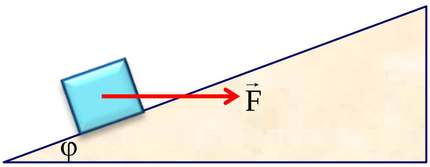
$$\Delta x_A=\frac{1}{2}2,5s\cdot 20\frac{m}{s}\Rightarrow \Delta x_A=25m$$

$$\Delta x_B=\frac{1}{2}5s\cdot 10\frac{m}{s}\Rightarrow \Delta x_B=25m$$



Επειδή οι μετατοπίσεις μετράνε από τη ίδια θέση $x_0=0$ οι δύο κύβοι σταματούν στη ίδια θέση $x_A=x_B=25m$ …που είναι και η μόνη θέση που βρίσκονται και πάλι ο ένας δίπλα στον άλλο έστω και σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Εκεί ο Α βρίσκεται για $t\geq 2,5s$ και ο Β για $t\geq 2,5s$, **οπότε και οι δύο μαζί θα είναι για $t\geq 5s$**.

78.(4-13585) Σώμα ολισθαίνει υπό την επίδραση σταθερής δύναμης μέτρου F=20N από τη βάση προς την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου, που σχηματίζει γωνία κλίσης φ με τον ορίζοντα. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος με το επίπεδο είναι μ=0,25 το κεκλιμένο επίπεδο έχει συνολικό μήκος 40m και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Δίνονται: g=10m/s2, ημφ=0,6 και συνφ=0,8.



Δ.1 Αν το σώμα ολισθαίνει σε όλη τη διαδρομή προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα 16m/s, υπολογίστε τη μάζα του σώματος.

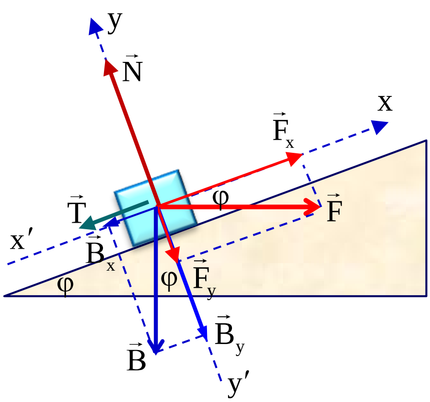
Δ.2 Ποιο το έργο του βάρους για τη διαδρομή των πρώτων 2m που διανύει το σώμα;

Δ.3 Όταν το σώμα απέχει 16m από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$. Γνωρίζουμε ότι η οριακή στατική τριβή που ασκεί το επίπεδο στο σώμα είναι $T_{ορ}$=7N. Να βρείτε πόσο χρονικό διάστημα, από τη στιγμή που παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, θα χρειαστεί το σώμα για να ξαναφτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δ.4 Ποιο το έργο της τριβής για όλη τη διαδρομή του σώματος από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου μέχρι να επανέλθει στη θέση εκκίνησης.

Απάντηση

Δ.1 Αρχικά άνοδος με σταθερή ταχύτητα ,



$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow \text{N-F}_y\text{-B}_y = 0 \Rightarrow$$

$$\text{N=Fημφ+mgσυνφ} \;\; \text{και} \;\; \text{T=μN} \Rightarrow$$

$$\text{T=μ}\left(\text{Fημφ+mgσυνφ}\right) \;\; (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow \text{F}_x\text{-B}_x\text{-T} = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Fσυνφ-mgημφ-T=0} \xrightarrow{(1)}$$

$$\text{Fσυνφ-mgημφ-μ}\left(\text{Fημφ+mgσυνφ}\right)\text{=0} \Rightarrow$$

$$\text{Fσυνφ-μFημφ=mgημφ+μmgσυνφ} \Rightarrow$$

$$\text{m=}\frac{\text{F(συνφ-μημφ)}}{\text{g(ημφ+μgσυνφ)}} \xrightarrow{(S.I)}$$

$$\mathbf{m = 1{,}625Kg}$$

Δ.2 $W_B = -B_x \Delta x \Rightarrow W_B = -\text{mgσυνφ} \cdot \Delta x \xrightarrow{(S.I)} \mathbf{W_B = -19{,}5J}$

Δ.3 Μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη …

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B_y=0 \Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και

$T'=\mu N \Rightarrow T'=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (2)

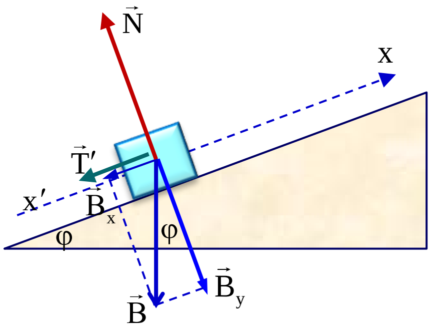
$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}' \Rightarrow -B_x\text{-}T'=m\alpha \xrightarrow{(2)}$

$-mg\eta\mu\varphi\text{-}\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=m\alpha \Rightarrow$

$\alpha=-g(\eta\mu\varphi+\mu\sigma\upsilon\nu\varphi) \xrightarrow{(S.I)} \alpha=-8m/s^2$

Εξίσωση ταχύτητας, $\upsilon=\upsilon_0+\alpha(t\text{-}t_0)$

$\xrightarrow{(S.I)} \upsilon=16\text{-}8(t\text{-}0)$ ή $\upsilon=16\text{-}8t$ (S.I)



Η ταχύτητα μηδενίζεται $\upsilon=0$ τη χρονική στιγμή $t=t_1$, οπότε $0=16\text{-}8t_1 \Rightarrow t_1=2s$.

και αφού το σώμα έχει μετατοπισθεί κατά από την θέση μηδενισμού της δύναμης κατά $\Delta x=\upsilon_0 t_1+\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{(S.I)} \Delta x=16\cdot 2\text{-}\frac{1}{2}8\cdot 2^2 \Rightarrow \Delta x=16m$.

Τελικά η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται σε απόσταση L=32m από την αρχή του κεκλιμένου επιπέδου.

Μόλις η ταχύτητα μηδενίζεται, η τριβή γίνεται στατική με $T_{\sigma\tau,max}=7N$ αλλά επειδή η συνιστώσα $\vec{B}_x$ δύναμη που τείνει να κινήσει το σώμα έχει μέτρο $B_x=mg\eta\mu\varphi$ $\xrightarrow{(S.I)} B_x=9{,}75N>T_{\sigma\tau,\ max}$ το σώμα κατέρχεται με επιταχυνόμενη κίνηση και η τριβή γίνεται ολίσθησης με τιμή $T'=\mu N=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$.

Η επιτάχυνση υπολογίζεται από την σχέση $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}' \Rightarrow B_x\text{-}T'=m\alpha' \Rightarrow$ $mg\eta\mu\varphi\text{-}\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=m\alpha' \Rightarrow \alpha'=g(\eta\mu\varphi\text{-}\mu\sigma\upsilon\nu\varphi) \xrightarrow{(S.I)} \alpha'=4m/s^2$.

Ο χρόνος καθόδου t_2 υπολογίζεται από την σχέση $L=\frac{1}{2}\alpha' t_2^2 \Rightarrow t_2=\sqrt{\frac{2L}{\alpha'}} \xrightarrow{(S.I)}$ $t_2=4s$.Άρα ο ολικός χρόνος από την στιγμή μηδενισμού της ταχύτητας μέχρι το σώμα να επανέλθει στη βάση είναι $t_{o\lambda}=t_1+t_2$ ή $\mathbf{t_{o\lambda}=6s}$

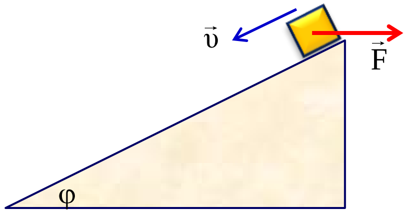
Δ.4 Για όσο χρόνο υπάρχει η δύναμη F το μέτρο της τριβής είναι $T=\mu\left(F\eta\mu\varphi+mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right) \xrightarrow{(S.I)} T=6{,}25N$.

Μετά κατάργηση της δύναμης F το μέτρο της τριβής είναι $T'=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{(S.I)}$ $T'=3{,}25N$.

$W_{o\lambda,\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma}=W_T+W_{T'} \Rightarrow W_{o\lambda,\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma}=-T\Delta x_1\text{-}T'(\Delta x+L) \xrightarrow{(S.I)}$

$W_{o\lambda,\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma}=-6{,}25\cdot 16\text{-}3{,}25\cdot(16+32) \Rightarrow \mathbf{W_{o\lambda,\tau\rho\iota\beta\acute{\eta}\varsigma}=-256J}$

79.(4-13586) Σώμα μάζας m=10kg εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα και ολισθαίνει υπό την επίδραση σταθερής δύναμης F, μέτρου 20N από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου προς τη βάση του. Το κεκλιμένο επίπεδο σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο δάπεδο. Η δύναμη $\vec{F}$ έχει οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ επιπέδου και σώματος είναι μ, η πλάγια επιφάνειά του έχει συνολικό μήκος 30m και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.



Δίνονται: $g=10m/s^2$, ημφ=0,6 και συνφ=0,8, συν(180–φ)= – 0,8.

Δ.1 Αν το σώμα γλιστράει προς τα κάτω με σταθερή ταχύτητα 10m/s, υπολογίστε το συντελεστή τριβής μεταξύ επιπέδου και σώματος με στρογγυλοποίηση στο πρώτο δεκαδικό ψηφίο.

Δ.2 Στη μέση της διαδρομής του σώματος το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ γίνεται 25N. Υπολογίστε τα χαρακτηριστικά της κίνησης του σώματος από εκείνο το σημείο και μετά.

Δ.3 Υπολογίστε το έργο του βάρους και της δύναμης $\vec{F}$ για όλο το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Δ.4 Ποια θα είναι η κινητική ενέργεια του σώματος όταν φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου;

Απάντηση

Δ.1 Αρχικά κάθοδος με σταθερή ταχύτητα , $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}F_y\text{-}B_y=0 \Rightarrow$

$N=F\eta\mu\varphi+mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και $T=\mu N \Rightarrow$

$T=\mu\left(F\eta\mu\varphi+mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right)$ (1)

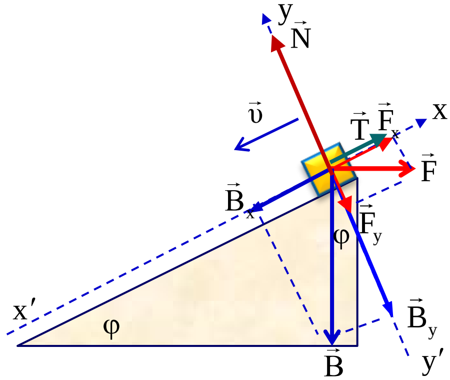
$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow B_x\text{-}F_x\text{-}T=0 \Rightarrow$

$mg\eta\mu\varphi - F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}T=0 \xrightarrow{(1)}$

$mg\eta\mu\varphi - F\sigma\upsilon\nu\varphi=\mu\left(F\eta\mu\varphi+mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right)$

$\Rightarrow \mu=\dfrac{mg\eta\mu\varphi\text{-}F\sigma\upsilon\nu\varphi}{F\eta\mu\varphi+mg\sigma\upsilon\nu\varphi} \xrightarrow{(S.I)}$

$\mu=0,478 \Rightarrow \boldsymbol{\mu \simeq 0,5}$



Δ.2 Τώρα και η τριβή μεγαλώνει και αποκτά μέτρο $T'=\mu(F'\etaμφ+mgσυνφ)$ $\xrightarrow{(S.I)}$ $T'=0{,}5(25\cdot 0{,}6+10\cdot 10\cdot 0{,}8) \Rightarrow T'=47{,}5N$ και το σώμα αποκτά επιβράδυνση $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{a} \Rightarrow B_x\text{-}T'=m\alpha \Rightarrow mg\etaμφ\text{-}T'=m\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{mg\etaμφ\text{-}T'}{m} \xrightarrow{(S.I)}$ $\boldsymbol{\alpha=-0{,}75m/s^2}$ **…κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη.**

Δ.3 $W_B=B_x\Delta x \Rightarrow W_B=mgσυνφ\cdot\Delta x \xrightarrow{\Delta x=L=32m} \boldsymbol{W_B=1800J}$

$$W_F=\text{-}F_x\Delta x_1\text{-}F'_x\Delta x_2 \Rightarrow W_F=\text{-}Fσυνφ\frac{L}{2}\text{-}F'συνφ\frac{L}{2} \Rightarrow W_F=\text{-}(F+F')συνφ\frac{L}{2} \xrightarrow{(S.I)}$$

$$W_F=\text{-}(20+25)0{,}8\frac{30}{2}J \Rightarrow \boldsymbol{W_F=-540J}$$

Δ.4 Η τριβή στην 1η φάση της κίνησης έχει μέτρο $T=\mu(F\etaμφ+mgσυνφ) \xrightarrow{(S.I)}$ $T'=0{,}5(20\cdot 0{,}6+10\cdot 10\cdot 0{,}8) \Rightarrow T=46N$ και στην 2η φάση $T'=47{,}5N$.

Το έργο της τριβής σε όλη την διάρκεια της κίνησης είναι $W_T=\text{-}T\Delta x_1\text{-}T'\Delta x_2 \Rightarrow$

$$W_T=\text{-}T\frac{L}{2}\text{-}T'\frac{L}{2} \Rightarrow W_T=\text{-}\frac{(T+T')L}{2} \xrightarrow{(S.I)} W_T=\text{-}\frac{(96+97{,}5)32}{2}J \Rightarrow W_T=\text{-}1402{,}5J$$

Από το ΘΜΚΕ για όλη τη διάρκεια της κίνηση έχουμε $\Delta K=W_B+W_F+W_T \Rightarrow$

$$K_{τελ}\text{-}K_{αρχ}=W_B+W_F+W_T \Rightarrow K_{τελ}=\frac{1}{2}m\upsilon^2+W_B+W_F+W_T \xrightarrow{(S.I)}$$

$$K_{τελ}=\frac{1}{2}10\cdot 10^2+1880\text{-}450\text{-}1402{,}5 \Rightarrow \boldsymbol{K_{τελ}=357{,}5J}$$

80.(4-13587) Σώμα μάζας m=10kg εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή t=0s με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0=10m/s από θέση Ο οριζοντίου δαπέδου. Το σώμα ολισθαίνει, ενώ δέχεται οριζόντια δύναμη F=50N με κατεύθυνση ίδια με την αρχική του ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή t_A=10s το σώμα βρίσκεται στη θέση Α και έχει πλέον αποκτήσει ταχύτητα μέτρου 30m/s. Δίνεται: g=10m/s^2 και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

Δ.1 Ασκείται στο σώμα τριβή κατά τη διάρκεια της κίνησής του; Αν ναι, να υπολογίσετε το μέτρο της, αν όχι να αιτιολογήσετε την απάντηση σας.

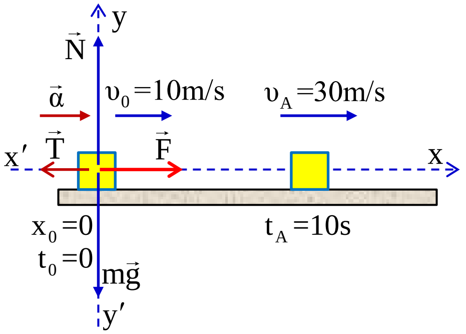
Δ.2 Σε ποια θέση, έστω Β, βρίσκεται το σώμα όταν κινείται με ταχύτητα διπλάσια σε μέτρο από την αρχική;

Δ.3 Αν, μετά τη χρονική στιγμή t_A=10s, το σώμα συνεχίζει την ολίσθηση του σε διαφορετικό δάπεδο με το οποίο έχει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,6, σε ποια θέση θα ακινητοποιηθεί;

Δ.4 Σχεδιάστε το διάγραμμα του μέτρου της ταχύτητας του σώματος ως προς το χρόνο για όλο το διάστημα της κίνησής του.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα κινείται με επιτάχυνση $\alpha=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha=\frac{\upsilon_A-\upsilon_0}{t_A-t_0} \xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{30-10}{10-0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha=2m/s^2$. Αν στο άξονα κίνησης ασκούνταν μόνο η δύναμη $\vec{F}$ και τριβή η επιτάχυνση θα είχε τιμή $\alpha'=\frac{F}{m} \Rightarrow \alpha'=\frac{50N}{10Kg} \Rightarrow$ $\alpha'=5m/s^2$, μεγαλύτερη από την πραγματική τιμή της επιτάχυνσης…άρα η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης είναι μικρότερη της F λόγω ύπαρξης της τριβής. Αν η τριβή έχει σταθερή τιμή αυτή θα έχει μέτρο $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha \Rightarrow T=F\text{-}m\alpha \xrightarrow{S.I}$ **T = 30N**

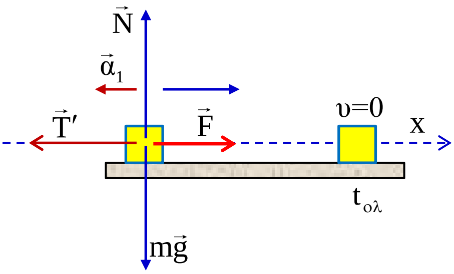


Δ.2 $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=10+2t\ (S.I) \xrightarrow{\upsilon=2\upsilon_0=20m/s} 20=10+2t_B \Rightarrow t_B=5s$

Εξίσωση θέσης κινητού $x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} x=10t+1t^2\ (S.I)$.

Η θέση που η ταχύτητα διπλασιάζεται είναι $x_B=10t_B+1t_B^2 \Rightarrow x_B=10\cdot 5+5^2 \Rightarrow$ $\mathbf{x_B = 75m}$

Δ.3 Μετά την t_A=10s η τριβή έχει μέτρο $T'=\mu mg \xrightarrow{S.I} T'=60N$ και το σώμα επιβραδύνεται με $\alpha_1=\frac{F\text{-}T}{m}$ $\xrightarrow{S.I} \alpha_1=\frac{50\text{-}60}{10}\frac{N}{Kg} \Rightarrow \alpha_1=-1m/s^2$ και έχει χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_A+\alpha_1(t\text{-}t_A) \xrightarrow{S.I} \upsilon=30\text{-}1(t\text{-}10)$ $\xrightarrow{\upsilon=0} 0=30\text{-}1(t_{o\lambda}\text{-}10) \Rightarrow t_{o\lambda}=40s$.



Η συνολική μετατόπιση και η θέση του κινητού βρίσκεται πιο εύκολα αν σχεδιασθεί το διάγραμμα υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης.

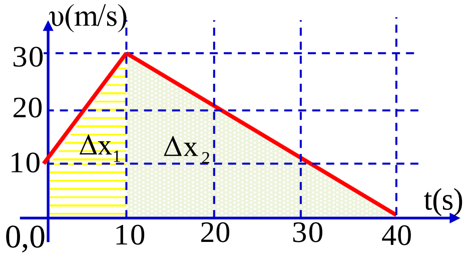
Η συνολική μετατόπιση ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της υ(t)

$\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \xrightarrow{S.I}$

$\Delta x_{ολ}=\frac{10+30}{2}\cdot 10+\frac{1}{2}(40\text{-}10)\cdot 30 \Rightarrow$

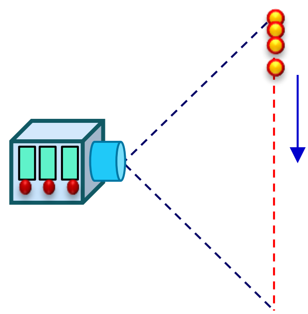
$\Delta x_{ολ}=650m$

Άρα το κινητό σταματάει στη θέση x=650m



Δ.4 Το διάγραμμα υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης. σχεδιάσθηκε για τις ανάγκες του προηγούμενου ερωτήματος.

81.(4-13588) Πειραματική διάταξη περιλαμβάνει μια σφαίρα μάζας m =1kg που αφήνεται να πέσει από ύψος h από το έδαφος, απέναντι από ακίνητη ψηφιακή φωτογραφική μηχανή που είναι προ ρυθμισμένη να παίρνει λήψεις ανά συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα Δt =0,1s. Στη συνέχεια μελετώντας τις φωτογραφίες μπορεί κανείς να υπολογίσει τα φυσικά μεγέθη που σχετίζονται με το φαινόμενο που εξελίχθηκε μπροστά από τη φωτογραφική μηχανή. Δίνεται: $g=10m/s^2$



Δ.1 Αν συγκρίνουμε την 1η φωτογραφία (t=0, η στιγμή που αφήνεται η σφαίρα) και την 6η φωτογραφία μετράμε ότι η σφαίρα έχει μετατοπιστεί 1m. Μπορούμε να επιβεβαιώσουμε αν η σφαίρα κάνει ελεύθερη πτώση ή όχι; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

Δ.2 Υπολογίστε πόσο επιπλέον θα έχει μετατοπιστεί η σφαίρα στην 7η φωτογραφία.

Δ.3 Αν θεωρήσουμε ότι όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι σταθερού μέτρου, να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

Δ.4 Αν η σφαίρα φτάνει στο έδαφος ακριβώς τη στιγμή που η φωτογραφική μηχανή βγάζει την 11η φωτογραφία, να υπολογίσετε την αρχική βαρυτική δυναμική ενέργεια της σφαίρας ως προς το έδαφος και την τελική κινητική της ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος.

Απάντηση

Δ.1 Στον επόμενο πίνακα φαίνεται η χρονική στιγμή λήψης της κάθε φωτογραφίας με θέση της σφαίρας καθώς κατέρχεται

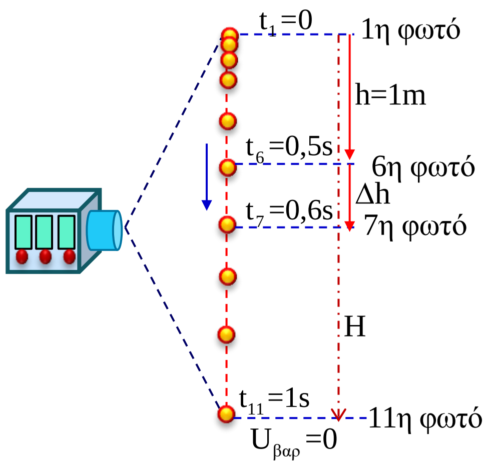
Αριθμός φωτογραφίας	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Χρονική στιγμή λήψης	0s	0,1s	0,2s	0,3s	0,4s	0,5s	0,6s	0,7s	0,8s	0,9s	1,0s

Έτσι η 6η φωτογραφία ελήφθη τη χρονική στιγμή t_6=0,5s που σφαίρα μετατοπίσθηκε κατά h=1m. Η επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ καθόδου της σφαίρας υπολογίζεται από τη σχέση $h=\frac{1}{2}\alpha t_6^2$

$\Rightarrow \alpha=\frac{2h}{t_6^2} \xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{2\cdot 1m}{(0,5s)^2} \Rightarrow$

$\alpha=8m/s^2$

Επειδή $\alpha=8m/s^2<g=10m/s^2$ η κίνηση δεν είναι ελεύθερη πτώση.



Δ.2 $\Delta h=\frac{1}{2}\alpha t_7^2-\frac{1}{2}\alpha t_6^2 \Rightarrow \Delta h=\frac{1}{2}\alpha\left(t_7^2-t_6^2\right) \xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta h=0,44m}$

Δ.3 Στη σφαίρα ασκούνται το βάρος της B=mg=10N και αντίσταση του αέρα A που υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton $\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow mg\text{-}A=m\alpha \Rightarrow A=mg\text{-}m\alpha$

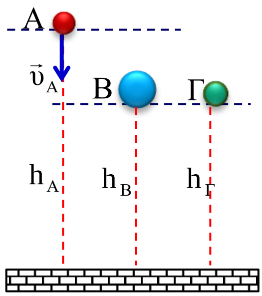
$\xrightarrow{S.I}$ **A = 2N**

Δ.4 Ο χρόνος καθόδου της σφαίρας ισούται με τη στιγμή λήψης της 11ης φωτογραφίας $t=t_{11}$=1s, οπότε το ύψος από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα είναι $H=\frac{1}{2}\alpha t_{11}^2 \xrightarrow{S.I} H=4m$. Θεωρώντας ως $U_{βαρ}$=0 στο έδαφος, η αρχική βαρυτική ενέργεια της σφαίρας είναι $U_{αρχ}=mgH \xrightarrow{S.I} \mathbf{U_{αρχ}=40J}$

Η ταχύτητα που έχει η σφαίρα όταν κτυπάει στο έδαφος είναι $\upsilon=\alpha t_{11} \xrightarrow{S.I}$ $\upsilon=8m/s$ και η κινητική ενέργεια $K=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \xrightarrow{S.I}$ **K = 32J**

Η κινητική ενέργεια υπολογίζεται και από το ΘΜΚΕ, $K\text{-}0=W_B+W_A \Rightarrow$ $K=mgH\text{-}AH \xrightarrow{S.I}$ **K = 32J**

82.(4-13589) Τρεις σφαίρες πέφτουν κατακόρυφα προς το έδαφος. Η σφαίρα Α έχει μάζα m_A=1kg και βάλλεται με αρχική ταχύτητα $υ_A$=10m/s από ύψος h_A=7,8m. Η Β έχει μάζα m_B=3kg και αφήνεται να πέσει από ύψος h_B=5m ενώ η Γ έχει $m_Γ$=1kg και αφήνεται από ύψος $h_Γ=h_B$, όπως στο σχήμα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Δίνεται: g=10m/s^2.



Δ.1 Και οι τρεις σφαίρες ξεκινούν την κίνηση τους ταυτόχρονα, τη χρονική στιγμή t=0. Ποια από τις τρεις σφαίρες θα φτάσει πρώτη στο έδαφος και σε πόσο χρόνο;

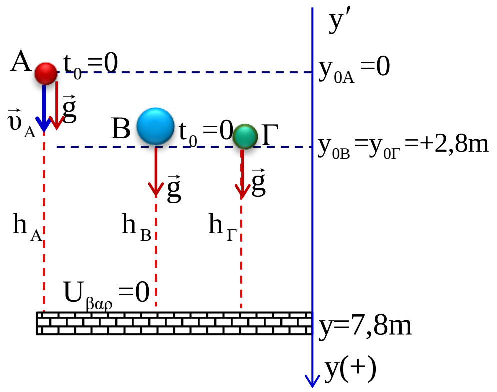
Δ.2 Θα βρεθούν οι τρεις σφαίρες στο ίδιο ύψος από το έδαφος την ίδια χρονική στιγμή; Ανά δύο ή και οι τρεις; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

Δ.3 Να αιτιολογήσετε ποια από τις τρεις σφαίρες θα έχει τη μεγαλύτερη κινητική ενέργεια ακριβώς πριν ακουμπήσει στο έδαφος και να υπολογίσετε την τιμή της.

Δ.4 Χρησιμοποιώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, αυτό του εδάφους, να συγκρίνετε τις μηχανικές ενέργειες των τριών σφαιρών.

Απάντηση

Δ.1 Εξισώσεις κίνησης για κάθε σφαίρα και το ίδιο σύστημα αναφοράς που φαίνεται στο σχήμα



A: $y_A=υ_A t+\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I}$

$y_A=10t+5t^2$ (S.I) (1)

B: $y_B=y_{0B}+\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I}$

$y_B=2,8+5t^2$ (S.I) (2)

Γ: $y_Γ=y_{0Γ}+\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I}$

$y_Γ=2,8+5t^2$ (S.I) (3)

Οι σφαίρες όταν φθάνουν στο έδαφος έχουν συντεταγμένη y=+7,8m .

A: $y_A=10t+5t^2 \xrightarrow{y_A=7,8m} 7,8=10t+5t^2 \Rightarrow t^2+2t-1,56=0$ …Οι λύσεις αυτής είναι t_A=0,6s (χρόνος καθόδου) και μια αρνητική που προφανώς απορρίπτεται.

B: $y_B=2,8+5t^2 \xrightarrow{y_B=7,8m} 7,8=2,8+5t^2 \Rightarrow t^2=1 \quad \Rightarrow t=\pm1s$, δεκτή ως χρόνος καθόδου t_B=1s .

Γ: $y_\Gamma=2{,}8+5t^2 \xrightarrow{y_\Gamma=7{,}8m} 7{,}8=2{,}8+5t^2 \Rightarrow t^2=1 \Rightarrow t=\pm 1s$, δεκτή ως χρόνος καθόδου $t_\Gamma=1s$. Άρα πρώτη κατέρχεται η σφαίρα Α.

Δ.2 Όταν οι σφαίρες είναι στο ίδιο ύψος έχουν την ίδια συντεταγμένη $y_A=y_B=y_\Gamma$

$\xrightarrow{1,2,3} 10t+5t^2=2{,}8+5t^2 \Rightarrow 10t=2{,}8 \Rightarrow \mathbf{t=0{,}28s}$

Άρα **και οι τρείς σφαίρες** τη χρονική στιγμή **t=0,28s** έχουν **την ίδια συντεταγμένη** $y_A=y_B=y_\Gamma=2{,}8+5\cdot(0{,}28)^2 \Rightarrow y_A=y_B=y_\Gamma=2{,}8+5\cdot(0{,}28)^2 \Rightarrow y_A=y_B=y_\Gamma=3{,}192m$

ή είναι στο ίδιο ύψος από το έδαφος $h'=7{,}8m-3{,}192m=4{,}608m$.

Επίσης παρατηρούμε ότι $y_B=y_\Gamma\ \forall t$, δηλαδή οι δύο σφαίρες Β, Γ έχουν σε κάθε χρονική στιγμή την ίδια θέση και είναι στο ίδιο ύψος από το έδαφος.

Δ.3 Οι σφαίρες Α, Β, Γ φθάνουν στο έδαφος με ταχύτητες …και έχουν κινητικές ενέργειες …

Α: $\upsilon'_A=\upsilon_A+gt \xrightarrow{S.I} \upsilon'_A=10+10t \xrightarrow{t=0{,}6s} \upsilon'_A=16m/s$ και έχει κινητική ενέργεια $K_A=\frac{1}{2}m_A\upsilon'^2_A \xrightarrow{S.I} K_A=\frac{1}{2}1\cdot 16^2 \Rightarrow K_A=128J$

Β: $\upsilon_B=gt \xrightarrow{S.I} \upsilon_B=10t \xrightarrow{t=1s} \upsilon_B=10m/s$ και έχει κινητική ενέργεια

$K_B=\frac{1}{2}m_B\upsilon'^2_B \xrightarrow{S.I} K_B=\frac{1}{2}3\cdot 10^2 \Rightarrow K_B=150J$

Γ: $\upsilon_\Gamma=gt \xrightarrow{S.I} \upsilon_\Gamma=10t \xrightarrow{t=1s} \upsilon_\Gamma=10m/s$ και έχει κινητική ενέργεια

$K_\Gamma=\frac{1}{2}m_\Gamma\upsilon'^2_\Gamma \xrightarrow{S.I} K_\Gamma=\frac{1}{2}1\cdot 10^2 \Rightarrow K_\Gamma=50J$

Άρα $\mathbf{K_B > K_A > K_\Gamma}$

2ος τρόπος. Η κινητική ενέργεια της κάθε σφαίρας μπορεί να βρεθεί και με το ΘΜΚΕ ή τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας

Α: $K_A-K_{0A}=W_{B,A} \Rightarrow K_A=\frac{1}{2}m_A\upsilon^2_A+m_Agh_A \xrightarrow{S.I} K_A=\frac{1}{2}1\cdot 10^2+1\cdot 10\cdot 7{,}8 \Rightarrow$

$K_A=128J$

Β: $K_B-K_{0B}=W_{B,B} \Rightarrow K_A=0+m_Bgh_B \xrightarrow{S.I} K_A=3\cdot 10\cdot 5 \Rightarrow K_B=150J$

Γ: $K_\Gamma-K_{0\Gamma}=W_{B,\Gamma} \Rightarrow K_\Gamma=0+m_\Gamma gh_\Gamma \xrightarrow{S.I} K_\Gamma=1\cdot 10\cdot 5 \Rightarrow K_\Gamma=50J$

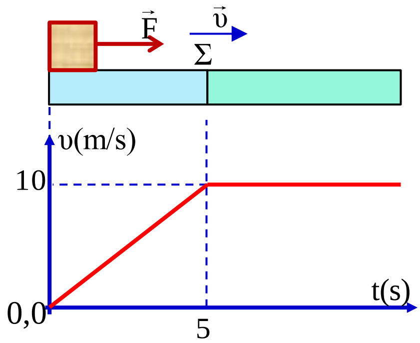
Δ.4 $E_{\mu\eta\chi(A)}=U_{A,\tau\varepsilon\lambda}+K_{A,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow E_{\mu\eta\chi(A)}=0+K_{A,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \mathbf{E_{\mu\eta\chi(A)}=128J}$

$E_{\mu\eta\chi(B)}=U_{B,\tau\varepsilon\lambda}+K_{B,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow E_{\mu\eta\chi(B)}=0+K_{B,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \mathbf{E_{\mu\eta\chi(B)}=150J}$

$E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=U_{\Gamma,\tau\varepsilon\lambda}+K_{\Gamma,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=0+K_{\Gamma,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow \mathbf{E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=50J}$

Άρα $\mathbf{E_{\mu\eta\chi,B} > E_{\mu\eta\chi,A} > K_{\mu\eta\chi,\Gamma}}$

83.(4-13590) Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας m=2kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές (επιφάνειες) διαφορετικής υφής, οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ σημείο αλλαγής επιφάνειας). Τη χρονική στιγμή t=0s ασκείται στον κύβο σταθερή δύναμη F=6N, παράλληλη προς το επίπεδο. Η τιμή της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη $\vec{F}$). Δίνεται: $g=10m/s^2$.



Δ.1 Με βάση το διάγραμμα της τιμής της ταχύτητας του κύβου ως προς το χρόνο, να διερευνήσετε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για τις διαφορετικές επιφάνειες του επιπέδου. Σε καταφατική περίπτωση, να υπολογίσετε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή t=5s).

Δ.2 Ποια η μετατόπιση του κύβου για το χρονικό διάστημα των πρώτων 10s;

Δ.3 Αν τη χρονική στιγμή t′=10s παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος;

Δ.4 Υπολογίστε το έργο κάθε δύναμης που ασκείται στον κύβο για όλο το χρονικό διάστημα της κίνησης του.

Απάντηση

Η επιτάχυνση στην **1η φάση** της κίνησης είναι $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{10\text{-}0}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow$

$\alpha_1=2m/s^2$. Αν δεν υπήρχε τριβή η επιτάχυνση θα ήταν $\alpha_1'=\dfrac{F}{m} \Rightarrow \alpha_1'=\dfrac{6N}{2Kg} \Rightarrow$

$\alpha_1'=3m/s^2$ μεγαλύτερη από την πραγματική. Άρα υπάρχει τριβή που υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T_1=m\alpha_1 \Rightarrow T_1=F\text{-}m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} \mathbf{T_1=2N}$

Η τριβή ολίσθησης δίνεται από την σχέση $T_1=\mu_1 N \xrightarrow[N=mg]{\Sigma F_y=0} T_1=\mu_1 mg \Rightarrow$

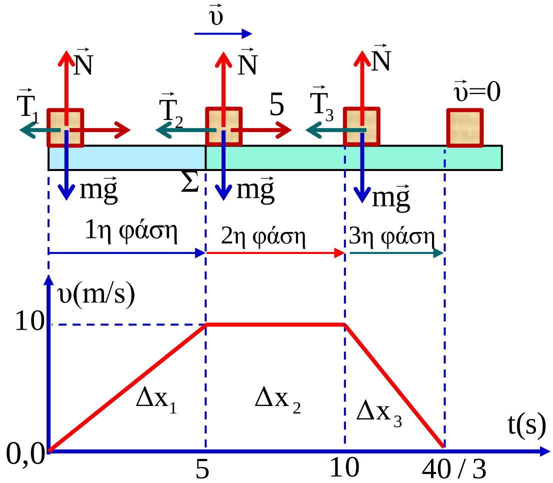
$\mu_1=\dfrac{T_1}{mg} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\mu_1=0{,}1}$

Στη **2η φάση** της κίνησης η ταχύτητα είναι σταθερή οπότε $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F\text{-}T_2=0$

$\xrightarrow{S.I} \mathbf{T_2=6N}$

Η τριβή ολίσθησης δίνεται από την σχέση $T_2=\mu_2 N \xrightarrow[N=mg]{\Sigma F_y=0} T_2=\mu_2 mg \Rightarrow$

$\mu_2=\dfrac{T_2}{mg} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\mu_2=0,3}$



Δ.2 Η μετατόπιση μέχρι την t=10s υπολογίζεται εύκολα από το διάγραμμα υ(t) του σχήματος και ισούται με το εμβαδόν αυτού (τραπέζιο) για τις δύο πρώτες φάσεις του σχήματος

$\Delta x=\dfrac{(10\text{-}5)s+10s}{2}10\dfrac{m}{s} \Rightarrow$

$\boldsymbol{\Delta x=75m}$ **ή**

1η φάση $\Delta x_1=\dfrac{1}{2}5\cdot 10=25m$

2η φάση: $\Delta x_2=10\cdot(10\text{-}5)=50m$

1^{η} και 2^{η} φάση $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x=75m}$

Δ.3 Στην 3η φάση η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με την τριβή να έχει την ίδια τιμή με τη 2^{η} φάση $T_3=\mu_2 N \xrightarrow[N=mg]{\Sigma F_y=0} T_3=\mu_2 mg \Rightarrow$ T_3=6N και η επιβράδυνση είναι $\alpha_3=\dfrac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha_3=\dfrac{-T_3}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_3=\text{-}3m/s^2$.

Η χρονική εξίσωση ταχύτητας είναι $\upsilon=\upsilon_{\alpha\rho\chi}+\alpha_3(t\text{-}t_{\alpha\rho\chi}) \xrightarrow{S.I} \upsilon=10\text{-}3(t\text{-}10) \xrightarrow{\upsilon=0}$

$0=30\text{-}3(t_{o\lambda}\text{-}10) \Rightarrow t_{o\lambda}=\dfrac{40}{3}s$ που είναι και η χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα.

Δ.4 Από τις ασκούμενες δυνάμεις έργο έχουν η δύναμη $\vec{F}$ και η τριβή $\vec{T}$

Έργο της $\vec{F}$, $W_F=F(\Delta x_1+\Delta x_2) \Rightarrow W_F=6N\cdot 75m \Rightarrow \boldsymbol{W_F=450J}$

Έργο της $\vec{T}$

$1^{o\varsigma}$ τρόπος: ΘΜΚΕ για όλη την διαδρομή $K_{\tau\varepsilon\lambda}\text{-}K_{\alpha\rho\chi}=W_F+W_T \Rightarrow 0\text{-}0=450J+W_T \Rightarrow$

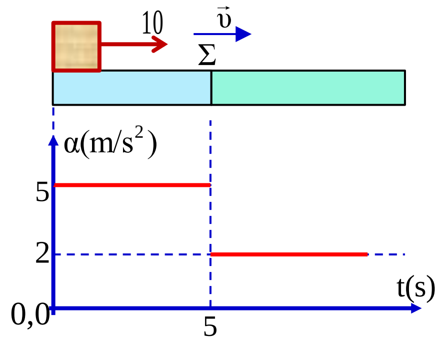
$\boldsymbol{W_T=\text{-}450J}$

$2^{o\varsigma}$ τρόπος: $W_T=W_{T,1}+W_{T,2}+W_{T,3} \Rightarrow W_T=\text{-}T_1\Delta x_1\text{-}T_2\Delta x_2\text{-}T_3\Delta x_3$ (1)

Η μετατόπιση Δx_3 στην 3^{η} φάση υπολογίζεται από το αντίστοιχο εμβαδόν στο διάγραμμα υ(t) … 3η φάση $\Delta x_3=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{40}{3}-10\right)s\cdot 10=\dfrac{100}{6}m$

Από τη (1) βρίσκουμε $\xrightarrow{S.I} W_T = -2\cdot 25 - 6\cdot 50 - 6\cdot\dfrac{100}{6} \Rightarrow \mathbf{W_T = -450J}$

84.(4-13591) Συμπαγής και ομογενής κύβος, μάζας m=2kg, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Το επίπεδο χωρίζεται σε δύο περιοχές επιφάνειες διαφορετικής υφής οι οποίες είναι τοποθετημένες όπως στο σχήμα (σημείο Σ σημείο αλλαγής υφής). Τη χρονική στιγμή t=0s ασκείται πάνω στον κύβο σταθερή δύναμη $\vec{F}$ παράλληλη προς το επίπεδο. Η μεταβολή του μέτρου της επιτάχυνσης του κύβου ως προς το χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα (Το διάγραμμα ισχύει για όσο χρονικό διάστημα ασκείται η δύναμη $\vec{F}$). Δίνεται: $g=10m/s^2$.



Δ.1 Με βάση το διάγραμμα διερευνήστε αν υπάρχει τριβή από το δάπεδο προς τον κύβο για την περιοχή που ξεκινάει μετά το σημείο Σ. Σε καταφατική περίπτωση, υπολογίστε τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής (θεωρήστε ότι στατική τριβή και τριβή ολίσθησης είναι ίσες). Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του κύβου και της επιφάνειας που τελειώνει στο σημείο Σ είναι μ=0,2. Το διάγραμμα δείχνει τη χρονική στιγμή που ο κύβος αλλάζει επιφάνεια (διακεκομμένη γραμμή t=5s).

Δ.2 Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας του κύβου τη χρονική στιγμή που διέρχεται από το σημείο Σ καθώς και μετά από 5 s κίνησης στην δεύτερη επιφάνεια.

Δ.3 Πόση απόσταση διανύει ο κύβος για το χρονικό διάστημα από 0s μέχρι 10s;

Δ.4 Αν τη χρονική στιγμή t′=10s παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$, ποια χρονική στιγμή θα ακινητοποιηθεί ο κύβος και πόσο θα έχει μετατοπιστεί από την αρχική του θέση;

Απάντηση

Δ.1 Στην 1η φάση της κίνησης η τριβή ολίσθησης έχει μέτρο $T_1=\mu_1 N \xrightarrow[N=mg]{\Sigma F_y=0}$ $T_2=\mu_2 mg \xrightarrow{S.I} T_2=4N$

Από τον 2ο νόμο Newton βρίσκουμε την δύναμη F, $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F-T_1=m\alpha_1 \Rightarrow$ $F=T_1+m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} F=14N$

Στην 2η φάση της κίνησης αν δεν υπήρχε τριβή η επιτάχυνση θα ήταν $\alpha_2'=\dfrac{F}{m} \Rightarrow$

$\alpha_2'=\dfrac{14N}{2Kg} \Rightarrow \alpha_2'=7m/s^2$ μεγαλύτερη από την πραγματική $\alpha_2=2m/s^2$. Άρα υπάρχει τριβή που υπολογίζεται από τον 2° νόμο Newton $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T_2 = m\alpha_2$

$\Rightarrow T_2 = F\text{-}m\alpha_2 \xrightarrow{S.I} \mathbf{T_2 = 10N}$

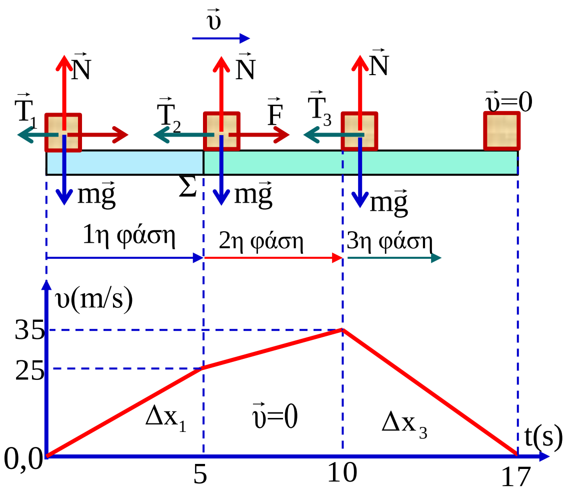
Η τριβή ολίσθησης δίνεται από την σχέση $T_2 = \mu_2 N \xrightarrow[N=mg]{\Sigma F_y=0} T_2 = \mu_2 mg \Rightarrow$

$\mu_2 = \dfrac{T_2}{mg} \xrightarrow{S.I} \mathbf{\mu_2 = 0{,}5}$

Δ.2 1η φάση: χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 5t\ (S.I) \xrightarrow{t=t_1=5s}$ $\upsilon_1 = 25m/s$.

2η φάση: χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon' = \upsilon_1 + \alpha_2(t\text{-}t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon' = 25 + 2(t\text{-}5)$ $\xrightarrow{t=t_2=10s} \mathbf{\upsilon_2 = 35m/s}$.

Δ.3 Η μετατόπιση μέχρι την t=10s υπολογίζεται εύκολα από το διάγραμμα υ(t) του σχήματος και ισούται με το εμβαδόν αυτού για τις δύο πρώτες φάσεις του σχήματος



1η φάση $\Delta x_1 = \dfrac{1}{2} 5 \cdot 25 = 62{,}5m$,

2η φάση

$\Delta x_2 = \dfrac{25+35}{2}\dfrac{m}{s} \cdot (10\text{-}5)s = 150m$

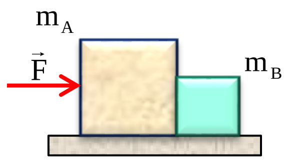
1η και 2η φάση $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow$ $\mathbf{\Delta x = 212{,}5m}$

Δ.4 Στην 3η φάση η κίνηση είναι ομαλά επιβραδυνόμενη με την τριβή να έχει την ίδια τιμή με τη 2η φάση $T_3 = \mu_2 N \xrightarrow[N=mg]{\Sigma F_y=0} T_3 = \mu_2 mg \Rightarrow T_3 = 10N$ και η επιβράδυνση είναι $\alpha_3 = \dfrac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha_3 = \dfrac{-T_3}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_3 = -5m/s^2$.

Η χρονική εξίσωση ταχύτητας στην 3η φάση είναι $\upsilon = \upsilon_{\alpha\rho\chi} + \alpha_3(t\text{-}t_{\alpha\rho\chi}) \xrightarrow{S.I}$ $\upsilon = 35\text{-}5(t\text{-}10) \xrightarrow{\upsilon=0} 0 = 35\text{-}7(t_3\text{-}10) \Rightarrow t_3 = 17s$ που είναι και η χρονική στιγμή που μηδενίζεται η ταχύτητα.

Η μετατόπιση στη 3η φάση της κίνησης ισούται με εμβαδόν της υ(t) στη φάση αυτή $\Delta x_3 = \dfrac{1}{2}(17\text{-}10)s \cdot 35m/s = 122{,}5m$ και η συνολική μετατόπιση $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3$ $\xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta x = 335m}$

85.(4-13632) Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες m_A=4kg και m_B=1kg αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, είναι σε επαφή μεταξύ τους και ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή t_0=0 ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο F=20N. Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι: $\mu_{ορ}$=0,25, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι: $\mu_{ολ}$=0,2. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: g=10m/s^2.



Δ.1 Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή t_0 =0.

Δ.2 Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της σταθερής δύναμης που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Δ.3 Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1=10s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=10s.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στα σώματα δυνάμεις ,

Σώμα Α, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_A=m_A g$ και

η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο

$$T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}}=\mu_{op}N_A \Rightarrow$$

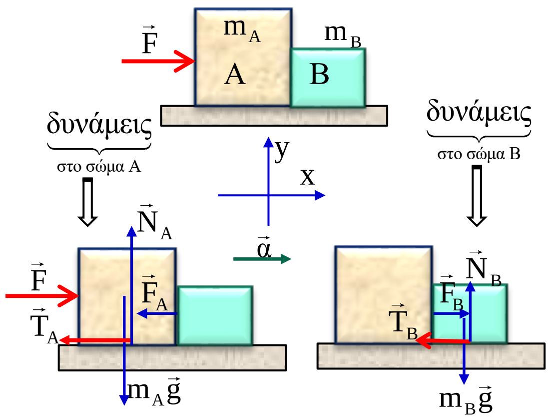
$$T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}}=\mu_{op}m_A g \xrightarrow{S.I} T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}}=10N$$

Σώμα Β, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_B=m_B g$ και

η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο

$$T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}=\mu_{op}N_B \Rightarrow$$

$$T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}=\mu_{op}m_B g \xrightarrow{S.I} T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}=2,5N$$



Η δύναμη $\vec{F}_A$ ασκείται από σώμα Β στο σώμα Α και η δύναμη $\vec{F}_B$ ασκείται από σώμα Α στο σώμα Β και έχουν σχέση δράσης -αντίδρασης, οπότε $\vec{F}_A=-\vec{F}_B$ ή $F_A=F_B$ (μέτρα).

Η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης x΄x την $t_0=0$ μόλις ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ και οι στατικές τριβές αποκτούν την μέγιστη τιμή τους είναι $\Sigma F_x = F - T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}} - F_A + F_B - T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}} \Rightarrow \Sigma F_x = F - \left(T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}} + T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}\right) \xrightarrow{S.I} \Sigma F_x = 8{,}5N > 0$, άρα το σύστημα των σωμάτων κινείται ως ενιαίο σύνολο με την ίδια επιτάχυνση και οι τριβές είναι πλέον ολίσθησης με τιμές $T_A = \mu_{o\lambda} N_A \Rightarrow T_A = \mu_{o\lambda} m_A g \xrightarrow{S.I} T_A = 8N$ και $T_B = \mu_{o\lambda} N_B \Rightarrow T_B = \mu_{o\lambda} m_B g \xrightarrow{S.I} T_B = 2N$

Δ.2 Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για κάθε σώμα Α και Β που κινούνται με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

Α: $\Sigma \vec{F}_x = m_A \vec{\alpha} \Rightarrow F - T_A - F_A = m_A \alpha$ (1) και Β: $\Sigma \vec{F}_x = m_B \vec{\alpha} \Rightarrow F_B - T_B = m_B \alpha$ (2)

Προσθέτουμε τις (1) και (2) $\xrightarrow{F_A = F_B} F - T_A - T_B = (m_A + m_B)\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{F - T_A - T_B}{m_A + m_B}$ $\xrightarrow{S.I}$ $\boldsymbol{\alpha = 2m/s^2}$. Η δύναμη που ασκεί το σώμα Α στο σώμα Β υπολογίζεται από την σχέση (2) $F_B - T_A = m_B \alpha \Rightarrow F_B = T_B + m_B \alpha \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{F_B = 4N}$

Δ.3 Εξίσωση ταχύτητας για κάθε σώμα $\upsilon = \alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 2t$ (S.I) $\xrightarrow{t = t_1 = 10s} \upsilon_1 = 20m/s$.

Η δύναμη $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ παράγει έργο με ισχύ $P = \dfrac{dW_F}{dt} = \dfrac{Fdx}{dt} \Rightarrow$ $P = F\upsilon_1 \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{P = 400W}$

Δ.4 Η μετατόπιση από $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=10s$ είναι $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha(t_1 - t_0)^2$ $\xrightarrow{S.I} \Delta x = 100m$ και το έργο της F είναι $W_F = F \cdot \Delta x \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{W_F = 2000J}$

Σχόλιο: Περισσότερα για την κίνηση συστήματος σωμάτων ως ενιαίο σύνολο στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** (Εκδόσεις Ζήτη) σελίδες 268,273, 316 και προβλήματα 10.47, 10.48, 10.87

86.(4-13633) Δύο ομογενή σώματα Α και Β, με μάζες m_A=4kg και m_B=1kg αντίστοιχα, που είναι κατασκευασμένα από το ίδιο υλικό, συνδέονται με τεντωμένο ιδανικό νήμα και είναι ακίνητα πάνω σε ακλόνητο, τραχύ, οριζόντιο και ομογενές δάπεδο, όπως στην εικόνα Τη χρονική στιγμή t_0=0 ασκείται στο σώμα Β σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο F=20N. Ο συντελεστής οριακής (μέγιστης στατικής) τριβής μεταξύ των σωμάτων και του δαπέδου είναι $\mu_{ορ}$= 0,25, ενώ ο αντίστοιχος συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι $\mu_{ολ}$=0,2. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο g=10m/s^2.

Δ.1 Να δείξετε ότι το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή t_0=0.

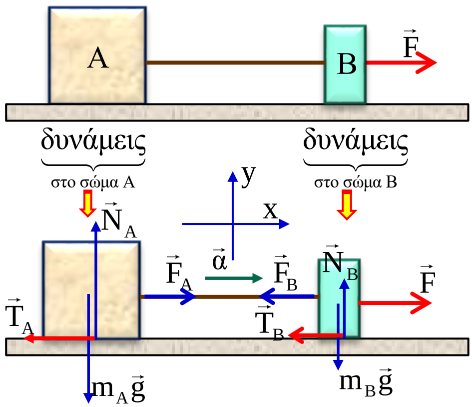
Δ.2 Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β και το μέτρο της τάσης του νήματος κατά τη διάρκεια αυτής της κίνησης.

Δ.3 Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1=10s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=10 s.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στα σώματα δυνάμεις ,



Σώμα Α, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_A=m_A g$ και η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο $T_{\underset{max}{A,στ}}=\mu_{ορ}N_A \Rightarrow T_{\underset{max}{A,στ}}=\mu_{ορ}m_A g \xrightarrow{S.I}$

$T_{\underset{max}{A,στ}}=10N$

Σώμα Β, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_B=m_B g$ και η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο $T_{\underset{max}{B,στ}}=\mu_{ορ}N_B \Rightarrow T_{\underset{max}{B,στ}}=\mu_{ορ}m_B g \xrightarrow{S.I}$

$T_{\underset{max}{B,στ}}=2,5N$

Το νήμα ασκεί την δύναμη $\vec{F}_A$ στο σώμα Α και τη δύναμη $\vec{F}_B$ στο σώμα Β και επειδή είναι αβαρές $F_A=F_B$ (μέτρα) (βλέπε σχόλια).

Η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης x΄x την t_0=0 μόλις ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ και οι στατικές τριβές αποκτούν την μέγιστη τιμή τους είναι

$\Sigma F_x = F - T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}} - F_A + F_B - T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}} \Rightarrow \Sigma F_x = F - \left(T_{\underset{max}{A,\sigma\tau}} + T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}\right) \xrightarrow{S.I} \Sigma F_x = 8{,}5N > 0$, άρα το σύστημα των σωμάτων κινείται ως ενιαίο σύνολο με την ίδια επιτάχυνση και οι τριβές είναι πλέον ολίσθησης με τιμές $T_A = \mu_{o\lambda} N_A \Rightarrow T_A = \mu_{o\lambda} m_A g \xrightarrow{S.I} T_A = 8N$ και $T_B = \mu_{o\lambda} N_B \Rightarrow T_B = \mu_{o\lambda} m_B g \xrightarrow{S.I} T_B = 2N$

Δ.2 Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton για κάθε σώμα Α και Β που κινούνται με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

Α: $\Sigma \vec{F}_x = m_A \vec{\alpha} \Rightarrow F_A - T_A = m_A \alpha$ (1) και Β: $\Sigma \vec{F}_x = m_B \vec{\alpha} \Rightarrow F - F_B - T_B = m_B \alpha$ (2)

Προσθέτουμε τις (1) και (2) $\xrightarrow{F_A = F_B} F - T_A - T_B = (m_A + m_B)\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{F - T_A - T_B}{m_A + m_B}$

$\xrightarrow{S.I}$ $\boldsymbol{\alpha = 2m/s^2}$.

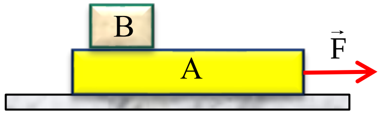
Η δύναμη που ασκεί το νήμα στα σώματα Α και Β υπολογίζεται από την σχέση (1) ή (2) $F_A - T_A = m_A \alpha \Rightarrow F_A = T_A + m_\alpha \alpha \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{F_A = 16N}$

Δ.3 Εξίσωση ταχύτητας για κάθε σώμα $\upsilon = \alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 2t$ (S.I) $\xrightarrow{t = t_1 = 10s}$ $\upsilon_1 = 20m/s$. Η δύναμη $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 10s$ παράγει έργο με ισχύ $P = \dfrac{dW_F}{dt} = \dfrac{Fdx}{dt} \Rightarrow P = F\upsilon_1 \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{P = 400W}$

Δ.4 Η μετατόπιση από $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10s$ είναι $\Delta x = \dfrac{1}{2}\alpha(t_1 - t_0)^2$ $\xrightarrow{S.I}$ $\Delta x = 100m$ και το έργο της F είναι $W_F = F \cdot \Delta x \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{W_F = 2000J}$

Σχόλιο: Ειδική ανάλυση για **τις δυνάμεις** που ασκεί **αβαρές νήμα** στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** (Εκδόσεις Ζήτη) σελίδες 269-270

87.(4-13634) Δύο σώματα Α και Β, με μάζες m_A=4kg και m_B=1kg αντίστοιχα είναι ακίνητα, με το σώμα Β να βρίσκεται πάνω στο σώμα Α. Το σώμα Α βρίσκεται πάνω σε λείο, ακλόνητο, οριζόντιο δάπεδο, όπως στην εικόνα. Τη χρονική στιγμή t_0=0



ασκείται στο σώμα Α σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, που έχει μέτρο F=20N και το σύστημα των σωμάτων Α και Β αρχίζει να κινείται, με το σώμα Β να μην ολισθαίνει πάνω στο Α εξαιτίας της μεταξύ τους τριβής. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο: $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων Α και Β.

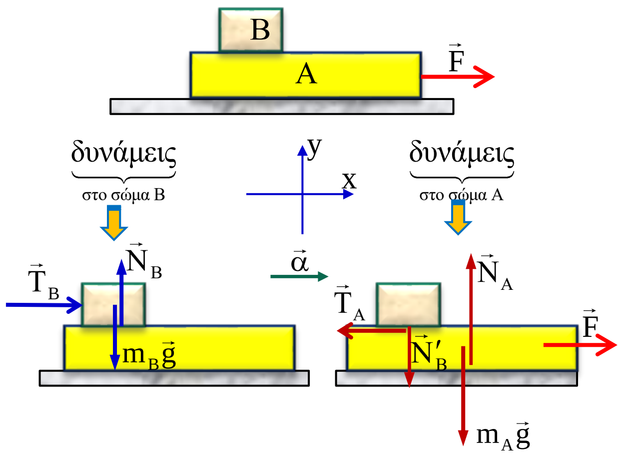
Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα Β.

Δ.3 Πόση είναι η ισχύς της δύναμης $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή t_1=10s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος των σωμάτων Α και Β μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=10s.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στα σώματα δυνάμεις. Μόλις στο σώμα Α ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ και αυτό επιταχύνεται, το σώμα Β λόγω της αδράνειάς του θέλει να διατηρήσει τη ακινησία και τείνει να φύγει προς τα αριστερά στον άξονα x΄x . Έτσι δέχεται δύναμη τριβής $\vec{T}_B$ αντίθετη με την τάση κίνησης, δηλαδή προς τα θετικά του άξονα x΄x. Η δύναμη αυτής της τριβής δίνει επιτάχυνση στο σώμα Β και εφόσον αυτό δεν ολισθαίνει ως προς το Α είναι στατική τριβή.



Για ακίνητο παρατηρητή εφόσον το σώμα Β δεν ολισθαίνει ως προς το Α έχει την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ με αυτό.

Εφαρμόζουμε τον 2[ο] νόμο Newton για κάθε σώμα Β και Α που κινούνται με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

B: $\Sigma\vec{F}_x = m_B\vec{\alpha} \Rightarrow T_B = m_B\alpha$ (1) A: $\Sigma\vec{F}_x = m_A\vec{\alpha} \Rightarrow F - T_A = m_A\alpha$ (2)

Η δύναμη τριβής $\vec{T}_B$ ασκείται από σώμα Α στο σώμα Β και η δύναμη τριβής $\vec{T}_A$ ασκείται στο σώμα Α από σώμα Β και έχουν σχέση δράσης -αντίδρασης, οπότε $\vec{T}_B = -\vec{T}_A$ ή $T_B = T_A$ (μέτρα).

Προσθέτουμε τις (1) και (2) $F - T_A - T_B = (m_A + m_B)\alpha \xrightarrow{T_A = T_B} \alpha = \dfrac{F}{m_A + m_B} \xrightarrow{S.I}$

$\mathbf{\alpha = 4m/s^2}$.

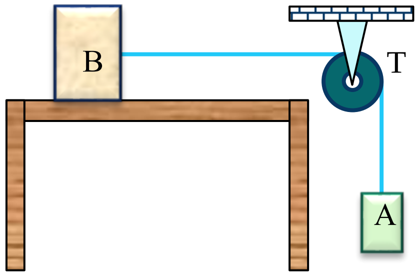
Δ.2 Η δύναμη τριβής που ασκείται στο σώμα Β υπολογίζεται από την σχέση (1) $T_B = m_B \alpha \xrightarrow{S.I} \mathbf{T_B = 4N}$

Δ.3 Εξίσωση ταχύτητας για κάθε σώμα $\upsilon = \alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 4t$ (S.I) $\xrightarrow{t = t_1 = 10s}$ $\upsilon_1 = 40m/s$. Η δύναμη $\vec{F}$ τη χρονική στιγμή $t_1 = 10s$ παράγει έργο με ισχύ $P = \dfrac{dW_F}{dt} = \dfrac{Fdx}{dt} \Rightarrow P = F\upsilon_1 \xrightarrow{S.I} \mathbf{P = 800W}$

Δ.4 Η μετατόπιση από $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 10s$ είναι $\Delta x = \dfrac{1}{2}\alpha(t_1 - t_0)^2$ $\xrightarrow{S.I} \Delta x = 200m$ και το έργο της F είναι $W_F = F \cdot \Delta x \xrightarrow{S.I} \mathbf{W_F = 4000J}$

Σχόλιο: Ειδική ανάλυση για **το θέμα αυτό** στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** (Εκδόσεις Ζήτη) σελίδες 329-331

88.(4-13635) Δύο σώματα Α και Β, με μάζες m_A=4kg και m_B=1kg αντίστοιχα συνδέονται με ιδανικό νήμα, το οποίο περνάει από το αυλάκι τροχαλίας Τ, αμελητέας μάζας, όπως στο σχήμα. Το σώμα Α κρέμεται, ενώ το σώμα Β βρίσκεται πάνω σε ακλόνητο, οριζόντιο, τραχύ δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$=0,5. Το σύστημα σώμα Α – ιδανικό νήμα – σώμα Β συγκρατείται ακίνητο και ελευθερώνεται τη χρονική στιγμή t_0=0. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g=10m/s^2$. Ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής σώματος Β – οριζόντιου δαπέδου είναι $\mu_{ορ}$=0,5.



Δ.1 Να αποδείξετε ότι η κίνηση του συστήματος ξεκινά τη χρονική στιγμή t_0=0;

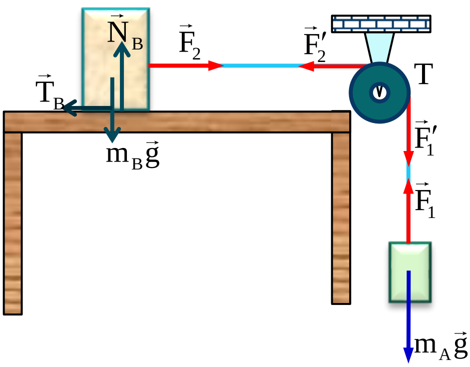
Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σύστημα.

Δ.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας και της μετατόπισης των σωμάτων Α και Β τη χρονική στιγμή t_1=0,1s.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η κίνηση του συστήματος μέχρι τη χρονική στιγμή t_1=0,1s.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται οι ασκούμενες δυνάμεις στα σώματα Α και Β με την παρατήρηση ότι $F_1=F_2$ (μέτρα) ως οι δυνάμεις που ασκούνται από αβαρές νήμα (βλ. σχόλιο).



Μόλις το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και **ουσιαστικά πριν ξεκινήσει** έχουμε

Σώμα Β: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_B=m_Bg$ και η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο

$T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}=\mu_{op}N_B \Rightarrow T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}=\mu_{op}m_Bg \xrightarrow{S.I} T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}=5N$

Σώμα Α: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_1=m_Ag$ άρα και $F_2=m_Ag$ (…μόνο για την t_0=0 και οριακά πριν ξεκινήσει να κινείται το σύστημα). Παρατηρούμε ότι η $F_2=m_Ag>T_{\underset{max}{B,\sigma\tau}}$ οπότε το σύστημα αρχίζει να κινείται και η τριβή γίνεται ολίσθησης με τιμή $T_B=\mu_{o\lambda}m_Bg$ $\xrightarrow{S.I} T_B=5N$

Δ.2 Εφαρμόζουμε τον 2^o νόμο Newton για κάθε σώμα Α και Β που κινούνται με την ίδια επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

Α: $\Sigma\vec{F}_y=m_A\vec{\alpha} \Rightarrow m_Ag\text{-}F_1=m_A\alpha$ (1) και Β: $\Sigma\vec{F}_x=m_B\vec{\alpha} \Rightarrow F_2\text{-}T_B=m_B\alpha$ (2)

Προσθέτουμε τις (1) και (2) $\xrightarrow{F_1=F_2} mg\text{-}F_1+F_2\text{-}T_B=(m_A+m_B)\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{m_Ag\text{-}T_B}{m_A+m_B}$

$\xrightarrow{S.I} \alpha=7m/s^2$.

Δ.3 Εξίσωση ταχύτητας για κάθε σώμα $\upsilon=\alpha t$ $\xrightarrow{S.I} \upsilon=7t$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_1=0,1s}$ $\upsilon_1=0,7m/s$.

Η μετατόπιση από $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1=0,1s$ είναι $\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha(t_1\text{-}t_0)^2$

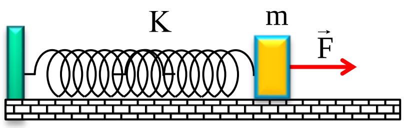
$\xrightarrow{S.I} \Delta x=0,035m$

Δ.4 Η θερμική ενέργεια που εκλύεται και αποβάλλεται μέσω θερμότητας προς το περιβάλλον ισούται απολύτως με το έργο της τριβής $Q=|W_T|=|\text{-}T_B\cdot\Delta x|$ $\xrightarrow{S.I}$ $\mathbf{Q=0,175J}$

Σχόλιο: Ειδική ανάλυση για **τις δυνάμεις νήματος όταν υπάρχει τροχαλία** στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** (Εκδόσεις Ζήτη) σελίδα 270, την εφαρμογή σελίδα 275 και προβλήματα σελίδες 287-290.

Σχόλιο: Το πρόβλημα **έπρεπε να δίνει ότι οι δυνάμεις που ασκεί το νήμα στα σώματα Α και Β έχουν ίσα μέτρα**, καθόσον το στοιχείο ότι η τροχαλία είναι «αμελητέας μάζας» δεν μπορεί να αξιοποιηθεί από τους μαθητές της Α΄ Λυκείου.

89.(4-13636) Οριζόντιο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100N/m, έχει το ένα άκρο του δεμένο ακλόνητα, ενώ στο άλλο άκρο του είναι δεμένο σώμα μάζας m=1kg. Το σώμα βρίσκεται σε επαφή με οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}=0{,}5$. Τη



χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σώμα σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=10N και την ίδια χρονική στιγμή το σώμα αρχίζει να κινείται. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου όταν το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

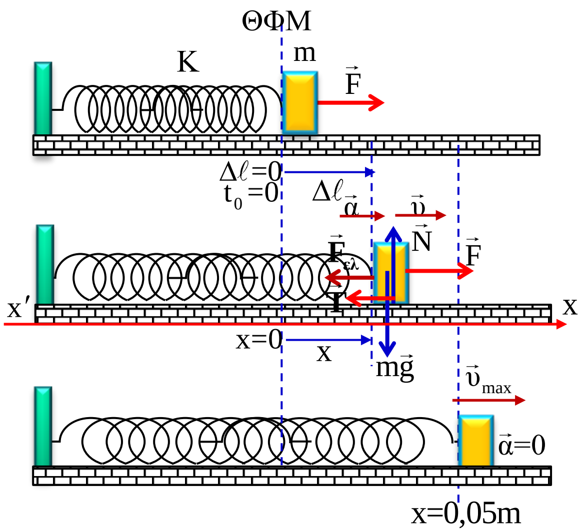
Δ.2 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_{ελ}$ από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Απάντηση

Δ-1 Στο σχήμα και για τυχαία παραμόρφωση του ελατηρίου φαίνονται όλες οι ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις. Οι δυνάμεις αυτές έχουν στα σταθερά μέτρα – εκτός από την δύναμη του ελατηρίου- με τη τριβή να έχει μέτρο $T=\mu N \xrightarrow{N=mg} T=\mu mg \xrightarrow{S.I} T=5N$. Η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο $F_{ελ}=K\Delta\ell$ ανάλογο της παραμόρφωσης και με φορά πάντα προς το τη θέση που το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος (Θ.Φ.Μ).

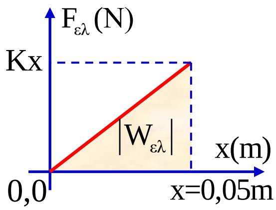


Η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης x΄x έχει τιμή $\Sigma F_x=F-T-F_{ελ} \Rightarrow \Sigma F_x=F-T-K\Delta\ell \xrightarrow{\Delta\ell=x,S.I}$ $\Sigma F_x=5-100x$ (S.I) [x η θέση του κινητού στον άξονα κίνησης x΄x του σχήματος με x=0 στη θέση ΦΜ] . Το σώμα ξεκινάει από την ηρεμία την $t_0=0$ από την θέση x=0 με επιτάχυνση $\alpha=\dfrac{\Sigma F_x}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha=5-100x$ (S.I).

Παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη (υ>0, α>0) με επιτάχυνση να μειώνεται , οπότε η ταχύτητα να αυξάνεται αλλά με μειούμενο ρυθμό (μειούμενη επιτάχυνση). Η ταχύτητα συνεχώς αυξάνεται και μεγιστοποιείται στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης δηλαδή τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η επιτάχυνση,

$\upsilon_{max} \Leftrightarrow \alpha=0 \ \ldots \alpha=5-100x=0 \ \Rightarrow x=0{,}05m$ ή $\Delta\ell=0{,}05m$

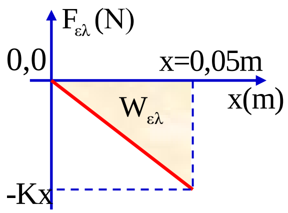
Δ.2 1^ος^ τρόπος: Η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο ανάλογο της παραμόρφωσης $F_{\varepsilon\lambda}=K\Delta\ell \xrightarrow{\Delta\ell=x} F_{\varepsilon\lambda}=Kx$ και για την κίνηση από x=0 έως x=+0,05m είναι αντίθετη της μετατόπισης και έχει αρνητικό έργο $W_{\varepsilon\lambda}<0$. Για τον υπολογισμό του έργου η γραφική παράσταση $F_{\varepsilon\lambda}(x)$ [$F_{\varepsilon\lambda}$ μέτρο, x θέση] και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από x=0 έως x=0,05m (που έχουμε την υ_{max}) δίνει την απόλυτη τιμή του έργου. $|W_{\varepsilon\lambda}|=\dfrac{1}{2}x\cdot Kx \ \Rightarrow$



$|W_{\varepsilon\lambda}|=\dfrac{1}{2}Kx^2 \xrightarrow{x=0{,}05m} |W_{\varepsilon\lambda}|=0{,}125J \xrightarrow{W_{\varepsilon\lambda}<0}$

$\mathbf{W_{\varepsilon\lambda}=-0{,}125J}$

2^ος^ τρόπος: Η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο ανάλογο της παραμόρφωσης και δίνεται από την σχέση $F_{\varepsilon\lambda}=K\Delta\ell$ ενώ η **αλγεβρική τιμή** της δύναμης του ελατηρίου δίνεται από την σχέση $F_{\varepsilon\lambda}=-K\Delta\ell$ $\xrightarrow{\Delta\ell=x} F_{\varepsilon\lambda}=-Kx$. Για τον υπολογισμό του έργου η γραφική παράσταση $F_{\varepsilon\lambda}(x)$ [$F_{\varepsilon\lambda}$ αλγεβρική τιμή, x θέση] και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από x=0 έως x=0,05m (που έχουμε την υ_{max}) δίνει την αλγεβρική τιμή του έργου.



$W_{\varepsilon\lambda}=\dfrac{1}{2}x\cdot(-Kx) \ \Rightarrow W_{\varepsilon\lambda}=-\dfrac{1}{2}Kx^2 \xrightarrow{x=0{,}05m} \mathbf{W_{\varepsilon\lambda}=-0{,}125J}$

3^ος^ τρόπος: Η δυναμική ενέργεια ελαστικότητας μεταβάλλεται μέσω του έργου της συντηρητικής δύναμης του ελατηρίου και δίνεται από την σχέση $\Delta U=-W_{\varepsilon\lambda}$

$U_{\tau\varepsilon\lambda}-U_{\alpha\rho\chi}=-W_{\varepsilon\lambda} \ \Rightarrow W_{\varepsilon\lambda}=U_{\alpha\rho\chi}-U_{\tau\varepsilon\lambda} \ \Rightarrow W_{\varepsilon\lambda}=0-\dfrac{1}{2}\kappa(\Delta\ell)^2 \xrightarrow{\Delta\ell=x} W_{\varepsilon\lambda}=-\dfrac{1}{2}Kx^2$

$\xrightarrow{x=0{,}05m} \mathbf{W_{\varepsilon\lambda}=-0{,}125J}$

Δ.3 $W_F=F\cdot\Delta x \Rightarrow W_F=F\cdot(x-0) \Rightarrow W_F=Fx \xrightarrow{S.I} W_F=10N\cdot 0{,}05m \Rightarrow$

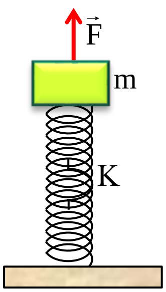
$\mathbf{W_F = 0,5J}$

Δ.4 $Q = |W_T| = |-T \cdot \Delta x| \Rightarrow Q = |-T \cdot (x-0)| \Rightarrow Q = |-T \cdot x| \xrightarrow{S.I} Q = |-5N \cdot 0,05m|$

$\Rightarrow \mathbf{Q = 0,25J}$

> **Σχόλιο:** Δείτε στο βιβλίο **Φυσική Α΄ Λυκείου – Β. Τσούνης** (Εκδόσεις Ζήτη) ειδική ανάλυση για,
> - την **δύναμη ελατηρίου** σελίδες 142-143, 148-153, 270
> - το **έργο της δύναμης του ελατηρίου** 389-391
> - την **δυναμική ενέργεια ελαστικότητας** 430-431

90.(4-13637) Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς k=100N/m , έχει το κάτω άκρο του δεμένο ακλόνητα, ενώ στο άλλο άκρο του είναι δεμένο σώμα μάζας m=1kg. Το σύστημα ελατήριο – σώμα ισορροπεί. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g=10m/s^2$.



Δ.1 Να υπολογίσετε την συσπείρωση του ελατηρίου στη θέση ισορροπίας του συστήματος ελατήριο – σώμα.

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ασκείται στο σώμα σταθερή κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=5N, όπως στο σχήμα.

Δ.2 Να υπολογίσετε την παραμόρφωση του ελατηρίου στη θέση που το σώμα έχει την μέγιστη ταχύτητά του.

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από την εκκίνηση του σώματος μέχρι η συσπείρωση του ελατηρίου να γίνει Δl =0,05m.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ μέχρι η συσπείρωση του ελατηρίου να γίνει Δl =0,05m.

Δ.5 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος την στιγμή που η η συσπείρωση του ελατηρίου να γίνει Δl =0,05m.

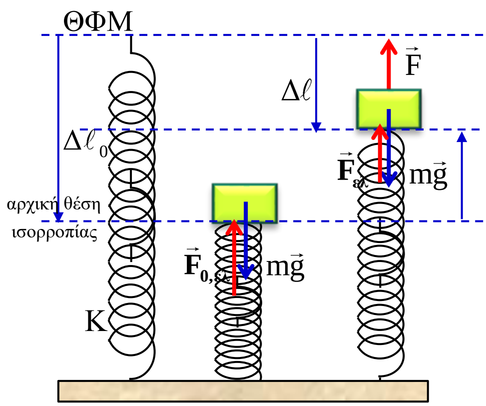
Απάντηση

Δ.1 Στην αρχική θέση ισορροπίας του σώματος (πριν την άσκηση της δύναμης $\vec{F}$)

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{0,\varepsilon\lambda} = mg \Rightarrow K\Delta\ell_0 = mg \Rightarrow \Delta\ell_0 = \frac{mg}{K} \xrightarrow{S.I} \Delta\ell_0 = 0,10m$$

Δ.2 Μετά την άσκηση της της δύναμης $\vec{F}$ το σώμα ανέρχεται και σε μια τυχαία θέση που η παραμόρφωση είναι $\Delta\ell$ η συνισταμένη δύναμη στον άξονα κίνησης έχει τιμή

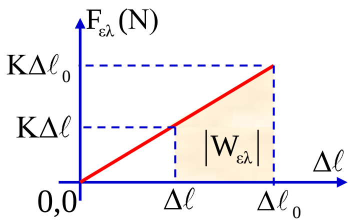
$\Sigma F = F + F_{\varepsilon\lambda} - mg \Rightarrow \Sigma F = F + K\Delta\ell - mg \xrightarrow{S.I} \Sigma F = -5 + 100\Delta\ell$ (S.I) . Το σώμα ξεκινάει από την ηρεμία την $t_0=0$ με επιτάχυνση $\alpha = \dfrac{\Sigma F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha = -5 + 100\Delta\ell$ (S.I).



Επειδή η παραμόρφωση $\Delta\ell$ μειώνεται (μέχρι το ΦΜ) και η επιτάχυνση μειώνεται. Παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη ($\upsilon>0$, $\alpha>0$) με επιτάχυνση να μειώνεται , οπότε η ταχύτητα αυξάνεται αλλά με μειούμενο ρυθμό (μειούμενη επιτάχυνση). Η ταχύτητα συνεχώς αυξάνεται και **μεγιστοποιείται στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης** δηλαδή τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η επιτάχυνση, $\upsilon_{max} \Leftrightarrow \alpha = 0$ … $\alpha = -5 + 100\Delta\ell = 0 \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}05\text{m}$

Δ.3 $W_F = F \cdot \Delta y \Rightarrow W_F = F \cdot (\Delta\ell_0 - \Delta\ell) \Rightarrow \xrightarrow{S.I} W_F = 5\text{N} \cdot (0{,}10 - 0{,}05)\text{m} \Rightarrow$ $\mathbf{W_F = 0{,}25J}$

Δ.4 Η δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο ανάλογο της παραμόρφωσης $F_{\varepsilon\lambda} = K\Delta\ell$ και για την κίνηση από $\Delta\ell_0 = 0{,}10\text{m}$ έως $\Delta\ell = 0{,}05\text{m}$ είναι ομόρροπη της μετατόπισης και έχει θετικό έργο $W_{\varepsilon\lambda}>0$. Για τον υπολογισμό του έργου η γραφική παράσταση $F_{\varepsilon\lambda}(\Delta\ell)$ και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από $\Delta\ell_0 = 0{,}10\text{m}$ έως $\Delta\ell = 0{,}05\text{m}$ (που έχουμε την υ_{max}) δίνει την απόλυτη τιμή του έργου που εδώ είναι θετικό



$$|W_{\varepsilon\lambda}| = \frac{K\Delta\ell_0 + K\Delta\ell}{2}(\Delta\ell_0 - \Delta\ell) \Rightarrow |W_{\varepsilon\lambda}| = \frac{1}{2}K\Delta\ell_0^2 - \frac{1}{2}K\Delta\ell^2 \xrightarrow{S.I} |W_{\varepsilon\lambda}| = 0{,}375J$$

$$\xrightarrow{W>0} \mathbf{W_{\varepsilon\lambda} = +0{,}375J}$$

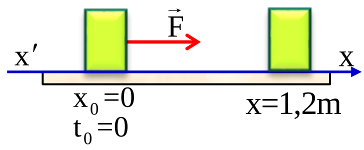
Δ.5 Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από τη θέση $\Delta\ell_0 = 0{,}10\text{m}$ έως $\Delta\ell = 0{,}05\text{m}$ και έχουμε $\Delta K = W_F + W_{\varepsilon\lambda} + W_B \Rightarrow \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = W_F + W_{\varepsilon\lambda} - mg \cdot \Delta y \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = W_F + W_{ελ} - mg\cdot(\Delta\ell_0 - \Delta\ell) \xrightarrow{S.I} \frac{1}{2}1\upsilon^2 = 0{,}25 + 0{,}375 - 1\cdot 10\cdot(0{,}10 - 0{,}05) \Rightarrow$$

$\boldsymbol{\upsilon = 0{,}5m/s}$

Σχόλιο: Το ερώτημα Δ.2 αφαιρέθηκε τελικά από την τράπεζα θεμάτων /ΙΕΠ .

91.(4-13638) Σώμα μάζας m=1kg είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση $x_0=0$. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{ορ}=0{,}5$ και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}=0{,}4$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα δέχεται την επίδραση οριζόντιας



δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο F=10-5x (S.I.), όπου x η θετική θέση του σώματος. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο g=10 m/s^2.

Δ.1 Να αποδείξετε ότι το σώμα αρχίζει να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$.

Δ.2 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από την θέση $x_0=0$ μέχρι τη θέση x=+1,2m.

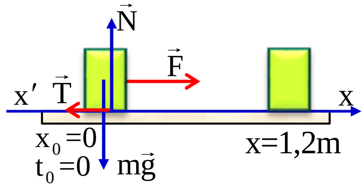
Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης $\vec{T}_{ολ}$ από θέση $x_0=0$ μέχρι τη θέση x=+1,2m.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από την θέση $x_0=0$ μέχρι τη θέση x=+1,2m.

Απάντηση

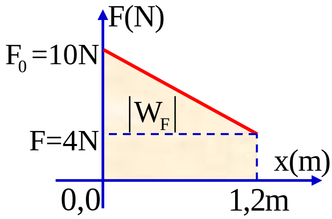
Δ.1 Μόλις στο σώμα ασκηθεί η δύναμη $\vec{F}$ (χρονική στιγμή $t_0=0$ θέση $x_0=0$) έχει τιμή $F=10-5x \quad (S.I) \xrightarrow{x=0} F_0=10N$.

Για το σώμα ισχύει $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$ και η μέγιστη στατική τριβή έχει μέτρο $T_{στ,\,max}=\mu_{ορ}N \Rightarrow T_{στ,\,max}=\mu_{ορ}mg \xrightarrow{S.I} T_{στ,\,max}=5N$.



Επειδή $F_0>T_{στ,\,max}$ το σώμα ξεκινάει την κίνηση και η τριβή γίνεται ολίσθησης με μέτρο $T=\mu_{ολ}mg \xrightarrow{S.I} T=4N$.

Δ.2 Η δύναμη $\vec{F}$ έχει μεταβλητό μέτρο και για την κίνηση από $x=0$ έως $x=+1{,}2m$ είναι ομόρροπη της μετατόπισης και έχει θετικό έργο $W_{ελ}>0$ Για τον υπολογισμό του έργου η γραφική παράσταση F(x) και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από $x=0$ - που η δύναμη έχει μέτρο F_0=10N - έως $x=1,2m$ - που η δύναμη έχει μέτρο F=10-5x $\xrightarrow{x=1,2m}$ F=4N δίνει την απόλυτη τιμή του έργου που εδώ είναι θετικό.



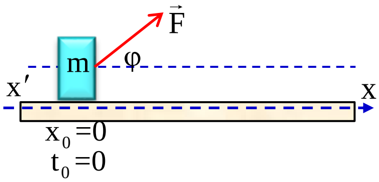
$$|W_F|=\frac{(4+10)N}{2}1,2m \Rightarrow |W_F|=8,4J \xrightarrow{W>0}$$

$\mathbf{W_F = +8,4J}$

Δ.3 $W_T=-T\cdot\Delta x \Rightarrow W_T=-T\cdot(x-0) \xrightarrow{S.I} W_T=4N\cdot 1,2m \Rightarrow \mathbf{W_T = -4,8J}$

Δ.4 $Q=|W_T| \Rightarrow \mathbf{Q=4,8J}$

92.(4-13639) Σώμα μάζας m=1kg είναι ακίνητο σε τραχύ, οριζόντιο, ακλόνητο δάπεδο, στη θέση x=0. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής $\mu_{ορ}$=0,5 και συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}$=0,4. Τη χρονική στιγμή t_0=0 το σώμα δέχεται την επίδραση δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F=10\sqrt{2}-5\sqrt{2}x$ (S.I.), όπου x η θέση του σώματος και κατεύθυνση που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία φ=45°, όπως στο σχήμα. Η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g=10m/s^2$.



Δ.1 Να διερευνήσετε αν το σώμα θα κινηθεί. Αν ναι, ποια χρονική στιγμή θα ξεκινήσει, αν όχι, να εξηγήσετε γιατί.

Δ.2 Να υπολογίσετε τη θέση του σώματος, όταν αυτό έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα έχει τη μέγιστη ταχύτητά του.

Απάντηση

Δ.1 Αναλύουμε την δύναμη $\vec{F}$ στον άξονα κίνησης x΄x και στον $y'y \perp x'x$,

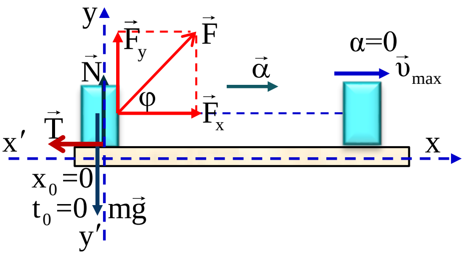
$$F_x=F\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_x=\left(10\sqrt{2}-5\sqrt{2}x\right)\sqrt{2}/2 \Rightarrow F_x=10-5x \text{ (S.I)} \text{ και } F_y=F\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$F_y=\left(10\sqrt{2}-5\sqrt{2}x\right)\sqrt{2}/2 \Rightarrow F_y=10-5x \text{ (S.I)}$$

Στον άξονα y΄y το σώμα ισορροπεί, οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N+F_y-mg=0 \xrightarrow{S.I}$

$N+10-5x-1\cdot 10=0 \Rightarrow N=5x$ (S.I)

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το σώμα είναι στην θέση x=0 η συνιστώσα $F_x=10-5x$ έχει μέτρο $F_{x,0}=10N$, η δύναμη στήριξης $N=5x$ έχει μέτρο $N=0$ (οριακά δεν χάνεται η επαφή) και η στατική τριβή είναι $T_{στ}=\mu_{ορ}N=0$.



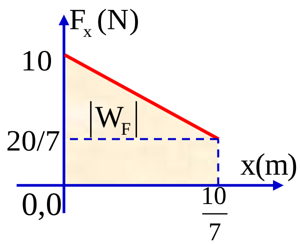
Επειδή $F_x>T_{στ}$ το σώμα αρχίζει να κινείται.

Δ.2 Με την έναρξη της κίνησης η τριβή γίνεται ολίσθησης με $T=\mu_{ολ}N \Rightarrow T=0,4\cdot 5x \Rightarrow T=2x$ (S.I). Το σώμα ξεκινάει από την ηρεμία την $t_0=0$ από την θέση x=0 με επιτάχυνση $α=\dfrac{ΣF_x}{m} \Rightarrow α=\dfrac{F_x-T}{m} \Rightarrow α=\dfrac{10-5x-2x}{1} \Rightarrow α=10-7x$ (S.I).

Παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι επιταχυνόμενη (υ>0, α>0) με επιτάχυνση να μειώνεται , οπότε η ταχύτητα να αυξάνεται αλλά με μειούμενο ρυθμό (μειούμενη επιτάχυνση). Η ταχύτητα συνεχώς αυξάνεται και μεγιστοποιείται στο τέλος της επιταχυνόμενης κίνησης δηλαδή τη χρονική στιγμή που μηδενίζεται η επιτάχυνση,

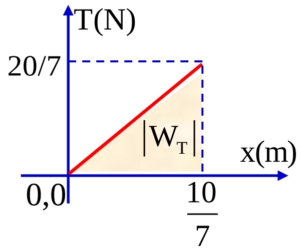
$$υ_{max} \Leftrightarrow α=0 \ \dots\ α=10-7x=0 \Rightarrow \mathbf{x=\frac{10}{7}m}$$

Δ.3 Από τη δύναμη $\vec{F}$ έργο έχει μόνο η συνιστώσα $F_x=10-5x$ (S.I) . Η $\vec{F}_x$ έχει μεταβλητό μέτρο και για την κίνηση από x=0 έως x=10/7m είναι ομόρροπη της μετατόπισης και έχει θετικό έργο $W_F>0$. Για τον υπολογισμό του έργου κάνουμε τη γραφική παράσταση $F_x(x)$ και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από $x=0$ - που η δύναμη $\vec{F}_x$ έχει μέτρο $F_{0x}=10N$ - έως $x=10/7m$ - που η δύναμη $\vec{F}_x$ έχει μέτρο $F=10-5x \xrightarrow{x=10/7m} F_x=\dfrac{20}{7}N$ δίνει την απόλυτη τιμή του έργου που εδώ είναι θετικό.



$$|W_F|=\frac{(10+20/7)N}{2}\frac{10}{7}m \Rightarrow |W_F|=\frac{450}{49}J \xrightarrow{W>0} \mathbf{W_F=\frac{450}{49}J}$$

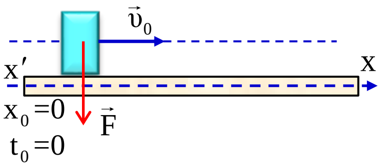
Δ.4 Η τριβή $\vec{T}$ έχει μεταβλητό μέτρο $T=2x$ (S.I) και για την κίνηση από x=0 έως x=10/7m είναι αντίρροπη της μετατόπισης και έχει αρνητικό έργο $W_T<0$. Για τον υπολογισμό του έργου κάνουμε τη γραφική παράσταση T(x) και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από $x=0$ - που η τριβή $\vec{T}$ έχει μέτρο $T_0=0$ - έως $x=10/7m$ - που η τριβή $\vec{T}$ έχει μέτρο $T=2x \xrightarrow{x=10/7m}$ $T=\dfrac{20}{7}N$ δίνει την απόλυτη τιμή του έργου της τριβής



$$|W_T|=\frac{1}{2}\frac{10}{7}m\frac{20}{7}N \Rightarrow |W_F|=\frac{100}{49}J$$

$$Q=|W_T| \Rightarrow \mathbf{Q=\frac{100}{49}J}$$

93.(4-13640) Σημειακό αντικείμενο μάζας m=1Kg, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή t=0, κατά μήκος οριζόντιου ακλόνητου δαπέδου από σημείο του O(x=0) με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=4\sqrt{2}m/s$. Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης και με φορά προς τα κάτω δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F=10\text{-}5x$ (S.I) όπου x η θέση του σώματος. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}=0,4$ και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g=10m/s^2$



Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση x.

Δ.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση $x=+4m$.

Δ.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου. Να αμελήστε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

Απάντηση

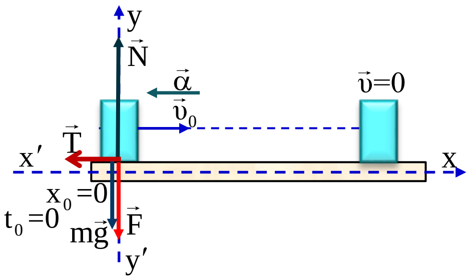
Δ.1 Στον άξονα y΄y το σώμα ισορροπεί, οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}F\text{-}mg=0 \xrightarrow{S.I}$

$N-(10-5x)-1\cdot 10=0 \Rightarrow N=20-5x$ (S.I)

Με την έναρξη της κίνησης η τριβή γίνεται ολίσθησης με **μέτρο** $T=\mu_{ολ}N \Rightarrow$ $T=0,4\cdot(20-5x) \Rightarrow T=8-2x$ (S.I).

(*) Η αλγεβρική τιμή της τριβής με βάση το σύστημα αναφοράς είναι $T=-8+2x$ (S.I).

Δ.2 Παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη ($\upsilon>0$, $\alpha<0$) με επιτάχυνση να μειώνεται, οπότε και η ταχύτητα μειώνεται με μειούμενο ρυθμό (μειούμενη επιτάχυνση). Το κινητό θα σταματήσει- έστω σε θέση x- που θα μηδενισθεί η ταχύτητα και για την ανωτέρω μετατόπιση εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_{\text{ολ}}$



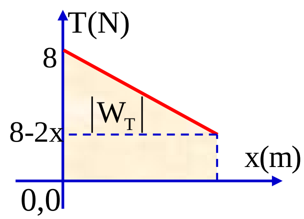
$$\Rightarrow\ 0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_T\ (1)$$

Η τριβή $\vec{T}$ έχει μεταβλητό μέτρο και για την ανωτέρω κίνηση είναι αντίρροπη της μετατόπισης και έχει αρνητικό έργο $W_T<0$. Για τον υπολογισμό του έργου κάνουμε τη γραφική παράσταση $T(x)$ και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από $x=0$ - που η τριβή $\vec{T}$ έχει μέτρο $T_0=8N$ - έως x που $\upsilon=0$- που η τριβή $\vec{T}$ έχει μέτρο $T=8-2x$, δίνει την απόλυτη τιμή του έργου που εδώ είναι αρνητικό.

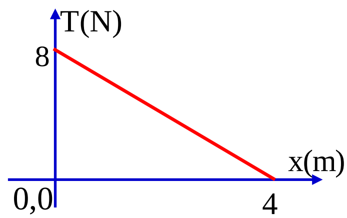
$$|W_T|=\frac{8+8-2x}{2}x\ \Rightarrow |W_T|=8x-x^2 \xrightarrow{W_T<0} W_T=-8x+x^2\ (2)$$

Από (1) και (2) έχουμε $-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-8x+x^2 \xrightarrow{S.I}$

$-16=-8x+x^2 \Rightarrow x^2-8x+16=0$ που έχει λύση **x=+4m**.



(*) Τη χρονική στιγμή – στη θέση x=4m - που μηδενίζεται η ταχύτητα η τριβή T=8-2.4=0N . Η πλήρης T(x) μέχρι τον μηδενισμό αυτής αποδίδεται στο 2^o διάγραμμα.



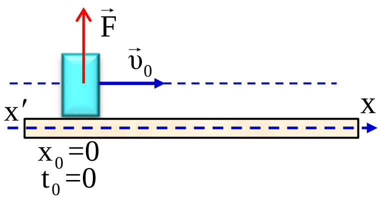
Δ.3 $Q=|W_T| \xrightarrow{(1)} Q=\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I} Q=16J$

ή $Q=|W_T| \xrightarrow{(2)} Q=|-8x+x^2| \xrightarrow{x=4m} Q=16J$

ή από το 2^o διάγραμμα $Q=|W_T| \xrightarrow{S.I}$

$$Q=\frac{1}{2}4\cdot 8=16J$$

94.(4-13641) Σημειακό αντικείμενο μάζας m=1Kg, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή t=0, κατά μήκος οριζόντιου ακλόνητου δαπέδου από σημείο του O(x=0) με αρχική ταχύτητα $\upsilon_0=4\sqrt{2}\,m/s$. Την ίδια χρονική στιγμή, το σώμα δέχεται την επίδραση κατακόρυφης



και με φορά προς τα πάνω δύναμης $\vec{F}$, που έχει μέτρο $F=10\text{-}5x$ (S.I) όπου x η θέση του σώματος. Το σώμα παρουσιάζει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{ολ}=0,4$ και η γήινη βαρυτική επιτάχυνση έχει μέτρο $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που δέχεται το σημειακό αντικείμενο σε θέση x.

Δ.2 Να αποδείξετε ότι το σημειακό αντικείμενο θα σταματήσει στη θέση $x=+4m$.

Δ.3 Να υπολογίσετε την θερμότητα που εκλύεται στο περιβάλλον, λόγω της τριβής ολίσθησης, καθ' όλη τη διάρκεια της κίνησης του σημειακού αντικειμένου. Να αμελήστε τις δυνάμεις που ασκεί ο ατμοσφαιρικός αέρας.

Απάντηση

Δ.1 Στον άξονα y΄y το σώμα ισορροπεί, οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N+F\text{-}mg=0 \xrightarrow{S.I}$

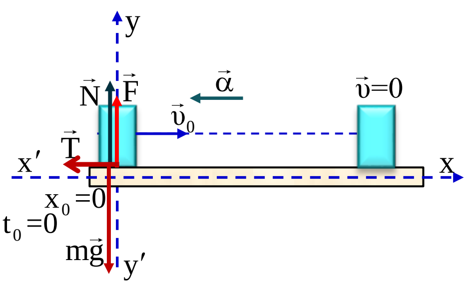
$N+(10\text{-}5x)\text{-}1\cdot 10=0 \Rightarrow N=5x$ (S.I)

Με την έναρξη της κίνησης η τριβή γίνεται ολίσθησης με **μέτρο** $T=\mu_{ολ}N \Rightarrow$

$T=0,4\cdot 5x \Rightarrow T=2x$ (S.I).

(*) Η αλγεβρική τιμή της τριβής με βάση το σύστημα αναφοράς είναι $T=\text{-}2x$ (S.I).

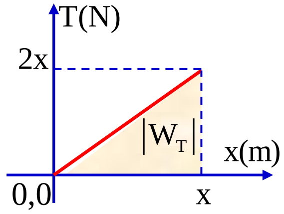
Δ.2 Παρατηρούμε ότι η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη ($\upsilon>0$, $\alpha<0$) με επιτάχυνση να αυξάνεται, οπότε και η ταχύτητα μειώνεται με αυξανόμενο ρυθμό (αυξανόμενη επιτάχυνση). Το κινητό θα σταματήσει- έστω σε θέση x- που θα μηδενισθεί η ταχύτητα και για την ανωτέρω μετατόπιση εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ, $\Delta K=W_{ολ}$



$$\Rightarrow\ 0\text{-}\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=W_T \quad (1)$$

Η τριβή $\vec{T}$ έχει μεταβλητό μέτρο και για την ανωτέρω κίνηση είναι αντίρροπη της μετατόπισης και έχει αρνητικό έργο $W_T<0$. Για τον υπολογισμό του έργου κάνουμε τη γραφική παράσταση $T(x)$ και το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν από $x=0$ - που η τριβή $\vec{T}$ έχει μέτρο T_0=0N - έως x που υ=0- που η τριβή $\vec{T}$ έχει μέτρο T=2x , δίνει την απόλυτη τιμή του έργου που εδώ είναι αρνητικό.

$$|W_T|=\frac{1}{2}x\cdot 2x \Rightarrow |W_T|=x^2 \xrightarrow{W_T<0} W_T=-x^2 \ (2)$$



Από (1) και (2) έχουμε $-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-x^2 \xrightarrow{S.I} -16=-x^2$

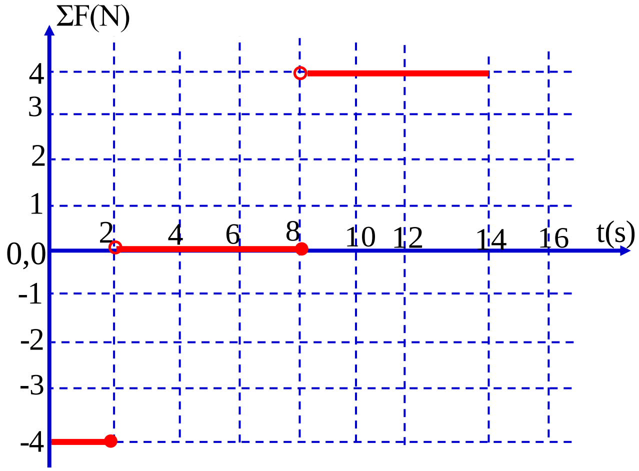
$\Rightarrow x^2-16=0$ που έχει λύση **x=+4m** και x=-4m (απορρίπτεται για τα δεδομένα του προβλήματος αφού θεωρήσαμε κίνηση από την x=0 και προς τα θετικά).

(*) Τη χρονική στιγμή – στη θέση x=4m- που μηδενίζεται η ταχύτητα η τριβή $T=2\cdot 4=8N$

Δ.3 $Q=|W_T| \xrightarrow{(1)} Q=\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I} Q=16J$

ή $Q=|W_T| \xrightarrow{(2)} Q=|x^2| \xrightarrow{x=4m} Q=16J$

95.(4-13642) Σημειακό αντικείμενο μάζας m=1kg είναι ακίνητο σε οριζόντιο, ακλόνητο, μεγάλου μήκους διάδρομο, στη θέση $x_0=0$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σημειακό αντικείμενο δέχεται την επίδραση οριζόντιας συνισταμένης δύναμης, που μεταβάλλεται με το χρόνο όπως στο διάγραμμα που ακολουθεί:



Δ.1 Να υπολογίσετε:

Α. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ και τη θέση $\vec{x}_1$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=2s.

Β. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$ και τη θέση $\vec{x}_2$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_2=8s.

Γ. την ταχύτητα $\vec{\upsilon}_3$ και τη θέση $\vec{x}_3$ του σώματος τη χρονική στιγμή t_3=14s.

Δ. την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=14s.

Ε. το έργο της συνισταμένης δύναμης που ασκούνται στο σώμα από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=14s.

Δ.2 Να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις:

Α. ταχύτητας - χρόνου (υ–t) και

Β. θέσης – χρόνου (x–t) από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=14s.

Απάντηση

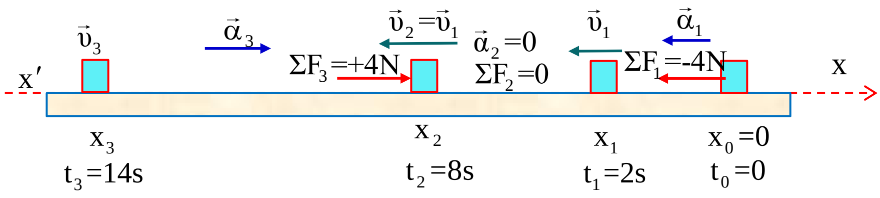
1η φάση $t_0=0\leq t\leq t_1=2s$ Το κινητό εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση από την ηρεμία με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1$, $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow \Sigma F_1=m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1=\frac{\Sigma F_1}{m}=\frac{-4N}{1Kg} \Rightarrow$

$\alpha_1=-4m/s^2$.

Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $\upsilon=\alpha_1(t-t_0) \xrightarrow{t_0=0}$ ή $\upsilon=\alpha_1 t \Rightarrow \upsilon=-4t$ (S.I)

$\xrightarrow{t=t_1=2s} \boldsymbol{\upsilon_1=-8m/s}$.

Χρονική εξίσωση θέσης: $x=\frac{1}{2}\alpha_1(t-t_0)^2 \xrightarrow{t_0=0} x=\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \xrightarrow{\alpha_1=-4m/s^2} x=-2t^2$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_1=2s}$ $\mathbf{x_1 = -8m}$.



2η φάση $t_1=2\le t\le t_2=8s$ Επειδή $\Sigma\vec{F}_x=0$ η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή (α_2=0) με υ=σταθερή=υ_1=-8m/s, άρα και την t_2=8s η ταχύτητα είναι $\mathbf{\upsilon_2}$**=8m/s.**

Χρονική εξίσωση θέσης: $x=x_1+\upsilon_1(t-t_1) \xrightarrow{S.I} x= -8-8(t-2) \xrightarrow{t_2=8s}$ $\mathbf{x_2 = -56m}$

3η φάση $t_2=8\le t\le t_3=14s$ Το κινητό εκτελεί με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}_3$,

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_3 \Rightarrow \Sigma F_3=m\alpha_3 \Rightarrow \alpha_3=\frac{\Sigma F_3}{m}=\frac{+4N}{1Kg} \Rightarrow \alpha_3=+4m/s^2 .$$

Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $\upsilon=\upsilon_2+\alpha_3(t-t_2) \xrightarrow{S.I} \upsilon=-8+4(t-8)$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_3=14s}$ $\mathbf{\upsilon_3=+16m/s}$.

Το αποτέλεσμα αυτό σημαίνει ότι ενδιάμεσα η ταχύτητα μηδενίζεται και το κινητό αλλάζει φορά κίνησης κινούμενο προς τα θετικά.

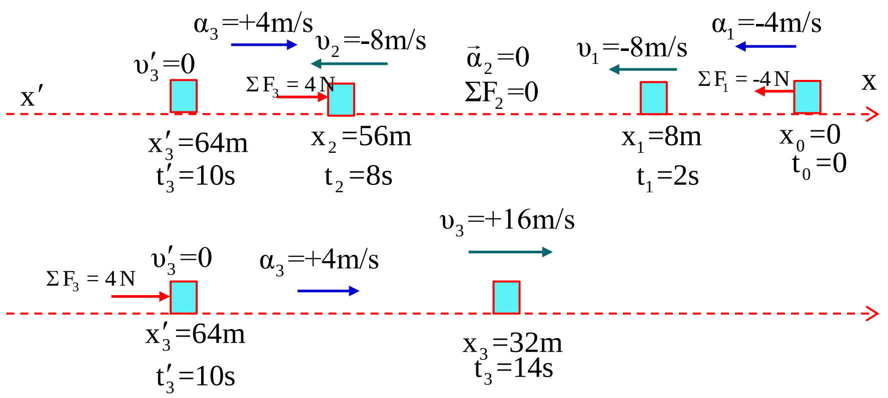
Χρονική εξίσωση θέσης: $x=x_2+\upsilon_2(t-t_2)+\frac{1}{2}\alpha_3(t-t_2)^2 \xrightarrow{S.I}$

$$x=-56-8(t-8)+\frac{1}{2}(+4)(t-8)^2 \Rightarrow x=-56-8(t-8)+2(t-8)^2 \text{ (S.I)} \xrightarrow{t=t_3=14s} \mathbf{x_3=-32m}$$

Η ταχύτητα στη φάση αυτή μηδενίζεται την $t=t'_3$ … $\upsilon=-8+4(t-8)$ (S.I) $\xrightarrow{\upsilon=0}$ $0=-8+4(t'_3-8) \Rightarrow t'_3=10s$ …με το κινητό να είναι στη θέση $x=x'_3$ …

$$x=-56-8(t-8)+2(t-8)^2 \text{ (S.I)} \xrightarrow{t=t'_3=10s} x'_3=56+8(10-8)-2(10-8)^2 \Rightarrow \mathbf{x'_3=64m}$$

Συμπερασματικά όλα τα ανωτέρω χαρακτηριστικά της κίνησης φαίνονται στο παρακάτω σχήμα .



Δ.1-1 Την t_1=2s το κινητό έχει $\mathbf{\upsilon_1 = -8m/s}$ και $\mathbf{x_1 = -8m}$

Δ.1-2 Την t_2=8s το κινητό έχει **υ_2=-8m/s** και $\mathbf{x_2 = -56m}$

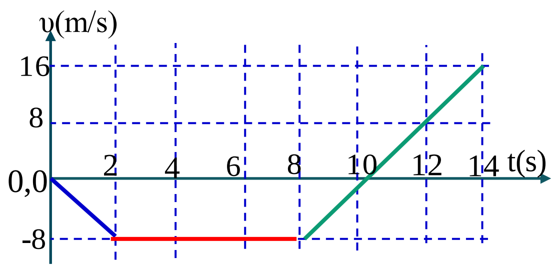
Δ.1-3 Την t_3=14s το κινητό έχει $\mathbf{\upsilon_3 = +16m/s}$ και $\mathbf{x_3 = -32m}$

Δ.1-4 Μεταβολή κινητικής ενέργειας $\Delta K = K_3 - K_0$ $\quad \Delta K = \frac{1}{2} m\upsilon_3^2 - 0 \xrightarrow{S.I}$

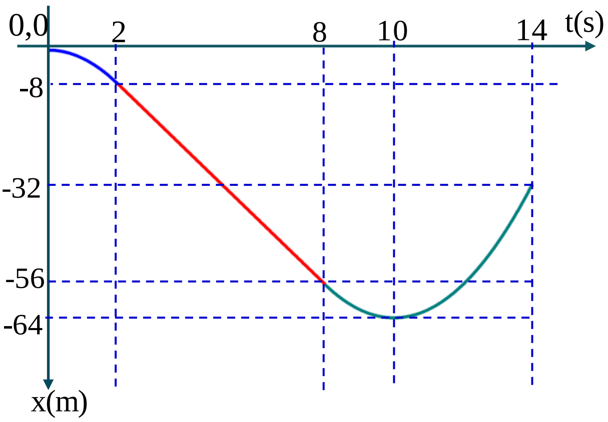
$$\Delta K = \frac{1}{2} 1Kg(16m/s)^2 \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 128J}$$

Δ.1-5 Από το Θ.Μ.Κ.Ε έχουμε $W_{\Sigma F} = \Delta K \Rightarrow \mathbf{W_{\Sigma F} = 128J}$

Δ.2-1 Γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου (υ–t)



Δ.2-2 Γραφική παράσταση θέσης – χρόνου (x–t) από τη χρονική στιγμή t_0=0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3=14s.



96. (4-13658) Στο δάπεδο του διαδρόμου του σχολείου βρίσκεται ακίνητο ένα κιβώτιο με βιβλία συνολικής μάζας m=20kg. Τη χρονική στιγμή t_0=0s ένας μαθητής αρχίζει να τραβά το κιβώτιο, ασκώντας σε αυτό σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 100N, η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει γωνία 60° με το οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή t_1=4s η ταχύτητα του κιβώτιου είναι ίση με $υ_1$=2m/s και ο μαθητής σταματά να τραβά το κιβώτιο. Στη συνέχεια το κιβώτιο κινείται για λίγο ακόμη επάνω στο δάπεδο και τέλος ακινητοποιείται. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10m/s^2.

Δ.1 α. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κιβωτίου κατά το χρονικό διάστημα που ο μαθητής ασκούσε δύναμη σ' αυτό.

β. Με βάση τα δεδομένα του προβλήματος να εξηγήσετε γιατί υπάρχει τριβή μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

Δ.2 Να σημειώσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο για τα χρονικά διαστήματα 0 s → 4 s και 4 s → t_2 (όπου t_2 η χρονική στιγμή κατά την οποία το κιβώτιο ακινητοποιείται).

Να υπολογίσετε:

Δ.3 α. Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου.

β. Την ενέργεια που προσφέρθηκε από τον μαθητή στο κιβώτιο.

Δ.4 Το συνολικό διάστημα που διανύθηκε από το κιβώτιο επάνω στο δάπεδο, από τη χρονική στιγμή t_0 = 0 s, μέχρις αυτό να σταματήσει.

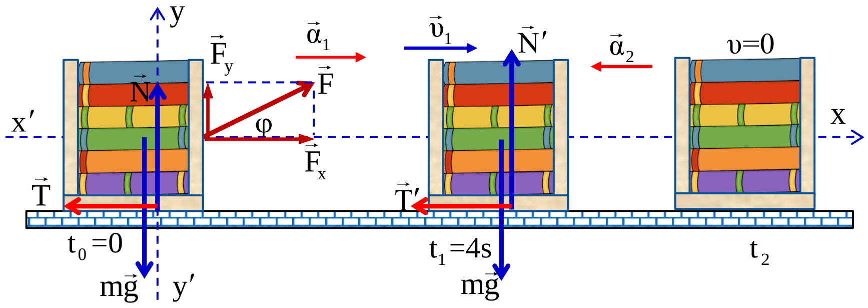
Δίνονται: ημ60° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$, συν60° = $\frac{1}{2}$, $\sqrt{3} \simeq 1,7$

Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 α) $\upsilon_1=\alpha_1 t_1 \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{\upsilon_1}{t_1} \xrightarrow{S.I} \alpha_1=\dfrac{2m/s}{4s} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1=0{,}5m/s^2}$

β) Αν δεν υπήρχε τριβή η επιτάχυνση θα ήταν $\alpha'=\dfrac{\Sigma F_x}{m} \Rightarrow \alpha'=\dfrac{F_x}{m} \Rightarrow \alpha'=\dfrac{F\sigma\upsilon\nu\varphi}{m}$ $\xrightarrow{S.I}$ $\alpha'=2{,}5m/s^2$ …μεγαλύτερη από την πραγματική, άρα υπάρχει δύναμη αντίθετη στην κίνηση ώστε να μειώνει τη επιτάχυνση και αυτή είναι η τριβή που στην 1η φάση της κίνησης είναι $\Sigma F_x=m\alpha_1 \Rightarrow F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}T=m\alpha_1 \Rightarrow T=F\sigma\upsilon\nu\varphi\text{-}m\alpha_1$ $\xrightarrow{S.I}$ $T=40N$

Δ.2



Δ.3 α) Στην 1η φάση της κίνησης $\Sigma \vec{F}_y=0 \Rightarrow N+F_y\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg\text{-}F\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I}$

$$N=20\cdot 10\text{-}100\frac{\sqrt{3}}{2}=115N$$

$$T=\mu N \Rightarrow \mu=\frac{T}{N} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\mu=\frac{40}{115}} \text{ ή } \mu=0{,}3478 \text{ ή } \mu\simeq 0{,}35$$

β) Στην 1η φάση της κίνησης $x_1=\dfrac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I} x_1=\dfrac{1}{2}0{,}5\cdot 4^2 \Rightarrow x_1=4m$

Η ενέργεια προσφέρθηκε στην 1η φάση μέσω του έργου της δύναμης $\vec{F}$ του παιδιού και είναι $E_{\pi\rho o\sigma}=W_F=W_{Fx} \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=F\sigma\upsilon\nu\varphi.\Delta x_1 \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=F\sigma\upsilon\nu\varphi.x_1 \xrightarrow{S.I}$

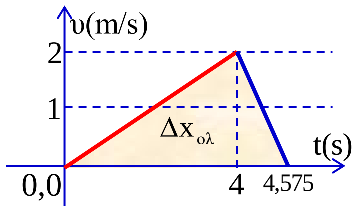
$$E_{\pi\rho o\sigma}=100\cdot\frac{1}{2}\cdot 4 \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=200J$$

Δ.4 Στη 2η φάση της κίνησης $\Sigma \vec{F}_y=0 \Rightarrow N'\text{-}Mg=0 \Rightarrow N'=mg$ και η τριβή έχει τιμή $T'=\mu N' \Rightarrow T'=\mu mg$ (1). Η επιτάχυνση στην φάση αυτή είναι…

$$\Sigma \vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow \text{-}T'=m\alpha_2 \xrightarrow{(1)} \text{-}\mu mg=m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=\text{-}\mu g \xrightarrow{S.I} \alpha_2=\text{-}\frac{400}{115}\frac{m}{s^2}$$

Χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_1+\alpha_2(t-t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon=2-\dfrac{400}{115}(t-4)$ και για την στιγμή t_2 που μηδενίζεται η ταχύτητα έχουμε

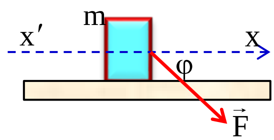
$$0=2-\frac{400}{115}(t_2-4) \Rightarrow t_2=4{,}575s\,.$$



Κάνουμε τη γραφική παράσταση υ(t) από το εμβαδόν της υπολογίζουμε την συνολική μετατόπιση – και το διάστημα-

$$\Delta x_{ολ}=\frac{1}{2}4{,}575s\cdot 2m/s \Rightarrow \mathbf{\Delta x_{ολ}=4{,}575m}$$

97.(4-13659) Το σώμα του σχήματος έχει μάζα m=2kg και αρχικά ηρεμεί στο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει στο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της δύναμης μέτρου F=20N, που φαίνεται στο σχήμα, της οποίας η διεύθυνση σχηματίζει γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης σώματος και επιπέδου είναι μ=0,2 και $g=10m/s^2$.



Δ.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης.

Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης.

Δ.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα και τη μετατόπιση του σώματος για χρονικό διάστημα 5s από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη.

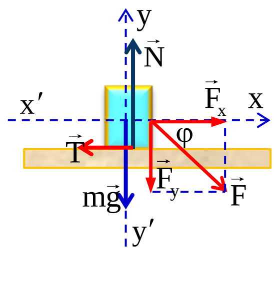
Δ.4 Να σχεδιάσετε τα διαγράμματα ταχύτητας-χρόνου και μετατόπισης-χρόνου, σε βαθμολογημένους άξονες, για το χρονικό διάστημα των 5s από τη στιγμή που άρχισε να ασκείται η δύναμη.

Δίνονται ημ45° = συν45° = 0,7

Απάντηση

Δ.1 $F_x=F\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_x=20\cdot 0{,}7=14N$,

$F_y=F\eta\mu\varphi \Rightarrow F_y=20\cdot 0{,}7=14N$,



Δ.2 $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N-F_y-mg=0 \Rightarrow N=mg+F_y \xrightarrow{S.I}$

$N=2\cdot 10+14=34N$

$T=\mu N \xrightarrow{S.I} T=0{,}2\cdot 34N \Rightarrow T=6{,}8N$

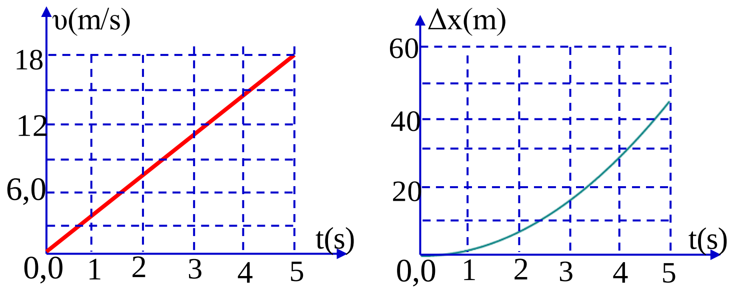
Δ.3 Επιτάχυνση της κίνησης $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F_x\text{-}T = m\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{F_x\text{-}T}{m} \Rightarrow \alpha = \dfrac{14\text{-}6{,}8}{2}\dfrac{N}{Kg} \Rightarrow$

$\alpha = 3{,}6 m/s^2$

Ταχύτητα: $\upsilon = \alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 3{,}6t \ (S.I) \xrightarrow{t=5s} \upsilon = 18 m/s$

Μετατόπιση: $\Delta x = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x = \dfrac{1}{2}3{,}6t^2 \Rightarrow \Delta x = 1{,}8t^2 \ (S.I) \xrightarrow{t=5s} \Delta x = 45m$

Δ.4 Οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας $\upsilon = 3{,}6t$ (S.I) και της μετατόπισης $\Delta x = 1{,}8t^2$ (S.I) αποδίδονται στα παρακάτω διαγράμματα



98. (4-13660) Σώμα μάζας m=5kg, όπως φαίνεται στο σχήμα, εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα υ_0=10m/s από την βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης φ=30°. Το σώμα, αφού διανύσει διάστημα s=8m επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει τριβή, επιστρέφει με ταχύτητα μέτρου υ στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε. Το σώμα, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, με αρχική ταχύτητα μέτρου υ, σε οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο και σταματά αφού διανύσει διάστημα s_1 επάνω σε αυτό. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και των επιπέδων επάνω στα οποία κινείται, είναι ο ίδιος και για τα δύο επίπεδα.
Δίνεται $g = 10m/s^2$.

Δ.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο επίπεδο και κατά την κάθοδό του σε αυτό και να τις αναλύσετε σε ορθογώνιο σύστημα αναφοράς, του οποίου ο ένας άξονας συμπίπτει με την διεύθυνση της κίνησης. Επίσης να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και κατά την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο.

Να υπολογίσετε:

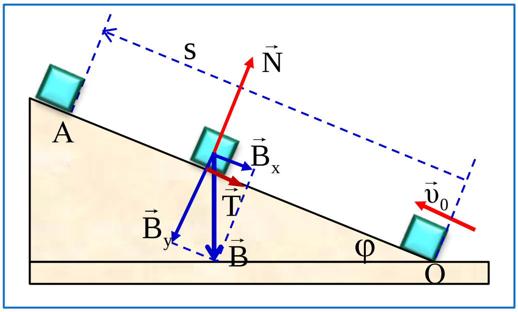
Δ.2 Το μέτρο της τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου και τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και των επιπέδων επάνω στα οποία αυτό κινείται.

Δ.3 Να εξηγήσετε γιατί το σώμα επιστρέφει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου.
Δ.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας υ, με την οποία το σώμα επιστρέφει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου και το διάστημα s_1 που το σώμα διανύει στο οριζόντιο επίπεδο.

Δίνονται: $ημ30^o = \dfrac{1}{2}$, $συν30^o = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ και $\dfrac{50\sqrt{3}}{12} \simeq 7$.

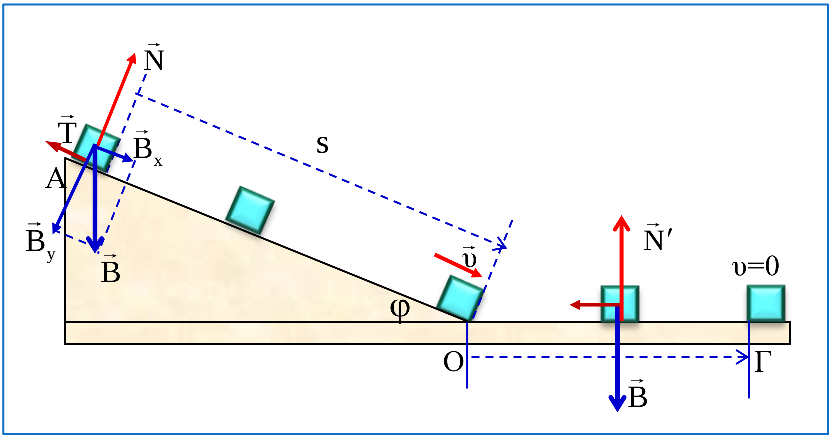
Απάντηση

Δ.1 κεκλιμένο επίπεδο: Συνιστώσες του βάρους B_x=Βημφ=mgημφ , B_y=Βσυνφ=mgσυνφ



Ισορροπίας στον y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$ $N\text{-}B_y=0 \Rightarrow N=mgσυνφ$ και τριβή $T=\mu N \Rightarrow T=\mu mgσυνφ$ (1)

Οριζόντιο επίπεδο- Ισορροπία στον y΄y: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N'\text{-}B=0 \Rightarrow N'=mg$ και τριβή $T'=\mu N' \Rightarrow T'=\mu mg$ (2)



Δ.2 ΘΜΚΕ στη άνοδο, $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow 0\text{-}\dfrac{1}{2}mυ_0^2=\text{-}mgημφ\cdot s\text{-}Ts \Rightarrow$

$$T==\frac{mυ_0^2/2\text{-}mgημφ\cdot s}{s} \xrightarrow{S.I} \mathbf{T=6,25N}$$

Με βάση την ανωτέρω τιμή για την τριβή στο κεκλιμένο επίπεδο και σχέση (1) υπολογίζουμε τον συντελεστή τριβή,

$$T=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu=\frac{T}{mg\sigma\upsilon\nu\varphi} \xrightarrow{S.I} \mu=\frac{6,25}{5\cdot 10\cdot \sqrt{3}/2} \Rightarrow \boldsymbol{\mu=\frac{\sqrt{3}}{12}}.$$

Δ.3 Στο ανώτερο σημείο και μόλις μηδενισθεί η ταχύτητα η τριβή αντιστρέφεται και στιγμιαία γίνεται στατική με μέγιστη τιμή $T_{\sigma\tau,max}=\mu_{\sigma\tau}N \Rightarrow T_{\sigma\tau,max}=\mu_{\sigma\tau}mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

Σχόλιο: Ο συντελεστής στατικής τριβής δεν δίνεται και συνεπώς δεν μπορεί να υπολογισθεί η μέγιστη (οριακή) στατική τριβή. Για την συνέχεια του προβλήματος υποθέτουμε ότι $\mu_{\sigma\tau}=\mu_{o\lambda}=\sqrt{3}/12$.

Με βάση την ανωτέρω παραδοχή $T_{\sigma\tau,max}=\mu_{\sigma\tau}mg\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{S.I}$

$$T_{\sigma\tau,max}=\frac{\sqrt{3}}{12}\cdot 5\cdot 10\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_{\sigma\tau,max}=6,25N$$

Επειδή $B_x=mg\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} B_x=25N>T_{\sigma\tau,max}=6,25N$ το σώμα αρχίζει να κατέρχεται το κεκλιμένο επίπεδο.

Δ.4 ΘΜΚΕ στη κάθοδο, $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0=\text{-}mg\eta\mu\varphi\cdot s+Ts \Rightarrow$

$$\upsilon=\sqrt{\frac{2(Ts\text{-}mg\eta\mu\varphi\cdot s)}{m}} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\upsilon=2\sqrt{15}\,m/s}$$

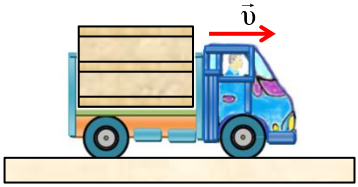
Η τριβή στο οριζόντιο δάπεδο υπολογίζεται από την σχέση (2) και είναι $T'=\mu mg$

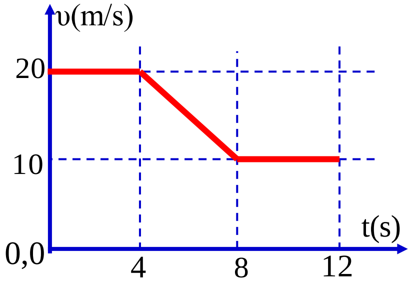
$$\xrightarrow{S.I} T'=\frac{\sqrt{3}}{12}\cdot 5\cdot 10 \Rightarrow T'=\frac{50\sqrt{3}}{12}\simeq 7N$$

ΘΜΚΕ στο οριζόντιο δάπεδο $\Delta K=W_{T'} \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon^2\text{-}0=T's_1 \Rightarrow s_1=\frac{m\upsilon^2}{2T'} \Rightarrow$

$$\boldsymbol{s_1=\frac{150}{7}m} \text{ ή } \boldsymbol{s_1\simeq 21,4m}$$

99. (4-13664) Στην καρότσα ενός φορτηγού, το οποίο κινείται σε οριζόντιο δρόμο, βρίσκεται ένα μεγάλο κιβώτιο μάζας m=200kg, χωρίς να είναι δεμένο ή στερεωμένο με οποιοδήποτε τρόπο πάνω σε αυτή. Η μάζα του φορτηγού, χωρίς το κιβώτιο είναι M=2800kg. Το φορτηγό αρχικά κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $υ_0$=20m/s, αλλά ο οδηγός του αναγκάστηκε να φρενάρει, με αποτέλεσμα το μέτρο της ταχύτητάς του να μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη γραφική παράσταση του διαγράμματος, ενώ κινείται πάντα ευθύγραμμα. Στη διάρκεια του φρεναρίσματος, το κιβώτιο δεν ολίσθησε πάνω στην καρότσα, εξαιτίας της τριβής που δημιουργήθηκε μεταξύ τους. Να υπολογίσετε:





Δ.1 το μέτρο της μετατόπισης του φορτηγού από τη στιγμή t_0=0 , μέχρι τη στιγμή t=12s.

Δ.2 το μέτρο της συνισταμένης δύναμης, η οποία επιβραδύνει το όχημα, στη διάρκεια του φρεναρίσματος,

Δ.3 τον ελάχιστο συντελεστή οριακής τριβής μεταξύ του κιβωτίου και της καρότσας, ώστε να μην παρατηρείται ολίσθηση του κιβωτίου πάνω σε αυτή, κατά το φρενάρισμα

Δ.4 το έργο της τριβής που ασκήθηκε στο κιβώτιο από την καρότσα του φορτηγού, στη διάρκεια του φρεναρίσματος.

Δυνάμεις που οφείλονται στον ατμοσφαιρικό αέρα, μπορούν να αγνοηθούν και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας να θεωρηθεί g=10m/s^2.

Απάντηση

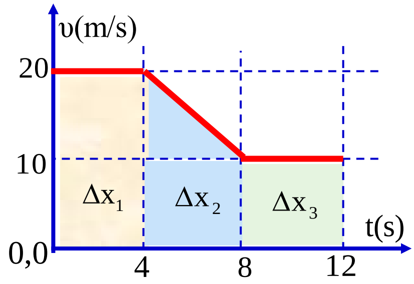
Δ.1 Η μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραφικής παράστασης υ(t)

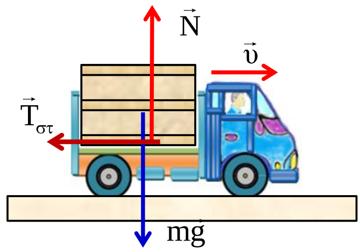
$$\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3 \Rightarrow \Delta x=20\cdot 4+\frac{20+10}{2}(8\text{-}4)+10\cdot(12\text{-}8) \Rightarrow \Delta x=180\text{m}$$

Δ.2 Στην 2η φάση της κίνησης $α=\frac{\Delta υ}{\Delta t} \Rightarrow α=\frac{10\text{-}20}{8\text{-}4}\frac{\text{m/s}}{\text{s}} \Rightarrow α=\text{-}2{,}5\text{m/s}^2$.

Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το όχημα είναι $ΣF=(M+m)α \Rightarrow$

$ΣF=3000\text{Kg}(\text{-}2{,}5\text{m/s}^2) \Rightarrow ΣF=\text{-}7500\text{N}$ (αλγεβρική τιμή) …μέτρο ΣF=7500N και κατεύθυνση αρνητική αντίθετη της κίνησης.





Δ.3 Στην $2^{η}$ φάση της κίνησης που το αυτοκίνητο επιβραδύνεται το κιβώτιο τείνει να ολισθήσει προς τα εμπρός λόγω αδράνειας για να διατηρήσει την ταχύτητά του και έτσι δέχεται τριβή $T_{στ}$ με φορά προς τα πίσω -αρνητική …η οποία (τριβή) είναι αυτή που βγάζει την επιτάχυνση $α$=-2,5m/s^2 ίδια με αυτή του αυτοκινήτου και έτσι αυτό δεν ολισθαίνει ως προς το αυτοκίνητο.

$\Sigma\vec{F}_{x,κιβώτιο}=m\vec{α} \Rightarrow -T_{στ}=m(-α) \Rightarrow T_{στ}=mα$ (1) [$T_{στ}$ και $α$ είναι με τα μέτρα τους]

$\Sigma\vec{F}_{y,κιβώτιο}=0 \Rightarrow N=mg\ (2)$.

Για την στατική τριβή ισχύει, $T_{στ} \le T_{στ,max} \Rightarrow T_{στ} \le μ_{στ}N \xrightarrow{(1,2)} mα \le μ_{στ}mg \Rightarrow$

$$μ_{στ} \ge \frac{α}{g} \Rightarrow μ_{στ} \ge \frac{2,5\ m/s^2}{10\ \ m/s^2} \Rightarrow μ_{στ} \ge 0,25 \text{ οπότε } \boldsymbol{μ_{στ,min}=0,25}$$

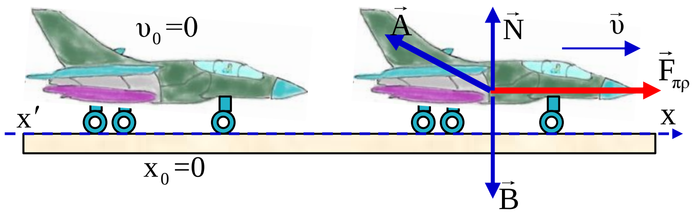
Δ.4 Στην $2^{η}$ φάση της κίνησης $4s \le t \le 8s$ η μετατόπιση για ακίνητο παρατηρητή του αυτοκινήτου και κιβωτίου βρίσκεται από το αντίστοιχο τμήμα του διαγράμματος υ(t)… $\Delta x_2=\frac{20+10}{2}\frac{m}{s}(8\text{-}4)s \Rightarrow \Delta x_2=60m$.

$W_{T,κιβώτιο}=T_{στ}\Delta x_2 συν180^0 \Rightarrow W_{T,κιβ}=-T_{στ}\Delta x_2 \xrightarrow{(1)} W_{T,κιβ}=-mα\Delta x_2 \Rightarrow$

$W_{T,κιβ}=-200\cdot 2,5\cdot 60\ J \Rightarrow W_{T,κιβ}=-30000\ J$

Σχόλιο: Ενδιαφέρον θα είχε να ζητούσε το έργο της τριβής που ασκήθηκε από το κιβώτιο στο αυτοκίνητο (για ακίνητο παρατηρητή). Εδώ θέλει προσοχή γιατί η τριβή που δέχεται το αυτοκίνητο είναι ομόρροπη της μετατόπισης και το έργο είναι θετικό $W_{T,αυτοκίνητο}=T_{στ}\Delta x_2 συν0^0 \Rightarrow W_{T,αυτ}=T_{στ}\Delta x_2 \ldots \Rightarrow W_{T,αυτ}=+30000\ J$

100. (4-13665) Η απογείωση των αεροσκαφών στηρίζεται στη δημιουργία μιας πλάγιας προς τα πάνω δύναμης από τον αέρα στο σκάφος, κυρίως εξαιτίας της κλίσης και του σχήματος των πτερυγίων του. Το μέτρο της δύναμης αυτής αυξάνει καθώς αυξάνεται η ταχύτητα του αεροσκάφους, μέχρι που τελικά, η κατακόρυφη συνιστώσα της, καταφέρνει να το απογειώσει.



Στην εικόνα φαίνεται ένα αεροσκάφος συνολικής μάζας $m=3\cdot10^4$kg μαζί με τους επιβάτες και το φορτίο του, σε διαδικασία απογείωσης. Αρχικά βρίσκεται στη θέση $x_0=0$ ακίνητο ($\upsilon_0=0$). Στο αεροσκάφος ασκείται από τον προωθητικό μηχανισμό του σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}_{\pi\rho}$, μέτρου $F_{\pi\rho}=5\cdot10^5$N και αμέσως αρχίζει να τροχοδρομεί κινούμενο ευθύγραμμα στον οριζόντιο διάδρομο απογείωσης. Έτσι δημιουργείται μια πλάγια και προς τα πάνω δύναμη αντίστασης $\vec{A}$ όπως στο σχήμα από τον αέρα στο σκάφος, με σταθερή διεύθυνση που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί της αριθμοί ημφ=0,6 και συνφ=0,8. Το μέτρο της δύναμης αυτής αυξάνεται με την μετατόπιση από την αρχική θέση του αεροσκάφους, σύμφωνα με τη σχέση $A=1000x$, (S.I.). Να υπολογίσετε:

Δ.1 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης στήριξης $\vec{N}$ του αεροσκάφους από το έδαφος, όταν απέχει $x=200$m από την αρχική θέση εκκίνησης,
Δ.2 σε πόση απόσταση από την αρχική θέση εκκίνησης του αεροσκάφους, αυτό απογειώνεται,
Δ.3 το μέτρο της επιτάχυνσης του αεροσκάφους, τη στιγμή της απογείωσης.
Αν δίνεται ότι το μέτρο της ταχύτητας του αεροσκάφους, τη στιγμή της απογείωσης είναι $\upsilon=100$m/s να υπολογίσετε:

Δ.4 το έργο της δύναμης αντίστασης $\vec{A}$, από τη στιγμή της εκκίνησης, μέχρι τη στιγμή της απογείωσης του αεροσκάφους.
Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10$ m/s^2.

Απάντηση

Δ.1 Για όσο χρόνο το αεροπλάνο είναι σε επαφή με τον διάδρομο $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

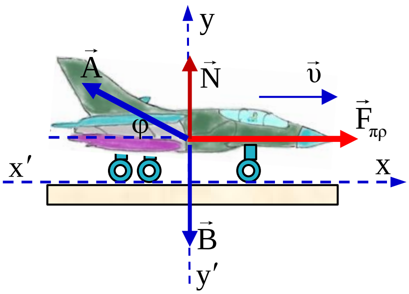
$N+A_y-B=0 \Rightarrow N+A\eta\mu\varphi-mg=0 \Rightarrow$

$N=mg-A\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I}$

$N=3\cdot10^4.10-1000x\cdot0{,}6 \Rightarrow$

$\mathbf{N=3\cdot10^5-600x}$ (S.I) $\xrightarrow{x=200m}$

$\mathbf{N=18\cdot10^4\,N}$



Δ.2 Για όσο χρόνο N>0 το αεροπλάνο είναι σε επαφή με τον διάδρομο και όταν N=0 χάνεται η επαφή και αρχίζει η απογείωση.

$N=3\cdot10^5-600x$ (S.I) $\xrightarrow{N=0} 0=3\cdot10^5-600x \Rightarrow \mathbf{x=500m}$

Δ.3 Στη θέση x=500m , $A_x=A\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow A_x=1000x\cdot0{,}8 \Rightarrow A_x=800x$ (S.I)

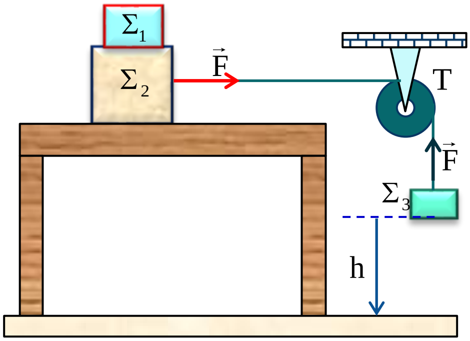
και για τη θέση της απογείωσης που x=500m έχουμε $A_x=800.500=4\cdot10^5N$

και η επιτάχυνση είναι $\alpha=\dfrac{F_{\pi\rho}-A_x}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha=\dfrac{5\cdot0^5-4\cdot10^5}{3\cdot10^4}\dfrac{N}{Kg} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha=\dfrac{10}{3}\dfrac{m}{s^2}}$

Δ.4 ΘΜΚΕ από τη έναρξη της κίνησης μέχρι την απογείωση… $\Delta K=W_{F,\pi\rho}+W_A \Rightarrow$

$\dfrac{1}{2}m\upsilon^2=F_{\pi\rho}x+W_A \Rightarrow W_A=\dfrac{1}{2}m\upsilon^2-F_{\pi\rho}x \xrightarrow[x=500m]{S.I} W_A=-10^8J$

101.(4-13666) Ένα κιβώτιο (σώμα $Σ_2$), σχήματος κύβου, μάζας $m_2 = 4kg$, με βάση από ομογενές υλικό, βρίσκεται πάνω σε έναν οριζόντιο πάγκο, επίσης από ομογενές υλικό. Πάνω στο σώμα $Σ_2$, είναι τοποθετημένο ένα άλλο σώμα $Σ_1$, μάζας m_1=8kg. Το σώμα $Σ_2$ είναι δεμένο στο ύψος του κέντρου του στο ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο, περνάει από το αυλάκι μιας τροχαλίας, στερεωμένης στο άκρο του πάγκου και το άλλο του άκρο δένεται στο πάνω μέρος σώματος $Σ_3$, μάζας m_3=2kg, όπως στο σχήμα. Ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής, μεταξύ της βάσης του κιβωτίου και της επιφάνειας του πάγκου είναι $μ_{ορ.}$=0,25, και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ τους είναι $μ_{ολ}$=0,2. Μεταξύ του νήματος και του υλικού της τροχαλίας, δεν αναπτύσσεται τριβή, με αποτέλεσμα το τεντωμένο νήμα να μεταδίδει στα άκρα του δυνάμεις ίσου μέτρου. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί ελεύθερο και ακίνητο με το σώμα $Σ_3$ να βρίσκεται σε ύψος h=1m από οριζόντιο δάπεδο.



Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δημιουργείται μεταξύ κιβωτίου και πάγκου και να εξηγήσετε γιατί το σύστημα δεν κινείται.

Δ.2 Κάποια στιγμή κάποιος απομάκρυνε το σώμα $Σ_1$, σηκώνοντάς το κατακόρυφα. Να δείξετε ότι το υπόλοιπο σύστημα δεν μπορεί πλέον να παραμείνει ακίνητο και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσής του.

Δ.3 Να υπολογίσετε την χρονική διάρκεια κίνησης του συστήματος, από τη χρονική στιγμή που απομακρύνθηκε το σώμα $Σ_1$, μέχρι τη στιγμή που το σώμα $Σ_3$ κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

Δ.4 Να υπολογίσετε τη θερμότητα που παράχθηκε λόγω τριβών, από τη στιγμή που το σύστημα άρχισε να κινείται, μέχρι τη στιγμή που το σώμα $Σ_3$ κτυπάει στο οριζόντιο δάπεδο.

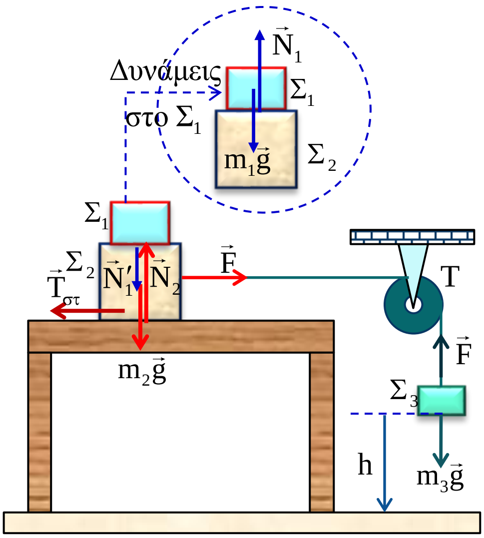
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g=10m/s^2$ και οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

Απάντηση

Δ.1 Αρχικά μόλις το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και οριακά πριν ξεκινήσει (αν αυτό είναι εφικτό) ισορροπεί.

Σχεδιάζουμε όλες στις ασκούμενες σε κάθε σώμα δυνάμεις όπως αυτές φαίνονται στο σχήμα με το νήμα να ασκεί δυνάμεις ίσου μέτρου F στα σώματα $Σ_3$ και $Σ_2$.

Σώμα $Σ_3$: $\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F = m_3 g \Rightarrow F = 2Kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow F = 20N$ (1)



Σώμα Σ_1: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_1\text{-}m_1g=0 \Rightarrow$ $N_1=m_1g$ (2)

Σώμα Σ_2: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2\text{-}N'_1\text{-}m_2g=0$ (3).

Επειδή $\vec{N}'_1=\text{-}\vec{N}_1$ (δράση -αντίδραση) και κατά μέτρο $N'_1=N_1 \xrightarrow{3,2}$ $N_2\text{-}m_1g\text{-}m_2g=0 \Rightarrow N_2=(m_1+m_2)g$ (4)

Η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να δεχθεί το Σ_2 από τον πάγκο είναι

$T_{στ,max}=\mu_{ορ}\cdot N_2 \xrightarrow{(4)}$

$T_{στ,max}=\mu_{ορ}(m_1+m_2)g \xrightarrow{(S.I)}$

$T_{στ,max}=0{,}25(8+4)10 \Rightarrow T_{στ,max}=30N$

Στο σώμα Σ_2 και στον άξονα ενδεχόμενης κίνησης x΄x ασκούνται η δύναμη $F=20N$ και η στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ με μέγιστη δυνατή τιμή $T_{στ,max}=30N$.

Επειδή $\mathbf{F=20N<T_{στ,max}=30N}$ το σύστημα **παραμένει ακίνητο**.

Δ.2 Μόλις πάρουμε το σώμα Σ_1 τότε οριακά πριν το σύστημα ξεκινήσει

Σώμα Σ_3: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F=m_3g \Rightarrow F=20N$

Σώμα Σ_2: $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2\text{-}m_2g=0 \Rightarrow N_2=m_2g=40N$

Η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί τώρα να δεχθεί το Σ_2 από τον πάγκο είναι $T_{στ,max}=\mu_{ορ}\cdot N_2 \Rightarrow T_{στ,max}=0{,}25\cdot 40=10N$

Επειδή $\mathbf{F=20N>T_{στ,max}=10N}$ το σύστημα **κινείται με επιτάχυνση** και **η τριβή γίνεται ολίσθησης** με τιμή $T=\mu\cdot N_2 \Rightarrow T=0{,}20\cdot 40=8N$.

Τώρα το σύστημα ξεκινάει από την ηρεμία με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ και για τα δύο σώματα

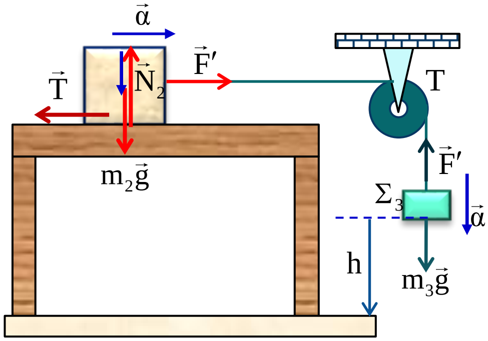
Σώμα Σ3: $\Sigma\vec{F}_y = m_3\vec{\alpha} \Rightarrow m_3 g - F' = m_3\alpha$ (5)

Σώμα Σ2: $\Sigma\vec{F}_x = m_2\vec{\alpha} \Rightarrow F' - T = m_2\alpha$ (6)

(5+6) $\Rightarrow m_3 g - F' + F' - T = (m_3 + m_2)\alpha \Rightarrow$

$$\alpha = \frac{m_3 g - T}{m_3 + m_2} \xrightarrow{(S.I)} \alpha = \frac{2\cdot 10 - 8}{2+4} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\alpha = 2\frac{m}{s^2}}$$



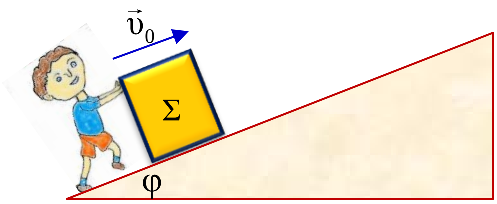
Δ.3 $h = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot 1m}{2m/s^2}}$

$\Rightarrow \mathbf{t = 1s}$

Δ.4 $W_T = -T\cdot\Delta x \Rightarrow W_T = -T\cdot h \Rightarrow W_T = -8N\cdot 1m = -8J$

$Q = |W_T| = 8J$

102.(4-13667) Ένα μικρό κιβώτιο σχήματος κύβου (σώμα Σ), με βάση από ομογενές υλικό, συγκρατείται αρχικά ακίνητο πάνω σε πλάγιο ομογενές δάπεδο μεγάλου μήκους, με το οποίο εμφανίζει τριβή με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,25. Η γωνία κλίσης του κεκλιμένου δαπέδου είναι φ, για την οποία δίνονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημφ=0,6 και συνφ=0,8. Κάποια στιγμή το κιβώτιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ παράλληλη με το κεκλιμένο δάπεδο, με φορά προς τα πάνω και μέτρο υ_0=8m/s, όπως στο σχήμα.



Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος Σ, κατά την άνοδό του στο κεκλιμένο δάπεδο.

Δ.2 Σε πόση απόσταση από την αρχική του θέση θα φτάσει το σώμα Σ, μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του.

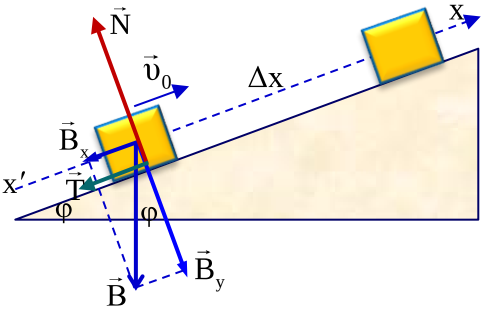
Δ.3 Αν υποθέσουμε ότι ο συντελεστής μέγιστης στατικής (οριακής) τριβής και ο συντελεστής τριβής ολίσθησης, είναι ίσοι, να δείξετε ότι το σώμα Σ, μετά τον στιγμιαίο μηδενισμό της ταχύτητάς του, επιστρέφει προς την βάση του κεκλιμένου.

Δ.4 Αν δίνεται ότι η μάζα του σώματος Σ είναι m=2kg, να υπολογίσετε την ενέργεια η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα λόγω τριβών, από την στιγμή της εκτόξευσης του σώματος προς τα πάνω στο κεκλιμένο, μέχρι να περάσει και πάλι από την αρχική του θέση καθώς κατεβαίνει επιστρέφοντας προς αυτήν.

Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g=10m/s^2$, οι αντιστάσεις αέρα θεωρούνται αμελητέες.

Απάντηση

Δ.1 Σχεδιάζουμε όλες στις ασκούμενες στο κιβώτιο και τις αναλύουμε στον άξονα κίνησης x΄x και σε κάθετο στην κίνηση άξονα y΄y, οπότε:



$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=B_y=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ και

$T=\mu N=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow -B_x-T=m\alpha \Rightarrow$

$-mg\eta\mu\varphi-\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=m\alpha \Rightarrow$

$\alpha=-g(\eta\mu\varphi+\mu\sigma\upsilon\nu\varphi) \xrightarrow{(S.I)} \boldsymbol{\alpha=-8m/s^2}$ και κατά μέτρο $\boldsymbol{\alpha=8m/s^2}$

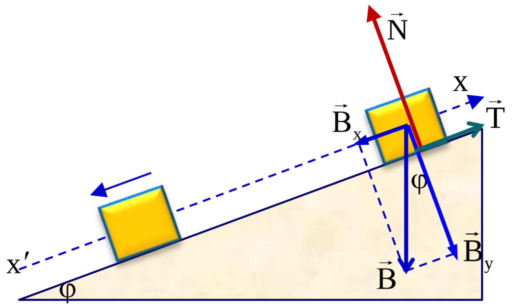
Δ.2 Εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_0+\alpha t \xrightarrow{(S.I)} \upsilon=8-8t$ (S.I) και για υ=0 βρίσκουμε τον χρόνο ανόδου $0=8-8t \Rightarrow t=1s$

Εξίσωση μετατόπισης $\Delta x=\upsilon_0 t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{(S.I)} \Delta x=8t-4t^2$ (S.I) και για t=1s βρίσκουμε την μετατόπιση στην άνοδο $\Delta x=8t-4t^2 \xrightarrow{t=1s} \Delta x=4m$.

2ος τρόπος: Με το ΘΜΚΕ $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow \Delta K=-B_x\Delta x-T\Delta x \Rightarrow$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-mg\eta\mu\varphi\Delta x-\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{\upsilon_0^2}{g(\eta\mu\varphi+\mu\sigma\upsilon\nu\varphi)} \xrightarrow{(S.I)} \Delta x=4m$$

Δ.3 Μόλις μηδενισθεί η ταχύτητα η τριβή αντιστρέφεται και στιγμιαία γίνεται στατική.



$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=B_y=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

και $T_{\sigma\tau,\,max}=\mu N=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

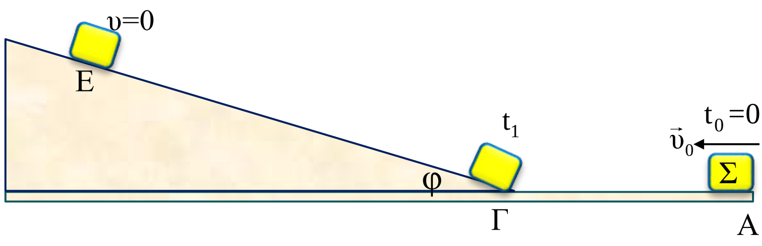
Στον άξονα της δυνατής κίνησης x΄x ασκούνται η δύναμη $B_x=mg\eta\mu\varphi$ και η στατική τριβή με μέγιστη δυνατή τιμή $T_{\sigma\tau,\,max}=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$.

Παρατηρούμε ότι $\dfrac{B_x}{T_{\sigma\tau,\max}}=\dfrac{mg\eta\mu\varphi}{\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi}\Rightarrow\dfrac{B_x}{T_{\sigma\tau,\max}}=\dfrac{\eta\mu\varphi}{\mu\sigma\upsilon\nu\varphi}\Rightarrow\dfrac{B_x}{T_{\sigma\tau,\max}}=\dfrac{0{,}6}{0{,}25\cdot 0{,}8}=3$

$\Rightarrow B_x=3T_{\sigma\tau,\max}\Rightarrow B_x>T_{\sigma\tau,\max}$ άρα το σώμα κινείται κατερχόμενο με την τριβή να γίνεται ολίσθησης με τιμή $T=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{(S.I)} T=8N$

Δ.4 Η τριβή ολίσθησης τόσο στην άνοδο όσο και στην κάθοδο έχει το ίδιο μέτρο $T=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi=8N$ οπότε το συνολικό της έργο είναι $W_{T,o\lambda}=-T\Delta x-T\Delta x \Rightarrow$ $W_{T,o\lambda}=-2T\cdot\Delta x \xrightarrow{(S.I)} W_{T,o\lambda}=-32J$ και η εκλυόμενη θερμική ενέργεια είναι $\mathbf{Q=\left|W_{T,o\lambda}\right|=32J}$

103. (4-13669) Το σώμα του σχήματος, μάζας m=1kg, διέρχεται τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ από τη θέση Α του λείου οριζοντίου επιπέδου ΑΓ (μήκους ΑΓ=20m) με ταχύτητα μέτρου υ_0. Την χρονική στιγμή $t_1=2s$ το σώμα έχει φτάσει στη θέση Γ και, χωρίς να αναπηδήσει, συνεχίζει την κίνησή του, ολισθαίνοντας στο κεκλιμένο επίπεδο ΓΕ (μεγάλου μήκους), γωνίας κλίσης $\varphi=30^o$, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu_{o\lambda}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



Δ.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, καθώς αυτό κινείται στο επίπεδο ΑΓ και να υπολογίσετε την κινητική του ενέργεια στη θέση Γ.
Δ.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα σε μια θέση μεταξύ Γ και Ε, καθώς αυτό ανεβαίνει και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας κίνησης.
Δ.3 Να υπολογίσετε το διάστημα s που θα διανύσει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.
Δ.4 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση Ε, αφού έχει μηδενιστεί η ταχύτητά του. Να διερευνήσετε αν θα επιστρέψει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. Να δεχθείτε ότι η μέγιστη στατική τριβή είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

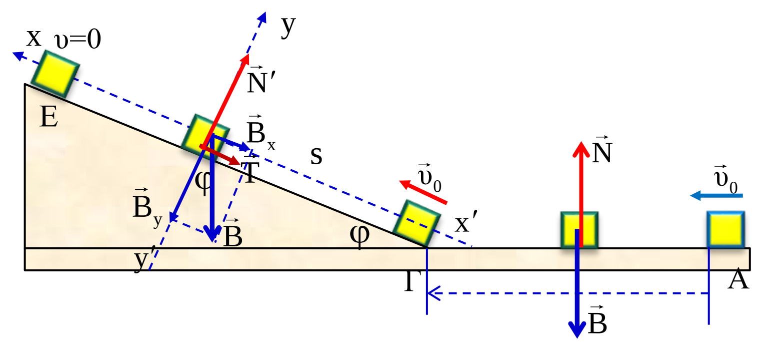
Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 Η κίνηση στο τμήμα ΓΑ είναι ευθύγραμμη ομαλή και οι ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις φαίνονται στο σχήμα που είναι το βάρος του $\vec{B}$ και η δύναμη στήριξης $\vec{N}$ Η ταχύτητα κίνηση στο τμήμα αυτό υπολογίζεται από την σχέση της μετατόπισης $A\Gamma=\upsilon_0 t_1 \Rightarrow \upsilon_0=\dfrac{A\Gamma}{t_1} \xrightarrow{(S.I)} \upsilon_0=\dfrac{20m}{2s} \Rightarrow \upsilon_0=10m/s$ και η κινητική ενέργεια σε κάθε θέση αυτής της κίνησης, άρα και στο Γ είναι $K_\Gamma=\dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{(S.I)}$

$$K_\Gamma=\frac{1}{2}1Kg\cdot 10m/s)^2 \Rightarrow \mathbf{K_\Gamma=50J}$$

Δ.2 Οι ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις κατά την άνοδο αυτού στο κεκλιμένο επίπεδο είναι το βάρος του $\vec{B}$ - που αναλύεται στις συνιστώσες B_x=mgημφ και B_y=mgσυνφ - η δύναμη από το κεκλιμένο επίπεδο που έχει ως συνιστώσες την δύναμη στήριξης $\vec{N}'$ και την τριβή $\vec{T}$, όπως φαίνονται στο σχήμα.

Στον άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία οπότε $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N'=B_y$=mgσυνφ δε τριβή ολίσθησης έχει μέτρο $T=\mu N' \Rightarrow$ T=μmgσυνφ .

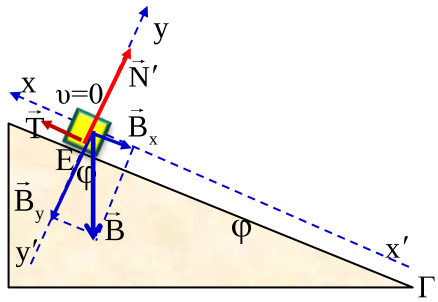


Δ.3 Με το ΘΜΚΕ $\Delta K=W_B+W_T \Rightarrow \Delta K=-B_x s-Ts \Rightarrow$

$$0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=-mg\eta\mu\varphi\cdot s-\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot s \Rightarrow s=\frac{\upsilon_0^2}{g(\eta\mu\varphi+\mu\sigma\upsilon\nu\varphi)} \xrightarrow{(S.I)} s=5m$$

Δ.4 Μόλις μηδενισθεί η ταχύτητα η τριβή αντιστρέφεται και στιγμιαία γίνεται στατική.

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N'=B_y=mg\sigma\upsilon\nu\varphi \text{ και } T_{\sigma\tau,\,max}=\mu N=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$$

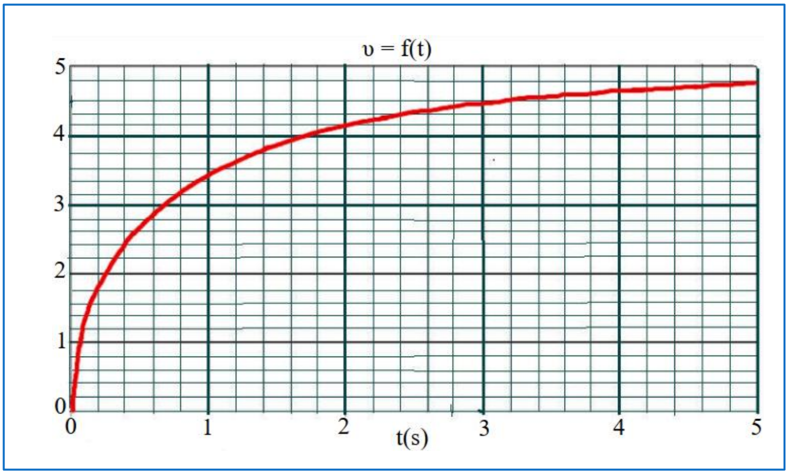


Στον άξονα της δυνατής κίνησης x΄x ασκούνται η δύναμη $B_x = mg\eta\mu\varphi \xrightarrow{(S.I)} B_x = 1\cdot 10\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow B_x = 5N$ και η στατική τριβή με μέγιστη δυνατή τιμή $T_{\sigma\tau,\,max} = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{(S.I)}$

$$T_{\sigma\tau,\,max} = \frac{\sqrt{3}}{3}1\cdot 10\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow T_{\sigma\tau,\,max} = 5N$$

Επειδή η ταχύτητα έχει μηδενισθεί υ=0 και η συνισταμένη στον άξονα κίνησης είναι $\Rightarrow \Sigma F_x = B_x - T_{\sigma\tau,max} = 0$ το σώμα παραμένει ακίνητο.

104. (4-13695) Στην παραπάνω γραφική παράσταση περιγράφεται η μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο ενός σώματος με μάζα 4kg, το οποίο αφέθηκε να πέσει από τη ύψος h από την επιφάνεια του εδάφους. Το σώμα προσκρούει



στο έδαφος πέντε δευτερόλεπτα αργότερα.

Δ.1 Να δικαιολογήσετε αν κατά την πτώση του σώματος, υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα.

Δ.2 Να εκτιμήσετε το ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα.

Δ.3 Να υπολογίσετε το επί τοις εκατό ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας κατά την πτώση θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το έδαφος.

Δ.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας πρόσκρουσης που θα είχε το σώμα, αν εκτελούσε ελεύθερη πτώση από το ίδιο ύψος που υπολογίσατε στο ερώτημα Δ.2.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10m/s^2$.

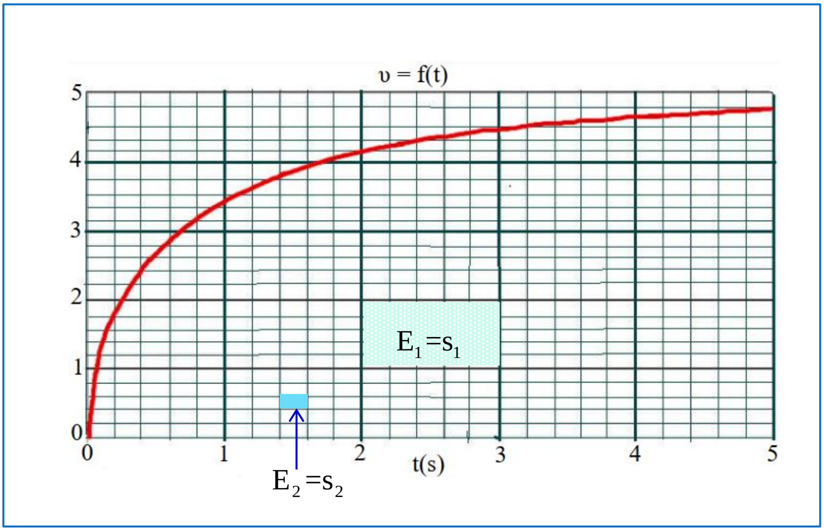
Απάντηση

Δ.1 Αν η κίνηση του σώματος ήταν ελεύθερη πτώση , θα είχε εξίσωσή ταχύτητας $\upsilon=gt$ και

η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου θα ήταν ευθεία διερχόμενη από την αρχή των αξόνων.

Άρα η κίνηση δεν είναι ελεύθερη πτώση και κατά την πτώση υπάρχει δύναμη αντίστασης από τον αέρα η οποία δεν είναι αμελητέα, όπως φαίνεται από τα δεδομένα της γραφικής παράστασης.

Δ.2 Επειδή δεν υπάρχουν δεδομένα για την δύναμη αντίστασης του αέρα θα υπολογίσουμε το ύψος (διάστημα του κινητού) από το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση υ(t) και τον άξονα των χρόνων …και αυτό ουσιαστικά γίνεται με απλό μέτρημα.



Κάθε τμήμα σαν το γραμμοσκιασμένο με το πράσινο χρώμα έχει εμβαδόν E_1 που αντιστοιχεί διάστημα $s_1 = E_1 = 1s \cdot 1m/s = 1m$. Το πλήθος των τμημάτων -σαν το γραμμοσκιασμένο – είναι $N_1=16$.
Κάθε μικρό «κουτάκι» σαν το γραμμοσκιασμένο με το μπλε χρώμα έχει εμβαδόν E_2 που αντιστοιχεί διάστημα $s_2 = E_2 = 0,2s \cdot 0,2m/s = 0,4m$. Το πλήθος από μικρά αυτά κουτάκια με προσέγγιση – γιατί δεν είναι όλα πλήρη (ολόκληρα) είναι $N_2=101$.
Άρα το διάστημα που διήνυσε το κινητό πέφτοντας – το ύψος- είναι αριθμητικά ίσο με το συνολικό εμβαδόν που είναι $h=N_1s_1+N_2s_2 \Rightarrow h=16\cdot 1m+101\cdot 0,04m \Rightarrow$ $h=20,04m$ ή $\mathbf{h \simeq 20m}$

Δ.3 Η αρχική μηχανική ενέργεια που έχει το σώμα -στο σημείο που αφήνεται - είναι:

$$E_1=K_1+U_1 \Rightarrow E_1=0+mgh \xrightarrow{S.I} E_1=(4\cdot 10\cdot 20)J \Rightarrow E_1=800J$$

Από το διάγραμμα φαίνεται ότι η τελική ταχύτητα πτώσης του σώματος είναι $υ=4,8m/s$ και μηχανική ενέργεια που έχει το σώμα στο σημείο πτώσης είναι:

$$E_2=K_2+U_2 \Rightarrow E_2=\frac{1}{2}mυ^2+0 \xrightarrow{S.I} E_2=\left(\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4,8^2\right)J \Rightarrow E_2=46,08J$$

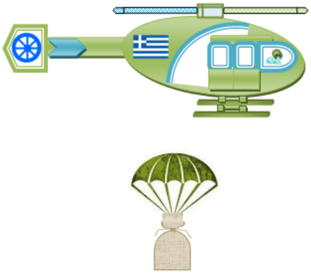
Έτσι το ποσοστό μεταβολής της μηχανικής ενέργειας είναι $π\%=\frac{E_2-E_1}{E_1}100\%$

$$\xrightarrow{S.I} π\%=\frac{46,08J-800J}{800J}100\% \Rightarrow \mathbf{π\% = -94,24\%}$$

Δ.4 Αν η κίνηση του σώματος ήταν ελεύθερη πτώση θα ίσχυε η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, οπότε $E_{τελ}=E_{αρχ} \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2+0=0+mgh \Rightarrow υ=\sqrt{2gh}$

$\xrightarrow{S.I} υ=\sqrt{2\cdot 10\cdot 20}\ m/s \Rightarrow \mathbf{υ=20m/s}$

105.(4-13696 Ένα ορεινό χωριό της Θεσσαλίας είναι αποκλεισμένο και χρειάζεται άμεσα βοήθεια με τρόφιμα και φάρμακα. Η τροφοδοσία του χωριού πραγματοποιείται με ένα ελικόπτερο. Κατά την παράδοση των εφοδίων, ο χειριστής διατηρεί το ελικόπτερο ακίνητο σε ύψος H=40m από το έδαφος καθώς ο συγκυβερνήτης αφήνει διαδοχικά ελεύθερα όμοια δέματα, καθένα μάζας m=20kg. Για την ασφαλή προσεδάφισή του, κάθε δέμα φέρει αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας. Η πτώση του δέματος είναι συνεχώς κατακόρυφη, η δύναμη αντίστασης στο δέμα, θεωρείται, για λόγους απλότητας, σταθερή, ενώ το μέτρο της λαμβάνεται ίσο με 100N.



Δ.1 Να χαρακτηρίσετε την κίνηση του δέματος και να γράψετε τις αντίστοιχες χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας υ(t) και της μετατόπισης Δy(t).

Δ.2 Να υπολογίσετε το χρόνο πτώσης καθώς και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το δέμα φτάνει στο έδαφος.

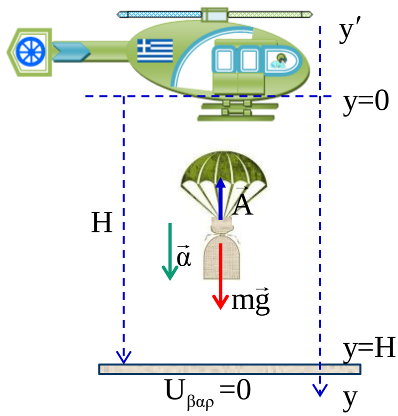
Δ.3 Θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας αυτό του εδάφους, να υπολογίσετε την ταχύτητα του δέματος στο σημείο όπου η δυναμική του ενέργεια είναι ίση με το 1/4 της αρχικής.

Δ.4 Νομίζοντας ότι έχει ολοκληρωθεί η παράδοση των εφοδίων, ο κυβερνήτης θέτει το ελικόπτερο σε κατακόρυφη ανοδική πορεία με ταχύτητα μέτρου $υ_{ελ}=10m/s$ την στιγμή που ο συγκυβερνήτης αφήνει ελεύθερο το τελευταίο δέμα. Εξ αιτίας του λάθους αυτού, το αλεξίπτωτο του τελευταίου δέματος δεν ανοίγει. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, να υπολογίσετε το συνολικό διάστημα που διανύει το δέμα, μέχρι να φτάσει το έδαφος.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 Οι δυνάμεις που ασκούνται στο δέμα είναι το βάρος του και η δύναμη αντίστασης από τον αέρα που έχουν συνισταμένη σταθερού μέτρου. Έτσι η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση που υπολογίζεται από τον 2ο νόμο Newton



$$\Sigma\vec{F}_y = m\vec{\alpha} \Rightarrow mg\text{-}A = m\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{mg\text{-}A}{m}$$

$$\xrightarrow{S.I} \alpha = \frac{20\cdot 10\text{-}100}{20}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \mathbf{\alpha = 5m/s^2}$$

Εξίσωση ταχύτητας: $\upsilon = \alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 5t$ (S.I)

Εξίσωση θέσης $y = \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} y = 2{,}5t^2$ (S.I)

Εξίσωση μετατόπισης $\Delta y = \frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} \Delta y = 2{,}5t^2$ (S.I)

(*) Οι ανωτέρω χρονικές εξισώσεις είναι γραμμένες για το σύστημα αναφοράς του σχήματος.

Δ.2 Από την **ε**ξίσωση θέσης $y=2{,}5t^2$ για $y=H=40m$ βρίσκουμε τον χρόνο καθόδου

$$y = 2{,}5t^2 \xrightarrow{y=40m} 40 = 2{,}5t_k^2 \Rightarrow t_k = 4s.$$

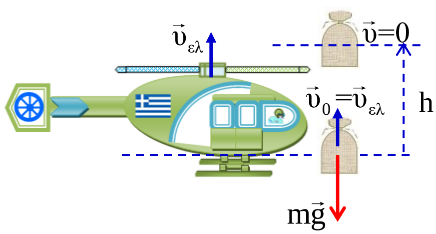
Το δέμα φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα $\upsilon = 5t_\kappa \Rightarrow \upsilon = 5\cdot 4$ (S.I) $\Rightarrow \mathbf{\upsilon = 20m/s}$

Δ.3 Έστω ότι σε ύψος h από το έδαφος $U = U_{\alpha\rho\chi}/4 \Rightarrow mgh = mgH/4 \Rightarrow h = H/4$.

ΘΜΚΕ από ύψος H έως ύψος H/4 $\ldots \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 - 0 = mg(H\text{-}h) - A(H\text{-}h) \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = mg\frac{3}{4}H - A\frac{3}{4}H \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{3(mg\text{-}A)H}{2m}} \xrightarrow{S.I} \mathbf{\upsilon = 10\sqrt{3}\ m/s}$$

Δ.4 Τώρα το δέμα δέχεται μόνο το βάρος του και έχει ως προς ακίνητο παρατηρητή αρχική ταχύτητα αυτή του ελικοπτέρου $\upsilon_0 = 10m/s$. Έτσι εκτελεί κατακόρυφη βολή ανερχόμενο κατά h' μέχρι να μηδενισθεί η ταχύτητα και μετά ελεύθερη πτώση. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ από την θέση που αφέθηκε ελεύθερο μέχρι τον μηδενισμό της ταχύτητας



$$\Delta K = W_B \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = -mgh' \Rightarrow h' = \frac{\upsilon_0^2}{2g} \xrightarrow{S.I} h' = 5m$$

Άρα το συνολικό διάστημα που διανύει μέχρι να φθάσει στο έδαφος είναι $s_{ολ}=h'+h'+H \Rightarrow \mathbf{s_{ολ}=50m}$

106.(4-13698 Ιθαγενείς που κατοικούν σε μακρινό νησί της Καραϊβικής έχουν κατασκευάσει καταπέλτες που έχουν τη δυνατότητα να εκτοξεύουν καρύδες σε μεγάλες αποστάσεις από το σημείο εκτόξευσης. Στόχος των ρίψεων είναι να τροφοδοτήσουν με φαγητό Ευρωπαίους τουρίστες που αντιμετωπίζουν προβλήματα σίτισης. Σε μία από τις δοκιμαστικές βολές μία καρύδα μάζας 0,1kg, τοποθετείται στον βραχίονα του καταπέλτη, ο οποίος απελευθερώνεται. Στην πορεία τ ου συναντά ένα κλαδί δέντρου, που εμποδίζει την ολοκλήρωση της κίνησής του, με αποτέλεσμα η καρύδα να εκτοξευτεί κατακόρυφα προς τα πάνω από το σημείο (Α), που βρίσκεται σε ύψος H=15m πάνω την επιφάνεια του εδάφους, την χρονική στιγμή έστω $t_0=0$, με αρχική ταχύτητα μέτρου $υ_A=10$ m/s, ενώ ο αυτόματος μηχανισμός του καταπέλτη, επαναφέρει τον βραχίονα στο έδαφος.

Να υπολογίσετε:

Δ.1 Τη μηχανική ενέργεια της καρύδας τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης.

Δ.2 Το μέγιστο ύψος που θα φτάσει η καρύδα από την επιφάνεια του εδάφους καθώς και την τιμή της δυναμικής ενέργειας σε αυτό το ύψος U_{max}.

Δ.3 Το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους στο οποίο η κινητική ενέργεια της καρύδας είναι ίση με τη δυναμική της ενέργεια.

Δ.4 Τη χρονική στιγμή που η καρύδα φτάνει στο έδαφος.

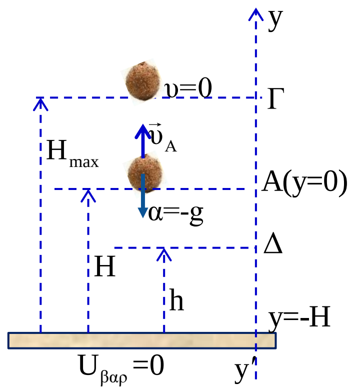
Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια λόγω βαρύτητας, την επιφάνεια του εδάφους και την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας g ίση με 10m/s^2. Οι τριβές με τον αέρα κατά την κίνηση της καρύδας θεωρούνται αμελητέες.

Απάντηση

Δ.1 $E_{μηχ(A)}=U_A+K_A \Rightarrow E_{μηχ(A)}=mgH+\frac{1}{2}mυ_A^2 \xrightarrow{S.I}$

$$E_{\mu\eta\chi(A)}=\left(0{,}1\cdot 10\cdot 15+\frac{1}{2}0{,}1\cdot 10^2\right)J \Rightarrow$$

$$\mathbf{E_{\mu\eta\chi(A)}=20J}$$



Δ.2 $E_{\mu\eta\chi(\Gamma)}=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow U_\Gamma+K_\Gamma=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow$

$$mgH_{max}+0=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow H_{max}=\frac{E_{\mu\eta\chi(A)}}{mg} \xrightarrow{S.I}$$

$$\mathbf{H_{max}=20m}$$

Η δυναμική ενέργεια στη θέση αυτή είναι $U_{max}=mgH_{max} \xrightarrow{S.I} \mathbf{U_{max}=20J}$

Δ.3 Έστω ότι σε ύψος h (θέση Δ) από το έδαφος K=U οπότε $E_{\mu\eta\chi(\Delta)}=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow U+K=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow 2U=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow 2mgh=E_{\mu\eta\chi(A)}$

$$\Rightarrow h=\frac{E_{\mu\eta\chi(A)}}{2mg} \xrightarrow{S.I} \mathbf{h=10m}$$

Δ.4 1ος τρόπος: Για το σύστημα αναφοράς του σχήματος η εξίσωση κίνησης είναι

$$y=\upsilon_A t+\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow y=\upsilon_A t-\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I} y=10t-5t^2 \xrightarrow[\acute{\varepsilon}\delta\alpha\varphi o\varsigma]{y=-H=-15m} -15=10t-5t^2 \Rightarrow$$

$5t^2-10t-15=0$ με ρίζες …t=-1s (απορρίπτεται αφού η κίνηση αρχίζει την $t_0=0$) και **t=3s** που είναι και η χρονική στιγμή που η καρύδα φθάνει στο έδαφος.

2ος τρόπος: Χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_A+\alpha t \Rightarrow \upsilon=\upsilon_A-gt \Rightarrow \upsilon=10-10t$ (S.I) και για το ανώτερο σημείο υ=0, οπότε ο χρόνος ανόδου είναι $0=10-10t_{\alpha\nu} \Rightarrow t_{\alpha\nu}=1s$.

Η κάθοδος είναι ελεύθερη πτώση με τον χρόνο καθόδου να υπολογίζεται από την σχέση $H_{max}=\frac{1}{2}gt_k^2 \Rightarrow t_k=\sqrt{\frac{2H_{max}}{g}} \xrightarrow{S.I} t_k=2s$, άρα $t_{o\lambda}=t_{\alpha\nu}+t_\kappa \Rightarrow \mathbf{t_{o\lambda}=3s}$

Σχόλιο: Η αρνητική χρονική στιγμή t=-1s στην 1η λύση του Δ.4 δηλώνει ότι, αν η καρύδα βάλλονταν από το έδαφος κατακόρυφα προς τα πάνω για να είναι την $t_0=0$ σε ύψος H=15m (θέση A) με ταχύτητα $\upsilon_A=10m/s$, έπρεπε να είχε βληθεί τη στιγμή t=-1s.

Σχόλιο: Ο πρόλογος της άσκηση για τον μηχανισμό εκτόξευσης της καρύδας αποπροσανατολίζει τους μαθητές από τον βασικό πυρήνα της άσκησης

107.(4-13700) Μία ομάδα μαθητών αναλαμβάνει να κατασκευάσει και να εκτοξεύσει ένα μικρό σώμα που είναι εφοδιασμένο με κατάλληλους αισθητήρες θερμοκρασίας, πίεσης, υγρασίας κ.ά., έτσι ώστε να συλλέξει μετεωρολογικά δεδομένα. Στο σώμα είναι ενσωματωμένο μικρό αλεξίπτωτο αμελητέας μάζας το οποίο είναι προγραμματισμένο να ανοίξει στο μέγιστο ύψος της τροχιάς του. Στην πρώτη τους δοκιμή, αν και κατάφεραν να εκτοξεύσουν το σώμα κατακόρυφα, το αλεξίπτωτο δεν άνοιξε λόγω κάποιου προβλήματος στην κατασκευή. Αν γνωρίζετε ότι η συνολική μάζα του σώματος είναι m=0,5kg και ότι το σώμα έφτασε σε μέγιστο ύψος H= 45m , να υπολογιστούν.

Δ.1 η ταχύτητα εκτόξευσης του σώματος, θεωρώντας την αντίσταση του αέρα καθώς και οποιαδήποτε άλλη τριβή αμελητέα,

Δ.2 το ύψος από την επιφάνεια του εδάφους που βρίσκεται το σώμα, όταν η κινητική του ενέργεια είναι τετραπλάσια της δυναμικής,

Δ.3 η μέση ταχύτητα του σώματος κατά τη διάρκεια της κίνησης του.

Σε μία δεύτερη απόλυτα επιτυχημένη δοκιμή όταν το σώμα φτάσει στο μέγιστο ύψος H το αλεξίπτωτο ανοίγει. Για λόγους απλότητας θεωρείστε ότι η δύναμη που ασκείται από το αλεξίπτωτο στο σώμα, έχει σταθερό μέτρο, F=4,55N.

Δ.4 Να υπολογιστεί ο χρόνος πτώσης του σώματος.

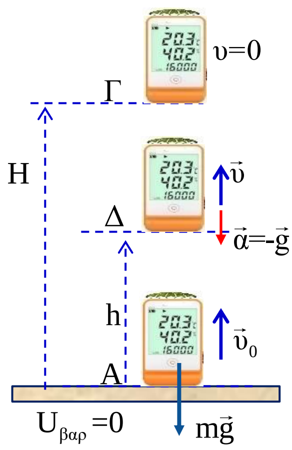
Θεωρείστε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας την επιφάνεια του εδάφους και την επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$. Είναι γνωστό ότι και οι δύο εκτοξεύσεις γίνονται από μηχανισμό στην επιφάνεια του εδάφους.

Απάντηση

Δ.1 Αρχικά επειδή η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του έχουμε διατήρηση μηχανικής ενέργειας $E_{μηχ(A)}=E_{μηχ(Γ)}$

$$\Rightarrow \quad U_A+K_A=U_Γ+K_Γ \Rightarrow 0+\frac{1}{2}mυ_0^2=mgH+0$$

$$\Rightarrow υ_0=\sqrt{2gH} \xrightarrow{S.I} \mathbf{υ_0=30\,m/s}$$



Δ.2 Έστω ότι σε ύψος h (θέση Δ) K=4U …

$$E_{μηχ(Δ)}=E_{μηχ(Γ)} \Rightarrow U_Δ+K_Δ=U_Γ+K_Γ$$

$$\xrightarrow{K_Δ=4U_Δ} 5U_Δ=U_Γ+0 \Rightarrow 5mgh=mgH \Rightarrow$$

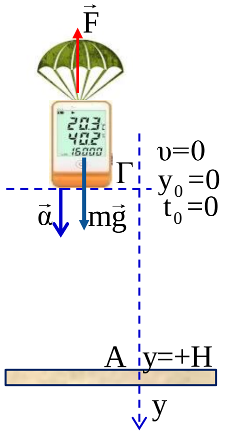
$$h=\frac{H}{5} \xrightarrow{S.I} \mathbf{h=9m}$$

Δ.3 Χρονική εξίσωση ταχύτητας $υ=υ_0+αt \Rightarrow υ=υ_0-gt \xrightarrow{S.I} υ=30-10t$ (S.I) (1) και για σημείο Γ υ=0 και $t=t_{αν}$ (χρόνος ανόδου) …(1) $\Rightarrow 0=30-10t_{αν} \Rightarrow t_{αν}=3s$.

Η κάθοδος είναι ελεύθερη πτώση με τον χρόνο καθόδου να υπολογίζεται από την σχέση $H=\frac{1}{2}gt_k^2 \Rightarrow t_k=\sqrt{\frac{2H}{g}} \xrightarrow{S.I} t_k=3s$, άρα $t_{ολ}=t_{αν}+t_κ \Rightarrow \mathbf{t_{ολ}=6s}$

Η μέση ταχύτητα για όλη την διάρκεια της κίνησης είναι $\bar{υ}=\frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \Rightarrow \bar{υ}=\frac{2H}{t_{ολ}} \Rightarrow$

$\bar{υ}=\frac{2\cdot 45m}{6s} \Rightarrow \mathbf{\bar{υ}=15m/s}$



Δ.4 Για το σύστημα αναφοράς του σχήματος έχουμε

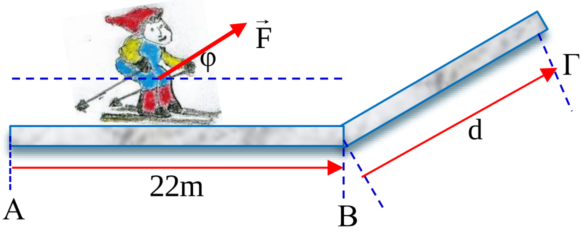
$\Sigma\vec{F}_y=m\vec{α} \Rightarrow mg-F=mα \Rightarrow α=\frac{mg-F}{m} \xrightarrow{S.I}$

$α=\frac{0,5\cdot 10-4,45}{20,5}\frac{m}{s^2} \Rightarrow α=0,9m/s^2$

$y=\frac{1}{2}αt^2 \xrightarrow{y=+H} H=\frac{1}{2}αt_k^2 \Rightarrow t_k=\sqrt{\frac{2H}{g}} \xrightarrow{S.I}$

$\mathbf{t_k=10s}$

108.(4-13701) Νεαρή σκιέρ που μαζί με τον εξοπλισμό της έχει μάζα, m = 50 kg τη χρονική στιγμή $t_0=0$ διέρχεται από το σημείο Α οριζόντιας χιονισμένης πίστας με ταχύτητα μέτρου 11m/s. Το οριζόντιο τμήμα της πίστας στο τέλος του οποίου βρίσκεται ο τερματισμός (σημείο Β) έχει μήκος 22m και κατά μήκος του η αθλήτρια χρησιμοποιεί συνέχεια τα μπαστούνια στήριξης με αποτέλεσμα να της ασκείται δύναμη σταθερού μέτρου F=250N η οποία σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια πίστα. Αφού η αθλήτρια τερματίσει παύει να χρησιμοποιεί τα μπαστούνια, οπότε η $\vec{F}$ καταργείται και ταυτόχρονα εισέρχεται σε πλαγιά γωνία κλίσης επίσης φ με αποτέλεσμα να επιβραδυνθεί και τελικά να σταματήσει (σημείο Γ). Δεδομένου ότι σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τα πέδιλα της σκιέρ με το χιόνι παρουσιάζουν συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5.



Δ.1 να υπολογίσετε το μέτρο της κάθετης δύναμης επαφής $\vec{N}$, στην οριζόντια πίστα,
Δ.2 να αποδείξετε ότι στην οριζόντια πίστα (ΑΒ), η σκιέρ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.
Δ.3 να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή όπου η αθλήτρια ακινητοποιείται στην πλαγιά καθώς και το μήκος της διαδρομής που διάνυσε από το σημείο Α έως το σημείο Γ.
Δ.4 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται από την πλαγιά στην αθλήτρια κατά τη διάρκεια της κίνησής της σε αυτήν.
Να θεωρήσετε ότι η σκιέρ και ο εξοπλισμός έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Β δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση. Δίνονται, ημφ=0,8, συνφ=0,6 και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 Για την κίνηση στο οριζόντιο τμήμα και στον άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_y+N-mg=0 \Rightarrow N=mg-F\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} N=(50\cdot 10-250\cdot 0{,}8)N \Rightarrow$$

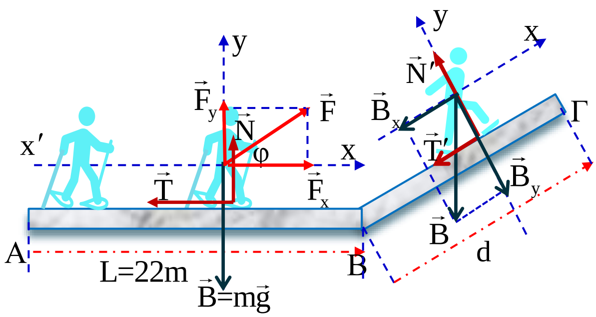
$\mathbf{N = 300}$N

Δ.2 Τριβή στο οριζόντιο τμήμα $T=\mu N \Rightarrow T=0{,}5\cdot 300N \Rightarrow T=150N$

Η συνιστώσα της $\vec{F}$ στον άξονα κίνησης $F_x=F\sigma\upsilon\nu\varphi \xrightarrow{S.I} F_x=250\cdot 0{,}6\ N \Rightarrow$

$F_x=150N$.

Παρατηρούμε ότι στον άξονα κίνησης x΄x η συνισταμένη δύναμη είναι $\Sigma F_x = F_x - T = 0$ που δηλώνει ότι η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με υ=11m/s και η μετατόπιση είναι $\Delta x = \upsilon t \Rightarrow L = \upsilon t_1 \Rightarrow$



$t_1 = \dfrac{L}{\upsilon} \xrightarrow{S.I} t_1 = 2s$

(χρονική στιγμή που η σκιέρ είναι στο Β)

Δ.3 Για την κίνηση στο πλάγιο τμήμα και στον άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία

$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N' - B_y = 0 \Rightarrow N' = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

Τριβή στο πλάγιο τμήμα $T' = \mu N' \Rightarrow T' = \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

Επιβράδυνση στο πλάγιο τμήμα $\Sigma \vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow -B_x - T' = m\alpha \Rightarrow$

$-mg\eta\mu\varphi - \mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha \Rightarrow \alpha = -g(\eta\mu\varphi + \mu\sigma\upsilon\nu\varphi) \xrightarrow{S.I} \alpha = -11m/s^2$

Χρονική εξίσωση της ταχύτητας στο πλάγιο τμήμα $\upsilon = \upsilon_B + \alpha(t - t_1) \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon = 11 - 11(t-2)\ (S.I) \xrightarrow{\Gamma:\ \upsilon=0} 0 = 11 - 11(t_\Gamma - 2)\ (S.I) \Rightarrow t_\Gamma = 3s$

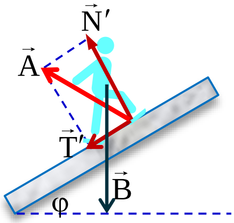
Χρονική εξίσωση της μετατόπισης στο πλάγιο τμήμα $\Delta x = \upsilon_B(t - t_1) + \dfrac{1}{2}\alpha(t - t_1)^2$

$\xrightarrow{S.I} \Delta x = 11(t-2) - 5{,}5(t-2)^2 \xrightarrow{t=t_2=3s} B\Gamma = d = 5{,}5m$ … και το συνολικό διάστημα είναι **$s_{o\lambda}$=22m+5,5m=27,5m**

Δ.4 Η συνολική δύναμη που ασκεί η πλαγιά στο κεκλιμένο επίπεδο είναι $\vec{A} = \vec{N}' + \vec{T}' \Rightarrow A = \sqrt{N'^2 + T'^2}$

$\Rightarrow A = \sqrt{(mg\sigma\upsilon\nu\varphi)^2 + (\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi)^2} \Rightarrow$

$A = mg\sigma\upsilon\nu\varphi\sqrt{1+\mu^2} \xrightarrow{S.I} \mathbf{A = 150\sqrt{5}}\ N$



109.(4-13703) Αυτοκίνητο ξεκινά να κινείται τη χρονική στιγμή $t_0=0$, με σταθερή επιτάχυνση σε ευθύγραμμο και οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή $t_1=8s$ ο οδηγός του αυτοκινήτου, αντιλαμβάνεται ότι μπροστά του ο δρόμος είναι κλειστός λόγω έργων. εφαρμόζει απότομα τα φρένα με αποτέλεσμα οι τροχοί του αυτοκινήτου να μπλοκάρουν. Το αυτοκίνητο κινείται για διάστημα ίσο με 16m με μπλοκαρισμένους τροχούς και τελικά ακινητοποιείται, αφήνοντας στο δρόμο χαρακτηριστική μαύρη γραμμή από τα λιωμένα ελαστικά του (η τροχαία την αποκαλεί γραμμή φρεναρίσματος). Το ευχάριστο είναι ότι δεν προκλήθηκε ατύχημα και ο οδηγός είναι ασφαλής. Αξιοποιώντας τα παρακάτω δεδομένα:

- Η συνολική μάζα αυτοκινήτου και οδηγού είναι 1250kg.
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των ελαστικών του αυτοκινήτου και του οδοστρώματος είναι ίσος με 0,8.
- Το όριο ταχύτητας στο σημείο που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα είναι 72km/h.
- Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με 10 m/s^2.
- Οι αντιστάσεις του αέρα να μην ληφθούν υπόψη,

Δ.1 να υπολογίσετε το έργο της τριβής ολίσθησης κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος,

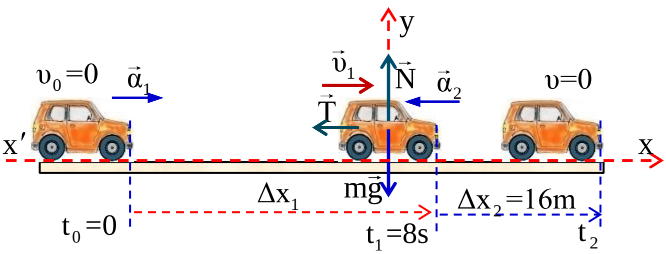
Δ.2 να ελέγξετε αν τη χρονική στιγμή t_1 που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα, έχει παραβιάσει το όριο ταχύτητας,

Δ.3 να υπολογίσετε την σταθερή επιτάχυνση του αυτοκινήτου καθώς και το διάστημα που διάνυσε στη χρονική διάρκεια από 0 έως t_1,

Δ.4 να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F που επιταχύνει το αυτοκίνητο στη χρονική διάρκεια από 0 έως t_1.

Απάντηση

Δ.1 2η φάση της κίνησης : $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg$ και η τριβή $T=\mu N$ ή $T=\mu mg$



$\xrightarrow{S.I} T=0{,}8\cdot 1250Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow T=10000N$

$W_T=-T\Delta x_2 \xrightarrow{S.I} W_T=-10000N\cdot 16m \Rightarrow \mathbf{W_T=-160000J}$

Δ.2 ΘΜΚΕ από την στιγμή $t_1=8s$ που η ταχύτητα είναι υ_1 μέχρι την στιγμή t_2 που μηδενίζεται η ταχύτητα $\Delta K=W_T \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2=T\cdot\Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2=\mu mg\cdot\Delta x_2 \Rightarrow$

$\upsilon_1=\sqrt{2\mu g\cdot\Delta x_2} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\upsilon_1=16m/s}$.

Το όριο ταχύτητας την χρονική στιγμή t_1=8s είναι $\upsilon_{op}=72Km/h \Rightarrow \upsilon_{op}=20m/s$, άρα ο οδηγός δεν ξεπέρασε το όριο ταχύτητας αφού $\upsilon_1=16m/s<\upsilon_{op}=20m/s$

Δ.3 1η φάση : Επιτάχυνση $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\dfrac{\upsilon_1-0}{t_1-0} \xrightarrow{S.I} \alpha_1=\dfrac{16m/s}{8s} \Rightarrow \alpha_1=2m/s^2$

Μετατόπιση $\Delta x_1=\dfrac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta x_1=64m}$

Δ.3 1η φάση : $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F=m\alpha_1 \Rightarrow F=1250Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow \mathbf{F=2500N}$

110.(4-13705) Στις καλοκαιρινές διακοπές το αυτοκίνητό σας (A_1), που μαζί με τους επιβάτες έχει μάζα 2000kg, ακινητοποιείται από κάποια βλάβη. Ευτυχώς για εσάς, μετά από λίγο περνάει μια φιλική οικογένεια, με το αυτοκίνητό της (A_2), που έχει μάζα μαζί με τους επιβάτες του 3000kg, και προσφέρεται να σας ρυμουλκήσει στο πιο κοντινό συνεργείο. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείτε ένα σχοινί, το οποίο να θεωρήσετε μη ελαστικό και με αμελητέα μάζα. Γνωρίζετε ότι το αυτοκίνητό σας και το αυτοκίνητο των φίλων σας εμφανίζουν συντελεστές τριβής ολίσθησης με τον οριζόντιο δρόμο ίσους με 0,3 και 0,4 αντιστοίχως, ενώ η δύναμη που επιταχύνει το αμάξι των φίλων σας έχει μέτρο ίσο με F = 33000N.

Δ.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κάθε αυτοκίνητο, όταν κινούνται ρυμουλκώντας το ένα το άλλο, και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής που δέχεται το καθένα.

Δ.2 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση την οποία αποκτούν τα δύο αυτοκίνητα.

Δ.3 Να υπολογίσετε την μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκίνητό σας, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά 6m.

Δ.4 Τη χρονική στιγμή που το σύστημα των δύο αυτοκινήτων έχει μετατοπιστεί κατά 6m χαλάει και το αυτοκίνητο των φίλων σας, οπότε η δύναμη $\vec{F}$ παύει να δρα. Να ελέγξετε αν το σχοινί που συνδέει τα δύο αυτοκίνητα θα χαλαρώσει οπότε υπάρχει κίνδυνος σύγκρουσης.

ΥΠΟΔΕΙΞΗ (για το Δ.4): Θεωρήστε ότι το νήμα δεν χαλαρώνει και υπολογίστε την τιμή της δύναμης που ασκεί. Ελέγξτε αν η τιμή που προσδιορίσατε είναι λογική για σχοινί. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας g =10m/s^2.

Απάντηση

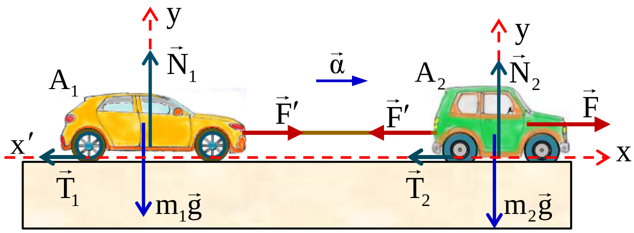
Δ.1 Αυτοκίνητο A_1 : $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_1-m_1g=0 \Rightarrow N_1=m_1g$ και η τριβή $T_1=\mu_1N_1$ ή

$T_1=\mu_1m_1g \xrightarrow{S.I} T_1=0,3\cdot 2000Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow T_1=6000N$

Αυτοκίνητο A_2 : $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2-m_2g=0 \Rightarrow N_2=m_2g$ και η τριβή $T_2=\mu_2N_2$ ή

$T_2=\mu_2m_2g \xrightarrow{S.I} T_2=0,4\cdot 3000Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow T_2=12000N$

Δ.2 Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton στον άξονα κίνησης για κάθε αυτοκίνητο, επειδή δε το νήμα είναι τεντωμένο και μη εκτατό τα αυτοκίνητα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση α. Επίσης επειδή το νήμα είναι αβαρές ασκεί σε κάθε αυτοκίνητο δυνάμεις ίσου μέτρου F΄.



Αυτοκίνητο A_1 : $\Sigma\vec{F}_x = m_1\vec{\alpha} \Rightarrow F' - T_1 = m_1\alpha$ (1)

Αυτοκίνητο A_2: $\Sigma\vec{F}_x = m_2\vec{\alpha} \Rightarrow F - F' - T_2 = m_2\alpha$ (2)

Με πρόσθεση αυτών έχουμε, $F - T_1 - T_2 = (m_1 + m_2)\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{F - T_1 - T_2}{m_1 + m_2} \xrightarrow{S.I}$

$$\alpha = \frac{33000 - 6000 - 12000}{2000 + 3000}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \alpha = 3m/s^2$$

Δ.3 **1ος τρόπος:** Η μετατόπιση $\Delta x = 6m$ από την αρχή έγινε σε χρόνο t_1,…

$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta x}{\alpha}} \xrightarrow{S.I} t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 6m}{3m/s^2}} \Rightarrow t_1 = 2s$, όπου απέκτησε κάθε αυτοκίνητο απέκτησε ταχύτητα $\upsilon_1 = \alpha t_1 \xrightarrow{S.I} \upsilon_1 = 6m/s$.

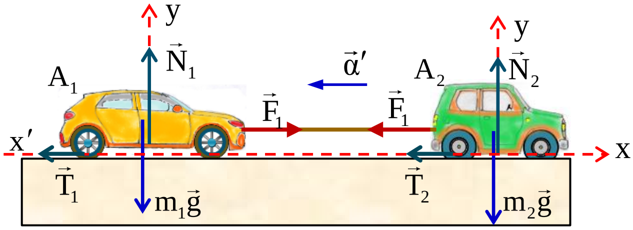
Στη μετατόπιση αυτή η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του αυτοκινήτου A_1 είναι

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}2000 \cdot 6^2 J \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 36000J}$$

2ος τρόπος: Από την από την (1) υπολογίζουμε την δύναμη του νήματος στο αυτοκίνητο A_1.. $F' = T_1 + m_1\alpha \xrightarrow{S.I} F' = 6000N + 2000Kg \cdot 3m/s^2 \Rightarrow F' = 12000N$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τη μετατόπιση $\Delta x = 6m$ του αυτοκινήτου A_1,
$\Delta K = W_{F'} + W_{T,1} \Rightarrow \Delta K = F' \cdot \Delta x - T_1 \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta K = (F' - T_1) \cdot \Delta x \xrightarrow{S.I}$
$\Delta K = (12000 - 6000)N \cdot 6m \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 36000J}$

Δ.4 Με την παύση της δύναμης $\vec{F}$ στο αυτοκίνητο A_2 ,



- η κατανομή των δυνάμεων στον άξονα y΄y δεν αλλάζει, οπότε και οι τριβές στα αυτοκίνητα συνεχίζουν να έχουν τα ίδια με πριν μέτρα ,
- έστω δε ότι το νήμα που συνδέει τα αυτοκίνητα **ΔΕΝ** χαλαρώνει οπότε,
  - αφού είναι αβαρές συνεχίζει να ασκεί δυνάμεις ίσων μέτρων F_1 (προφανώς $F_1>0$) στα αυτοκίνητα,
  - αφού είναι μη εκτατό και τεντωμένο τα αυτοκίνητα απέχουν την ίδια απόσταση – όσο το μήκος του νήματος – σε κάθε στιγμή. Αυτό σημαίνει ότι τα αυτοκίνητα έχουν την ίδια επιβράδυνση $\vec{\alpha}'$ για την οποία ισχύει ,

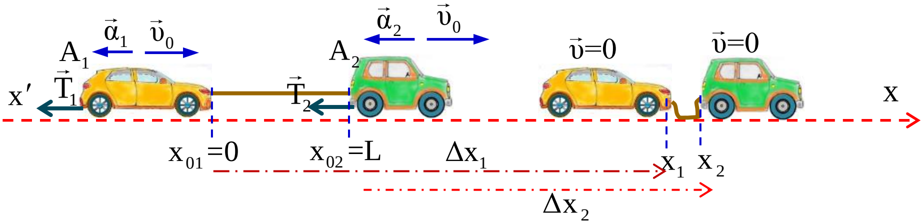
αυτοκίνητο A_1: $\alpha'=\dfrac{F_1\text{-}T_1}{m_1}$ (3) και αυτοκίνητο A_1: $\alpha'=\dfrac{-F_1\text{-}T_2}{m_2}$ (3)

Από (3) και (4) έχουμε $\dfrac{F_1\text{-}T_1}{m_1}=\dfrac{-F_1\text{-}T_2}{m_2}\xrightarrow{\text{S.I}}\dfrac{F_1\text{-}6000}{2000}=\dfrac{-F_1\text{-}12000}{3000}\Rightarrow\mathbf{F_1=-1200N}$

αποτέλεσμα που είναι άτοπο για μέτρο δύναμης νήματος (… το μέτρο είναι θετικός αριθμός …). Άρα το νήμα **χαλαρώνει**.

Ειδική μελέτη: Συνθήκη για να μην γίνει σύγκρουση.

Έστω ότι τη στιγμή που χάλασε το αυτοκίνητο A_2 και άρχισε να χαλαρώνει το νήμα μήκους L τα αυτοκίνητα είχαν ταχύτητα υ_0 και ήταν στις θέσεις $x_{01}=0$ και $x_{02}=L$



Αμέσως μετά τα αυτοκίνητα A_1 και A_2 κινούνται με επιβραδύνσεις $\alpha_1=\dfrac{-T_1}{m_1}\Rightarrow$

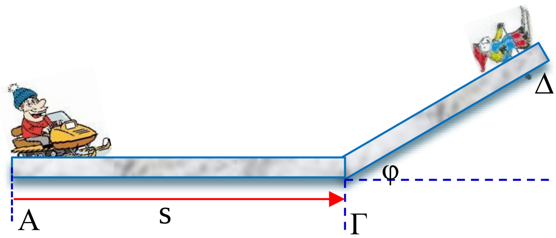
$\alpha_1=\dfrac{-6000N}{2000Kg}\Rightarrow\alpha_1=-3m/s^2$ και $\alpha_2=\dfrac{-T_2}{m_2}\Rightarrow\alpha_2=\dfrac{-12000N}{3000Kg}\Rightarrow\alpha_2=-4m/s^2$

Τα αυτοκίνητα σταματούν ύστερα από μετατοπίσεις A_1 και A_2 ύστερα από μετατοπίσεις $\Delta x_1=\dfrac{\upsilon_0^2}{2|\alpha_1|}$ και $\Delta x_2=\dfrac{\upsilon_0^2}{2|\alpha_2|}$ στις θέσεις $x_1=x_{01}+\Delta x_1=\Delta x_1$ και $x_2=x_{02}+\Delta x_2=L+\Delta x_2$.

Για να μην γίνει σύγκρουση πρέπει $x_2 \geq x_1 \Rightarrow L+\Delta x_2 \geq \Delta x_1 \Rightarrow L+\dfrac{\upsilon_0^2}{2|\alpha_2|} \geq \dfrac{\upsilon_0^2}{2|\alpha_1|}$

$$L \geq \frac{\upsilon_0^2}{2}\left(\frac{1}{|\alpha_1|}-\frac{1}{|\alpha_2|}\right) \xrightarrow{\text{S.I}} L \geq \frac{\upsilon_0^2}{2}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow \upsilon_0 \leq \sqrt{24L}\ (\text{S.I})$$

111.(4-13706) Σε ένα χιονοδρομικό κέντρο, ένα παιδί κάνει snowmobile. Η συνολική μάζα του παιδιού και του snowmobile είναι m=100kg. Το snowmobile ξεκινά να κινείται σε οριζόντια επιφάνεια με την οποία έχει συντελεστή τριβής μ_1=0,2 με την επίδραση σταθερής μέσης οριζόντιας δύναμης μέτρου F= 300N. Αφού διανύσει διάστημα s=50m στην οριζόντια επιφάνεια το όχημα συναντά ανηφορική χιονισμένη πλαγιά γωνίας κλίσης φ και ταυτόχρονα παύει να ασκείται πάνω του η δύναμη $\vec{F}$ (σβήνει η μηχανή του). Να υπολογίσετε:



Δ.1 Το μέτρο της επιτάχυνσης του οχήματος στο οριζόντιο επίπεδο.

Δ.2 Τη χρονική διάρκεια κίνησης μέχρι τη βάση της χιονισμένης πλαγιάς καθώς και το μέτρο της ταχύτητας του εκεί (Σημείο Γ).

Δ.3 Το μέτρο της επιβράδυνσης του οχήματος στο κεκλιμένο επίπεδο (χιονισμένη πλαγιά) αν γνωρίζετε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης οχήματος-πλαγιάς είναι μ_2=0,5.

Δ.4 Αν σε απόσταση d=10m από τη βάση της πλαγιάς, βρίσκεται τραυματισμένος ένας σκιέρ, να ελέγξετε αν το παιδί θα καταφέρει να αποφύγει τη σύγκρουση με τον σκιέρ, λαμβάνοντας υπόψη ότι η πορεία του θα παραμείνει ευθύγραμμη. Να θεωρήσετε ότι το παιδί και το snowmobile έχουν συμπεριφορά υλικού σημείου, ότι η ταχύτητα του οχήματος στη βάση της πλαγιάς είναι ίσου μέτρου με την ταχύτητα εξόδου από το οριζόντιο επίπεδο και ότι στο σημείο Γ δεν συμβαίνει καμία αναπήδηση.

Δίνονται, ημφ=0,6 , συνφ=0,8 και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 Για την κίνηση στο οριζόντιο τμήμα και σε άξονα y΄y κάθετο στην κίνηση υπάρχει ισορροπία $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$ N-mg=0 $\Rightarrow$ N=mg και η τριβή έχει μέτρο $T=\mu_1 N$

$\Rightarrow T=\mu_1 mg$. Στον άξονα κίνησης $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_1 \Rightarrow F\text{-}\mu_1 mg=m\alpha_1 \Rightarrow$

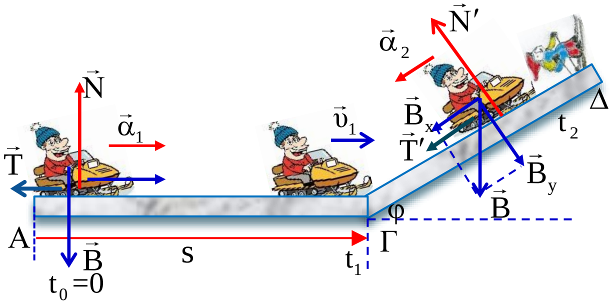
$$\alpha_1=\frac{F-\mu_1 mg}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_1=\frac{300-0{,}2\cdot 100\cdot 10}{100}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1=1m/s^2}$$

Δ.2 Μετατόπιση στο οριζόντιο τμήμα

$$\Delta x=\frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \xrightarrow{\Gamma}$$

$$s=\frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2s}{\alpha_1}}$$

$$\xrightarrow{S.I} t_1=\sqrt{\frac{2\cdot 50m}{1m/s^2}} \Rightarrow$$



t_1=10s …χρονική στιγμή που το κινητό είναι στο Γ ..με ταχύτητα $\upsilon_1=\alpha_1 t_1 \xrightarrow{S.I}$ **υ_1=10m/s**

Δ.3 Για την κίνηση στο πλάγιο τμήμα και στον άξονα y΄y υπάρχει ισορροπία

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N'\text{-}B_y=0 \Rightarrow N'=mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

Τριβή στο πλάγιο τμήμα $T'=\mu_2 N' \Rightarrow T'=\mu_2 mg\sigma\upsilon\nu\varphi$

Επιβράδυνση στο πλάγιο τμήμα $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -B_x\text{-}T'=m\alpha_2 \Rightarrow$

$-mg\eta\mu\varphi\text{-}\mu_2 mg\sigma\upsilon\nu\varphi=m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2=-g(\eta\mu\varphi+\mu_2\sigma\upsilon\nu\varphi) \xrightarrow{S.I} \alpha_2=-10m/s^2$

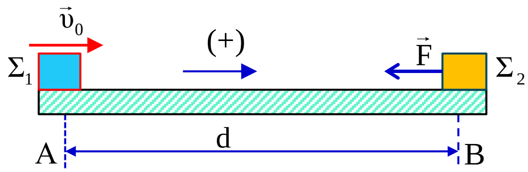
Δ.4 Χρονική εξίσωση της ταχύτητας στο πλάγιο τμήμα $\upsilon=\upsilon_1+\alpha_2(t\text{-}t_1) \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon=10\text{-}10(t\text{-}10)$ (S.I) $\xrightarrow{\upsilon=0} 0=10\text{-}10(t_2\text{-}10)$ (S.I) $\Rightarrow t_2=11s$ …τότε μηδενίζεται η ταχύτητα του snowmobile

Χρονική εξίσωση της μετατόπισης στο πλάγιο τμήμα $\Delta x=\upsilon_1(t\text{-}t_1)+\frac{1}{2}\alpha_2(t\text{-}t_1)^2$

$\xrightarrow{S.I} \Delta x=10(t\text{-}10)\text{-}5(t\text{-}10)^2 \xrightarrow{t=t_2=11s} \Delta x=5m$ … Άρα το snowmobile θα σταματήσει ύστερα από μετατόπιση $\Delta x=5m$ στην πλαγιά και σε απόσταση d=5m από την πλαγιά.

112.(4-13707) Οι δύο μικροί μεταλλικοί κύβοι $Σ_1$ και $Σ_2$ του σχήματος, με μάζες m_1=2kg και m_2=4kg αντίστοιχα, μπορούν να κινούνται σε λείο οριζόντιο δάπεδο σε παράλληλες ράγες. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ ο κύβος $Σ_1$ διέρχεται από το σημείο Α με ταχύτητα μέτρου $υ_0$=5m/s, ενώ στον ακίνητο κύβο $Σ_2$ ξεκινά να ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη με μέτρο F=8N και φορά που φαίνεται στο σχήμα. Δίνεται ότι τα σημεία Α, Β απέχουν μεταξύ τους απόσταση d=150m και ότι ως θετική λαμβάνεται η φορά της ταχύτητας του $Σ_1$. Αν οι κύβοι συναντώνται τη χρονική στιγμή t_1, να υπολογίσετε:



Δ.1 την επιτάχυνση που θα αποκτήσει ο κύβος $Σ_2$,

Δ.2 τη χρονική στιγμή t_1 που οι κύβοι θα συναντηθούν καθώς και σε ποια απόσταση από το σημείο Α θα συμβεί η συνάντηση,

Δ.3το έργο της δύναμης $\vec{F}$ στο χρονικό διάστημα 0 έως t_1.

Δ.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας κάθε κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο, στο ίδιο σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για το χρονικό διάστημα 0 έως t_1.

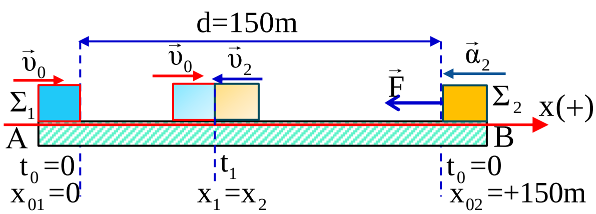
Απάντηση

Δ.1 Στον άξονα κίνησης για το κινητό $Σ_2$ έχουμε $Σ\vec{F}_x=m_2\vec{α}_2 \Rightarrow -F=m_2α_2 \Rightarrow$

$α_2=-\dfrac{F}{m_2} \xrightarrow{S.I} α_2=\dfrac{-8N}{4Kg} \Rightarrow \mathbf{α_2=-2m/s^2}$. Η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη από την ηρεμία με επιτάχυνση μέτρου $α_2=2m/s^2$ και φορά κίνησης προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα x΄x.

Δ.2 Εξισώσεις κίνησης (θέσης) των δύο κινητών για το ίδιο σύστημα αναφοράς x΄x

$Σ_1$: $x_1=x_{01}+υ_0t \xrightarrow{S.I} x_1=5t$ (S.I)



$Σ_2$: $x_2=x_{02}+\dfrac{1}{2}α_2t^2 \xrightarrow{S.I} x_2=150-1t^2$ (S.I)

Όταν συναντηθούν τα κινητά θα έχουν ίσες συντεταγμένες στον άξονα x΄x οπότε $x_1=x_2 \Rightarrow 5t=150-1t^2 \Rightarrow t^2+5t-150=0$ με ρίζες $\mathbf{t_1=10s}$ (που είναι η ζητούμενη χρονική στιγμή συνάντησης) και t_2=-15s (που απορρίπτεται ως χρονική στιγμή συνάντησης αφού το κινητά ξεκινούν την t_0=0).

Η θέση συνάντησης είναι $x=x_1=5t_1 \Rightarrow x=50m$ που απέχει από το Α απόσταση 50m.

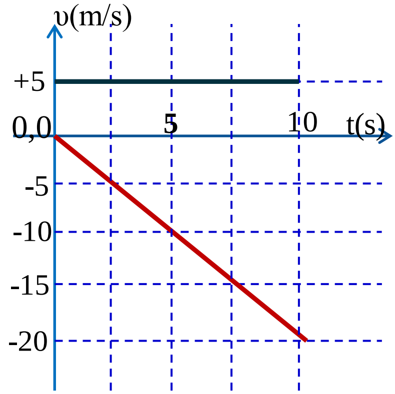
Δ.3 Το έργο της δύναμης $\vec{F}$ είναι $W_F=|F||\Delta x_2|$ με $\Delta x_2=+50m-(+150m)=-100m$ οπότε $W_F=|-8N||-100m| \Rightarrow \mathbf{W_F = 800J}$

Δ.4 Τα κινητά έχουν χρονικές εξισώσεις ταχύτητας …

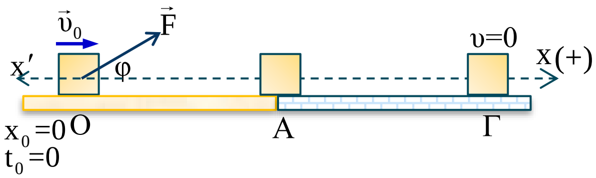
Σ₁: $\upsilon_1=\upsilon_0=5m/s$=σταθερή

Σ₂: $\upsilon_2=\alpha_2 t \Rightarrow \upsilon_2=-2t$ (S.I) και για t=10s, υ_2=-10m/s.

Οι χρονικές αυτές εξισώσεις αποτυπώνονται στα διαγράμματα υ(t) του διπλανού σχήματος.



113.(4-13708) Ένας κύβος μάζας 4kg ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα, μέτρου υ_0=2m/s, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα x′x. Τη χρονική στιγμή t_0=0 όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση Ο (x_O=0) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά αρχίζει να ασκείται σε αυτόν δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση Α (x_A=3m) η δύναμη $\vec{F}$ παύει να ασκείται. Αμέσως μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος εισέρχεται και κινείται σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Η χρονική διάρκεια της κίνησης στο τραχύ δάπεδο είναι 4s. Να υπολογίσετε:



Δ.1 το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στη θέση Β (x_B=1m),

Δ.2 το μέτρο της ταχύτητας του κύβου στη θέση Α,

Δ.3 τη θέση στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί,

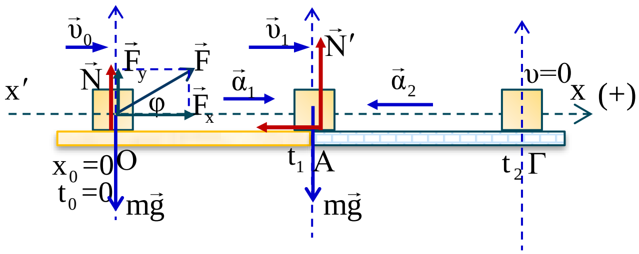
Δ.4 τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ κύβου - δαπέδου στο τραχύ δάπεδο.

Δίνονται, ημφ=0,6, συνφ=0,8 και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 Στην 1η φάση η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F_x = m\alpha_1 \Rightarrow$ $F\sigma\upsilon\nu\varphi = m\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \dfrac{F\sigma\upsilon\nu\varphi}{m} \Rightarrow \alpha_1 = \dfrac{10N \cdot 0{,}8}{4Kg} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1 = 2m/s^2}$.

Η επιτάχυνση έχει την ίδια σταθερή τιμή $\alpha_1 = 2m/s^2$ σε όλη την διάρκεια της κίνησης $0 \le x \le 3m$ και συνεπώς και στη ζητούμενη θέση Β(x=1m) .



Δ.2 Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από Ο έως Α , $\Delta K = W_{Fx} \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = F\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta x_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2 \cdot \dfrac{F\sigma\upsilon\nu\varphi}{m} \cdot \Delta x_1}$

$\Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2\alpha_1 \cdot \Delta x_1} \xrightarrow{S.I} \upsilon_1 = \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 4m/s}$

Δ.3 Η επιβράδυνση στην 2η φάση της κίνησης είναι $\alpha_2 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = \dfrac{0-\upsilon_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow$

$\alpha_2 = \dfrac{0\text{-}4m/s}{4s} \Rightarrow \alpha_2 = -1m/s$.

Η μετατόπιση στην 2η φάση είναι $\Delta x_2 = \upsilon_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}\alpha_2(t_2 - t_1)^2 \xrightarrow{S.I}$

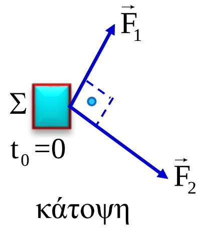
$\Delta x_2 = 4(4) + \frac{1}{2}(-1)(4)^2 \Rightarrow \Delta x_2 = 8m$

Άρα η τελική θέση Γ που μηδενίζεται η ταχύτητα απέχει από την αρχή ΟΓ=ΟΑ+ΑΓ=3m+8m=11m …έχει συντεταγμένη $\boldsymbol{x_\Gamma = +11m}$

Δ.4 Στη 2η φάση της κίνησης $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N' - Mg = 0 \Rightarrow N' = mg$ και η τριβή έχει τιμή $T' = \mu N' \Rightarrow T' = \mu mg$ (1). Η επιτάχυνση στην φάση αυτή είναι…

$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T' = m\alpha_2 \xrightarrow{(1)} -\mu mg = m\alpha_2 \Rightarrow \mu = -\dfrac{\alpha_2}{g} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\mu = 0{,}1}$

114.(4-13709) Το σώμα Σ με μάζα m=1kg ισορροπεί ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, ασκούνται σε αυτό δύο (οριζόντιες) δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα 6N και 8N αντίστοιχα που είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο σχήμα απεικονίζεται η κάτοψη του οριζοντίου επιπέδου στην οποία δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ. Το σώμα μετά την t_0 κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_1=2m/s^2$.



Δ.1 Να υπολογίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ σε μέτρο και κατεύθυνση.

Δ.2 Να αιτιολογήσετε γιατί στο σώμα ασκείται τριβή και να υπολογίσετε το μέτρο της.

Τη χρονική στιγμή $t_1=4s$, οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ παύουν να ασκούνται.

Δ.3 Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα ακινητοποιηθεί καθώς και το συνολικό διάστημα που θα διανύσει από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ για το χρονικό διάστημα που ασκείται στο Σ.

Απάντηση

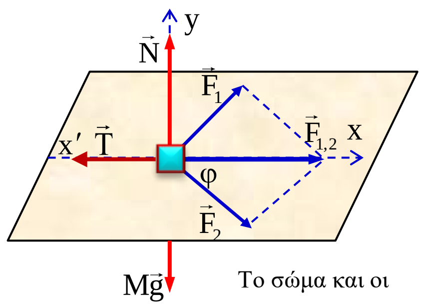
Δ.1 Η συνισταμένη των $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ έχει

μέτρο $F_{1,2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \Rightarrow$

$F_{1,2}=\sqrt{6^2+10^2}\,N \Rightarrow F_{1,2}=10N$

με διεύθυνση ως προς την $\vec{F}_2$ …

$$\text{συνφ}=\frac{F_2}{F_{1,2}} \Rightarrow \text{συνφ}=0,8$$



Το σώμα και οι δυνάμεις στο χώρο

Δ.2 Το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα y΄y [$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}Mg=0 \Rightarrow N=mg$] και με την άσκηση των δυνάμεων $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ θα κινηθεί στην διεύθυνση της συνισταμένης τους $\vec{F}_{1,2}$ που είναι σημειωμένη με τον άξονα x΄x.

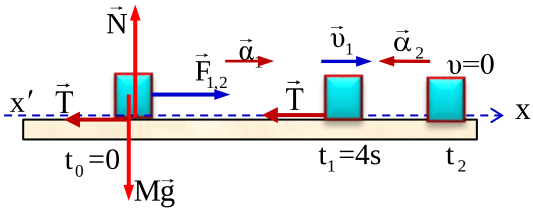
Αν δεν υπήρχε τριβή και η επιτάχυνση καθορίζονταν μόνο από την $\vec{F}_{1,2}$ τότε αυτή θα είχε τιμή $\vec{\alpha}'=\frac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow \alpha'=\frac{F_{1,2}}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha'=\frac{10N}{1Kg} \Rightarrow \alpha'=10m/s^2$ μεγαλύτερη από την πραγματική τιμή της επιτάχυνσης $\alpha_1=2m/s^2$. Άρα υπάρχει δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση-ώστε να μειώνει τη συνισταμένη στο άξονα κίνησης – και αυτή είναι η τριβή… $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F_{1,2} - T = m\alpha_1 \Rightarrow T = F_{1,2} - m\alpha_1 \xrightarrow{S.I}$

$T = 10N - 1Kg \cdot 2m/s^2 \Rightarrow \mathbf{T = 8N}$

Δ.3 Τη χρονική στιγμή t_1=4s το σώμα έχει ταχύτητα $\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon_1 = 2 \cdot 4 = 8m/s$

και συνεχίζει με

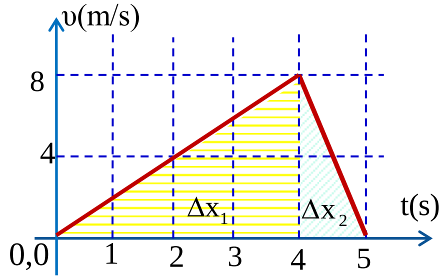


επιβράδυνση $\vec{\alpha}_2 = \dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow$

$\alpha_2 = \dfrac{-T}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_2 = \dfrac{-8N}{1Kg} \Rightarrow \alpha_2 = -8m/s^2$ και εξίσωση ταχύτητας $\upsilon = \upsilon_1 + \alpha_2(t - t_1)$

$\xrightarrow{S.I} \upsilon = 8 - 8(t-4)$ (S.I).

Το κινητό έστω σταματάει (υ=0) τη χρονική στιγμή t_2 , που υπολογίζεται από την προηγούμενη εξίσωση $\upsilon = 8 - 8(t-4) \Rightarrow 0 = 8 - 8(t_2 - 4) \Rightarrow \mathbf{t_2 = 5s}$



Η συνολική μετατόπιση βρίσκεται εύκολα από το διπλανό διάγραμμα υ(t) (ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν αυτού)

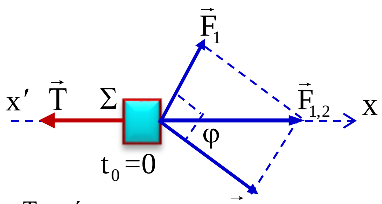
$\Delta x_{ολ} = \dfrac{1}{2} 5s \cdot 8m/s \Rightarrow \mathbf{\Delta x_{ολ} = 20m}$

Δ.4 Η μετατόπιση στην πρώτη φάση όσο υπάρχει τριβή βρίσκεται από διάγραμμα υ(t) $\Delta x_1 = \dfrac{1}{2} 4s \cdot 8m/s \Rightarrow \Delta x_1 = 16m$

Το έργο της δύναμης $\vec{F}_2$ είναι

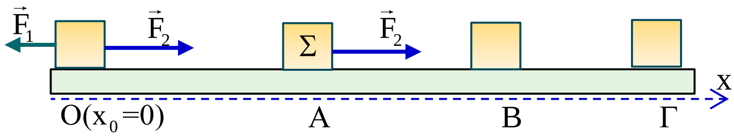
$W_{F2} = F_2 \Delta x_1 συνφ \xrightarrow{S.I}$

$W_{F2} = 8N \cdot 16m \cdot 0{,}8 \Rightarrow \mathbf{W_{F2} = 102{,}4J}$



Το σώμα και οι δυνάμεις σε κάτοψη

115.(4-13710) Το σώμα Σ με μάζα m=2kg κινείται σε ευθύγραμμο και τραχύ οριζόντιο επίπεδο η διεύθυνση του οποίου ταυτίζεται με ευθεία x′x. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$, το σώμα διέρχεται από το σημείο Ο ($x_0=0$) με ταχύτητα μέτρου $υ_0=5m/s$, ενώ δέχεται δύο δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ με μέτρα 6N και 8N αντίστοιχα, που είναι αντίρροπες μεταξύ τους. Στο σχήμα δεν έχουν σχεδιαστεί όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο Σ. Το σώμα μετά την t_0 κινείται ευθύγραμμα και ομαλά μέχρι τη θέση Α ($x_A=16m$). Στη θέση Α η $\vec{F}_1$ καταργείται, ενώ, όταν το Σ διέρχεται από τη θέση Β ($x_B=32m$), καταργείται και η $\vec{F}_2$ με αποτέλεσμα το Σ να ακινητοποιηθεί στη θέση Γ. Να υπολογίσετε:



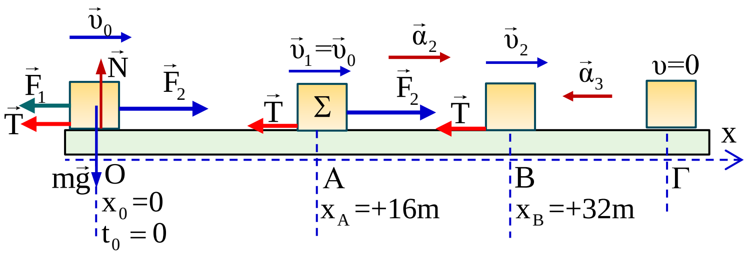
Δ.1 το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου.
Δ.2 Τη χρονική στιγμή όπου το σώμα διέρχεται από τη θέση Β.
Δ.3 Τη θέση του σημείου Γ.
Δ.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 1η φάση : $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_2\text{-}F_1\text{-}T=0 \Rightarrow T=F_2\text{-}F_1 \xrightarrow{S.I} \mathbf{T=2N}$

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg=20N \text{ και } T=\mu N \Rightarrow \mu=\frac{T}{N} \xrightarrow{S.I} \mu=\frac{2N}{20N} \Rightarrow$$

$\boldsymbol{\mu=0,1}$



Δ.2 Το κινητό είναι στη θέση Α (x=16m) τη χρονική στιγμή t_1, $\Delta t=\dfrac{\Delta x}{\upsilon_0}$ $\Rightarrow$

$$t_1\text{-}t_0=\frac{x_A\text{-}x_0}{\upsilon_0}\xrightarrow{\text{S.I}} t_1\text{-}0=\frac{16\text{-}0}{5}\,\frac{\text{m}}{\text{m/s}}\Rightarrow \mathbf{t_1=3,2s}$$ με ταχύτητα $\upsilon_1=\upsilon_0=5\text{m/s}$.

Για τη 2^η φάση της κίνησης έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2\Rightarrow F_2\text{-}T=m\alpha_2\Rightarrow \alpha_2=\dfrac{F_2\text{-}T}{m}\xrightarrow{\text{S.I}}$

$$\alpha_2=\frac{8\text{-}2}{2}\,\frac{\text{N}}{\text{Kg}}\Rightarrow \alpha_2=3\text{m/s}^2$$

Η εξίσωση κίνησης (θέσης) στην 2^η φάση είναι $x=x_A+\upsilon_1(t\text{-}t_1)+\dfrac{1}{2}\alpha_2(t\text{-}t_1)^2$

$$\xrightarrow{\text{B:x=32m}} 32=16+5(t_2\text{-}t_1)+\frac{1}{2}3(t_2\text{-}t_1)^2\Rightarrow 16=5\Delta t+1,5(\Delta t)^2\Rightarrow 1,5(\Delta t)^2+5\Delta t\text{-}16=0$$

με θετική ρίζα $\Delta t=2s \Rightarrow t_2\text{-}t_1=2s\Rightarrow t_2\text{-}3,2s=2s\Rightarrow$ $\mathbf{t_2=5,2s}$ **…**η στιγμή που το κινητό είναι στο Β.

Η ταχύτητα στο Β είναι $\upsilon_2=\upsilon_1+\alpha_2(t_2\text{-}t_1)\xrightarrow{\text{S.I}}\upsilon_2=5+3(5,2\text{-}3,2)\Rightarrow \upsilon_2=11\text{m/s}$

Δ.3 Για τη 3^η φάση της κίνησης έχουμε $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_3\Rightarrow \text{-}T=m\alpha_3\Rightarrow \alpha_3=\dfrac{\text{-}T}{m}\xrightarrow{\text{S.I}}$

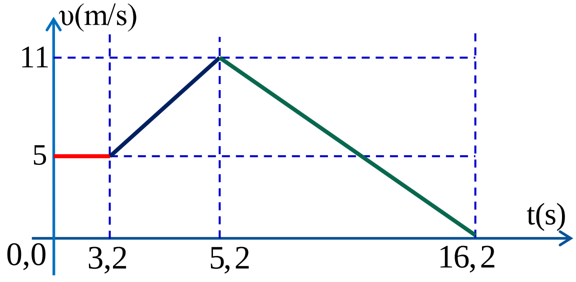
$$\alpha_2=\frac{\text{-}2}{2}\,\frac{\text{N}}{\text{Kg}}\Rightarrow \alpha_3=\text{-}1\text{m/s}^2$$

Χρονική εξίσωση ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_2+\alpha_3(t\text{-}t_2)\xrightarrow{\text{S.I}}\upsilon=11\text{-}1(t\text{-}5,2)\ (\text{S.I})\xrightarrow{\Gamma:\upsilon=0}$
$0=11\text{-}1(t_3\text{-}5,2)\Rightarrow \mathbf{t_3=16,2s}$

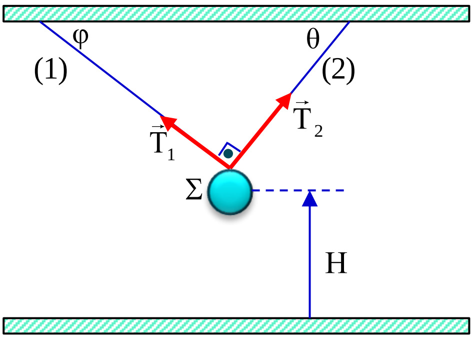
Η εξίσωση κίνησης (θέσης) στην 3^η φάση είναι $x=x_B+\upsilon_2(t\text{-}t_2)+\dfrac{1}{2}\alpha_3(t\text{-}t_1)^2\xrightarrow{\text{S.I}}$

$$x=32+11(t\text{-}5,2)\text{-}0,5(t\text{-}5,2)^2\ (\text{S.I})\xrightarrow{t=t_3=16,2s} x_\Gamma=32+11(16,2\text{-}5,2)\text{-}0,5(16,2\text{-}5,2)^2\Rightarrow$$
$\mathbf{x_\Gamma=92,5m}$

Δ.4 Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ταχύτητας με την χρονική στιγμή για όλη την κίνηση. Οι μετατοπίσεις του κινητού υπολογίζονται και από αυτό το διάγραμμα.



116.(4-13711) Η σφαίρα Σ με μάζα m ισορροπεί ακίνητη με τη βοήθεια δύο αβαρών και μη εκτατών νημάτων (1) και (2) που είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα νήματα έχουν το ένα άκρο τους προσδεμένο στη Σ και το άλλο άκρο τους ακλόνητα στερεωμένο σε οροφή. Η Σ απέχει από το οριζόντιο δάπεδο απόσταση Η=5m. Το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_1$) που ασκεί το νήμα (1) στη σφαίρα είναι 60N.



Δ.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά την ισορροπία της και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (τάσης, $\vec{T}_2$) που ασκεί το νήμα (2) στη Σ.

Δ.2 Να υπολογίσετε τη μάζα της Σ.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τα νήματα κόβονται ταυτόχρονα με αποτέλεσμα η σφαίρα Σ να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

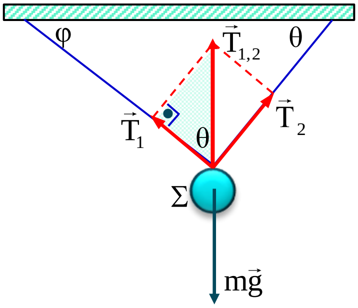
Δ.3. Να υπολογίσετε σε ποιο ύψος από το έδαφος η κινητική της ενέργεια είναι τετραπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια.

Δ.4. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας της Σ κατά την πτώση της σε συνάρτηση με την απόσταση της *y* από τη θέση όπου κόβονται τα νήματα, σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Δίνεται ότι ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας θεωρείται αυτό του οριζοντίου δαπέδου, η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ημφ=συνθ=0,6 και ότι συνφ=ημθ=0,8. Επίσης η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η σφαίρα Σ έχει μικρές διαστάσεις έτσι ώστε να μπορεί να θεωρηθεί κατά προσέγγιση ως υλικό σημείο.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες δυνάμεις στη σφαίρα που είναι οι τάσεις των νημάτων $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ και το βάρος της $m\vec{g}$.



Επειδή η σφαίρα ισορροπεί $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow$
$\vec{T}_1+\vec{T}_2+m\vec{g}=0 \Rightarrow \vec{T}_1+\vec{T}_2=-m\vec{g} \Rightarrow \vec{T}_{1,2}=-m\vec{g}$,
δηλαδή η συνισταμένη $\vec{T}_{1,2}$ των $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ είναι αντίθετη του βάρους της σφαίρας ($T_{1,2}$=mg κατά

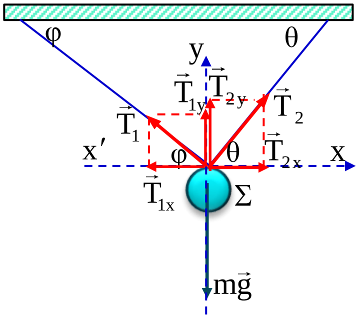
μέτρο). Από γραμμοσκιασμένο ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε $\varepsilon\varphi\theta=\dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2=T_1\varepsilon\varphi\theta$

$$\Rightarrow T_2=T_1\frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} \xrightarrow{S.I} T_2=60N\frac{0{,}8}{0{,}6} \Rightarrow \mathbf{T_2=80N}$$

Δ-2 Από την προηγούμενη σχέση $\vec{T}_{1,2}=-m\vec{g}$ ή $T_{1,2}=mg$ (μέτρα) $\Rightarrow \sqrt{T_1^2+T_2^2}=mg \Rightarrow$

$$m=\frac{\sqrt{T_1^2+T_2^2}}{g} \xrightarrow{S.I} m=\frac{\sqrt{60^2+80^2}}{10}Kg \Rightarrow \mathbf{m=10Kg}$$

Σχόλιο: Τα ερωτήματα **Δ.1** και **Δ.2** μπορεί να μελετηθούν και με ανάλυση των δυνάμεων σε δυο κάθετους άξονες, τον οριζόντιο x΄x και τον κατακόρυφο y΄y, όπως στο σχήμα.



$$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow T_{2x}-T_{1x}=0 \Rightarrow T_2\sigma\upsilon\nu\theta=T_1\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

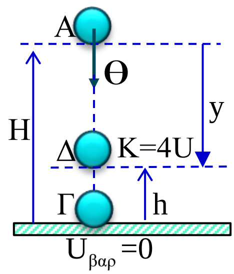
$$T_2=T_1\frac{\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sigma\upsilon\nu\theta} \xrightarrow{S.I} T_2=60N\frac{0{,}8}{0{,}6} \Rightarrow$$

$$\mathbf{T_2=80N}$$

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_{1y}+T_{2y}-mg=0 \Rightarrow$$

$$T_1\eta\mu\varphi+T_2\sigma\upsilon\nu\theta=mg \Rightarrow m=\frac{T_1\eta\mu\varphi+T_2\eta\mu\theta}{g}$$

$$\xrightarrow{S.I} m=\frac{60.0{,}6+80.0{,}8}{10}Kg \Rightarrow \mathbf{m=10Kg}$$

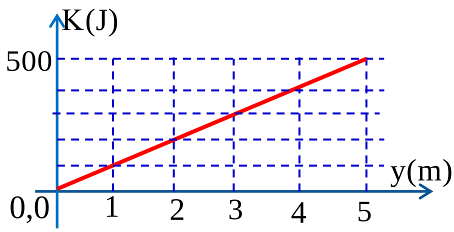


Δ.3 Έστω στο Δ (ύψος h) K=4U, $E_{\mu\eta\chi(A)}=E_{\mu\eta\chi(\Delta)} \Rightarrow$

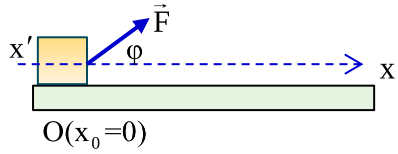
$$mgH+0=K+U \Rightarrow mgH=5U \Rightarrow mgH=5mgh \Rightarrow h=\frac{H}{5}$$

$$\xrightarrow{S.I} \mathbf{h=1m}$$

Δ.4 Όταν η σφαίρα έχει κατέβει κατά y (σημείο Δ) $E_{\mu\eta\chi(\Delta)}=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow$
$K+U=mgH \Rightarrow K+mg(H-y)=mgH \Rightarrow$
$K=mgy \xrightarrow{S.I} K=10\cdot 10\cdot y$ (S.I) $\Rightarrow$
$K=100y$ (S.I) με $0\le y\le 5m$ και η αντίστοιχη γραφική παράσταση K(y) φαίνεται στο διάγραμμα.



117.(4-13712) Ένας κύβος μάζας 1kg ολισθαίνει πάνω σε τραχύ οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5 κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα x′x. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ όπου ο κύβος διέρχεται από τη θέση Ο (x = 0) του άξονα κινούμενος προς τη θετική φορά έχει ταχύτητα μέτρου, $υ_0=1$m/s. Στον κύβο, όπως φαίνεται στο σχήμα, ασκείται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ μέτρου 10N και κατεύθυνσης που σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t_1=2$ s, που ο κύβος διέρχεται από τη θέση Α ($\vec{x}_A$), η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται. Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ ο κύβος συνεχίζει να κινείται στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο μέχρι να ακινητοποιηθεί. Να υπολογίσετε:



Δ.1 το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου κατά την κίνηση του από τη θέση Ο στη θέση Α

Δ.2 τη χρονική στιγμή στην οποία ο κύβος θα ακινητοποιηθεί.

Δ.3 το έργο της τριβής από τη χρονική $t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή που ο κύβος ακινητοποιείται.

Δ.4 Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της ταχύτητας του κύβου σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη στιγμή που ακινητοποιείται σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Δίνονται, ημφ=0,6 , συνφ=0,8 και η επιτάχυνση της βαρύτητας, $g=10\ m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 $1^η$ φάση : $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_y+N\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg\text{-}Fημφ \xrightarrow{S.I} N=1\cdot10\text{-}10\cdot0,6$

$N = 4N$ και $T = μN \Rightarrow T=0,5\cdot4N=2N$

$$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{α}_1 \Rightarrow Fσυνφ\text{-}T=mα_1 \Rightarrow α_1=\frac{Fσυνφ\text{-}T}{m} \xrightarrow{S.I} α_1=\frac{10\cdot0,8\text{-}2}{1}\frac{m}{s^2} \Rightarrow$$

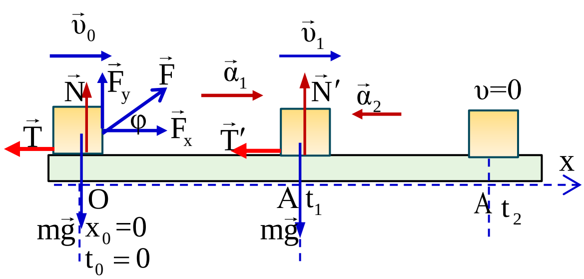
$\boldsymbol{α_1 = 6m/s^2}$

Δ.2 Το κινητό φθάνει στο Α με ταχύτητα $υ_1=υ_0+α_1t_1 \xrightarrow{S.I} υ_1=1+6\cdot2=13m/s$.

Στην $2^η$ φάση της κίνησης $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N'\text{-}mg=0 \Rightarrow$

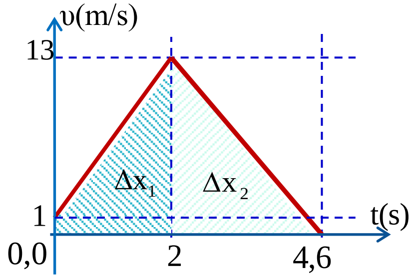
$N'=mg=10N$ και $T'=μN' \Rightarrow$

$T'=0,5\cdot10N=5N$



$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T' = m\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{-T'}{m} = \frac{-\mu mg}{m} \Rightarrow \alpha_2 = -\mu g \Rightarrow \alpha_2 = -5m/s^2$$

$\upsilon = \upsilon_1 + \alpha_2(t - t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon = 13 - 5(t-2)$ (S.I) και όταν $\upsilon = 0$, $t = t_2$ οπότε $0 = 13 - 5(t_2 - 2) \Rightarrow$ $\mathbf{t_2 = 4,6s}$



Δ.3 Κάνουμε τη γραφική παράσταση υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης και αυτή φαίνεται στο διάγραμμα από το οποίο βρίσκουμε τις επιμέρους μετατοπίσεις.

$1^η$ φάση: $\Delta x_1 = \frac{1+13}{2} \cdot 2 \Rightarrow \Delta x_1 = 14m$

$2^η$ φάση: $\Delta x_2 = \frac{1}{2}(4,6-2) \cdot 13 \Rightarrow \Delta x_2 = 16,9m$

$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 30,9m$

Για το έργο της τριβής …

$1^{ος}$ τρόπος: $W_T = -T\Delta x_1 - T'\Delta x_2 \xrightarrow{S.I} W_T = -2N \cdot 14m - 5N \cdot 16,9m \Rightarrow \mathbf{W_T = -112,5J}$

$2^{ος}$ τρόπος: ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης $\Delta K = W_T + W_F \Rightarrow$

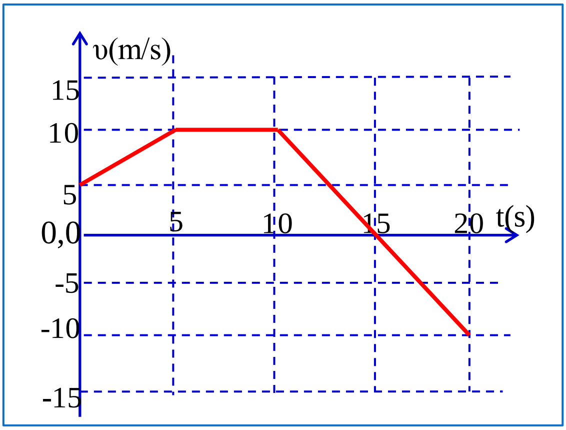
$$0 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = W_T + F\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta x_1 \Rightarrow W_T = -\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 - F\sigma\upsilon\nu\varphi\Delta x_1 \xrightarrow{S.I} \mathbf{W_T = -112,5J}$$

Δ.4 Η γραφική παράσταση υ(t) για όλη την διάρκεια της κίνησης έγινε στο προηγούμενο ερώτημα και στηρίχθηκε στης εξισώσεις

$1^η$ φάση: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon = 1 + 6t$ (S.I) με $0 \le t \le 2s$

$1^η$ φάση: $\upsilon = \upsilon_1 + \alpha_2(t - t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon = 13 - 5(t-2)$ (S.I) με $2s \le t \le 4,6s$

118.(4-13713) Σώμα μικρών διαστάσεων μάζας 1kg κινείται ευθύγραμμα κατά μήκος του προσανατολισμένου άξονα Ox και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα. Θεωρήστε ότι τη χρονική στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_0=5m$.



Δ.1 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t=10s.

Δ.2 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη χρονική στιγμή t=20s.

Δ.3 Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της τιμής της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$ που ασκείται στο σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη χρονική στιγμή t=20s σε βαθμολογημένο σύστημα αξόνων.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης δύναμης $\Sigma\vec{F}$, από τη χρονική στιγμή $t_0=0$ έως τη χρονική στιγμή t=20s.

Απάντηση

Δ.1 Από το διάγραμμα υ(t) βρίσκουμε τις μετατοπίσεις του σώματος για τις διάφορες φάσεις της κίνησης

$1^η$ φάση: $0 \le t \le 5s$, $\Delta x_1=\dfrac{5+10}{2}5=37{,}5m$

$2^η$ φάση: $5s \le t \le 10s$, $\Delta x_2=10\cdot(10\text{-}5)=50m$

$3^η$ φάση: $10s \le t \le 15s$, $\Delta x_3=\dfrac{1}{2}(15\text{-}10)\cdot 10=25m$

$4^η$ φάση: $15 \le t \le 20s$, $\Delta x_4=\dfrac{1}{2}(2915)\cdot(\text{-}10)=\text{-}25m$

Η θέση του κινητού την t=10s είναι $x=x_0+\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow x=5m+37{,}5m+50m \Rightarrow$ $\mathbf{x=92{,}5m}$.

Δ.2 Συνολικό διάστημα από $t_0=0$ έως t=20s, $s_{ολ}=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+|\Delta x_3|+|\Delta x_4| \Rightarrow$ $s_{ολ}=137{,}5m$

Μέση ταχύτητα $\bar{υ}=\dfrac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \Rightarrow \bar{υ}=\dfrac{137{,}5m}{20s} \Rightarrow \mathbf{\bar{υ}=6{,}875m/s}$

Δ.3 Η επιτάχυνση και η δύναμη σε κάθε φάση είναι

1η φάση: $0 \le t \le 5s$, $\quad \alpha_1 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \dfrac{10\text{-}5}{5\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1 = 1m/s^2$,

$$\Sigma F_1 = m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_1 = 1N$$

2η φάση: $5s \le t \le 10s$, $\quad \alpha_2 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2 = 0$,

$$\Sigma F_2 = m\alpha_2 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_2 = 0$$

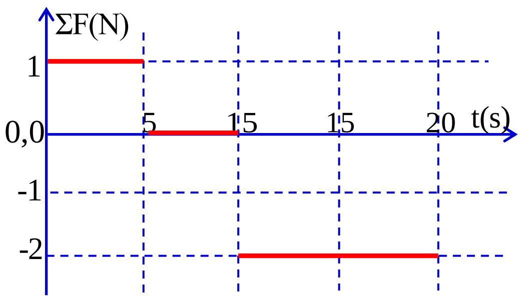
3η φάση: $10s \le t \le 15s$, $\quad \alpha_3 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3 = \dfrac{0\text{-}10}{15\text{-}10}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_3 = -2m/s^2$

$$\Sigma F_3 = m\alpha_3 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_3 = -2N$$

4η φάση: $15 \le t \le 20s$, $\quad \alpha_4 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_4 = \dfrac{-10\text{-}0}{20\text{-}15}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_4 = -2m/s^2$

$$\Sigma F_4 = m\alpha_4 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_4 = -2N$$

Η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης με το χρόνο φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος



Δ-4 $W_{\Sigma F} = \Delta K \;\Rightarrow\; W_{\Sigma F} = \dfrac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \dfrac{1}{2}m\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 \xrightarrow{S.I} W_{\Sigma F} = \dfrac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \dfrac{1}{2}m\upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 \Rightarrow$

$$W_{\Sigma F} = \frac{1}{2}1Kg\cdot(-10m/s)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{2}1Kg\cdot(5m/s)^2 \Rightarrow \mathbf{W_{\Sigma F} = 37{,}5J}$$

119.(4-13714) Κιβώτιο μάζας m=1kg αφήνεται να ολισθήσει κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^o$. Το κιβώτιο κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 2m/s^2$.

Δ.1 Να εξηγήσετε γιατί το κιβώτιο δέχεται δύναμη τριβής ολίσθησης. Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σ’ αυτό και να τις αναλύσετε σε δυο κάθετους μεταξύ τους άξονες από τους οποίους ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης τριβής ολίσθησης που δέχεται το κιβώτιο και την τιμή του συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του κεκλιμένου επιπέδου.

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους του κιβωτίου, όταν αυτό θα έχει διανύσει 4m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου από το σημείο που ξεκίνησε.

Πόση είναι η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του κιβωτίου; Να συγκρίνετε το έργο του βάρους με την αντίστοιχη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας και να διατυπώσετε το συμπέρασμά σας.

Δ.4 Ποιο θα είναι το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου, όταν αυτό έχει διανύσει το παραπάνω διάστημα των 4 m κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου;

Δίνονται: ημ30° $= \dfrac{1}{2}$, συν30° $= \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $g = 10\ m/s^2$.

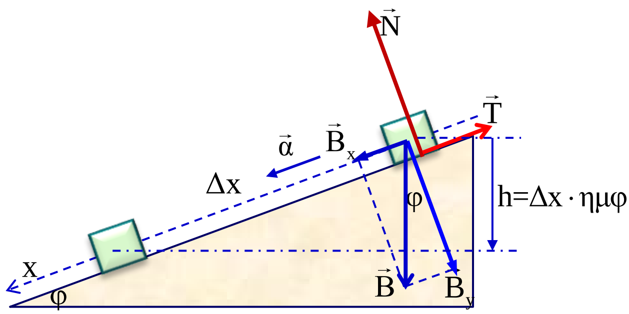
Απάντηση

Δ.1 Αν δεν υπήρχε τριβή και η επιτάχυνση θα καθορίζονταν μόνο από την $\vec{B}_x$ και θα είχε τιμή $\vec{\alpha}'=\dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow$

$\alpha'=\dfrac{B_x}{m} \Rightarrow \alpha'=\dfrac{mg\eta\mu\varphi}{m}$

$\Rightarrow \alpha'=g\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I}$

$\alpha'=5m/s^2$ μεγαλύτερη από την πραγματική τιμή της επιτάχυνσης $\alpha=2m/s^2$. Άρα υπάρχει δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση- ώστε να μειώνει τη συνισταμένη στο άξονα κίνησης – και αυτή είναι η τριβή ολίσθησης



Δ.2 Το σώμα ισορροπεί σε άξονα κάθετο στον άξονα κίνησης $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}B_y=0$

$\Rightarrow N=mg\sigma\upsilon\nu\varphi\ (1)$

Άξονας κίνησης: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_1 \Rightarrow B_x\text{-}T=m\alpha \Rightarrow mg\eta\mu\varphi\text{-}T=m\alpha \Rightarrow T=mg\eta\mu\varphi\text{-}m\alpha$

$\xrightarrow{S.I} T=1\cdot 10\cdot 0{,}5\text{-}1\cdot 2\ (S.I) \Rightarrow \mathbf{T = 3N}$

Τριβή: $T=\mu N \xrightarrow{(1)} T=\mu mg\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow \mu=\dfrac{T}{mg\sigma\upsilon\nu\varphi} \xrightarrow{S.I} \mu=\dfrac{3}{1\cdot 10\cdot \sqrt{3}/2} \Rightarrow$

$\boldsymbol{\mu = \sqrt{3}/5}$

Δ.3 Έργο του βάρους : $W_B=W_{B,x} \Rightarrow W_B=B_x\Delta x \Rightarrow W_B=mg\eta\mu\varphi\cdot\Delta x \xrightarrow{S.I}$

$W_B=1Kg\cdot 10m/s^2\cdot 0{,}5\cdot 4m \Rightarrow \mathbf{W_B = 20J}$

Μεταβολή της δυναμικής ενέργειας σώματος: $\Delta U=U_{\tau\varepsilon\lambda}-U_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U=0-mgh \Rightarrow$

$\Delta U=-mg\cdot\Delta x\cdot \eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} \mathbf{\Delta U=-20J}$

Παρατηρούμε ότι $\mathbf{W_B=-\Delta U_{\beta\alpha\rho}}$

Δ.4 ΘΜΚΕ για την ανωτέρω μετατόπιση $\Delta K=W_T+W_F \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2-0=-T\Delta x+W_B \Rightarrow \upsilon=\sqrt{2\frac{(W_B-T\Delta x)}{m}} \xrightarrow{S.I} \upsilon=\sqrt{2\frac{(20-3.4)}{1}}\frac{m}{s} \Rightarrow \mathbf{\upsilon=4m/s}$$

120.(4-14211) Μια σκιέρ ξεκινάει από την ηρεμία, από την κορυφή επίπεδης κεκλιμένης και χιονισμένης πλαγιάς. Η πλαγιά σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, για την οποία δίνονται ημφ=0,6 και συνφ=0,8. Κατά την κίνησή της αποκτά αμέσως σταθερή επιτάχυνση και διανύει 18m στα πρώτα 3s της κίνησής της.

Δ.1 Μετά πόσο χρόνο από την εκκίνησή της έχει αποκτήσει ταχύτητα μέτρου 24m/s;

Δ.2 Πόσο διάστημα διανύει στην διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της κίνησής της;

Δ.3 Να δείξετε ότι μεταξύ των πέδιλων που φοράει η σκιέρ και της χιονισμένης πλαγιάς, δημιουργείται τριβή και, αν οι επιφάνειες θεωρηθούν ομογενείς, να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ τους.

Δ.4 Αν δίνεται ότι η μάζα της σκιέρ είναι m=60kg, να υπολογίσετε την ελάττωση της βαρυτικής δυναμικής της ενέργειας μετά από χρόνο 10s από την εκκίνησή της.

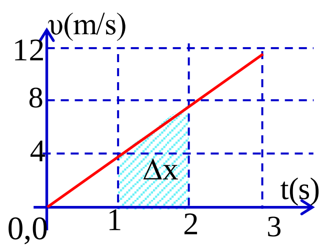
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g=10m/s^2$, ότι οι αντιστάσεις αέρα μπορούν να αγνοηθούν για τους χρόνους που αναφέρονται και το μήκος της πλαγιάς είναι αρκετά μεγάλο.

Απάντηση

Δ.1 Η επιτάχυνση της σκιέρ υπολογίζεται από την εξίσωση κίνησης $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow$

$$\alpha=\frac{2\Delta x}{t^2} \xrightarrow{S.I} \alpha=\frac{2.18}{3^2}\frac{m}{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha=4m/s^2}$$

Δ.2 Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας είναι $\upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=4t$ (S.I) και από την γραφική παράσταση αυτής και συγκεκριμένα από το εμβαδόν για $1s \le t \le 2s$ (γραμμοσκιασμένο τμήμα της υ(t)) βρίσκουμε την μετατόπιση και το διάστημα που διανύθηκε στο 2ο s της κίνησης. $s=\Delta x=\frac{(4+8)m/s}{2}\cdot(2\text{-}1)s \Rightarrow$

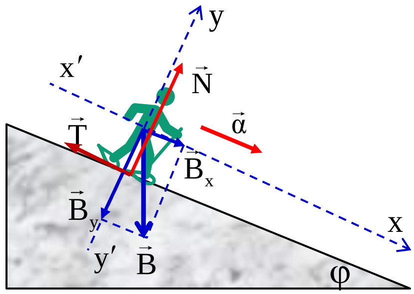


s = 6m

Δ.3 Αν δεν υπήρχε τριβή και η επιτάχυνση καθορίζονταν μόνο από την $B_x = mg\eta\mu\varphi$

τότε αυτή θα είχε τιμή $\vec{\alpha}' = \dfrac{\Sigma\vec{F}_x}{m} \Rightarrow$

$\alpha' = \dfrac{mg\eta\mu\varphi}{m} \Rightarrow \alpha' = g\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} \alpha' = 6m/s^2$



μεγαλύτερη από την πραγματική τιμή της επιτάχυνσης $\alpha = 4m/s^2$. Άρα υπάρχει δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση-ώστε να μειώνει τη συνισταμένη στο άξονα κίνησης – και αυτή είναι η τριβή…

Άξονας κίνησης x΄x: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow B_x - T = m\alpha \Rightarrow T = mg\eta\mu\varphi - m\alpha$ (1)

Άξονας y΄y: $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N - B_y = 0 \Rightarrow N = mg\sigma\upsilon\nu\varphi$ (2)

Τριβή $T = \mu N \Rightarrow \mu = \dfrac{T}{N} \xrightarrow{1,2} \mu = \dfrac{mg\eta\mu\varphi - m\alpha}{mg\sigma\upsilon\nu\varphi} \Rightarrow \mu = \dfrac{g\eta\mu\varphi - \alpha}{g\sigma\upsilon\nu\varphi} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\mu = 0,25}$

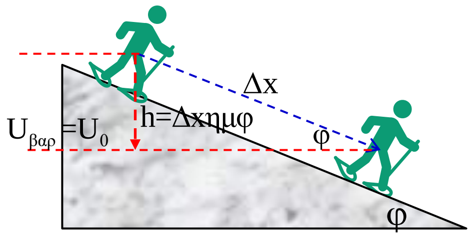
Δ.4 Σε χρόνο 10s η σκιέρ μετατοπίζεται κατά $\Delta x = \dfrac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \Delta x = \dfrac{1}{2}4\dfrac{m}{s}(10s)^2 \Rightarrow$

$\Delta x = 200m$ και υψομετρικά κατέβηκε κατά $h = \Delta x \cdot \eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} h = 120m$

Μεταβολή της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας $\Delta U = U_{\tau\epsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow$

$\Delta U = -mgh \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\Delta U = -72000J}$.

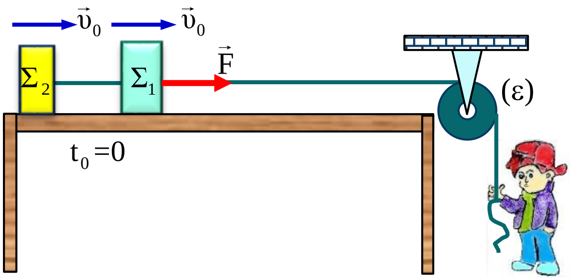
Άρα η μείωση της δυναμικής ενέργειας είναι $|\boldsymbol{\Delta U}| = \boldsymbol{72000J}$



Σχόλιο: Η μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας **δεν εξαρτάται από την θέση του οριζοντίου επιπέδου ορισμού της της μηδενικής δυναμικής ενέργειας**. Στη περίπτωση της σκιέρ για κάθοδο κατά h, έστω $U_{\beta\alpha\rho} = U_0$ στην τελική θέση -όπως στο σχήμα, οπότε $\Delta U = U_{\tau\epsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U = U_0 - (U_0 + mgh) \Rightarrow \Delta U = -mgh$ ανεξάρτητη από την τιμή U_0.

Δείτε περισσότερα **Φυσική Α΄ Λυκείου**- **Βασίλης Τσούνης** **(εκδόσεις Ζήτη)** σελίδες 427-432

121.(4-14217) Ένας μηχανισμός (ε) είναι στερεωμένος στο άκρο μιας οριζόντιας ράμπας μεγάλου μήκους μέσω του οποίου ένας εργάτης σέρνει ένα σύστημα δύο κιβωτίων, με τη βοήθεια αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Τα δύο κιβώτια $Σ_1$ και $Σ_2$ έχουν μάζες m_1=2kg και m_2=1kg αντίστοιχα και είναι μεταξύ τους δεμένα με οριζόντιο και τεντωμένο νήμα, αβαρές και μη ελαστικό, μήκους L=12,5cm, όπως στην εικόνα. Τα δύο κιβώτια εμφανίζουν τριβή με το επίπεδο της ράμπας, με ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,25. Το νήμα του μηχανισμού είναι δεμένο στο κιβώτιο $Σ_1$, ασκεί σε αυτό σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ και το αποτέλεσμα είναι το σύστημα των δύο κιβωτίων, να κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{υ}_0$, μέτρου $υ_0$=2,5m/s.



Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.
Τη χρονική στιγμή t_0 = 0 το νήμα που συνδέει τα δύο κιβώτια κόβεται, ενώ η δύναμη που ασκεί ο μηχανισμός διατηρείται σταθερή.
Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος $Σ_1$ και το μέτρο της επιβράδυνσης του σώματος $Σ_2$, μετά το κόψιμο του νήματος.
Δ.3 Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δύο σώματα, τη στιγμή t_1 κατά την οποία ακινητοποιείται το σώμα $Σ_2$;
Δ.4 Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε στο σώμα $Σ_1$ από τον μηχανισμό, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα, μέχρι τη στιγμή κατά την οποία έχει διανύσει 3m;
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας g = 10 m/s^2 και ότι οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται.

Απάντηση

Δ.1 **$Σ_1$**: $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_1=m_1g$ και $T_1=μN_1 \Rightarrow$

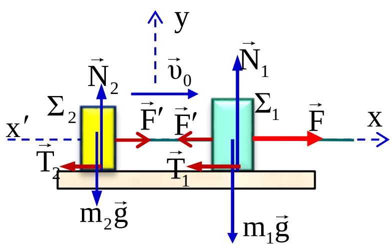
$T_1=μm_1g$ (1)

$Σ\vec{F}_x=0 \Rightarrow F-F'-T_1=0$ (2)

$Σ_2$: $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2=m_2g$ και $T_2=μN_2 \Rightarrow$

$T_2=μm_2g$ (3)

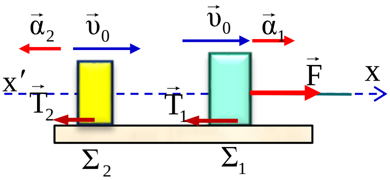
$Σ\vec{F}_x=0 \Rightarrow F'-T_2=0$ (4)



$$(1)+(2) \Rightarrow F-F'-T_1+F'-T_2=0 \Rightarrow F-T_1-T_2=0 \Rightarrow F=T_1+T_2 \xrightarrow{1,3} F=μ(m_1+m_2)g$$

$$\xrightarrow{S.I} F=0{,}25(2+1)Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow \mathbf{F = 7{,}5N}$$

Δ.2 Μετά το κόψιμο του νήματος οι δυνάμεις στον άξονα y΄y δεν αλλάζουν, οπότε και οι τιμές των τριβών συνεχίζουν να έχουν το ίδιο μέτρο.



Άξονας κίνησης x΄x:

Σ1: $\Sigma\vec{F}_x = m_1\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F - T_1 = m_1\alpha_1 \xrightarrow{(1)}$

$$F - \mu m_1 g = m_1\alpha_1 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{F - \mu m_1 g}{m_1} \Rightarrow$$

$$\alpha_1 = \frac{F}{m_1} - \mu g \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\alpha_1 = 1{,}25\,m/s^2}$$

Σ2: $\Sigma\vec{F}_x = m_2\vec{\alpha}_2 \Rightarrow -T_2 = m_2\alpha_2 \xrightarrow{(3)} -\mu m_2 g = m_2\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = -\mu g \xrightarrow{S.I}$

$\boldsymbol{\alpha_2 = -2{,}5\,m/s^2}$

Δ.3 Σ2: $\upsilon_2 = \upsilon_0 + \alpha_2 t \xrightarrow{S.I} \upsilon_2 = 2{,}5 - 2{,}5t$ (S.I) και όταν η ταχύτητα μηδενίζεται $\upsilon_2 = 0$ οπότε $0 = 2{,}5 - 2{,}5t_1 \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1s}$ …τότε ακινητοποιείται το Σ2.

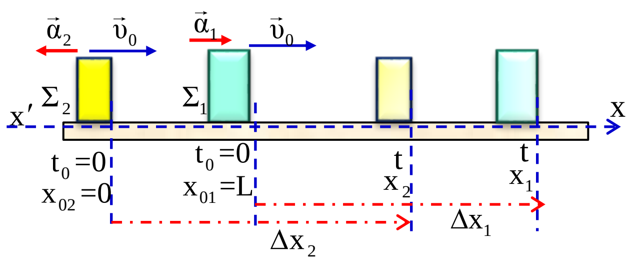
Σ1: Εξίσωση θέσης $x_1 = x_{01} + \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha_1 t^2 \xrightarrow{S.I} x_1 = 0{,}125 + 2{,}5t + \frac{1}{2}1{,}25t^2$ (S.I)

$$\xrightarrow{t=t_1=1s} x_1 = 0{,}125 + 2{,}5\cdot 1 + \frac{1}{2}1{,}25\cdot 1^2 \Rightarrow x_1 = 3{,}25m$$

Σ2: Εξίσωση θέσης $x_2 = x_{02} + \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha_2 t^2 \xrightarrow{S.I} x_2 = 0 + 2{,}5t - \frac{1}{2}2{,}5t^2$ (S.I) $\xrightarrow{t=t_1=1s}$

$x_2 = 2{,}5\cdot 1 - \frac{1}{2}2{,}5\cdot 1^2 \Rightarrow$

$x_2 = 1{,}25m$

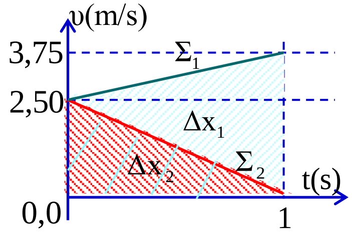


Άρα η απόσταση των κινητών τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ είναι $d = x_1 - x_2$ $\xrightarrow{S.I}$ **d = 2m**

Μια άλλη λύση: Επειδή συνήθως οι μετατοπίσεις βρίσκονται πιο εύκολα από το διάγραμμα υ(t), κάνουμε σε κοινό διάγραμμα τις υ(t) των δύο κινητών και μέσω αυτού (εμβαδά) βρίσκουμε τις μετατοπίσεις των κινητών από $t_0 = 0$ έως $t_1 = 1s$

Σ2: $\upsilon_2 = \upsilon_0 + \alpha_2 t \xrightarrow{S.I} \upsilon_2 = 2{,}5 - 2{,}5t$ (S.I) και όταν η ταχύτητα μηδενίζεται $\upsilon_2 = 0$ οπότε $0 = 2{,}5 - 2{,}5t_1 \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1s}$ …τότε ακινητοποιείται το Σ2.

Σ₁: $\upsilon_1=\upsilon_0+\alpha_1 t \xrightarrow{S.I} \upsilon_1=2{,}5+1{,}25t$ (S.I) και στιγμή $t_1=1s$ το Σ1 έχει ταχύτητα $\upsilon_1=2{,}5+1{,}25.1 \Rightarrow \upsilon_1=3{,}75m/s$



Σ₁: Μετατόπιση $\Delta x_1=\frac{(2{,}50+3{,}75)m/s}{2}\cdot 1s \Rightarrow$

$\Delta x_1=3{,}125m$ και την $t_1=1s$ είναι στη θέση $x_1=L+\Delta x_1 \Rightarrow x_1=3{,}25m$

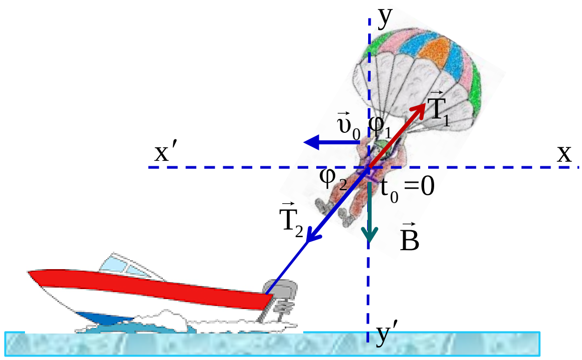
Σ₂: Μετατόπιση $\Delta x_2=\frac{1}{2}1s\cdot 2{,}50m/s \Rightarrow \Delta x_2=1{,}25m$ και την $t_1=1s$ είναι στη θέση $x_2=0+\Delta x_2 \Rightarrow x_2=1{,}25m$

Άρα η απόσταση των κινητών την $t_1=1s$ είναι $d=x_1-x_2 \Rightarrow$ **d = 2m**

Σχόλιο-Προσοχή! Στην ενδεικτική απάντηση του ΙΕΠ για το ερώτημα Δ.3 **δίνεται απόσταση των δύο σωμάτων d=3,25m που είναι λανθασμένη** διότι δεν λαμβάνεται υπόψη η μετατόπιση του Σ_1 από την $t_0=0$ έως $t_1=1s$

Δ.4 $E_{\pi\rho o\sigma}=W_F=F\Delta x \xrightarrow{S.I} E_{\pi\rho o\sigma}=7{,}5N\cdot 3m \Rightarrow \mathbf{E_{\pi\rho o\sigma}=22{,}5J}$

122. (4-14218) Το θαλάσσιο αλεξίπτωτο, είναι σπορ κατά το οποίο άνθρωπος κάθεται σε ειδικό κάθισμα που με σχοινί το τραβάει ένα ταχύπλοο σκάφος, ενώ ταυτόχρονα με άλλο σχοινί το κάθισμα είναι δεμένο σε αλεξίπτωτο. Η αντίσταση του αέρα στο αλεξίπτωτο, δημιουργεί τάση νήματος $\vec{T}_1$ η κίνηση του ταχύπλοου δημιουργεί τάση νήματος $\vec{T}_2$ στο κάθισμα, οι οποίες μαζί με το βάρος ανθρώπου – καθίσματος, διατηρούν τον άνθρωπο στον αέρα, ώστε να απολαμβάνει τη βόλτα του αιωρούμενος πάνω από τη θάλασσα. Μια χρονική στιγμή $t_0=0$, η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ του ανθρώπου είναι οριζόντια με μέτρο $\upsilon_0=20m/s$ και μέχρι τη στιγμή $t_1=2s$ ο άνθρωπος κινείται συνεχώς στην ίδια οριζόντια ευθεία με σταθερή κατεύθυνση. Οι δυνάμεις $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ είναι σταθερές σε



αυτό το χρονικό διάστημα, με την $\vec{T}_1$ να σχηματίζει γωνία $φ_1$ με την κατακόρυφη και την $\vec{T}_2$ να σχηματίζει γωνία $φ_2$ με την οριζόντια διεύθυνση, όπως στο σχήμα. Για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς αυτών των δύο γωνιών δίνονται: $συνφ_2=ημφ_1=0,6$ και $συνφ_1=ημφ_2=0,8$. Να υπολογίσετε:

Δ.1 την επιτάχυνση του ανθρώπου στο παραπάνω χρονικό διάστημα

Δ.2 το μέτρο της μετατόπισης του ανθρώπου σε αυτό το χρονικό διάστημα

Αν δίνεται ότι η μάζα ανθρώπου-καθίσματος είναι m=80kg και ότι για τα μέτρα των τάσεων των δύο σχοινιών μέχρι τη στιγμή t_1 ισχύει η σχέση $T_1=1,5T_2$, να υπολογίσετε:

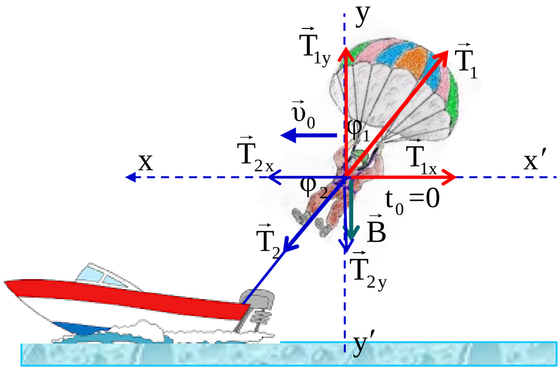
Δ.3 τα μέτρα T_1, T_2 των τάσεων των δύο σχοινιών σε αυτή τη χρονική διάρκεια

Δ.4 το έργο της τάσης $\vec{T}_2$ μέχρι τη στιγμή t_1.

Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 Άξονας x΄x:



$$Σ\vec{F}_x=m\vec{α} \Rightarrow T_{2x}-T_{1x}=mα \Rightarrow$$

$$T_2συνφ_2-T_1ημφ_1=mα \Rightarrow$$

$$T_2 0,6-T_1 0,6=mα \Rightarrow$$

$$(T_1-T_2)0,6=-mα \quad (1)$$

Άξονας y΄y:

$$Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_{1y}-T_{2y}-mg=0 \Rightarrow$$

$$T_1συνφ_1-T_2ημφ_2=mg \Rightarrow$$

$$T_1 0,8-T_2 0,8=mg \Rightarrow$$

$$(T_1-T_2)0,8=mg \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1,2) παίρνουμε $\dfrac{(T_1-T_2)0,6}{(T_1-T_2)0,8}=\dfrac{-mα}{mg} \Rightarrow α=-0,75g \Rightarrow$

$$\mathbf{α = -7,5m/s^2}$$

Δ.2 Εξίσωση μετατόπισης $Δx_1=υ_0t+\dfrac{1}{2}αt^2 \xrightarrow{S.I} Δx=20t-3,75t^2 \ (S.I) \xrightarrow{t=t_1=2s}$

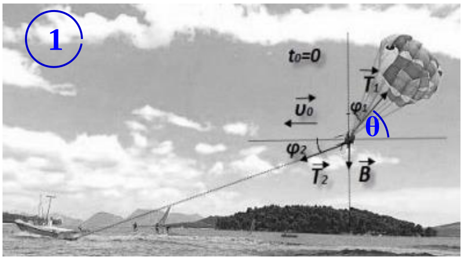
$$Δx=20\cdot 2-3,75\cdot 2^2 \Rightarrow \mathbf{Δx = 25m}$$

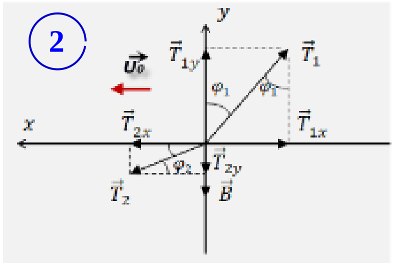
Δ.3 Από την σχέση (2) έχουμε $(1,5T_2-T_2)0,8=mg \xrightarrow{S.I} 0,5T_2\cdot 0,8=80\cdot 10 \Rightarrow$

$$\mathbf{T_2 = 2000N} \text{ και } T_1=1,5T_2 \Rightarrow \mathbf{T_1 = 3000N}$$

Δ.4 $W_{T,2} = T_2 \Delta x συνφ_2 \xrightarrow{S.I} W_{T,2} = 2000N \cdot 25m \cdot 0,6 \Rightarrow \mathbf{W_{T,2} = 30000J}$

Σχόλιο: Στην Τράπεζα Θεμάτων ΙΕΠ και στην ανωτέρω άσκηση υπάρχουν οι παρακάτω εικόνες (1) και (2) στην εκφώνηση και ενδεικτική λύση αντίστοιχα.



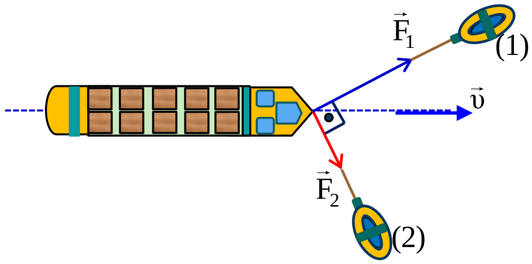


Για τις γωνίες φ1, φ2 (σχήμα 1) δίνονται $ημφ_1 = συνφ_2$ που σημαίνει $φ_1 + φ_2 = 90^0$ (1). Επίσης από σχήμα (1) παρατηρούμε ότι $φ_1 + θ = 90^0$ (2). Από τις σχέσεις (1,2) φαίνεται ότι φ2=θ και επειδή η μία πλευρά των γωνιών αυτών έχει κοινή διεύθυνση την x΄x και οι άλλες πλευρές τους θα είναι στην ίδια ευθεία (… είναι γωνίες ως κατακορυφήν) … **άρα και οι δυνάμεις $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ έχουν τον ίδιο φορέα …κάτι που δεν φαίνεται στο σχήμα.**

Επίσης στην εικόνα (2) η γωνία φ2 έχει **σημειωθεί σε λανθασμένη θέση**.

Βέβαια ο ανωτέρω σχεδιασμός των $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ **δεν επηρεάζει την λύση** αλλά μπορεί να **προβληματίσει** ή και να **αποπροσανατολίσει τους μαθητές** κατά την διάρκεια της εξέτασης.

123.(4-14254) Ένα φορτηγό πλοίο οδηγείται στο λιμάνι του Πειραιά, αποκλειστικά με τη βοήθεια δύο ρυμουλκών, τα οποία τραβούν το φορτηγό, με σχοινιά, που μπορούν οριζόντια. να θεωρηθούν Για μια σημαντική χρονική διάρκεια, τα σχοινιά που τραβούν το πλοίο, είναι κάθετα μεταξύ τους. Το ρυμουλκό (1)

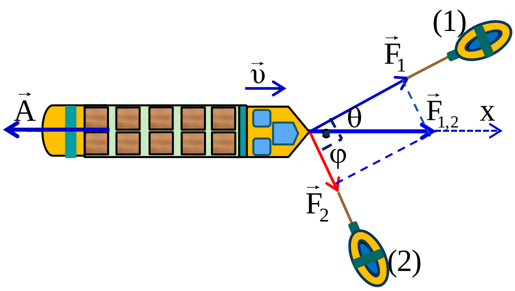


ασκεί δύναμη $\vec{F}_1$ μέτρου $F_1=8\cdot10^4$N, το ρυμουλκό (2) ασκεί δύναμη $\vec{F}_2$ μέτρου $F_2=6\cdot10^4$ N και το πλοίο κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ μέτρου υ=5m/s όπως φαίνεται και στο σχήμα. Να υπολογίσετε:

Δ.1 το μέτρο της οριζόντιας δύναμης – αντίστασης $\vec{A}$ που δέχεται το πλοίο από το νερό,
Δ.2 τη μετατόπιση του πλοίου σε χρονική διάρκεια Δt=2min,
Δ.3 την ενέργεια που προσφέρθηκε συνολικά στο πλοίο από τα δύο ρυμουλκά, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια.
Δ.4 την ενέργεια που προσέφερε κάθε ρυμουλκό στο πλοίο, κατά την παραπάνω χρονική διάρκεια,

Απάντηση

Δ.1 Επειδή το πλοίο είναι αρχικά ακίνητο θα κινηθεί στην κατεύθυνση συνισταμένης $\vec{F}_{1,2}=\vec{F}_1+\vec{F}_2$, που στο σχήμα είναι η διεύθυνση x΄x. Η αντίσταση στην κίνηση του πλοίου είναι αντίθετη στην κίνηση -ταχύτητα και έχει φορέα την x΄x.



Επειδή υ=σταθερή, $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow$

$$F_{1,2}\text{-}A=0 \Rightarrow A=F_{1,2}=\sqrt{F_1^2+F_2^2} \xrightarrow{S.I} \Rightarrow \mathbf{A=10^5\,N}$$

Δ.2 $\Delta x=\upsilon\Delta t \Rightarrow \Delta x=5\text{m/s}\cdot 20\text{s} \Rightarrow \mathbf{\Delta x=600m}$

Δ.3 $E_{\pi\rho o\sigma}=W_{F_{1,2}} \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=F_{1,2}\Delta x \xrightarrow{S.I} E_{\pi\rho o\sigma}=10^5\text{N}\cdot600\text{m} \Rightarrow \mathbf{E_{\pi\rho o\sigma}=6\cdot10^7\,J}$

Δ.4 $E_{1,\,\pi\rho o\sigma}=W_{F_1}=F_1\Delta x\sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow E_{1,\pi\rho o\sigma}=F_1\Delta x\dfrac{F_1}{F_{1,2}} \Rightarrow E_{1,\,\pi\rho o\sigma}=\dfrac{F_1^2}{F_{1,2}}\Delta x \xrightarrow{S.I}$

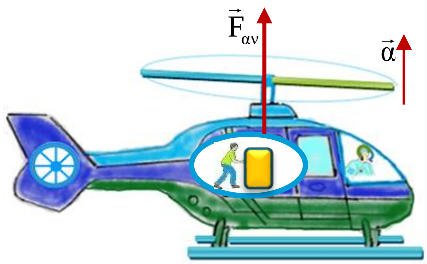
$\mathbf{E_{1,\pi\rho o\sigma}=3{,}84\cdot10^7\,J}$

$E_{2,\,\pi\rho o\sigma}=W_{F_2}=F_2\Delta x\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow E_{2,\pi\rho o\sigma}=F_2\Delta x\dfrac{F_2}{F_{1,2}} \Rightarrow E_{2,\,\pi\rho o\sigma}=\dfrac{F_2^2}{F_{1,2}}\Delta x \xrightarrow{S.I}$

$\mathbf{E_{1,\pi\rho o\sigma}=2{,}16\cdot10^7\,J}$

Σχόλιο: Παρατηρείστε ότι $E_{\pi\rho o\sigma}=E_{1,\pi\rho o\sigma}+E_{2,\pi\rho o\sigma}$

124.(4-14255) Ένα ελικόπτερο αρχικά αιωρείται ακίνητο, με τη βοήθεια κατακόρυφης ανυψωτικής δύναμης $\vec{F}_{\alpha\nu}$, η οποία δημιουργείται από την αλληλεπίδραση των πτερυγίων της έλικας που περιστρέφεται οριζόντια και του αέρα. Με κατάλληλους χειρισμούς του πιλότου, αυξάνεται το μέτρο της ανυψωτικής δύναμης και το ελικόπτερο αρχίζει να ανεβαίνει κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, μέτρου α=2m/s^2.



Η συνολική μάζα του ελικοπτέρου, μαζί με τους επιβαίνοντες και τα φορτία που μεταφέρει είναι M=5·10^{3}kg. Στην διάρκεια αυτής της κατακόρυφης κίνησης του ελικοπτέρου, το δάπεδό του είναι οριζόντιο και πάνω σε αυτό βρίσκεται ένα κιβώτιο μάζας m_κ=20kg. Το κιβώτιο εμφανίζει με το δάπεδο τριβή, με συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,4.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_{\alpha\nu}$, η οποία αρχικά καταφέρνει να διατηρεί ακίνητο, αιωρούμενο στον αέρα το ελικόπτερο, αλλά και το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_{\alpha\nu}$, η οποία καταφέρνει να ανεβάζει το ελικόπτερο με επιτάχυνση $\vec{\alpha}$.

Δ.2 Να υπολογίσετε την κατακόρυφη μετατόπιση του ελικοπτέρου, σε χρονική διάρκεια Δt=20s, από την έναρξη της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

Δ.3 Να υπολογίσετε το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{N}$, την οποία δέχεται το κιβώτιο από το δάπεδο του ελικοπτέρου, στη διάρκεια αυτής της κατακόρυφης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησής του.

Δ.4 Καθώς διαρκεί αυτή η ομαλά επιταχυνόμενη κατακόρυφη κίνηση του ελικοπτέρου, κάποιος από το πλήρωμα, ασκεί στο κιβώτιο σταθερή οριζόντια δύναμη, δίνοντάς του μια πολύ μικρή σταθερή ταχύτητα, οπότε το μετατοπίζει κατά Δx_κ=60cm. Πόση ενέργεια μεταφέρθηκε από τον άνθρωπο του πληρώματος στο κιβώτιο σε αυτή την οριζόντια μετατόπιση που του προκάλεσε;
Δίνεται το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g=10\ m/s^2$

Απάντηση

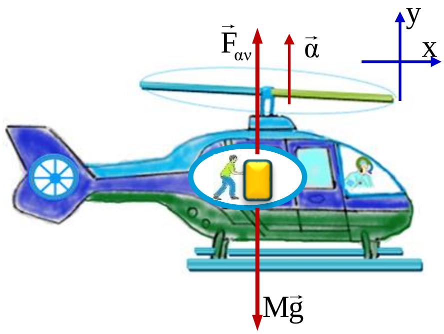
Δ.1 Αρχικά που το ελικόπτερο είναι σε ακινησία, $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_{\alpha\nu}=Mg \xrightarrow{S.I}$

$\mathbf{F_{\alpha\nu}=5\cdot 10^4 N}$

Όταν το ελικόπτερο ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, $\Sigma\vec{F}_y=M\vec{\alpha} \Rightarrow$

$F_{\alpha\nu}-Mg=M\alpha \Rightarrow F_{\alpha\nu}=M(g+\alpha) \xrightarrow{S.I}$

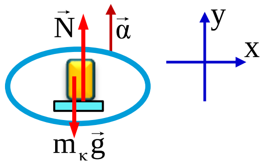
$\mathbf{F_{\alpha\nu}=6\cdot 10^4 N}$



Δ.2 Εξίσωση μετατόπισης (και του ύψους από την αρχική θέση):

$$\Delta y=\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} \Delta y=\frac{1}{2}2t^2\ (S.I) \xrightarrow{t=20s} \mathbf{\Delta y = h = 400m}$$

Δ.3 Τοποθετούμε τις ασκούμενες δυνάμεις στο κιβώτιο, το βάρος του και την δύναμη στήριξης από το δάπεδο. Επειδή για ακίνητο παρατηρητή το κιβώτιο ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση αυτή του κιβωτίου ισχύει $\Sigma\vec{F}_{y,\,(\kappa\iota\beta\acute{\omega}\tau\iota o)}=m_\kappa\vec{\alpha} \Rightarrow N\text{-}m_\kappa g=m_\kappa\alpha \Rightarrow$

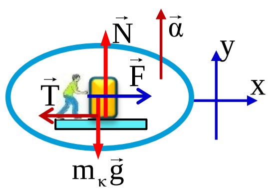


$N=m_\kappa(g+\alpha) \xrightarrow{S.I} N=20Kg(10+2)m/s^2 \Rightarrow$

$\mathbf{N=240}N$ (1)

Δ.4 Η τριβή που ασκείται στο κιβώτιο κατά την διάρκεια της οριζόντιας μετατόπισης είναι $T=\mu N$

$\xrightarrow{(1)} T=0,4\cdot 240N \Rightarrow \mathbf{T=96}N$



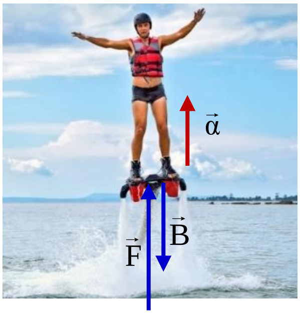
Επειδή για το κιβώτιο στον άξονα x΄x έχει υ=σταθερή

$\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F\text{-}T=0 \Rightarrow F=T \Rightarrow \mathbf{F=96N}$

$E_{\pi\rho o\sigma,\ \kappa\iota\beta\acute{\omega}\tau\iota o}=W_F \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=F\Delta x \xrightarrow{S.I} E_{\pi\rho o\sigma}=96N\cdot 0,6m \Rightarrow \mathbf{E_{\pi\rho o\sigma}=57,6J}$

Σχόλιο-προσοχή! Το κιβώτιο στον άξονα y΄y για ακίνητο παρατηρητή δεν ισορροπεί αλλά ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση και σύμφωνα με το ερώτημα Δ.3 **δίνεται από την σχέση** $N=m_κ(g+α)$ και όχι από την $N=m_κ g$ που είναι η συνηθισμένη για ολίσθηση σε ακλόνητο οριζόντιο δάπεδο.

125.(4-14256) Το flyboard είναι θαλάσσιο σπορ, στο οποίο ένας αθλητής είναι στερεωμένος πάνω σε μια βάση, στο κάτω μέρος της οποίας υπάρχουν σωλήνες που εκτοξεύουν προς τα κάτω νερό, με αποτέλεσμα να ασκούν στη βάση δύναμη προς τα πάνω και να προκαλούν κατακόρυφη μετατόπιση στο σύστημα. Στη διπλανή εικόνα ο αθλητής έχει μάζα M=80kg και η βάση με τους σωλήνες έχει μάζα m=10kg. Το σύστημα βάση – αθλητής, δέχεται από τον μηχανισμό σταθερή προς τα πάνω δύναμη $\vec{F}$, μέτρου F=1080N, ξεκινάει τη στιγμή $t_0=0$, από την ηρεμία και από την επιφάνεια της θάλασσας και κινείται κατακόρυφα. Να υπολογίσετε:



Δ.1 το ύψος που έχει ανέβει η βάση του συστήματος, από την επιφάνεια της θάλασσας, τη χρονική στιγμή $t_1=2s$,

Δ.2 το μέτρο της κατακόρυφης δύναμης $\vec{F}_1$ που δέχεται ο αθλητής από τη βάση στην οποία πατάει,

Δ.3 την ενέργεια που δόθηκε στον αθλητή από την βάση που τον ανεβάζει, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή $t_1=2s$,

Δ.4 την μεταβολή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος βάση-αθλητής, από την έναρξη της κίνησης αυτής, μέχρι τη στιγμή $t_1=2s$.

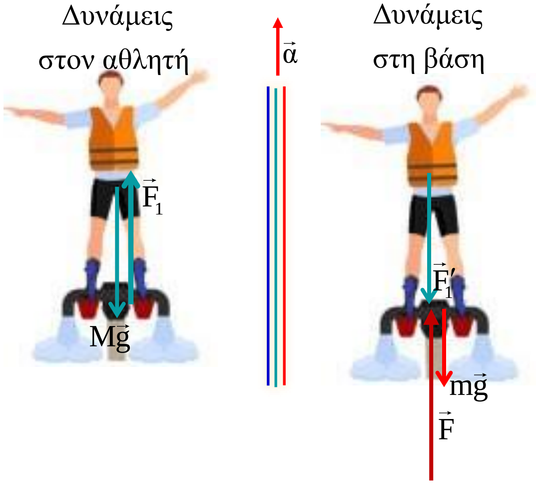
Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g=10m/s^2$ και αντιστάσεις αέρα – νερού αγνοούνται.

Απάντηση

Στο $1^ο$ σχήμα φαίνονται οι ασκούμενες στον αθλητή δυνάμεις, η $\vec{F}_1$ από την βάση και το βάρος του $M\vec{g}$. Επειδή ο αθλητής ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{α}$,

$$\Sigma\vec{F}_y=M\vec{α} \Rightarrow F_1\text{-}Mg=Mα \; (1)$$

Στο 2ο σχήμα φαίνονται οι ασκούμενες στη βάση η $\vec{F}$ από τον μηχανισμό λόγω εκτόξευσης προς τα κάτω του νερού, το βάρος της βάσης $m\vec{g}$ και η δύναμη $\vec{F}_1'$ από τον αθλητή. Η δύναμη $\vec{F}_1'$ από τον αθλητή στη βάση και η $\vec{F}_1$ από την βάση στον αθλητή έχουν σχέση δράσης -αντίδρασης και ισχύει $\vec{F}_1'=-\vec{F}_1$ και κατά μέτρο $F_1'=F_1$. Επειδή η βάση ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση $\vec{\alpha}$, $\Sigma\vec{F}_y=m\vec{\alpha} \Rightarrow$ $F-F_1'-mg=m\alpha$ (2).



Προσθέτοντας τις (1) και (2) έχουμε $F_1-Mg+F-F_1'-mg=M\alpha+m\alpha \xrightarrow{F_1'=F_1}$

$$F-(M+m)g=(M+m)\alpha \Rightarrow \alpha=\frac{F-(M+m)g}{M+m} \xrightarrow{S.I} \alpha=2m/s^2$$

Εξίσωση μετατόπισης (και του ύψους από την αρχική θέση):

$$\Delta y=\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{S.I} \Delta y=\frac{1}{2}2t^2 \ (S.I) \xrightarrow{t=2s} \mathbf{\Delta y=h=4m}$$

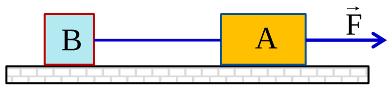
Δ.2 Από την εξίσωση (1) βρίσκουμε την δύναμη $\vec{F}_1$ που δέχεται ο αθλητής από τη βάση $F_1-Mg=M\alpha \Rightarrow F_1=M(g+\alpha) \xrightarrow{S.I} \mathbf{F_1=960}N$

Δ.3 $E_{\pi\rho o\sigma,\ \alpha\theta\lambda\eta\tau\acute{\eta}}=W_{F_1} \Rightarrow E_{\pi\rho o\sigma}=F_1\Delta y \xrightarrow{S.I} E_{\pi\rho o\sigma}=960N\cdot 4m \Rightarrow \mathbf{E_{\pi\rho o\sigma}=3840J}$

Δ.4 $\Delta U=U_{\tau\varepsilon\lambda}-U_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U=U_{\alpha\rho\chi}+(m+M)g\Delta y-U_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U=+(m+M)g\Delta y \xrightarrow{S.I}$ $\mathbf{\Delta U=+3600J}$

Σχόλιο: $\Delta U=-W_{\beta\acute{\alpha}\rho o\upsilon\varsigma} \Rightarrow \Delta U=-\left[-(m+M)g\Delta y\right] \Rightarrow \Delta U=+(m+M)g\Delta y$

126.(4-14388) Στο οριζόντιο επίπεδο του σχήματος ηρεμούν δυο σώματα Α και Β με μάζες M=3Kg και m=1Kg αντίστοιχα, τα οποία είναι δεμένα μέσω αβαρούς μη εκτατού νήματος. Ένα παιδί, κάποια στιγμή που θεωρούμε t=0s, τραβάει το σώμα Α, ασκώντας του οριζόντια δύναμη μέτρου F=28N, όπως στο σχήμα. Τα σώματα ολισθαίνουν στο οριζόντιο επίπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης κάθε σώματος με το οριζόντιο επίπεδο είναι μ=0,5.



Δ.1 Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας και να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα.

Να υπολογίσετε:

Δ.2 Την επιτάχυνση που αποκτούν τα σώματα.

Δ.3 Την τάση του νήματος που ασκείται σε κάθε σώμα.

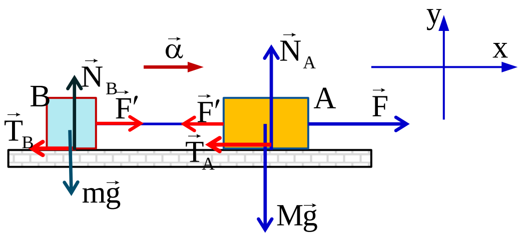
Δ.4 Τη χρονική στιγμή t_1=4s το νήμα που ενώνει τα δύο σώματα κόβεται, ενώ η δύναμη μέτρου F=28N συνεχίζει να ασκείται στο σώμα Α.

α. Ποιο είναι το είδος της κίνησης που εκτελεί το κάθε σώμα, αφού κοπεί το νήμα; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

β. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Β την χρονική στιγμή $t_2=t_1+1{,}6$s.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στα σώματα δυνάμεις:
Σώμα Α (δύναμη F από το παιδί, βάρος Mg, δύναμη στήριξης N_A, τριβή T_A, δύναμη νήματος F΄).
Σώμα Β (βάρος mg, δύναμη στήριξης N_B, τριβή T_B, δύναμη νήματος F΄).



Δ.2 Σώμα Α: άξονας y΄y $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_A=Mg$

Τριβή $T_A=\mu N_A \Rightarrow T_A=\mu Mg \xrightarrow{S.I} T_A=15N$

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=M\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}F'\text{-}T_A=M\alpha$ (1)

Σώμα Β: άξονας y΄y $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_B=mg$

Τριβή $T_B=\mu N_B \Rightarrow T_B=\mu mg \xrightarrow{S.I} T_B=5N$

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F'\text{-}T_A=m\alpha$ (2)

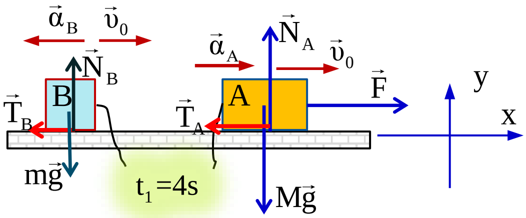
Προσθέτοντας τις (1) και (2) παίρνουμε $F\text{-}F'\text{-}T_A + F'\text{-}T_A = (M+m)\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{F\text{-}T_A\text{-}T_A}{M+m}$

$\xrightarrow{S.I} \mathbf{\alpha = 2m/s^2}$.

Δ.3 Από την σχέση (2) βρίσκουμε την δύναμη του νήματος $F'\text{-}T_A = m\alpha \Rightarrow$

$F' = T_A + m\alpha \xrightarrow{S.I} \mathbf{F' = 7N}$

Δ.4 Μόλις κοπεί το νήμα την t_1=4s τα σώματα έχουν ταχύτητα $\upsilon_0 = \alpha t_1 \xrightarrow{S.I} \upsilon_0 = 8m/s$



α. Σώμα Α: άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x = M\vec{\alpha}_A \Rightarrow F\text{-}T_A = M\alpha_A \Rightarrow$

$\alpha_A = \dfrac{F\text{-}T_A}{M} \xrightarrow{S.I} \alpha_A = \dfrac{13}{3}\dfrac{m}{s^2}$.

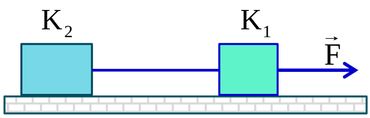
Άρα το σώμα Α εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0=8m/s και επιτάχυνση $\alpha_A = \dfrac{13}{3}\dfrac{m}{s^2}$

Σώμα Β: άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha}_B \Rightarrow \text{-}T_B = m\alpha_B \Rightarrow \alpha_B = \dfrac{\text{-}T_B}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_B = \text{-}5m/s^2$.

Άρα το σώμα Β εκτελεί ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με αρχική ταχύτητα υ_0=8m/s και επιτάχυνση α_B=-5m/s^2

β. Η ταχύτητα του σώματος Β μετά την t_1=4s είναι $\upsilon_B = \upsilon_0 + \alpha_B(t\text{-}t_1) \xrightarrow{S.I}$ $\upsilon_B = 8\text{-}5(t\text{-}4)$ (S.I) και για $t = t_1 + 1{,}6 = 5{,}6s$ έχουμε $\upsilon_B = 8\text{-}5(5{,}6\text{-}4) \Rightarrow \upsilon_B = 0$ ….μόλις σταματάει.

127.(4-14389) Τα κιβώτια K_1 και K_2 του διπλανού σχήματος έχουν μάζες m_1=3Kg και m_2=5Kg αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,5. Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή t=0s ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο K_1 οριζόντια σταθερή δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση α=1m/s^2.



Δ.1 Να μεταφέρετε το σχήμα στο γραπτό σας, να το συμπληρώσετε με τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο.

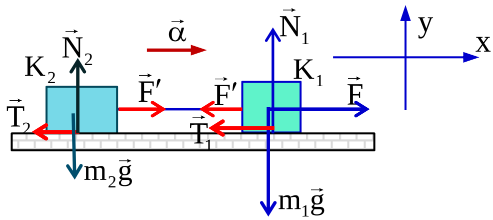
Δ.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα σε κάθε κιβώτιο.

Δ.3 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο K_1, από τη χρονική στιγμή t=0s μέχρι τη χρονική t_1=4s.
Δ.4 Να υπολογίσετε, πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, παραμένει ως κινητική στο κιβώτιο K_1. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$.

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στα σώματα δυνάμεις:

Σώμα K_1 (δύναμη F από τον εργάτη βάρος m_1g, δύναμη στήριξης N_1, τριβή T_1, δύναμη νήματος F΄).



Σώμα K_2 (βάρος m_2g, δύναμη στήριξης N_2, τριβή T_2, δύναμη νήματος F΄).

Σώμα K_1: άξονας y΄y $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_1=m_1g$

Τριβή $T_1=\mu N_1 \Rightarrow T_1=\mu m_1g \xrightarrow{S.I} \mathbf{T_1=15N}$

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=m_1\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}F'\text{-}T_1=m_1\alpha$ (1)

Σώμα K_2: άξονας y΄y $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2=m_2g$

Τριβή $T_2=\mu N_2 \Rightarrow T_2=\mu m_2g \xrightarrow{S.I} \mathbf{T_2=25N}$

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=m_2\vec{\alpha} \Rightarrow F'\text{-}T_2=m_2\alpha$ (2)

Δ.2 Από την σχέση (2) βρίσκουμε την δύναμη του νήματος $F'\text{-}T_2=m_2\alpha \Rightarrow$

$F'=T_2+m_2\alpha \xrightarrow{S.I} \mathbf{F'=30N}$

Δ.3 Μετατόπιση t=0s έως t_1=4s, $\Delta x=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x=8m$

$W_{F',K_1}=\text{-}F'\Delta x \Rightarrow W_{F',K_1}=\text{-}30N\cdot 8m \Rightarrow \mathbf{W_{F',K_1}=\text{-}240J}$

Δ.4 Προσθέτοντας τις (1) και (2) παίρνουμε $F\text{-}F'\text{-}T_1+F'\text{-}T_2=(m_1+m_2)\alpha \Rightarrow$

$F=T_1+T_2+(m_1+m_2)\alpha \xrightarrow{S.I} F=48N$

(*) Τη ανωτέρω δύναμη μπορούμε να βρούμε απευθείας από την (1) ….

Η ενέργεια που προσφέρθηκε στο κιβώτιο μέσω του έργου της F σε κάποια μετατόπιση Δx είναι $E_{\pi\rho o\sigma}=W_F=F\cdot\Delta x$ (3).

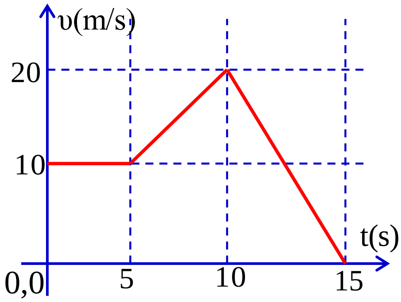
Η κινητική ενέργεια που απέκτησε το κιβώτιο K_1 στην ανωτέρω μετατόπιση υπολογίζεται από ΘΜΚΕ για το κιβώτιο αυτό … $\Delta K_1=W_F+W_{F'}+W_{T_1} \Rightarrow$

$K_1\text{-}0=F\Delta x\text{-}F'\Delta x\text{-}T_1\Delta x \Rightarrow K_1=(F\text{-}F'\text{-}T_1)\Delta x$ (4)

Η ανωτέρω κινητική ενέργεια ως % ποσοστό της ενέργειας που προσφέρθηκε από τον εργάτη είναι $\pi\% = \frac{K_1}{E_{\pi\rho o\sigma}}100\% \xrightarrow{3,4} \pi\% = \frac{(F-F'-T_1)\Delta x}{F\cdot\Delta x}100\% \Rightarrow$

$$\pi\% = \frac{F-F'-T_1}{F}100\% \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\pi\% = 6,25\%}$$

128.(4-14390) Ένα σώμα με μάζα m=120Kg ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα x΄x. Στο σώμα ασκείται δύναμη $\vec{F}$ στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή t_0=0s, διέρχεται από τη θέση x_0=-25m , κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι μ=0,2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10m/s^2



Δ.1 Ποιο είναι το είδος της κίνησης του σώματος για καθένα από τα χρονικά διαστήματα: 0s – 5s, 5s – 10s, 10s – 15s.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της επιτάχυνσής του για καθένα από τα παραπάνω χρονικά διαστήματα.

Δ.2 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις και να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο σώμα, στο χρονικό διάστημα 0s – 5s.

Δ.3 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t_2=10s.

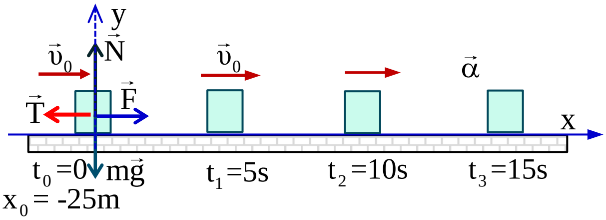
Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$, στη διάρκεια του 4^{ου} δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.

Απάντηση

Δ.1 Το σώμα ισορροπεί στον άξονα y΄y, $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = mg$

Τριβή $T = \mu N \Rightarrow T = \mu mg \xrightarrow{S.I} \mathbf{T = 240N}$

$1^η$ φάση $0 \le t \le 5s$:
Η ταχύτητα είναι σταθερή και η κίνηση ευθύγραμμη ομαλή (επιτάχυνση $\boldsymbol{\alpha_1=0}$)



$2^η$ φάση $5s \le t \le 10s$:
Η ταχύτητα αυξάνεται γραμμικά με το χρόνο, η κλίση της υ(t) είναι σταθερή, άρα η επιτάχυνση είναι σταθερή με τιμή $\alpha_2=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_2=\dfrac{20\text{-}10}{10\text{-}5}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2=2m/s^2}$ …και κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

$3^η$ φάση $10s \le t \le 15s$:
Η ταχύτητα μειώνεται γραμμικά με το χρόνο, η κλίση της υ(t) είναι σταθερή, άρα η επιτάχυνση είναι σταθερή με τιμή $\alpha_3=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_3=\dfrac{0\text{-}20}{15\text{-}10}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_3=-4m/s^2}$

…και κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Δ.2 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στο σώμα δυνάμεις (δύναμη F από κάποια αιτία/εργάτη, βάρος mg, δύναμη στήριξης N, τριβή T).

$1^η$ φάση $0 \le t \le 5s$: άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F\text{-}T=0 \Rightarrow F=T \xrightarrow{S.I} \mathbf{F = 240N}$

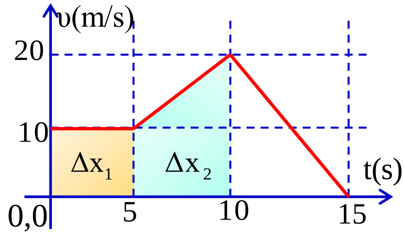
$2^η$ φάση $5s \le t \le 10s$: άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_2 \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_2 \Rightarrow F=T+m\alpha_2 \Rightarrow$

$F=240N+120Kg\cdot(+2m/s^2) \Rightarrow \mathbf{F = 480N}$

$3^η$ φάση $10s \le t \le 15s$: άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha}_3 \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha_3 \Rightarrow F=T+m\alpha_3 \Rightarrow$

$F=240N+120Kg\cdot(-4m/s^2) \Rightarrow \mathbf{F = -240N}$ (αλγεβρική τιμή) …έχει μέτρο F=240N και κατεύθυνση αρνητική για το δεδομένο σύστημα αναφοράς (αντίρροπη της ταχύτητας και φοράς κίνησης).

Δ.3 Από το διάγραμμα υ(t) βρίσκουμε την μετατόπιση μέσω του εμβαδού στο χρονικό διάστημα $0s \le t \le 10s$,



$\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow$

$\Delta x=(5\text{-}0)s\cdot 10\dfrac{m}{s}+\dfrac{(10+20)m/s}{2}\cdot(10\text{-}5)s$

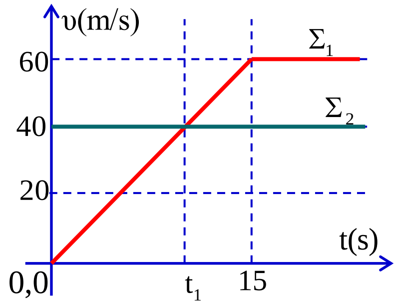
$\Rightarrow \Delta x=125m$

Αν x΄ η θέση την t_0=10s έχουμε $\Delta x=x'\text{-}x_0 \Rightarrow x'=\Delta x+x_0 \xrightarrow{S.I} x'=125m+(-25m)$

$\Rightarrow \mathbf{x' = +100m}$

Δ.4 Το 4^o sec ανήκει στην $1^η$ φάση της κίνησης (από t=3s έως t=4s), που γίνεται με σταθερή ταχύτητα $υ_0$=10m/s και στο οποίο (4^o s) η μετατόπιση είναι $Δx=υ_0Δt \Rightarrow$
$Δx=10m/s \cdot 1s=10m$.
$W_F=F \cdot Δx \Rightarrow W_F=240N \cdot 10m \Rightarrow \mathbf{W_F = 2400J}$

129.(4-14391) Δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με ίσες $m_1=m_2$=40Kg, βρίσκονται στον ίδιο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, με τον οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ=0,2. Ο οριζόντιος δρόμος συμπίπτει με τον οριζόντιο άξονα x΄x. Τη χρονική στιγμή t_0=0s το $Σ_1$ ξεκινά να κινείται από ένα σημείο του δρόμου και την ίδια στιγμή διέρχεται από το ίδιο σημείο το σώμα $Σ_2$ κινούμενο με σταθερή ταχύτητα ίση με 40m/s, στην ίδια κατεύθυνση με το $Σ_1$. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας – χρόνου για τα δύο αυτά σώματα.



Δ.1 Στο γραπτό σας να σχεδιάσετε τα σώματα και τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε ένα.
Δ.2 Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα κατά την διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x΄x (α) για το χρονικό διάστημα 0s−15s και (β) μετά τη χρονική στιγμή t=15s.
Δ.3 Πόσο απέχουν μεταξύ τους τα σώματα τη χρονική στιγμή t_1;
Δ.4 Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή μετά τη χρονική στιγμή t_0=0s τα δύο σώματα θα συναντηθούν ξανά.
Δίνεται: $g=10m/s^2$.

Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 Στο σχήμα φαίνονται όλες οι ασκούμενες στα σώματα δυνάμεις:
Σώμα $Σ_1$ (βάρος m_1g, δύναμη στήριξης N_1, τριβή T_1 και μια δύναμη F_1 από κάποιο αίτιο/εργάτη ώστε το σώμα να κινείται αρχικά με επιτάχυνση και στη συνέχεια με σταθερή ταχύτητα).
Σώμα $Σ_2$ (βάρος m_2g, δύναμη στήριξης N_2, τριβή T_2, και μια δύναμη F_2 από κάποιο αίτιο/εργάτη ώστε το σώμα να κινείται με σταθερή ταχύτητα).
Δ.2 Κινητό $Σ_2$ για όλη την διάρκεια της κίνησης που είναι ίδια ευθύγραμμη και ομαλή: άξονας y΄y $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_2=m_2g$

Τριβή $T_2=μN_2 \Rightarrow T_2=μm_2g \xrightarrow{S.I} T_2=0,2 \cdot 40 \cdot 10$ $\mathbf{T_2 = 80N}$

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_2-T_2=0$

$\Rightarrow F_2=T_2 \Rightarrow \mathbf{F_2=80N}$

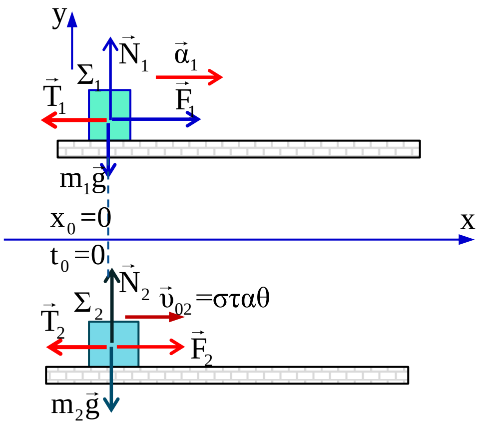
Κινητό Σ1 : άξονας y΄y $\Sigma\vec{F}_y=0$

$\Rightarrow N_1=m_1g$

Τριβή $T_1=\mu N_1 \Rightarrow T_1=\mu m_1 g$

$\xrightarrow{S.I} T_1=0{,}2\cdot 40\cdot 10 \Rightarrow$

$\mathbf{T_1=80N}$



1^{η} φάση $0s\le t\le 15s$:

Επιτάχυνση $\alpha_1=\dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$\alpha_1=\dfrac{60\text{-}0}{15\text{-}0}\dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \alpha_1=4m/s^2 \ldots$

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=m_1\vec{\alpha}_1 \Rightarrow F_1\text{-}T_1=m_1\alpha_1 \Rightarrow F_1=T_1+m_1\alpha_1 \xrightarrow{S.I} F_1=80+40\cdot 4 \Rightarrow$

$\mathbf{F_1=240N}$

2^{η} φάση $t\ge 15s$: κίνησης ευθύγραμμη και ομαλή

άξονας x΄x $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F_1'\text{-}T_1=0 \Rightarrow F_1'=T_1 \xrightarrow{S.I} \mathbf{F_1'=80N}$

Δ.3 Τη χρονική στιγμή t_1 τα κινητά έχουν την ίδια ταχύτητα υ=40m/s, οπότε $\upsilon_1=\upsilon_2$

$\Rightarrow \alpha_1 t_1=\upsilon_{02} \Rightarrow 4t_1=40 \Rightarrow t_1=10s$

Τα κινητά ξεκινούν την t0=0 από τη θέση x0=0 και την $t_1=10s$ θα είναι στις θέσεις,

Σ1: $x_1=\dfrac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \xrightarrow{S.I} x_1=\dfrac{1}{2}4\cdot 10^2=200m$

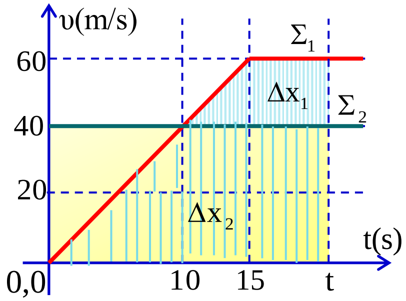
Σ2: $x_2=\upsilon_{02}t_1 \xrightarrow{S.I} x_2=40\cdot 10=400m$

Άρα απέχουν $\Delta x=x_2\text{-}x_1 \Rightarrow$ **Δx=200m**

Σχόλιο: Οι ανωτέρω μετατοπίσεις υπολογίζονται εύκολα και από αντίστοιχα εμβαδά της υ(t) από t_0=0s έως t_1=10s .

Δ.4 Τα δυο σώματα θα συναντηθούν ξανά, μετά τη t_0=0 που είναι στην ίδια θέση x_0=0, την χρονική στιγμή t που διανύσουν ίσες μετατοπίσεις. Οι μετατοπίσεις αυτές υπολογίζοντα τα αντίστοιχα εμβαδά στην υ(t)

Κινητό $Σ_2$: Η μετατόπιση $Δx_2$ ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένο ορθογωνίου με το κίτρινο χρώμα που είναι κάτω από την γραμμή υ(t) του $Σ_2$, $Δx_1=(t\text{-}0)s\cdot 40m/s \Rightarrow$ $Δx_1=40t\ (S.I)\ (1)$.



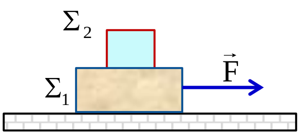
Κινητό $Σ_1$: Η μετατόπιση $Δx_1$ ισούται αριθμητικά με το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τραπεζίου με μπλε ανοικτό χρώμα που είναι κάτω από την γραμμή υ(t) του $Σ_1$,

$$Δx_2=\frac{(t\text{-}0)s+(t\text{-}15)s}{2}\cdot 60m/s \Rightarrow Δx_2=\frac{(2t\text{-}15)s}{2}\cdot 60m/s \Rightarrow Δx_2=60t\text{-}450\ (S.I)\ (2).$$

Επειδή $Δx_1=Δx_2 \Rightarrow 40t=60t\text{-}450 \Rightarrow \mathbf{t=22,5s}$

Σχόλιο: Οι δυνάμεις $\vec{F}_1$ και $\vec{F}_2$ που είναι απαραίτητες για να έχουν τα κινητά την ανωτέρω κίνηση έπρεπε να περιγράφονται στην εκφώνηση και να ορίζεται η διεύθυνση που έχουν… εδώ **η άσκηση έχει ατέλεια δεδομένων**.
Το ζητούμενο στο Δ.2 ερώτημα «Να υπολογίσετε τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται σε κάθε σώμα κατά την διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x΄x» δεν καλύπτει ότι οι ανωτέρω δυνάμεις είναι οριζόντιες.
Η λύση της άσκησης στηρίχθηκε στην υπόθεση ότι οι δυνάμεις είναι οριζόντιες.
Περισσότερα δείτε στα σχόλια και ανάλυση της 76(4-13583)

130.(4-14392) Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται δύο σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ με μάζες $m_1=6Kg$ και $m_2=4Kg$ αντίστοιχα, με το $Σ_2$ τοποθετημένο πάνω στο $Σ_1$. Τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ ασκούμε στο $Σ_1$ οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα σώματα, εξαιτίας της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τους, κινούνται μαζί σαν ένα σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, με σταθερή επιτάχυνση $α=2m/s^2$, επάνω στο οριζόντιο ακίνητο δάπεδο προς την κατεύθυνση της δύναμης. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του δαπέδου είναι ίσο με $T=30N$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$.



Δ.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$

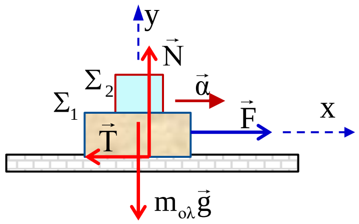
Δ.2 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά $Δx=9m$.

Δ.3 Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του οριζόντιου δαπέδου.

Δ.4 Τη χρονική στιγμή t_1 που η ταχύτητα του συστήματος είναι ίση με $υ_1$=10m/s, απομακρύνουμε ακαριαία το σώμα $Σ_2$, χωρίς να καταργήσουμε τη δύναμη $\vec{F}$.
Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος $Σ_1$, τη χρονική στιγμή $t_2=t_1$+3s.

Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 Εφόσον το σύστημα των σωμάτων $Σ_1$, $Σ_2$ κινείται ως ενιαίο σύστημα το θεωρούμε ως ένα σώμα που δέχεται ως δυνάμεις, την οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ από κάποια αιτία/εργάτη, το συνολικό βάρος $m_{ολ}\vec{g}=(m_1+m_2)\vec{g}$, τη δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και τη στατική τριβή $\vec{T}$ από το έδαφος.



άξονας x΄x: $Σ\vec{F}_x=m_{ολ}\vec{α} \Rightarrow F\text{-}T=m_{ολ}α \Rightarrow$

$F=T+m_{ολ}α \xrightarrow{S.I} \mathbf{F = 50N}$

Δ.2 $Δx=\dfrac{1}{2}αt^2 \Rightarrow t=\sqrt{\dfrac{2Δx}{α}} \Rightarrow t=\sqrt{\dfrac{2\cdot 9m}{2m/s^2}} \Rightarrow \mathbf{t = 3s}$

$υ=αt \Rightarrow υ=2\dfrac{m}{s^2}3s \Rightarrow \mathbf{υ = 6m/s}$

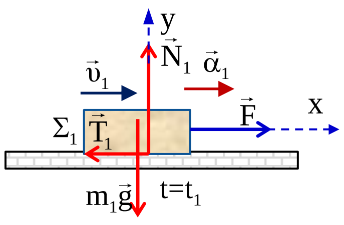
Δ.3 άξονας y΄y: …το όλο σύστημα ισορροπεί $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=m_{ολ}g$

Τριβή $T=μN \Rightarrow T=μm_{ολ}g \Rightarrow μ=\dfrac{T}{m_{ολ}g} \Rightarrow μ=\dfrac{30N}{10Kg\cdot 10m/s^2} \Rightarrow \mathbf{μ = 0,3}$

Δ.4 άξονας y΄y: …το $Σ_1$ ισορροπεί $Σ\vec{F}_y=0 \Rightarrow N_1=m_1g$

Τριβή $T_1=μN_1 \Rightarrow T_1=μm_1g \xrightarrow{S.I}$

$T_1=0,3\cdot 6Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow T_1=18N$



άξονας x΄x: $Σ\vec{F}_x=m_1\vec{α}_1 \Rightarrow F\text{-}T_1=m_1α_1 \Rightarrow α_1=\dfrac{F\text{-}T_1}{m_1}$

$\xrightarrow{S.I} α_1=\dfrac{50\text{-}18}{6}\dfrac{N}{Kg} \Rightarrow α_1=\dfrac{16}{3}\dfrac{m}{s^2}$

ταχύτητα… $υ_2=υ_1+α_1(t_2\text{-}t_1) \Rightarrow υ_2=10\dfrac{m}{s}+\dfrac{16}{3}\dfrac{m}{s^2}\cdot 3s \Rightarrow \mathbf{υ_2 = 26m/s}$

131.(4-14393) Σε σώμα μάζας m=4Kg, το οποίο είναι ακίνητο στη θέση x_0=0m, επάνω σε μη λείο οριζόντιο δάπεδο, ασκείται την χρονική στιγμή t_0=0s, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=20N. Το σώμα κινείται επάνω στο οριζόντιο δάπεδο και η μεταβολή της κινητικής του ενέργειας κατά τη διάρκεια του 6ου μέτρου της μετατόπισής του είναι ΔΚ=12J. Δίνεται $g=10m/s^2$

Να υπολογίσετε:

Δ.1 Τον συντελεστή της τριβής ολίσθησης μ μεταξύ του σώματος και του οριζόντιου δαπέδου.

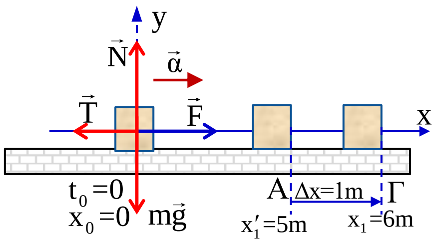
Δ.2 Την χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία το σώμα θα βρίσκεται στην θέση $x_1=6m$ και το μέτρο $υ_1$ της ταχύτητας που αυτό θα έχει αποκτήσει.

Μετά την χρονική στιγμή t_1 καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

Δ.3 Σε ποια θέση x_2 και σε ποια χρονική στιγμή t_2 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος;

Δ.4 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας-χρόνου για το παραπάνω σώμα από την χρονική στιγμή $t_0=0s$ μέχρι την χρονική στιγμή t_2.

Απάντηση



Δ.1 άξονας y΄y: …το σώμα ισορροπεί

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$

Τριβή $T=\mu N \Rightarrow T=\mu mg$ (1)

ΘΜΚΕ από $A(x_1'=5m)$ μέχρι

$\Gamma(x_1=6m)$, $\Delta K=W_F+W_T \Rightarrow$

$$\Delta K=F\Delta x-T\Delta x \Rightarrow T=F-\frac{\Delta K}{\Delta x} \xrightarrow{S.I}$$

$$T=20N-\frac{12J}{1m} \Rightarrow T=8N$$

Από την (1) $\mu=\dfrac{T}{mg} \Rightarrow \mu=\dfrac{8N}{4Kg\cdot 10m/s^2} \Rightarrow \boldsymbol{\mu=0,2}$

Δ.2 άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F-T=m\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{F-T}{m_1} \xrightarrow{S.I} \alpha=\dfrac{20-8}{4}\dfrac{N}{Kg} \Rightarrow \alpha=3m/s^2$

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2\Delta x_1}{\alpha}} \Rightarrow t_1=\sqrt{\frac{2\cdot 6m}{3m/s^2}} \Rightarrow \mathbf{t_1=2s}$$

$$υ_1=\alpha t_1 \Rightarrow υ_1=3\frac{m}{s^2}2s \Rightarrow \mathbf{υ_1=6m/s}$$

Δ.3 Τη χρονική στιγμή t_1=2s και μετά την κατάργηση της δύναμης $\vec{F}$ …

το Σ ισορροπεί στον άξονας y΄y: … $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N=mg$

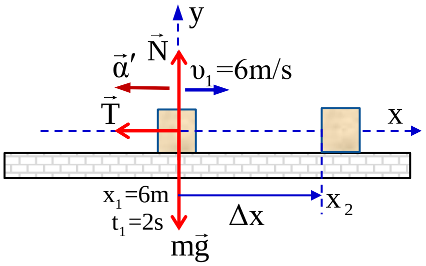
Τριβή $T=\mu N \Rightarrow T=\mu mg$

άξονας x΄x επιβραδυνόμενη κίνηση:

$\Sigma\vec{F}_x=m_1\vec{\alpha}' \Rightarrow T=m\alpha' \Rightarrow \alpha'=\frac{-T}{m} \Rightarrow$

$\alpha'=\frac{-\mu mg}{m} \Rightarrow \alpha'=-\mu g \xrightarrow{S.I}$

$\alpha'=-2m/s^2$



Ταχύτητα $\upsilon'=\upsilon_1+\alpha'(t-t_1) \Rightarrow \upsilon'=6-2(t-2)$ (S.I) και την t_2 όταν $\upsilon'=0$ έχουμε $0=6-2(t_2-2) \Rightarrow \mathbf{t_2=5s}$.

Εξίσωση θέσης για $t\geq 5s$: $x=x_1+\upsilon_1(t-t_1)+\frac{1}{2}\alpha'(t-t_1)^2 \xrightarrow{S.I} x=6+6(t-2)-1(t-2)^2$

και για $\mathbf{t_2=5s}$ που $\upsilon'=0$ έχουμε $x_2=6+6(5-2)-1(5-2)^2 \Rightarrow \mathbf{x_2=15m}$

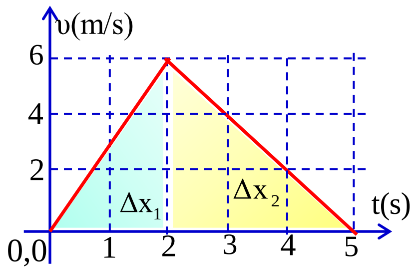
Δ.4 Εξισώσεις ταχύτητας για τις δύο φάσεις της κίνησης

$1^η$ φάση $0\leq t\leq 2s: \upsilon=\alpha t \xrightarrow{S.I} \upsilon=3t$ (S.I)

$2^η$ φάση $2s\leq t\leq 5s: \upsilon'=\upsilon_1+\alpha(t-t_1) \xrightarrow{S.I}$

$\upsilon'=6-2(t-2)$ (S.I)

Με βάση τις ανωτέρω εξισώσεις η γραφική παράσταση υ(t) και για τις δυο φάσεις της κίνησης αποδίδεται στο διάγραμμα.



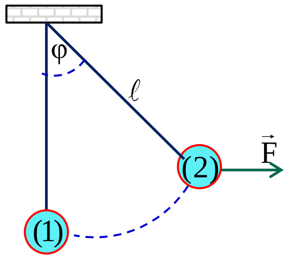
Σχόλιο: Δείτε τις επιμέρους αλλά και τη συνολική μετατόπιση μέσω των αντιστοίχων εμβαδών της υ(t)

$1^η$ φάση $0\leq t\leq 2s$: $\Delta x_1=\frac{1}{2}(2\text{-}0)s\cdot 6m/s \Rightarrow \mathbf{\Delta x_1=6m}$

$2^η$ φάση $2s\leq t\leq 5s$: $\Delta x_2=\frac{1}{2}(5\text{-}2)s\cdot 6m/s \Rightarrow \mathbf{\Delta x_2=9m}$

Συνολική μετατόπιση: $0s\leq t\leq 5s$: $\Delta x_{ολ}=\frac{1}{2}(5\text{-}0)s\cdot 6m/s \Rightarrow \mathbf{\Delta x_{ολ}=15m}$

132.(4-14394) Σώμα μάζας m=10Kg είναι δεμένο στην άκρη νήματος μήκους L=1m, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο της οροφής. Το σώμα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα ισορροπεί με το νήμα στην κατακόρυφη θέση (1). Ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, εκτρέπουμε το σώμα από την αρχική του θέση έτσι ώστε το νήμα στη νέα θέση (2) να σχηματίζει γωνία $\varphi=60^0$ με την κατακόρυφο. Το σώμα ισορροπεί στη νέα θέση.



Δ.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, όταν αυτό ισορροπεί στις θέσεις (1) και (2) και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες στη θέση (2), με τον άξονα x΄x να είναι οριζόντιος.

Να υπολογίσετε:

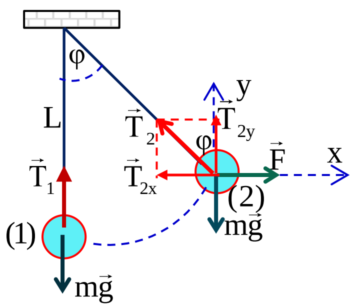
Δ.2 Την τάση του νήματος στις θέσεις (1) και (2).

Δ.3 Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.

Δ.4 Αν αφήσουμε ελεύθερο το σώμα από την θέση (2), να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αυτό θα έχει όταν διέρχεται από την θέση (1). Δίνεται $g=10m/s^2$

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στις θέσεις (1) και (2). Στη θέση (1) ασκούνται το βάρος $m\vec{g}$ και η δύναμη (τάση) του νήματος $\vec{T}_1$, ενώ στη θέση (2) το βάρος $m\vec{g}$, η δύναμη $\vec{F}$ από κάποια εξωτερική αιτία και η δύναμη (τάση) του νήματος T_2 που αναλύεται στην οριζόντια συνιστώσα $T_{2x}=T_2\eta\mu\varphi$ και στην κατακόρυφη συνιστώσα $T_{2y}=T_2\sigma\upsilon\nu\varphi$.



Δ.2 Ισορροπία στη θέση (1): $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_1=mg \xrightarrow{S.I} T_1=100N$

Ισορροπία στη θέση (2): $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow T_{2y}\text{-}mg=0 \Rightarrow T_2\sigma\upsilon\nu\varphi=mg \Rightarrow T_2=\dfrac{mg}{\sigma\upsilon\nu 60^0}$

$\xrightarrow{S.I} T_2=200N$

Δ.3 Ισορροπία στη θέση (2): $\Sigma\vec{F}_x=0 \Rightarrow F\text{-}T_{2x}=0 \Rightarrow F=T_2\eta\mu\varphi \xrightarrow{S.I} F=100\sqrt{3}N$

Δ.4 Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από τη θέση (2) μέχρι τη θέση (1) $\Delta K = W_T + W_B$ (1).

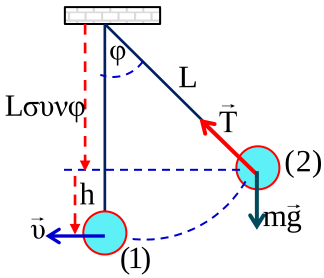
Το έργο της τάσης είναι μηδέν διότι η τάση είναι κάθετη σε κάθε στοιχειώδη μετατόπιση $W_T=0$ (2), ενώ το έργο του βάρους είναι $W_B = mgh \Rightarrow$

$W_B = mg(L - L\sigma\upsilon\nu\varphi)$ (3)

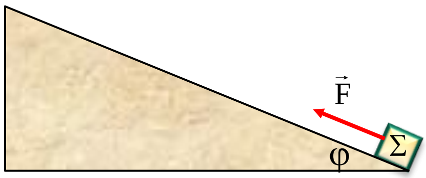
Από (1,2,3) παίρνουμε $K - 0 = mg(L - L\sigma\upsilon\nu\varphi) \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = mgL(1-\sigma\upsilon\nu 60^0) \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2gL(1-\sigma\upsilon\nu 60^0)}$$

$$\xrightarrow{S.I} \upsilon = \sqrt{10}\,m/s$$



133.(4-14395) Σε σώμα Σ μάζας m=10Kg, το οποίο βρίσκεται στη βάση (θέση $x_0=0m$) μη λείου κεκλιμένου επιπέδου, μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi=30^0$, αρχίζει να ασκείται τη χρονική στιγμή $t_0=0s$, σταθερή δύναμη μέτρου F=120N, με διεύθυνση παράλληλη του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα, ξεκινώντας από την ηρεμία, κινείται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου ανεβαίνοντας με σταθερή επιτάχυνση και το μέτρο της μετατόπισής του, κατά τη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησής του, είναι Δx=7m.



Δ.1 Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα κατά την κίνησή του επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, για το χρονικό διάστημα $t_0=0s$ έως $t_4=4s$ και να τις αναλύσετε σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης. Να υπολογίσετε:

Δ.2 Το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος για το χρονικό διάστημα 0s-4s.

Δ.3 Τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μ μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου.

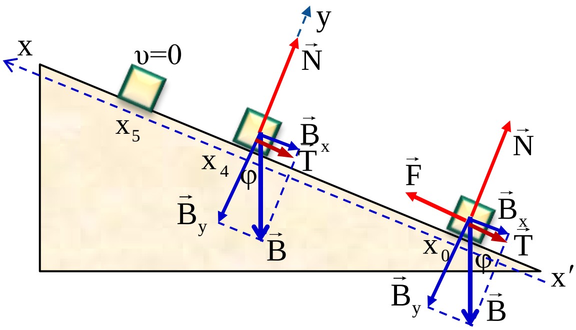
Μετά την χρονική στιγμή $t_4=4s$ και ενώ το σώμα βρίσκεται στη θέση x_4 επάνω στο κεκλιμένο επίπεδο καταργείται η δύναμη $\vec{F}$.

Δ.4 Σε ποια θέση x_5 θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σώματος; Δίνεται $g=10m/s^2$

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και είναι η δύναμη $\vec{F}$ από κάποια εξωτερική αιτία , το βάρος $\vec{B} = m\vec{g}$ (που αναλύεται στην $B_x = mg\eta\mu\varphi$

παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο και στην B_y=mgσυνφ κάθετη το κεκλιμένο επίπεδο) , την δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και την τριβή ολίσθησης $\vec{T}$.



Δ.2 $\Delta x = x_4 - x_3 \Rightarrow$

$$\Delta x = \frac{1}{2}\alpha t_4^2 - \frac{1}{2}\alpha t_3^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2\Delta x}{t_4^2 - t_3^2} \xrightarrow{S.I} \alpha = \frac{2\cdot 7m}{(4^2-3^2)s^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 2m/s^2}$$

Δ.3 Το σώμα ισορροπεί σε άξονα y΄y κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow$

N=mgσυνφ και η τριβή είναι T=μN ⇒ T=μmgσυνφ (1)

Άξονας κίνησης x΄x: $\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow$ F-mgημφ-T=mα ⇒ $T = F - mg\eta\mu\varphi - m\alpha \xrightarrow{S.I}$

$T = 120 - 10\cdot 10\cdot 0{,}5 - 10\cdot 2 = 50N$

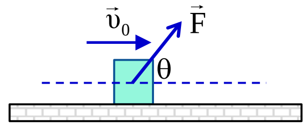
Από την (1) $\mu = \dfrac{T}{mg\sigma\upsilon\nu\varphi} \xrightarrow{S.I} \mu = \dfrac{50N}{10Kg.10m/s^2\sqrt{3}/2} \Rightarrow \boldsymbol{\mu = \dfrac{\sqrt{3}}{3}}$

Δ.4 Την t_4=4s το κινητό είναι στη θέση $x_4 = \frac{1}{2}\alpha t_4^2 \xrightarrow{S.I} x_4 = 16m$ που σταματάει η δράση της δύναμης $\vec{F}$ και λόγω της ταχύτητας το κινητό συνεχίζει και σταματάει με επιβραδυνόμενη κίνηση και σταματάει στη θέση x=x_5.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης … $\Delta K = W_F + W_B + W_T + W_N$

$$\Rightarrow 0-0 = F(x_4-0) - mg\eta\mu\varphi(x_5-0) - T(x_5-0) + 0 \Rightarrow x_5 = \frac{Fx_4}{mg\eta\mu\varphi + T} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{x_5 = 19{,}2m}$$

134.(4-14396) Το κιβώτιο του σχήματος που έχει μάζα m=16Kg διέρχεται από τη θέση x_0=0m του οριζόντιου δαπέδου, την χρονική στιγμή t_0=0s, κινούμενο με σταθερή ταχύτητα μέτρου υ_0=20m/s. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$, που ασκείται στο κιβώτιο είναι F=100N. Η διεύθυνση της δύναμης $\vec{F}$ σχηματίζει γωνία $\theta=60^0$ με την οριζόντια διεύθυνση.



Δ.1 Να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο, να αποδείξετε ότι το δάπεδο, στο οποίο κινείται το σώμα, δεν μπορεί να είναι λείο και να αναλύσετε τις δυνάμεις σε δύο κάθετους μεταξύ τους άξονες, εκ των οποίων ο ένας να είναι ο άξονας της κίνησης.

Δ.2 Να υπολογίσετε την τιμή του συντελεστή της τριβής ολίσθησης μ

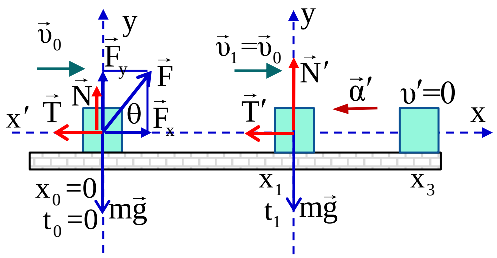
Την χρονική στιγμή t_1=4s η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται.

Δ.3 Να υπολογίσετε το μέτρο υ_2 της ταχύτητας του κιβωτίου την χρονική στιγμή t_2=6s.

Δ.4 Σε ποια θέση x_3 η ταχύτητα του κιβωτίου μηδενίζεται; Δίνεται $g=10m/s^2$

Απάντηση

Δ.1 Στο σχήμα έχουν σχεδιασθεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και στην 1η φάση της κίνησης είναι η δύναμη $\vec{F}$ από κάποια εξωτερική αιτία (που αναλύεται στην F_x=Fσυνθ στον άξονα κίνησης x΄x και στην F_y=Fημθ στον άξονα y΄y κάθετο στον άξονα κίνησης), το βάρος $\vec{B}=m\vec{g}$, την δύναμη στήριξης $\vec{N}$ και την τριβή ολίσθησης $\vec{T}$.



Επειδή η ταχύτητα στην 1η φάση της κίνησης είναι σταθερή $\Sigma\vec{F}_x=0$, οπότε πρέπει στον άξονα x΄x να υπάρχει δύναμη αντίθετη της $\vec{F}_x$ και αυτή δεν μπορεί να είναι άλλη από τη τριβή ώστε $F_x\text{-}T=0 \Rightarrow T=F\text{συν}\theta \Rightarrow T=100N\cdot 0{,}5 \Rightarrow \mathbf{T=50N}$ (1)

Δ.2 Στην 1η φάση $\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow F_y\text{+}N\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg\text{-}F\text{συν}\theta \xrightarrow{S.I}$

$N=16\cdot 10\text{-}100\cdot\sqrt{3}/2 \Rightarrow N=75N$ (2)

Τριβή $T=\mu N \Rightarrow \mu=\dfrac{T}{N} \xrightarrow{1,2} \mu=\dfrac{50}{75} \Rightarrow \boldsymbol{\mu=\dfrac{2}{3}}$

Δ.3 Μετά την κατάργηση της $\vec{F}$ (χρονική στιγμή t_1=4s που η ταχύτητα είναι $\upsilon_1=\upsilon_0$=20m/s) αλλάζει η κατανομή των δυνάμεων στον κατακόρυφο άξονα, άρα και η τιμή της τριβής.

$$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N'-mg=0 \Rightarrow N'=mg=160N$$

Τριβή $T'=\mu N' \Rightarrow T'=\frac{2}{3}160N \Rightarrow T'=\frac{320}{3}N$

Το σώμα τώρα κάνει επιβραδυνόμενη κίνηση …

άξονας x΄x: $\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow -T'=m\alpha' \Rightarrow \alpha'=\frac{-T}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha'=-\frac{320}{4\cdot 16}\frac{N}{Kg} \Rightarrow \alpha'=-\frac{20}{3}\frac{m}{s^2}$

Στη φάση αυτή $\upsilon=\upsilon_1+\alpha'(t-t_1) \xrightarrow{S.I} \upsilon=20-\frac{20}{3}(t-4)$ (S.I) και για $t=t_2$=6s έχουμε

$$\upsilon_2=20-\frac{20}{3}(6-4) \Rightarrow \upsilon_2=\frac{20}{3}\frac{m}{s}.$$

Δ.4 Η θέση του κινητού τη χρονική στιγμή t_1=4s που καταργείται η $\vec{F}$ είναι $x_1=\upsilon_0(t_1-0) \xrightarrow{S.I} x_1=20m/s\cdot 4s=80m$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για όλη την διάρκεια της κίνησης από την $x_0=0$ έως την $x=x_3$ που μηδενίζεται η ταχύτητα …

$$\Delta K=W_F+W_{T'}+W_T+W_B+W_N \Rightarrow 0-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2=F\sigma\upsilon\nu\theta(x_1-0)-T(x_1-0)-T'(x_3-x_1)+0+0 \Rightarrow$$

$$\xrightarrow{S.I} x_3=x_1+\frac{m\upsilon_0^2+2F\sigma\upsilon\nu\theta x_1-2Tx_1}{2T'} \Rightarrow \mathbf{x_3=110m}$$

135.(4-14397) Σώμα μάζας m=20Kg είναι ακίνητο επάνω σε ένα οριζόντιο δάπεδο, στη θέση x_0=0m. Τη χρονική στιγμή t_0=0s, στο σώμα ασκείται οριζόντια δύναμη μέτρου F=80N και αυτό αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση. Το σώμα την χρονική στιγμή t_1=6s φθάνει στη θέση x_1=45m. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$

Δ.1 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος και την ταχύτητά του την χρονική στιγμή t_1=6s.

Δ.2 Να δικαιολογήσετε, ότι μεταξύ του δαπέδου και του σώματος ασκείται δύναμη τριβής ολίσθησης, να σχεδιάσετε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα και να υπολογίσετε την τιμή του αντίστοιχου συντελεστή μ.

Μετά την χρονική στιγμή t_1=6s το σώμα συνεχίζει την κίνησή του επάνω στο οριζόντιο δάπεδο, ενώ εξακολουθεί να ασκείται σ’ αυτό η δύναμη $\vec{F}$ και την χρονική στιγμή t_2=10s φθάνει στη θέση x_2=137m.

Δ.3 Υπάρχει δύναμη τριβής ολίσθησης από τη θέση x_1 μέχρι τη θέση x_2; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Δ.4 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα από την θέση x_0=0m μέχρι την θέση x_2=137m και να σχεδιάσετε το διάγραμμα επιτάχυνσης – χρόνου από την χρονική στιγμή t_0=0s μέχρι την χρονική στιγμή t_2=10s.

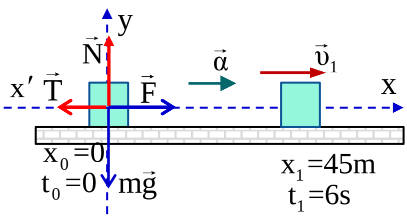
Απάντηση

Δ.1 $x_1=\frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \alpha=\frac{2x_1}{t_1^2} \xrightarrow{S.I}$

$\alpha=\frac{2\cdot 45m}{(6s)^2} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 2{,}5m/s^2}$

$\upsilon_1=\alpha t_1 \xrightarrow{S.I} \upsilon_1=2{,}5m/s\cdot 6s \Rightarrow$

$\boldsymbol{\upsilon_1 = 15m/s}$



Δ.2 Αν δεν υπήρχε τριβή η επιτάχυνση θα ήταν $\alpha'=\frac{F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha'=\frac{80N}{20Kg}$ ή

$\alpha'=4m/s^2$ μεγαλύτερη από την πραγματική!.

Άρα υπάρχει δύναμη αντίρροπη της $\vec{F}$ και αυτή είναι η τριβή, ώστε να έχουμε μικρότερη επιτάχυνση και ίση με $\alpha=2{,}5m/s^2$.

$\Sigma\vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha \Rightarrow T=F\text{-}m\alpha \xrightarrow{S.I} T=80N\text{-}20Kg\cdot 2{,}5m/s^2 \Rightarrow \boldsymbol{T = 30N}$

$\Sigma\vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg \ (1)$

Τριβή $T=\mu N \xrightarrow{(1)} \mu=\frac{T}{mg} \xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\mu = 0{,}15}$

Δ.3 Έστω από t_1=6s μέχρι την χρονική στιγμή t_2=10s η επιτάχυνση είναι α_1 και έστω ότι υπάρχει και τριβή…

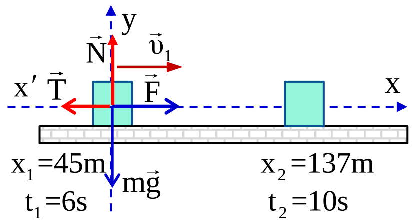
$$x_2 = x_1 + \upsilon_1(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}\alpha_1(t_2 - t_1)^2 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{2\left[x_2 - x_1 - \upsilon_1(t_2 - t_1)\right]}{(t_2 - t_1)^2} \xrightarrow{S.I}$$

$$\alpha_1 = \frac{2\left[137-45-15(10-6)\right]}{(10-6)^2} \Rightarrow \alpha_1 = 4m/s^2$$

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow F - T = m\alpha \Rightarrow T = F - m\alpha \xrightarrow{S.I}$$

$$T = 80N - 20Kg \cdot 4m/s^2 \Rightarrow \mathbf{T = 0N}$$

Άρα από x_1=45m έως x_2=137m δεν υπάρχουν τριβές, το δάπεδο είναι λείο.

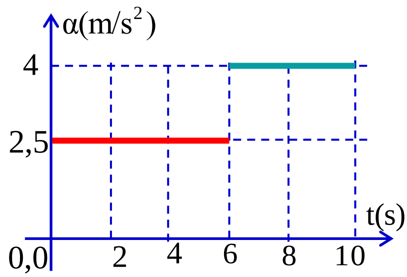


Δ.4 $W_F = F(x_2 - x_0) \xrightarrow{S.I} W_F = 80N \cdot (137-0)m \Rightarrow \mathbf{W_F = 10960J}$

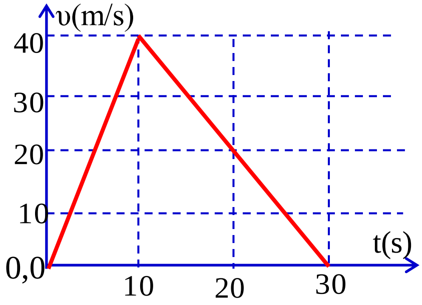
$W_T = T(x_1 - x_0) \xrightarrow{S.I} W_T = -30N \cdot (45-0)m \Rightarrow \mathbf{W_T = -1350J}$

$\mathbf{W_B = W_N = 0J}$

Με βάση τις τιμές των επιταχύνσεων που υπολογίσθηκαν στα Δ.1. Δ.3 ερωτήματα η γραφική παράσταση της α(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



136.(4-14525) Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα μάζας m=10kg που κινείται ευθύγραμμα πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο.



Δ.1 Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος για το χρονικό διάστημα από 0s έως 30s.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου (α-t) για το χρονικό διάστημα 0s έως 30s.

Δ.3 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα **(s)**	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα **(N)**	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10			
10 - 30			

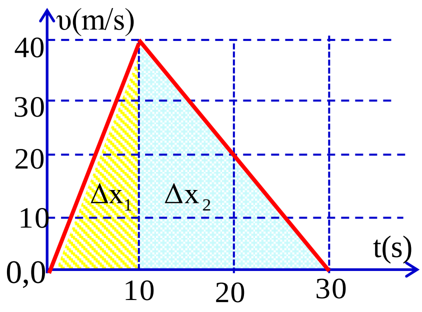
Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης τα χρονικά διαστήματα 0 s έως 10 s και 10 s έως30 s.

Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;

Απάντηση

Δ.1 Το συνολικό διάστημα που στην άσκηση συμπίπτει με την συνολική μετατόπιση υπολογίζεται από το εμβαδόν της υ(t),



$$s_{ολ}=\Delta x=\frac{1}{2}30s\cdot 40\frac{m}{s} \Rightarrow s_{ολ}=600m$$

Μέση ταχύτητα $\bar{\upsilon}=\frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \xrightarrow{S.I}$

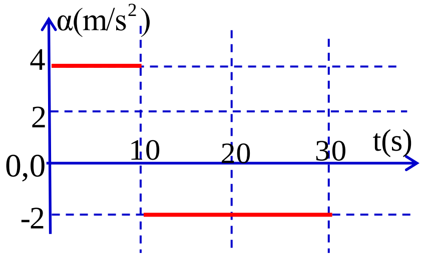
$$\bar{\upsilon}=\frac{600m}{30s} \Rightarrow \mathbf{\bar{\upsilon}=20m/s}$$

Δ.2 1η φάση $0\le t\le 10s$, $\alpha_1=\frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1=\frac{40\text{-}0}{10\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \mathbf{\alpha_1=4m/s^2}$

2^{η} φάση $10s \le t \le 30s$, $\alpha_2 = \dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$\alpha_2 = \dfrac{0\text{-}40}{30\text{-}10} \dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = \text{-}2m/s^2}$

Το διάγραμμα α(t) φαίνεται στο σχήμα



Δ.3 1^{η} φάση $0 \le t \le 10s$, $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow$

$\Sigma F_1 = 10Kg \cdot 4m/s^2 = 40N \Rightarrow$

$\boldsymbol{\Sigma F_1 = 40}N$

$\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}_1$, $\Sigma\vec{F}_1$ ομόρροπα, κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

2^{η} φάση $10s \le t \le 30s$, $\Sigma F_2 = m\alpha_2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 10Kg \cdot (-2m/s^2) \Rightarrow \boldsymbol{\Sigma F_2 = \text{-}20}N$

$\vec{\upsilon}$, $\vec{\alpha}_2$ όπως και $\vec{\upsilon}$, $\Sigma\vec{F}_2$ αντίρροπα, κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη.

Χρονικό διάστημα **(s)**	Μέτρο συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα **(N)**	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10	40	ομόρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10 - 30	20	αντίρροπα	Ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

Σχόλιο-Προσοχή: Στην ενδεικτική απάντηση του ΙΕΠ στο ερώτημα Δ.2 και στη συμπλήρωση του πίνακα δίνει ως **μέτρο** της ΣF **+40N και -20N** αντίστοιχα. Το μέτρο όμως ενός διανύσματος είναι ***η απόλυτη τιμή της αλγεβρικής τιμής αυτού και είναι πάντοτε θετικός αριθμός.* Για 10s-20s *η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι* ΣF_2= -20N *και μέτρο* ΣF_2= 20N.**

Δ.4 Βρίσκουμε τις επιμέρους μετατοπίσεις στις δύο αυτές φάσεις από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$\Delta x_1 = \dfrac{1}{2} 10s \cdot 40m/s \Rightarrow \Delta x_1 = 200m$ και $\Delta x_2 = \dfrac{1}{2}(30\text{-}10)s \cdot 40m/s \Rightarrow \Delta x_2 = 400m$

1^{η} φάση $0 \le t \le 10s$: $E_{1,\pi\rho o\sigma} = W_{\Sigma F_1} \Rightarrow E_{1,\pi\rho o\sigma} = \Sigma F_1 \Delta x_1 \xrightarrow{S.I} E_{1,\pi\rho o\sigma} = 40N \cdot 200m \Rightarrow$

$\boldsymbol{E_{1,\pi\rho o\sigma} = 8000J}$ (εδώ προσφέρεται ενέργεια)

2^{η} φάση $10s \le t \le 30s$: $E_{2,\alpha\pi o\beta} = W_{\Sigma F_2} \Rightarrow E_{2,\alpha\pi o\beta} = |\text{-}\Sigma F_2| \Delta x_2 \xrightarrow{S.I}$

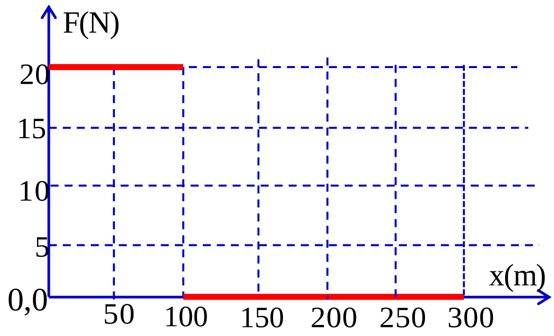
$E_{2,\alpha\pi o\beta} = \text{-}20N \cdot 400m \Rightarrow E_{2,\alpha\pi o\beta} = \text{-}8000J$ (εδώ αποβάλλεται ενέργεια)

Παρατηρούμε για όλη τη διάρκεια της κίνησης ότι

- $W_{ολ} = W_{ΣF,1} + W_{ΣF,2} \Rightarrow W_{ολ} = 8000J + (-8000J) \Rightarrow W_{ολ} = 0$
- $ΔK = K_{τελ} - K_{αρχ} \Rightarrow ΔK = 0 - 0 = 0$

Άρα $ΔK = W_{ολ}$ επιβεβαιώνεται το ΘΜΚΕ

137. (4-14526) Σώμα μάζας m=10kg είναι ακίνητο στη θέση x_0=0m πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή t_0=0s στο σώμα αρχίζει ν' ασκείται οριζόντια δύναμη, της οποίας η αλγεβρική της τιμή μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση του σώματος, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δ.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους:
"ευθύγραμμη ομαλή", "ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη" , "ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη"

Μεταξύ των θέσεων 0m - 100m η κίνηση είναι …………….

Μεταξύ των θέσεων 100m - 300m η κίνηση είναι …………

Δ.2 Να υπολογίσετε το έργο της οριζόντιας δύναμης όταν το σώμα μετατοπίζεται από τη θέση x_0=0 m έως τη θέση x=300 m.

Δ.3 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος όταν αυτό διέρχεται από τη θέση x=+300m.

Δ.4 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ – t) για το χρονικό διάστημα που απαιτήθηκε για να φτάσει το σώμα στη θέση x=+300m.

Απάντηση

Δ.1 Μεταξύ των θέσεων 0m - 100m η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.**

Μεταξύ των θέσεων 100m - 300m η κίνηση είναι **ευθύγραμμη ομαλή.**

Δ.2 Έργο έχουμε μόνο στην 1η φάση της κίνησης $W_F = W_1 + W_2 \Rightarrow W_F = FΔx_1 + 0$

$\Rightarrow W_F = 20N \cdot 100m \Rightarrow \mathbf{W_F = 2000J}$

Δ.3 ΘΜΚΕ από τη θέση x_0=0 m έως τη θέση x=300 m $\Delta K = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} m\upsilon^2 = W_F \Rightarrow$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_F}{m}} \xrightarrow{S.I} \upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot 2000J}{10Kg}} \Rightarrow \mathbf{\upsilon = 20m/s}$$

Δ.4 1η φάση της κίνησης $0 \le x \le 100m$:

$$\alpha_1 = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F}{m} \xrightarrow{S.I} \alpha_1 = \frac{20N}{10Kg} \Rightarrow \alpha_1 = 2m/s^2$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\alpha_1 t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\Delta x_1}{\alpha_1}} \xrightarrow{S.I} t_1 = \sqrt{\frac{2.100m}{2m/s^2}} \Rightarrow t_1 = 10s$$

$\upsilon_1 = \alpha_1 t_1 \Rightarrow \upsilon_1 = 2 \cdot 10 = 20m/s$ ….

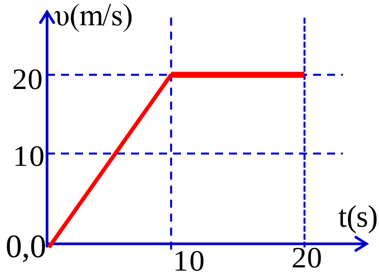
2η φάση της κίνησης $100m \le x \le 300m$:

Η ταχύτητα στη φάση αυτή είναι σταθερή και ίση με $\upsilon_2 = \upsilon_1 = 20m/s$

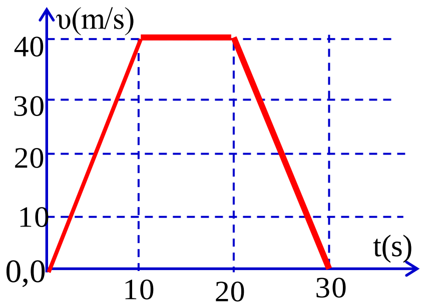
$$\Delta x_2 = \upsilon_2 (t_2 - t_1) \Rightarrow t_2 = t_1 + \frac{\Delta x_2}{\upsilon_2} \xrightarrow{S.I}$$

$$t_2 = 10s + \frac{(300\text{-}100)m}{20m/s} \Rightarrow t_2 = 20s$$

Η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου αποδίδεται στο διάγραμμα.



138. (4-14527) Ένα σώμα μάζας m =10 kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0 s-30 s φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Δ.1 Να υπολογίσετε τη μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα 0s-30s.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα επιτάχυνσης - χρόνου (α–t) για το χρονικό διάστημα 0s - 30s.

Δ.3 Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10			
10 - 20			
20 - 30			

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης κατά τα τρία χρονικά διαστήματα: 0s-10s, 10s-20s και 20s-30s.

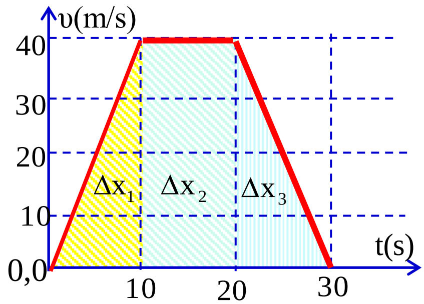
Σε ποιο χρονικό διάστημα προσφέρεται ενέργεια στο σώμα και σε ποιο χρονικό διάστημα αφαιρείται ενέργεια από το σώμα;

Με ποιο γνωστό θεώρημα είναι συμβατά τα αποτελέσματά σας;

Απάντηση

Δ.1 Η μετατόπιση σε όλη της διάρκεια της κίνησης αριθμητικά ισούται με το εμβαδόν της υ(t) [που είναι τραπέζιο]

$$\Delta x = \frac{(20\text{-}10)s+30s}{2} 40\frac{m}{s} \Rightarrow \mathbf{\Delta x = 800m}$$



Οι επιμέρους μετατοπίσεις στις τρεις πρώτες φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα επιμέρους εμβαδά της υ(t)

1^{η} φάση $0s \le t \le 10s$: $\Delta x_1 = \frac{1}{2} 10s \cdot 40\frac{m}{s}$

$\Rightarrow \Delta x_1 = 200m$

2^{η} φάση $10s \le t \le 20s$: $\Delta x_2 = (20-10)s \cdot 40\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_2 = 400m$

3^{η} φάση $20s \le t \le 30s$: $\Delta x_3 = \frac{1}{2}(30\text{-}20)s \cdot 40\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_2 = 200m$

Ολική μετατόπιση $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \Rightarrow \mathbf{\Delta x = 800m}$

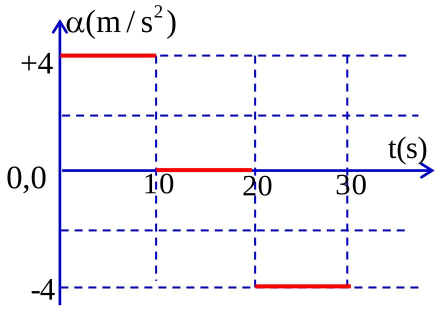
Δ.2 1^{η} φάση $0s \le t \le 10s$: $\alpha_1 = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_1 = \frac{40\text{-}0}{10\text{-}0}\frac{m/s}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_1 = 4m/s}$

2η φάση $10s \le t \le 20s$: υ=σταθερή, $\boldsymbol{\alpha_2 = 0}$

3η φάση $20s \le t \le 30s$: $\alpha_1 = \dfrac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \Rightarrow$

$\alpha_2 = \dfrac{0\text{-}40}{30\text{-}20} \dfrac{m/s}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_3 = -4m/s}$

Η γραφική παράσταση της α(t) αποδίδεται στο διάγραμμα



Δ.3 1η φάση $0s \le t \le 10s$: $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_1 = 40N$

2η φάση $10s \le t \le 20s$: υ=σταθερή, $\Sigma F_2 = 0$

3η φάση $20s \le t \le 30s$: $\Sigma F_3 = m\alpha_3 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_3 = -40N$ και μέτρο $\Sigma F_3 = 40N$

Χρονικό διάστημα (s)	Μέτρο συνισταμένης οριζόντια δύναμη που ασκείται στο σώμα (N)	Διανύσματα της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης και της ταχύτητας της σώματος (ομόρροπα ή αντίρροπα)	Να χαρακτηρίσετε τη κίνηση του σώματος (π.χ. ευθύγραμμη ομαλή, ευθύγραμμη επιταχυνόμενη...)
0 - 10	40N	ομόρροπα	ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη
10 - 20	0N	-	ευθύγραμμη ομαλή
20 - 30	40N	αντίρροπα	ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη

Σχόλιο-Προσοχή: Στην ενδεικτική απάντηση του ΙΕΠ στο ερώτημα Δ.3 και στη συμπλήρωση του πίνακα δίνει ως **μέτρο** της ΣF **+40N, 0N, -40N** αντίστοιχα. Το μέτρο όμως ενός διανύσματος είναι **η απόλυτη τιμή της αλγεβρικής τιμής αυτού και είναι πάντοτε θετικός αριθμός. Για 20s-30s η αλγεβρική τιμή της δύναμης είναι ΣF$_3$= -40N και μέτρο ΣF$_3$= 40N**

Δ.4 1η φάση $0s \le t \le 10s$: $W_{\Sigma F_1} = \Sigma F_1 \Delta x_1 \xrightarrow{S.I} W_{\Sigma F_1} = 40N \cdot 200m \Rightarrow \boldsymbol{W_{\Sigma F_1} = 8000J}$

2η φάση $10s \le t \le 20s$: $\boldsymbol{W_{\Sigma F_2} = 0}$

3η φάση $20s \le t \le 30s$: $W_{\Sigma F_3} = -|\Sigma F_3| \Delta x_3 \xrightarrow{S.I} W_{\Sigma F_3} = -40N \cdot 200m \Rightarrow$

$\boldsymbol{W_{\Sigma F_3} = -8000J}$

Στην 1^{η} φάση $0s \le t \le 10s$ προσφέρεται ενέργεια στο σώμα $E_{1,\pi\rho o\sigma}=W_{\Sigma F_1}=8000J$ .. ενώ στην 3^{η} φάση $20s \le t \le 30s$ αφαιρείται ενέργεια από το σώμα $E_{3,\alpha\pi o\beta\alpha\lambda}=W_{\Sigma F_3}=-8000J$

Προσέχουμε για όλη την διάρκεια της κίνησης,
μεταβολή κινητική ενέργειας $\Delta K=K_{\tau\varepsilon\lambda\iota\kappa\acute{\eta}}-K_{\alpha\rho\chi\iota\kappa\acute{\eta}} \Rightarrow \Delta K=0-0=0$

Συνολικό έργο: $W_{o\lambda}=W_{\Sigma F_1}+W_{\Sigma F_2}+W_{\Sigma F_3} \Rightarrow W_{o\lambda}=8000J+0J-8000J \Rightarrow W_{o\lambda}=0J$

Άρα $\Delta K=W_{o\lambda}$ άρα τα αποτελέσματα είναι συμβατά με το ΘΜΚΕ.

139. (4-14528) Μικρό σφαιρίδιο μάζας m=2kg αφήνεται από ύψος h=10m, από το έδαφος, να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.

Δ.1 Σε ποιο ύψος από το έδαφος, η δυναμική ενέργεια του σφαιριδίου (U) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια (K).

Δ.2 Ποια είναι η ταχύτητα του σφαιριδίου τη στιγμή που η δυναμική του ενέργεια (U) είναι ίση με την κινητική του ενέργεια (K);

Δ.3 Έστω $t_{o\lambda}$ η συνολική χρονική διάρκεια για να φτάσει το σφαιρίδιο στο έδαφος και t_E η χρονική διάρκεια μέχρις ότου, η δυναμική του ενέργεια να γίνει ίση με την κινητική. Να υπολογίσετε το λόγο: $\frac{t_{o\lambda}}{t_E}$.

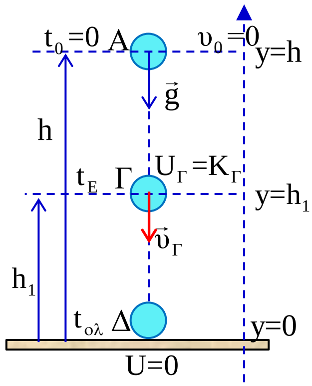
(Η χρονική στιγμή t_0=0s είναι η στιγμή που αφήνουμε το σώμα να πέσει προς το έδαφος).

Δ.4 Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις U=U(y), K=K(y) και $E_{MHX}=E_{MHX}(y)$, όπου y η απόσταση του σφαιριδίου από το έδαφος και E_{MHX} η μηχανική ενέργεια του σφαιριδίου.

Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g=10 m/s^2.

Απάντηση

Σχόλιο-Προσοχή: Η δυναμική βαρυτική ενέργεια υπολογίζεται μόνο αν ορισθεί το οριζόντιο επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας (…για μικρά σχετικά ύψη και μικρές γεωγραφικές αποκλίσεις που θεωρούμε $\vec{g}$ σταθερή…). **Εδώ η άσκηση έχει ατέλεια δεδομένων δεν ορίζει που θεωρούμε U=0**. Για την λύση που ακολουθεί θεωρούμε U=0 στην επιφάνεια του εδάφους.



Δ.1 Έστω U=K σε μια θεση Γ σε ύψος h_1 από το έδαφος $E_{μηχ(Γ)}=E_{μηχ(Α)} \Rightarrow K_\Gamma+U_\Gamma=K_A+U_A$

$$\xrightarrow{K_\Gamma=U_\Gamma} 2U_\Delta=0+U_A \Rightarrow 2mgh_1=mgh \Rightarrow$$

$$h_1=\frac{h}{2} \Rightarrow \mathbf{h_1=5m}$$

Δ.2 $K_\Gamma=U_\Gamma \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon_\Gamma^2=mgh_1 \Rightarrow \upsilon_\Gamma=\sqrt{2gh_1}$

$$\xrightarrow{S.I} \upsilon_\Gamma=10m/s$$

Δ.3 Κίνηση ΑΔ, $h=\frac{1}{2}gt_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}=\sqrt{\frac{2h}{g}}$ (1)

Κίνηση ΑΓ, $h-h_1=\frac{1}{2}gt_E^2 \Rightarrow t_E=\sqrt{\frac{2(h-h_1)}{g}} \xrightarrow{h_1=h/2} t_E=\sqrt{\frac{h}{g}}$ (2)

Διαιρώντας τις (1) και (2) έχουμε: $\frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\frac{2h/g}{h/g}} \Rightarrow \mathbf{\frac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{2}}$

Δ.4 $E_{μηχ}=σταθ.=E_{μηχ(Α)} \Rightarrow E_{μηχ}=mgh$

$$\xrightarrow{S.I} E_{μηχ}=200J$$

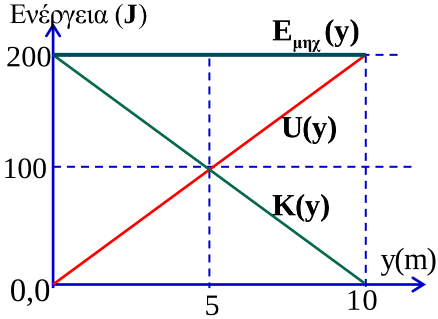
$U=mgy \xrightarrow{S.I} U=20y$ (S.I) για

$0m \le y \le 10m$

$K=E_{μηχ}-U \Rightarrow K=200-20y$ (S.I) για

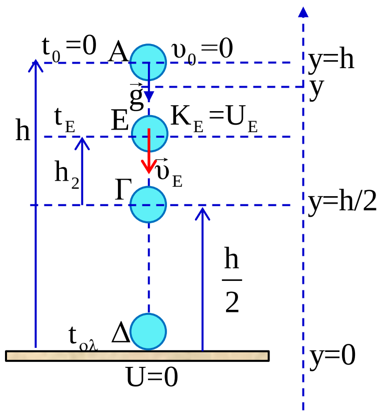
$0m \le y \le 10m$

Οι γραφικές παραστάσεις των ενεργειών συνατήσει της απόστασης y από το έδαφος φαίνεται στο διάγραμμα.



Σχόλιο: … και αν πάρουμε άλλη θέση ως U=0; …θα έχουμε διαφορετικά αποτελέσματα! … δείτε το…

Δ.1 Έστω U=0 σε μια θεση Γ που είναι το μέσον της ΑΔ (ΑΓ=ΓΔ=h/2=5m) και έστω U=K σε μια θέση Ε σε ύψος h_2 πάνω από το Γ που πήραμε ως U=0.



$E_{μηχ(E)}=E_{μηχ(A)} \Rightarrow K_E+U_E=K_A+U_A$

$\xrightarrow{K_E=U_E} 2U_E=0+U_A \Rightarrow 2mgh_2=mg(h\text{-}h/2)$

$\Rightarrow h_2=\dfrac{h}{4} \Rightarrow \mathbf{h_2=2{,}5m}$

Δ.2 $K_E=U_E \Rightarrow \dfrac{1}{2}m\upsilon_E^2=mgh_2 \Rightarrow \upsilon_\Gamma=\sqrt{2gh_2}$

$\xrightarrow{S.I} \boldsymbol{\upsilon_E=5\sqrt{2}m/s}$

Δ.3 Κίνηση ΑΔ, $h=\dfrac{1}{2}gt_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}=\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (3)

Κίνηση ΑΕ, $\dfrac{h}{2}\text{-}h_2=\dfrac{1}{2}gt_E^2 \Rightarrow \dfrac{h}{2}-\dfrac{h}{4}=\dfrac{1}{2}gt_E^2 \Rightarrow \dfrac{h}{4}=\dfrac{1}{2}gt_E^2 \Rightarrow t_E=\sqrt{\dfrac{h}{2g}}$ (4)

Διαιρώντας τις (3) και (4) έχουμε: $\dfrac{t_{ολ}}{t_E}=\sqrt{\dfrac{2h/g}{h/2g}} \Rightarrow \mathbf{\dfrac{t_{ολ}}{t_E}=2}$

Δ.4 $E_{μηχ}$=σταθ.$=E_{μηχ(A)} \Rightarrow E_{μηχ}=mg(h\text{-}h/2) \xrightarrow{S.I} E_{μηχ}=100J$

Η δυναμική ενέργεια σε τυχαία θέση με συντεταγμένη y είναι

$U=mg(y\text{-}h/2) \Rightarrow U=mgy\text{-}mgh/2$

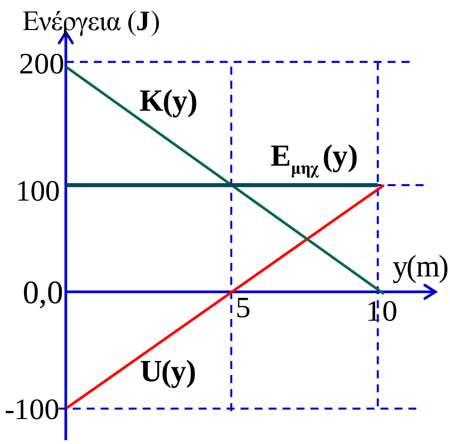
$\xrightarrow{S.I} U=20y\text{-}100$ (S.I) για

$0m \le y \le 10m$

$K=E_{μηχ}\text{-}U \Rightarrow K=100\text{-}(20y\text{-}100) \Rightarrow$

$K=200\text{-}20y$ (S.I) για $0m \le y \le 10m$

Οι γραφικές παραστάσεις των ενεργειών συναρτήσει της απόστασης y από το έδαφος φαίνεται στο διάγραμμα.



140.(4-14529) Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας m=10kg, βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη F=60N για χρονικό διάστημα Δt και το μετατοπίζει κατά Δx=25m. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι μ=0,4 και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g=10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt.

Δ.2 Να υπολογίσετε τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο κατά το χρονικό διάστημα Δt.

Δ.3 Να υπολογίσετε τη ταχύτητα του κιβωτίου όταν αυτό έχει μετατοπιστεί κατά Δx= 25m.

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας m_1=40kg και βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

Δ.5 Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε κατά το ίδιο χρονικό διάστημα Δt να το μετατοπίσει κατά Δx=25m.

Απάντηση

Δ.1 $\Sigma \vec{F}_y=0 \Rightarrow N\text{-}mg=0 \Rightarrow N=mg \xrightarrow{S.I} N=100N$

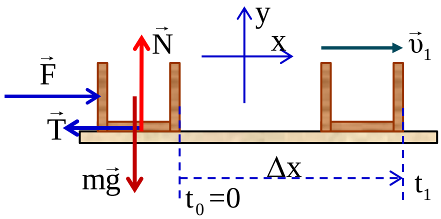
$T=\mu N \xrightarrow{S.I} T=40N$

$\Sigma \vec{F}_x=m\vec{\alpha} \Rightarrow F\text{-}T=m\alpha \Rightarrow \alpha=\dfrac{F\text{-}T}{m}$

$\xrightarrow{S.I} \alpha=2m/s^2$

$\Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha(t_1\text{-}t_0)^2 \Rightarrow \Delta x=\dfrac{1}{2}\alpha\Delta t^2$

$\Delta t=\sqrt{\dfrac{2\Delta x}{\alpha}} \xrightarrow{S.I} \Delta t=5s$



Δ.2 $W_F=F\Delta x \xrightarrow{S.I} W_F=60N\cdot 25m \Rightarrow W_F=1500J$

$W_T=\text{-}T\Delta x \xrightarrow{S.I} W_T=\text{-}40N\cdot 25m \Rightarrow W_T=\text{-}1000J$

$W_B=0$ και $W_N=0$

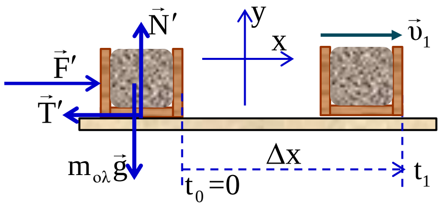
Δ3 $\upsilon_1=\alpha\Delta t \xrightarrow{S.I} \upsilon_1=2m/s^2\cdot 5s \Rightarrow \upsilon_1=10m/s$

Δ.4 $\Sigma \vec{F}_y=0 \Rightarrow N'\text{-}m_{o\lambda}g=0 \Rightarrow N'=m_{o\lambda}g \xrightarrow{S.I} N'=500N$

$$T' = \mu N' \xrightarrow{S.I} T = 200N$$

Επειδή θα διανύει στον ίδιο χρόνο την ίδια μετατόπιση θα έχει την ίδια επιτάχυνση $\Delta x = \frac{1}{2}\alpha'\Delta t^2 \Rightarrow \alpha' = \frac{2\Delta x}{\Delta t^2}$

$$\xrightarrow{S.I} \alpha' = 2m/s^2$$



$$\Sigma \vec{F}_x = m_{\text{ολ}}\vec{\alpha}' \Rightarrow F' - T' = m_{\text{ολ}}\alpha' \Rightarrow$$

$$F' = T' + m_{\text{ολ}}\alpha' \xrightarrow{S.I} F' = 300N$$

141.(4-14530) Μικρή σφαίρα, μάζας m=1kg, εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα $υ_0$=20m/s. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητα είναι g=10m/s^2.

Δ.1 Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος (h) που θα φτάσει η σφαίρα και το χρονικό διάστημα ($\Delta t_{\alpha\nu}$) μέχρι να φτάσει στο ύψος αυτό (χρονικό διάστημα ανόδου).

Στη συνέχεια η σφαίρα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα προς την επιφάνεια της Γης.

Δ.2 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα ($\Delta t_{\kappa\alpha\theta}$) μέχρις ότου η σφαίρα επιστρέφει στην επιφάνεια τη Γης (χρονικό διάστημα καθόδου), καθώς και την ταχύτητα ($υ'_0$) με την οποία αυτή επιστρέφει.

Δ.3 Να συγκρίνετε:

α. το μέτρο της αρχικής ταχύτητας ($υ_0$) εκτόξευσης της σφαίρας με το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στην επιφάνεια της Γης ($υ'_0$).

β. το χρονικό διάστημα ανόδου ($\Delta t_{\alpha\nu}$) με αυτό της καθόδου της σφαίρας ($\Delta t_{\kappa\alpha\theta}$).

γ. Αν η μάζα της σφαίρας ήταν τετραπλάσια της αρχικής τα συμπεράσματα των δυο προηγούμενα) ερωτημάτων θα ήταν τα ίδια ή διαφορετικά και γιατί;

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο του βάρους της σφαίρας:

i. κατά την άνοδο της σφαίρας και,

ii. κατά την κάθοδο της σφαίρας. Τι συμπεραίνετε;

Α π ά ν τ η σ η

Επειδή στο σώμα μοναδική δύναμη είναι το βάρος η επιτάχυνση του σώματος για το ενιαίο σύστημα αναφοράς του σχήματος είναι $\Sigma \vec{F}_y = m\vec{a} \Rightarrow -mg = ma \Rightarrow \mathbf{a = -g}$.

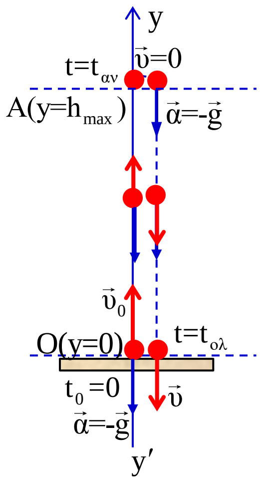
Οι χρονικές εξισώσεις ταχύτητας και θέσης - συντεταγμένης για το ενιαίο σύστημα αναφοράς του σχήματος για όλη τη διάρκεια της είναι

$$υ = υ_0 + αt \xrightarrow{α=-g} υ = υ_0 - gt \xrightarrow{S.I}$$

$$υ = 20 - 10t \ \ (S.I)\ (1)$$

$$y = υ_0 t + \frac{1}{2}αt^2 \xrightarrow{α=-g} y = υ_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I}$$

$y=20t-5t^2$ (S.I) (2)



Δ.1 Χρόνος ανόδου $t_{OA}=t_{αν}$: Για τη ανώτερη θέση A η ταχύτητα μηδενίζεται οπότε από την (1) για $t=t_{αν}$ έχουμε υ=0, $(1)\Rightarrow 0=20-10t_{αν}\Rightarrow$

$\mathbf{t_{αν}=2s}$

Από την (2) για $t=t_{αν}$ το σώμα είναι στο μέγιστο ύψος $y=h_{max}$ $(2)\Rightarrow$

$$h_{max}=20t_{αν}-5t_{αν}^2 \xrightarrow{S.I} h_{max}=20\cdot 2-5\cdot 2^2 \Rightarrow$$

$\mathbf{h_{max}=20m}$

Παρατήρηση: Το μέγιστο ύψος υπολογίζεται και ενεργειακά με ΘΜΚΕ ή διατήρηση μηχανικής ενέργειας για A και O , $E_{μηχ(A)}=E_{μηχ(O)}\Rightarrow$

$$K_A+U_A=K_O+U_O\Rightarrow 0+\left(U_O+mgh_{max}\right)=\frac{1}{2}mυ_0^2+U_O\Rightarrow h_{max}=\frac{υ_0^2}{2g}\xrightarrow{S.I}$$

$\mathbf{h_{max}=20m}$

Σχόλιο: Παρατηρείστε ότι στο θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας δεν πήραμε σε κάποια θέση U=0 αλλά πήραμε $U_A=U_O+mgh_{max}$

Δ.2 Υπολογισμός του συνολικού χρόνου $t_{OAO}=t_{ολ}$ μέσα στον οποίο το σώμα επανήλθε στο σημείο βολής O(y=0). Από την εξίσωση κίνησης (2) $y=20t-5t^2$

$$\xrightarrow[t=t_{ολ}]{y=0} 0=20t_{ολ}-5t_{ολ}^2\Rightarrow 5t_{ολ}\left(t_{ολ}-4\right)=0\Rightarrow \mathbf{t_{ολ}=4s}$$ (συνολικός χρόνος) ή $t_{ολ}=0$ (που ως απορρίπτεται ως συνολικός χρόνος …απλά είναι η αρχική χρονική στιγμή που το κινητό ήταν στην y=0).

Ο χρόνος καθόδου από το A στο O είναι $t_{καθ}=t_{ολ}-t_{αν}\Rightarrow \mathbf{t_{καθ}=2s}$

Η ταχύτητα επανόδου στο σημείο βολής υπολογίζεται από τη σχέση της ταχύτητας (1) $υ=20-10t \xrightarrow{t=t_{ολ}=4s} υ=20-10.4\Rightarrow υ=-20m/s$ …έχει μέτρο **υ=20m/s** και φορά αρνητική για το δεδομένο σύστημα αναφοράς .

Σχόλιο: Οι χρονικές εξισώσεις ταχύτητας $\upsilon=20-10t$ (S.I) και θέσης- συντεταγμένης $y=20t-5t^2$ (S.I) για το ενιαίο σύστημα αναφοράς του σχήματος ισχύουν για όλη τη διάρκεια της κίνησης με τον χρόνο να μετράει από τη στιγμή έναρξης της κίνησης.

Δ.3 α. Παρατηρούμε ότι το μέτρο της ταχύτητας επανόδου στο σημείο βολής ισούται με το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\upsilon=\upsilon_0=20m/s$

β. Επίσης παρατηρούμε ότι ο χρόνος ανόδου ισούται με τον χρόνο καθόδου $t_{\alpha\nu}=t_{\kappa\alpha\theta}=2s$

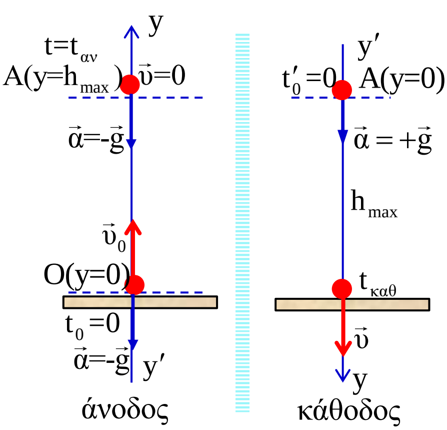
γ. Η επιτάχυνση του κινητού είναι $\alpha=-g$ που είναι ανεξάρτητη της μάζας m του κινητού και οι εξισώσεις (1) και (2) θα είναι ίδιες ανεξάρτητα από τη μάζα του σώματος. Επειδή οι τιμές για το χρόνο ανόδου, τον χρόνο καθόδου και την ταχύτητα επανόδου στο σημείο βολής προκύπτουν από τις ανωτέρω εξισώσεις, δεν εξαρτώνται από την εκάστοτε μάζα του σώματος.

Δ.4 Έργο βάρους στην άνοδο: $W_{B,\alpha\nu}=-mgh_{max} \xrightarrow{S.I} W_{B,\alpha\nu}=-200J$

Έργο βάρους στην κάθοδο: $W_{B,\kappa\alpha\theta}=+mgh_{max} \xrightarrow{S.I} W_{B,\kappa\alpha\theta}=+200J$

Έργο βάρους σε όλη την διαδρομή που είναι «κλειστή» (έχει την ίδια αρχική και τελική θέση) $W_{B,o\lambda}=-mgh_{max}+mgh_{max}=0$ …κάτι που είναι αναμενόμενο αφού το βάρος είναι δύναμη συντηρητική.

Παρατήρηση: Μια συνηθισμένη μεθοδολογία στην άσκηση είναι να μελετήσουμε ξεχωριστά την άνοδο και κάθοδο με δύο διαφορετικά συστήματα αναφοράς, όπως φαίνονται στο σχήμα.



Έτσι για τη άνοδο οι εξισώσεις ταχύτητας και θέσης είναι ίδιες με τις (1) και (2)

$\upsilon=20-10t$ (S.I), $y=20t-5t^2$ (S.I) .

Ο χρόνος ανόδου και το μέγιστο ύψος βρίσκονται , όπως στο ερώτημα Δ.1

Τώρα στην κάθοδο (που θεωρούμε νέα αρχή χρόνων) οι εξισώσεις είναι

$\upsilon=\alpha t \xrightarrow{\alpha=+g} \upsilon=gt \xrightarrow{S.I} \upsilon=10t$ (S.I) (3)

$y=\frac{1}{2}\alpha t^2 \xrightarrow{\alpha=+g} y=\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{S.I} y=5t^2$ (S.I) (4)

Ο χρόνος καθόδου υπολογίζεται από την (4) $y=5t^2 \xrightarrow[t=t_{καθ}]{y=h_{max}=20m} 20=5t^2_{καθ} \Rightarrow$ $t_{καθ}=2s$

Η ταχύτητα με την οποία φθάνει στο έδαφος υπολογίζεται από την (3) $υ=10t \xrightarrow{t=t_{καθ}=2s} υ=20m/s$

142. (4-14531 Μικρή σφαίρα μάζας, m=2kg, αφήνεται από ύψος h=20m να πέσει προς την επιφάνεια της Γης. Η σφαίρα φτάνει στην επιφάνεια με ταχύτητα $υ_{Γκαθ}$. Μία ίδια σφαίρα αν αφεθεί από το ίδιο ύψος σε έναν πλανήτη Α θα φτάσει στην επιφάνειά του με ταχύτητα $υ_{Ακαθ}=υ_{Γκαθ}/2$.

Η αντίσταση του αέρα είναι και στις δύο περιπτώσεις αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας στη Γη είναι $g_Γ=10\ m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα $Δt_{Γκαθ}$ μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια της Γης, καθώς και την ταχύτητα $υ_{Γκαθ}$ που έχει εκείνη την στιγμή.

Δ.2 Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας $g_Α$του πλανήτη Α.

Δ.3 Αν $Δt_{Ακαθ}$ είναι το χρονικό διάστημα μέχρις ότου, η σφαίρα να φτάσει στην επιφάνεια του πλανήτη Α, να βρεθεί ο λόγος $\dfrac{Δt_{Ακαθ}}{Δt_{Γκαθ}}$.

Δ.4 Να γίνουν στο ίδιο διάγραμμα σε βαθμονομημένους άξονες, οι γραφικές παραστάσεις U=U(y), K=K(y) και $E_{ΜΗΧ}=E_{ΜΗΧ}(y)$, όπου τα U, K και $E_{ΜΗΧ}$ αντιστοιχούν στην δυναμική, την κινητική και την μηχανική ενέργεια της σφαίρας στη Γη και το y στην απόσταση του σφαίρας από την επιφάνεια της Γης.

Απάντηση

Δ.1 Ελεύθερη πτώση στη Γη, $h=\frac{1}{2}g_Γ t^2_{Γ,καθ} \Rightarrow t_{Γ,καθ}=\sqrt{\frac{2h}{g_Γ}} \xrightarrow{S.I} \mathbf{t_{Γ,καθ}=2s}$

Ταχύτητα με τη οποία το σώμα φθάνει στο έδαφος, $υ_{Γ,καθ}=g_Γ t_{Γ,καθ} \xrightarrow{S.I}$ $υ_{Γ,καθ}=20m/s$ …αλλά και ενεργειακά $E_{μηχ}=σταθ \Rightarrow \frac{1}{2}mυ^2_{Γ,καθ}+U_{εδ}=0+(U_{εδ}+mg_Γ h)$ $\Rightarrow υ_{Γ,καθ}=\sqrt{2g_Γ h}$ (1)

Δ.2 Πλανήτης Α: Ταχύτητα με τη οποία το σώμα φθάνει στο επιφάνεια του πλανήτη …με διατήρηση ενέργειας βρίσκουμε εξίσωση ανάλογη με τη (1), $υ_{Α,καθ}=\sqrt{2g_Α h}$ (2)

Επειδή $υ_{Γ,καθ}=2υ_{Α,καθ} \xrightarrow{1,2} \sqrt{2g_Γ h}=2\sqrt{2g_Α h} \Rightarrow g_Γ=4g_Α \Rightarrow g_Α=g_Γ/4 \xrightarrow{S.I}$ $\mathbf{g_Α=2,5m/s^2}$

Δ.3 $\upsilon_{\Gamma,\kappa\alpha\theta}=2\upsilon_{A,\kappa\alpha\theta} \Rightarrow g_\Gamma t_{\Gamma,\kappa\alpha\theta}=2g_A t_{A,\kappa\alpha\theta} \Rightarrow \dfrac{t_{A,\kappa\alpha\theta}}{t_{\Gamma,\kappa\alpha\theta}}=\dfrac{g_\Gamma}{2g_A} \Rightarrow \dfrac{t_{A,\kappa\alpha\theta}}{t_{\Gamma,\kappa\alpha\theta}}=\dfrac{4g_A}{2g_A} \Rightarrow \boldsymbol{\dfrac{t_{A,\kappa\alpha\theta}}{t_{\Gamma,\kappa\alpha\theta}}=2}$

Δ.4 Υποθέτωντας U=0 στο έδαφος έχουμε

$E_{\mu\eta\chi}=\sigma\tau\alpha\theta.=E_{\mu\eta\chi(A)} \Rightarrow E_{\mu\eta\chi}=mgh \xrightarrow{S.I}$

$E_{\mu\eta\chi}=400J$

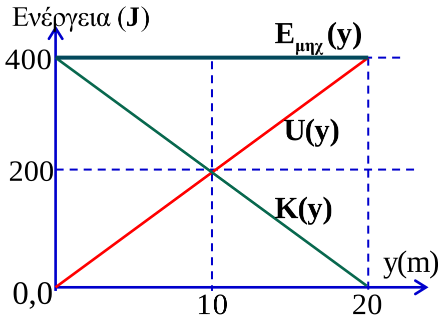
$U=mgy \xrightarrow{S.I} U=20y$ (S.I) για

$0m \le y \le 20m$

$K=E_{\mu\eta\chi}-U \Rightarrow K=400-20y$ (S.I) για

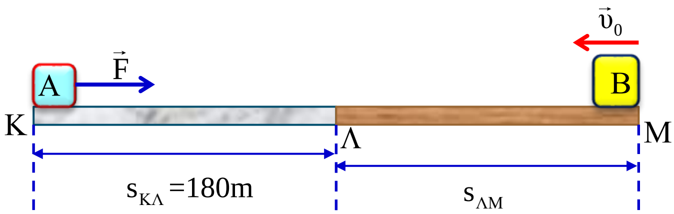
$0m \le y \le 20m$

Οι γραφικές παραστάσεις των ενεργειών συνατήσει της απόστασης y από το έδαφος φαίνεται στο διάγραμμα.



Σχόλιο-Προσοχή: Εδώ η άσκηση έχει ατέλεια δεδομένων δεν ορίζει που θεωρούμε U=0. Για την λύση που ακολουθεί θεωρούμε U=0 στην επιφάνεια του εδάφους. Δείτε την αναλυση στην άσκηση **139(4-14528).**

143.(4-14532) Στο αρχικά ακίνητο σώμα Α, μάζας $m_A=2kg$, ασκείται, τη χρονική στιγμή $t_0=0s$, οριζόντια δύναμη F=20N. Το σώμα Α κινείται πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο ΚΛ, μήκους $S_{K\Lambda}=180m$. Ένα δεύτερο σώμα Β, διπλάσιας μάζας ($m_B=2m_A$), διέρχεται, τη χρονική στιγμή t_0, από το σημείο Μ του μη λείου οριζοντίου επιπέδου ΛΜ με ταχύτητα $\upsilon_0=42m/s$, κινούμενο όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Β και του επιπέδου ΛΜ είναι μ = 0,2 και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$.

Δ.1 Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_A μέχρι το σώμα Α να φτάσει στο σημείο Λ, καθώς και τη ταχύτητα υ_A με την οποία φτάνει σε αυτό.

Δ.2 Να υπολογίσετε το μήκος $s_{\Lambda M}$, αν γνωρίζετε ότι το σώμα Β φτάνει στο σημείο Λ ταυτόχρονα με το σώμα Α.

Δ.3 Αν γνωρίζετε ότι, κατά τη σύγκρουση των δύο σωμάτων στο σημείο Λ, ακινητοποιούνται και τα δύο, να υπολογίσετε τη μηχανική ενέργεια των δύο σωμάτων που μετατράπηκε, κατά τη σύγκρουση, σε άλλες μορφές ενέργειας.

Δ.4 Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{K_B}{K_A}$, όπου K_A η κινητική ενέργεια του σώματος Α, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος $s_{KΛ}/2$ και K_B η κινητική ενέργεια του σώματος Β, όταν αυτό έχει διανύσει μήκος $s_{ΛΜ}/2$

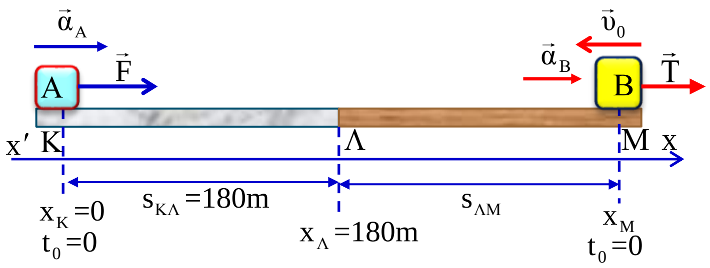
Απάντηση

Δ.1 Κίνηση σώματος Α:

Επιτάχυνση, $\Sigma \vec{F}_x = m_A \vec{\alpha}_A \Rightarrow F = m_A \alpha_A \Rightarrow \alpha_A = \frac{F}{m_A} \xrightarrow{S.I} \alpha_A = 10 m/s^2$

Μετατόπιση: $\Delta x_A = \frac{1}{2}\alpha_A t_A^2 \xrightarrow{S.I} t_A = \sqrt{\frac{2\Delta x_A}{\alpha_A}} \xrightarrow{Λ: \Delta x_A = 180m} \mathbf{t_A = 6s}$

Ταχύτητα : $\upsilon_A = \alpha_A t_A \xrightarrow{t_A = 6s} \mathbf{\upsilon_A = 60 m/s}$



Δ.2 Κίνηση σώματος Β (για το σύστημα αναφοράς του σχήματος):

Δύναμη τριβής: $T = \mu N = \mu m_B g \xrightarrow{S.I} T = 0{,}2 \cdot 4 \cdot 10 = 8N$

Επιτάχυνση: $\Sigma \vec{F}_x = m_B \vec{\alpha}_B \Rightarrow T = m_B \alpha_B \Rightarrow \mu m_B g = m_B \alpha_B \Rightarrow \alpha_B = \mu g \xrightarrow{S.I}$ $\alpha_B = 2 m/s^2$.

Μετατόπιση: $\Delta x_B = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}\alpha_B t^2 \xrightarrow{S.I} \Delta x_B = -42t + 1t^2$ (S.I) και για t=6s έχουμε $\Delta x_B = MΛ$ οπότε $\Delta x_B = -42 \cdot 6 + 1 \cdot 6^2 \Rightarrow \Delta x_B = -216m \Rightarrow \mathbf{s_{ΛM} = |\Delta x_B| = 216m}$

Ταχύτητα το Β στο Λ: $\upsilon_B = \upsilon_0 + \alpha_B t \xrightarrow{S.I} \upsilon_B = -42 + 2t$ (S.I) και για t=6s που το κινητό είναι στο Λ έχουμε $\upsilon_B = -42 + 2 \cdot 6 \Rightarrow \upsilon_B = -30 m/s$ ή $\upsilon_B = 30 m/s$ (μέτρο)

Δ.3 Στο Λ αμέσως πριν την κρούση $E_{μηχ}=K_A+K_B \Rightarrow E_{μηχ}=\frac{1}{2}m_A υ_A^2+\frac{1}{2}m_B υ_B^2$

$\xrightarrow{S.I} E_{μηχ}=\frac{1}{2}2\cdot 60^2+\frac{1}{2}4\cdot 30^2 \Rightarrow \mathbf{E_{μηχ}=5400J}$.

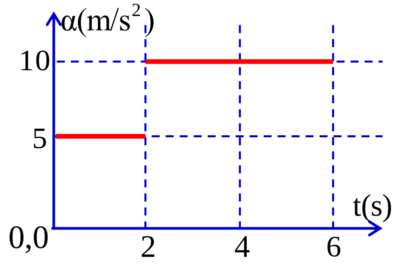
Αμέσως πριν την κρούση $E'_{μηχ}=0$, οπότε όλη η αρχική μηχανική ενέργεια μετατράπηκε σε θερμική λόγω της κρούσης $\mathbf{Q=\left|\Delta E_{μηχ}\right|=5400J}$.

Δ.4 $\Delta K_A=W_F \Rightarrow K_A\text{-}0=F\frac{s_{KΛ}}{2} \Rightarrow K_A=20N\cdot\frac{180}{2}m \Rightarrow K_A=1800J$

$\Delta K_B=W_T \Rightarrow K_B\text{-}\frac{1}{2}m_B υ_0^2=\text{-}T\frac{s_{ΛΜ}}{2} \Rightarrow K_B=\frac{1}{2}m_B υ_0^2\text{-}T\frac{s_{ΛΜ}}{2} \xrightarrow{S.I} K_B=2664J$

$\frac{K_B}{K_A}=\frac{2664J}{1800J} \Rightarrow \mathbf{\frac{K_B}{K_A}\simeq 1,48}$

144.(4-14691) Ένα σώμα μάζας 2Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s -6s φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_0=0s είναι $υ_0$ =0m/s.



Δ.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους: « ευθύγραμμη ομαλή» , «ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη» , «ευθύγραμμη επιταχυνόμενη

Στο χρονικό διάστημα από 0s–2s η κίνηση είναι ....

Στο χρονικό διάστημα από 2s–6s η κίνηση είναι ....

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0s-6 .

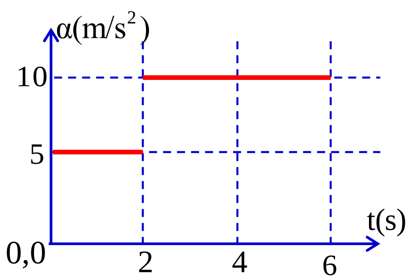
Δ.3 Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα κατά το χρονικό διάστημα 0s-6s και ποια η μέση ταχύτητά του το αντίστοιχο χρονικό διάστημα.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0s-2 , και2s-6s.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Α π ά ν τ η σ η

Δ.1 $1^η$ φάση $0s \le t \le 2s$, το κινητό ξεκινάει από την ηρεμία με σταθερή επιτάχυνση $α_1=5m/s^2$ και η κίνηση είναι «**ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**»

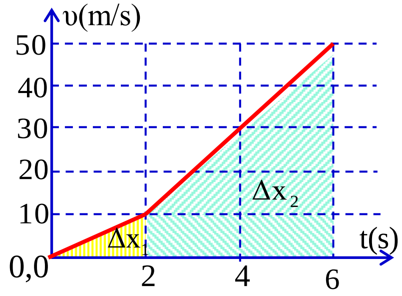


Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $υ=α_1 t \xrightarrow{(S.I)} υ=5t$ (S.I) και για $t=t_1=2s$ έχουμε $υ_1=5\cdot 2m/s$ ή $υ_1=10m/s$

$2^η$ φάση $2s \le t \le 6s$, το κινητό συνεχίζει με ταχύτητα $υ_1$=10m/s και με σταθερή επιτάχυνση $α_2=10m/s^2$ ομόρροπη της ταχύτητας και η κίνηση συνεχίζει να είναι «**ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη**».

Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_1+α_2(t-t_1) \xrightarrow{(S.I)} υ=10+10(t-2)$ (S.I) και για $t=t_2=6s$ έχουμε $υ=10+10(6-2)$ ή $υ_2=50m/s$.

Δ.2 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.1 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



Δ.3 Οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} 2s \cdot 10\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_1 = 10m$$

$$\Delta x_2 = \frac{(10+50)m/s}{2} \cdot (6\text{-}2)s \Rightarrow \Delta x_2 = 120m$$

$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 130m$, Συνολικό διάστημα: $\mathbf{s_{ολ} = |\Delta x_{ολ}| = 130m}$

Μέση ταχύτητα : $\bar{\upsilon} = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{130m}{6s} \Rightarrow \mathbf{\bar{\upsilon} = 21,67m/s}$

Δ.4 $1^η$ φάση $0s \le t \le 2s$, $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_1 = 2Kg \cdot 5m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_1 = 10N$

$W_1 = \Sigma F_1 \cdot \Delta x_1 \xrightarrow{S.I} W_1 = 10N \cdot 10m \Rightarrow \mathbf{W_1 = 100J}$

$2^η$ φάση $2s \le t \le 6s$, $\Sigma F_2 = m\alpha_2 \xrightarrow{S.I} \Sigma F_2 = 2Kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 20N$

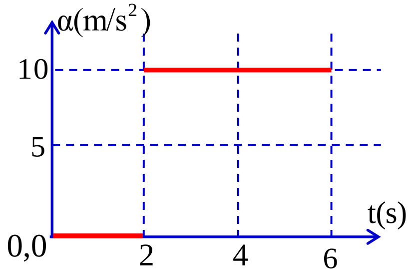
$W_2 = \Sigma F_2 \cdot \Delta x_2 \xrightarrow{S.I} W_2 = 20N \cdot 120m \Rightarrow \mathbf{W_2 = 2400J}$

Συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_1 + W_2 \Rightarrow \mathbf{W_{ολ} = 2500J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $\Delta K = \frac{1}{2} m\upsilon^2_{τελ} \text{-} 0 \xrightarrow{S.I} \Delta K = \frac{1}{2} 2 \cdot 50^2 \Rightarrow \Delta K = 2500J$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $\Delta K = W_{ολ} = 2500J$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

145.(4-14692) Ένα σώμα μάζας $m=2Kg$ κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s-6s φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_0=0s$ είναι $x_0=+10m$ και $\upsilon_0 = +10\ m/s$ αντίστοιχα.

Δ.1 Να γράψετε τις μαθηματικές σχέσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου (εξισώσεις κίνησης) του σώματος για το χρονικό διάστημα 0s-6s.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0s-6s.

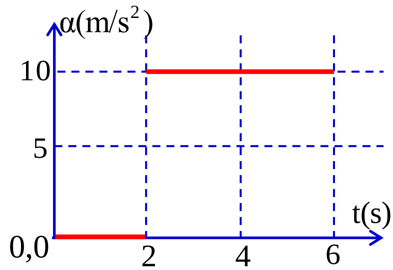
Δ.3 Ποια η συνολική μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα 0 s - 6 s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα για το χρονικό διάστημα 0s-6s.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Απάντηση

Δ.1 1η φάση $0s \le t \le 2s$, το κινητό κινείται με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_0=10m/s^2$ και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή



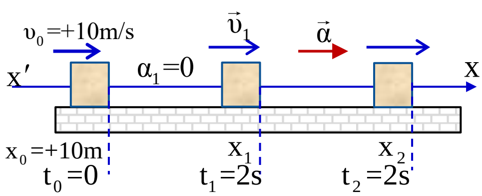
Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $\mathbf{\upsilon = \upsilon_0 = 10m/s}$

Χρονική εξίσωση θέσης: $x=x_0+\upsilon_0 t$

$\xrightarrow{S.I} \mathbf{x = 10 + 10t}$ (S.I) …

και για $t=t_1=2s \Rightarrow x_1=10+10t_1 \Rightarrow$

$x_1=10+10 \cdot 2=30m$



2η φάση $2s \le t \le 6s$, το κινητό συνεχίζει με αρχική ταχύτητα $\upsilon_1=10m/s$ και με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=10m/s^2$ ομόρροπη της ταχύτητας και η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Χρονική εξίσωση ταχύτητας: $\upsilon=\upsilon_1+\alpha(t-t_1) \xrightarrow{(S.I)} \mathbf{\upsilon = 10 + 10(t-2)}$ (S.I)

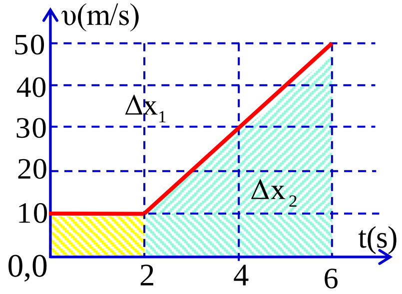
και για $t=t_2=6s$ έχουμε $\upsilon=10+10(6-2)$ ή $\upsilon_2=50m/s$.

Χρονική εξίσωση θέσης: $x=x_1+\upsilon_1(t-t_1)+\frac{1}{2}\alpha(t-t_1)^2 \xrightarrow{S.I}$

$\mathbf{x = 30 + 10(t - 2) + 5(t - 2)^2}$ (S.I) …

και για $t=t_2=6s \Rightarrow x=30+10(6-2)+5(6-2)^2 \Rightarrow x_2=150m$

Δ.2 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.1 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



Δ.3 Η συνολική μετατόπιση του κινητού είναι $\Delta x_{ολ}=x_2-x_0 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=150m-10m \Rightarrow \Delta x_{ολ}=140m$ και το συνολικό διάστημα $\mathbf{s_{ολ} = |\Delta x_{ολ}| = 140m}$.

Σχόλιο: Η συνολική μετατόπιση, όπως και οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται **και** από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$\Delta x_1=2s\cdot 10\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_1=20m$$

$$\Delta x_2=\frac{(10+50)m/s}{2}\cdot(6-2)s \Rightarrow \Delta x_2=120m$$

$$\Delta x_{ολ}=\Delta x_1+\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ}=140m\,.$$

Δ.4 1η φάση $0s \le t \le 2s$, $\Sigma F_1=0$ και $W_1=\Sigma F_1\cdot\Delta x_1=0$

2η φάση $2s \le t \le 6s$, $\Sigma F_2=m\alpha \xrightarrow{S.I} \Sigma F_2=2Kg\cdot 10m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_2=20N$

$W_2=\Sigma F_2\cdot\Delta x_2 \xrightarrow{S.I} W_2=20N\cdot 120m \Rightarrow \mathbf{W_2 = 2400J}$

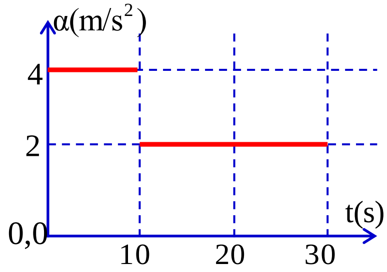
Συνολικό έργο: $W_{ολ}=W_1+W_2 \Rightarrow \mathbf{W_{ολ} = 2400J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $\Delta K=\frac{1}{2}m\upsilon_{τελ}^2-\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta K=\frac{1}{2}2\cdot 50^2-\frac{1}{2}2\cdot 10^2 \Rightarrow \Delta K=2400J$$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $\Delta K=W_{ολ}=2400J$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

146.(4-14693) Ένα σώμα μάζας m=1Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s-30 s φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώμα το τη χρονική στιγμή t_0 = 0 s είναι x_0 =+10m και $υ_0$ =-40m/s αντίστοιχα.



Δ.1 Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t=20s.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0s-30s.

Δ.3 Ποια η συνολική μετατόπιση του σώματος το χρονικό διάστημα 0s-30 s και ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το ίδιο χρονικό διάστημα.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0-10s και 10s-30s.

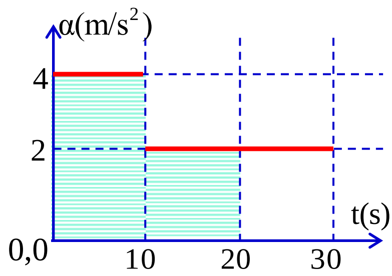
Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Απάντηση

Δ.1 1ος τρόπος: Το εμβαδόν της α(t) δίνει την μεταβολή της ταχύτητας, οπότε από την έως t_0=0s και την t=20s η μεταβολή Δυ της ταχύτητας ισούται με το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν της α(t).

$Δυ=4\frac{m}{s^2}\cdot(10\text{-}0)s+2\frac{m}{s^2}\cdot(20\text{-}10)s \Rightarrow \mathbf{Δυ=60m/s}$ και για την ταχύτητα τη t=20s έχουμε $Δυ=60m/s \Rightarrow υ-υ_0=60m/s \Rightarrow$

$υ-(-40m/s)=60m/s \Rightarrow \mathbf{υ=+20m/s}$



(*) Η αρχική κίνηση ήταν προς τα αρνητικά του άξονα x΄x και κάποια στιγμή η ταχύτητα μηδενίσθηκε και η φορά κίνησης άλλαξε με φορά κίνησης προς τα θετικά.

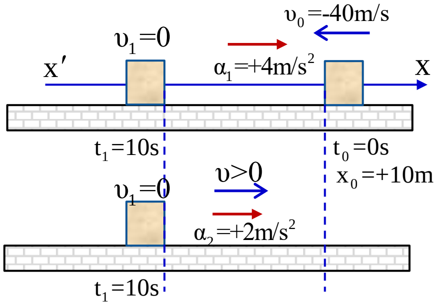
2ος τρόπος: Αναλυτική μελέτη της κίνησης

1η φάση: $0\le t\le 10s$, $α_1$=+4m/s²>0, $υ_0$=-40m/s<0 κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη με φορά προς τα αρνητικά

Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_0+α_1(t-t_0) \xrightarrow{(S.I)} υ=-40+4t$ (S.I)

Για t=t_1=10s , $υ_1=-40+4\cdot 10=0$ δηλαδή η ταχύτητα μηδενίζεται την t=t_1=10s

$2^η$ φάση: $10s \le t \le 30s$, $α_2=+2m/s^2>0$, $υ_1=0$ κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη με φορά προς τα θετικά

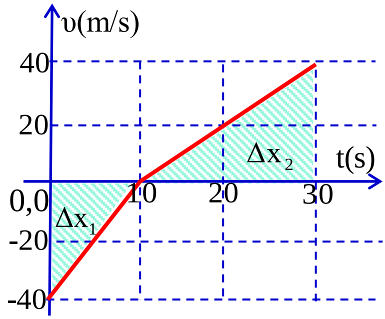


Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_1+α_2(t\text{-}t_1) \xrightarrow{(S.I)} υ=2(t\text{-}10)$ (S.I)

Για t=t₂=20s , $υ_2=2\cdot(20-10) \Rightarrow υ_2=20m/s$

Για t=t₃=30s , $υ_3=2\cdot(30-10) \Rightarrow υ_3=40m/s$

Δ.2 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.1 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



Δ.3 Η συνολική μετατόπιση, όπως και οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$Δx_1=\frac{1}{2}(10\text{-}0)s\cdot\left(\text{-}40\frac{m}{s}\right) \Rightarrow Δx_1=\text{-}200m$$

$$Δx_2=\frac{1}{2}(30\text{-}10)s\cdot\left(40\frac{m}{s}\right) \Rightarrow Δx_2=+400m$$

$Δx_{ολ}=Δx_1+Δx_2 \Rightarrow Δx_{ολ}=200m$ και $s_{ολ}=|Δx_1|+|Δx_2| \Rightarrow \mathbf{s_{ολ}=600m}$

Δ.4 $1^η$ φάση $0s \le t \le 10s$, $ΣF_1=mα_1 \Rightarrow ΣF_1=1Kg\cdot(+4m/s^2) \Rightarrow ΣF_1=4N$,

$Δx_1=\text{-}200m$ και $W_1=\text{-}|ΣF_1|\cdot|Δx_1| \Rightarrow W_1=\text{-}800J$

$2^η$ φάση $10s \le t \le 30s$, $ΣF_2=mα_2 \Rightarrow ΣF_2=1Kg\cdot(+2m/s^2) \Rightarrow ΣF_2=2N$,

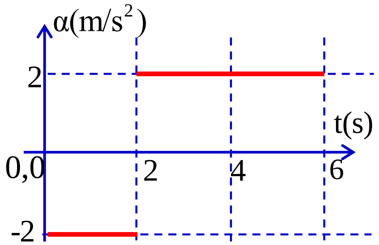
$Δx_2=+400m$ και $W_2=+|ΣF_2|\cdot|Δx_2| \Rightarrow W_2=+800J$ Συνολικό έργο: $W_{ολ}=W_1+W_2 \Rightarrow$ $\mathbf{W_{ολ}=0J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $ΔK=\frac{1}{2}mυ_{τελ}^2\text{-}\frac{1}{2}mυ_0^2 \xrightarrow{S.I}$

$$ΔK=\frac{1}{2}1\cdot 40^2-\frac{1}{2}1\cdot(\text{-}40)^2 \Rightarrow ΔK=0J$$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $ΔK=W_{ολ}=2400J$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

147.(4-14694) Ένα σώμα μάζας m=2Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s-6s φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική θέση και η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_0 = 0 s είναι x_0=+10m και $υ_0$=+4m/s αντίστοιχα.



Δ.1 Να συμπληρωθούν τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους: «ευθύγραμμη ομαλή», «ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη», «ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη».

Στο χρονικό διάστημα από 0s–2s η κίνηση είναι ....

Στο χρονικό διάστημα από 2s–6s η κίνηση είναι ....

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0s -6 .

Δ.3 Να υπολογίσετε:

α. τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t =6s και

β. τη μέση ταχύτητά του το χρονικό διάστημα 0s-6s.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0s-2 s και 2s-6s.

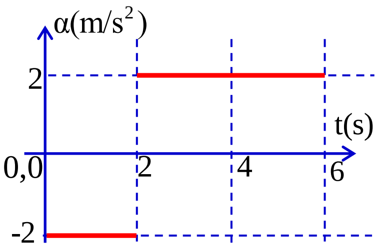
Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Απάντηση

Δ.1 1η φάση: $0 \le t \le 2s$,$α_1$=-2m/s^2<0, $υ_0$=+4m/s>0 **«κίνηση ομαλά επιβραδυνόμενη»** με φορά προς τα θετικά.

Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_0+α_1(t-t_0) \xrightarrow{(S.I)} υ=4-2t$ (S.I)

Για t=t_1=2s , $υ_1=4-2\cdot 2=0$ δηλαδή η ταχύτητα μηδενίζεται την t=t_1=2s

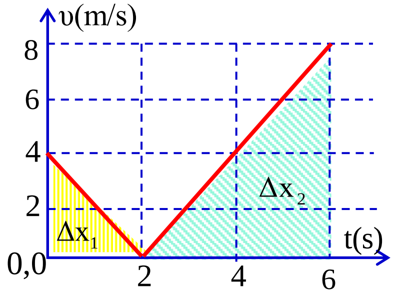


2η φάση: $2s \le t \le 6s$, $α_2$=+2m/s^2>0, $υ_1$=0 **«κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη»** με φορά προς τα θετικά

Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_1+α_2(t-t_1) \xrightarrow{(S.I)}$ $υ=2(t-2)$ (S.I)

Για t=t_2=6s , $υ_2=2\cdot(6-2) \Rightarrow υ_2=8m/s$

Δ.2 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.1 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



Δ.3 Η συνολική μετατόπιση, όπως και οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}(2\text{-}0)s \cdot \left(4\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \Delta x_1 = 4m$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}(6\text{-}2)s \cdot \left(8\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \Delta x_2 = +16m$$

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 20m \quad \text{και} \quad s_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{s_{ολ} = 20m}$$

α. Η θέση του κινητού την t=6s είναι, $\Delta x_{ολ} = x\text{-}x_0 \Rightarrow x = x_0 + \Delta x_{ολ} \xrightarrow{(S.I)}$ $x = +10m + 20m \Rightarrow x = +30m$

β. Μέση ταχύτητα : $\bar{\upsilon} = \frac{s_{ολ}}{t_{ολ}} \Rightarrow \bar{\upsilon} = \frac{20m}{6s} \Rightarrow \boldsymbol{\bar{\upsilon} = \frac{10}{3}\frac{m}{s}}$.

Δ.4 1η φάση $0s \le t \le 2s$, $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow \Sigma F_1 = 2Kg \cdot (\text{-}2m/s^2) \Rightarrow \Sigma F_1 = \text{-}4N$,

$\Delta x_1 = +4m$ και $W_1 = -|\Sigma F_1| \cdot |\Delta x_1| \Rightarrow W_1 = -16J$

2η φάση $2s \le t \le 6s$, $\Sigma F_2 = m\alpha_2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 2Kg \cdot (+2m/s^2) \Rightarrow \Sigma F_2 = +4N$,

$\Delta x_2 = +16m$ και $W_2 = +|\Sigma F_2| \cdot |\Delta x_2| \Rightarrow W_2 = +64J$

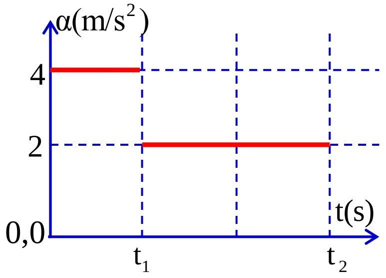
Συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_1 + W_2 \Rightarrow \mathbf{W_{ολ} = 48J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon_{τελ}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta K = \frac{1}{2}2 \cdot 8^2 - \frac{1}{2}2 \cdot 4^2 \Rightarrow \Delta K = 48J$$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $\Delta K = W_{ολ} = 48J$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

148.(4-14695) Ένα σώμα μάζας m=0,5Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s–t_2 φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_0 =0s είναι $υ_0$=0m/s.



Δ.1 Να συμπληρώσετε τα κενά στις επόμενες προτάσεις με έναν από τους όρους: «ευθύγραμμη ομαλή», «ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη», «ευθύγραμμη επιταχυνόμενη»

Στο χρονικό διάστημα από 0s–t_1 η κίνηση είναι ....

Στο χρονικό διάστημα από t_1–t_2 η κίνηση είναι ....

Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας.

Δ.2 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αν γνωρίζετε ότι η ταχύτητα του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $υ_1$ =+40m/s και $υ_2$ =+80m/s αντίστοιχα.

Δ.3 Ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα 0s–t_2.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0s – t_1 και t_1 – t_2.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

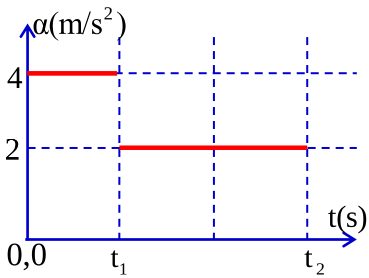
Απάντηση

Δ.1 $1^η$ φάση: $0 \le t \le t_1$,$α_1$=+4m/s^2>0, $υ_0$=0

«κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη» με φορά προς τα θετικά.

$2^η$ φάση: $t_1 \le t \le t_2$, $α_2$=+2m/s^2>0, $υ_1$>0

«κίνηση ομαλά επιταχυνόμενη» με φορά προς τα θετικά



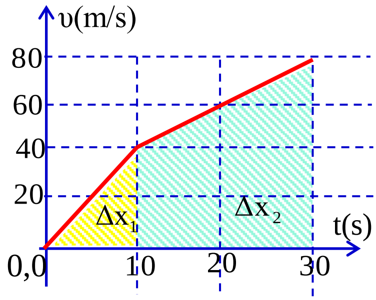
Δ.2 $1^η$ φάση: $0 \le t \le t_1$, Εξίσωση ταχύτητας:

$υ=α_1 t \xrightarrow{(S.I)} υ=4t$ (S.I)

Για t=t_1 $υ_1$=40m/s οπότε $υ=4t \Rightarrow 40=4t_1 \Rightarrow$ **t_1=10s**

$2^η$ φάση: $t_1 \le t \le t_2$, Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_1+α_2(t-t_1) \xrightarrow{(S.I)} υ=40+2(t-10)$ (S.I) και για t=t_2 , $υ_2$=80m/s οπότε $υ=40+2(t-10) \Rightarrow 80=40+2(t_2-10) \Rightarrow$ **t_2=30s**

Δ.3 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.2 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



Η συνολική μετατόπιση, όπως και οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}(10\text{-}0)s \cdot \left(40\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \Delta x_1 = 200m$$

$$\Delta x_2 = \frac{(40+80)m/s}{2} \cdot (30\text{-}20)s \Rightarrow \Delta x_2 = +1200m$$

$$\Delta x_{o\lambda} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{o\lambda} = 1400m \quad \text{και} \quad s_{o\lambda} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{s_{o\lambda} = 1400m}$$

Δ.4 1η φάση $0s \le t \le 10s$, $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow \Sigma F_1 = 0{,}5Kg \cdot 4m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_1 = 2N$,

$\Delta x_1 = +200m$ και $W_1 = |\Sigma F_1| \cdot |\Delta x_1| \Rightarrow \mathbf{W_1 = 400J}$

2η φάση $10s \le t \le 30s$, $\Sigma F_2 = m\alpha_2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 0{,}5Kg \cdot +2m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 1N$,

$\Delta x_2 = +1200m$ και $W_2 = +|\Sigma F_2| \cdot |\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{W_2 = 1200J}$

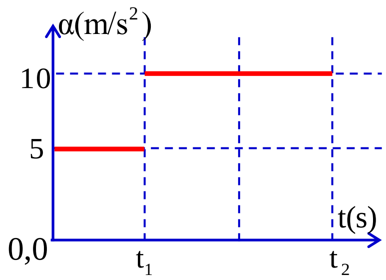
Συνολικό έργο: $W_{o\lambda} = W_1 + W_2 \Rightarrow \mathbf{W_{o\lambda} = 1600J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I}$

$$\Delta K = \frac{1}{2}0{,}5 \cdot 80^2 \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 1600J}.$$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $\Delta K = W_{o\lambda} = 1600J$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

149.(4-14696) Ένα σώμα μάζας m=4Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s–t_2 φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_0 =0s είναι $υ_0$=0m/s.



Δ.1 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, αν γνωρίζετε ότι οι ταχύτητες του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $υ_1$=+10m/s και $υ_2$=+50m/s αντίστοιχα.

Δ.2 Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου (υ-t) για το χρονικό διάστημα 0s –t_2.

Δ.3 Ποιο το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα 0s –t_2.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0s –t_1 και t_1 –t_2.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

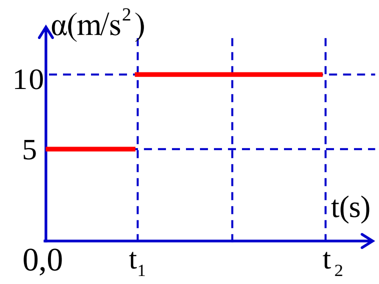
Απάντηση

Δ.1 1η φάση: $0 \le t \le t_1$, $α_1$=+5m/s^2>0, $υ_0$=0,

Εξίσωση ταχύτητας: $υ=α_1 t \xrightarrow{(S.I)}$ υ=5t (S.I)

Για t=t_1 $υ_1$=10m/s οπότε υ=5t $\Rightarrow 10=4t_1$

$\Rightarrow$ **t_1=2s**



2η φάση: $t_1 \le t \le t_2$,

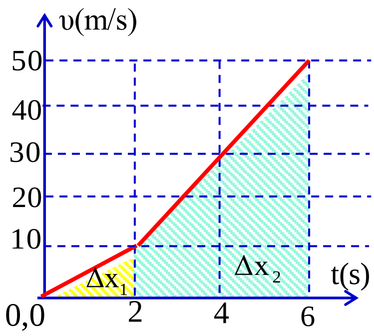
$α_2$=+10m/s^2>0, $υ_1$=10m/s>0

Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_1+α_2(t-t_1)$

$\xrightarrow{(S.I)}$ υ=10+10(t-2) (S.I) και για t=t_2 ,

$υ_2$=50m/s οπότε υ=10+10(t-2) $\Rightarrow$

$50=10+10(t_2-2)$ $\Rightarrow$ **t_2=6s**



Δ.2 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.1 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.

Δ.3 Η συνολική μετατόπιση, όπως και οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}(2\text{-}0)s \cdot 10\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_1 = 10m$$

$$\Delta x_2 = \frac{(10+50)m/s}{2} \cdot (6\text{-}2)s \Rightarrow \Delta x_2 = +120m$$

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 130m \quad \text{και} \quad s_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{s_{ολ} = 130m}$$

Δ.4 1η φάση $0s \leq t \leq 2s$, $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow \Sigma F_1 = 4Kg \cdot 5m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_1 = 20N$,

$\Delta x_1 = +10m$ και $W_1 = |\Sigma F_1| \cdot |\Delta x_1| \Rightarrow \mathbf{W_1 = 200J}$

2η φάση $2s \leq t \leq 6s$, $\Sigma F_2 = m\alpha_2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 4Kg \cdot 10m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 40N$,

$\Delta x_2 = +120m$ και $W_2 = +|\Sigma F_2| \cdot |\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{W_2 = 4800J}$

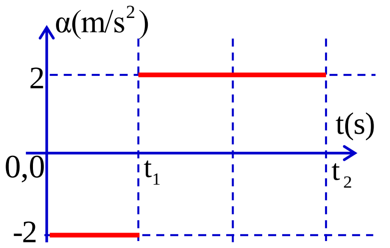
Συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_1 + W_2 \Rightarrow \mathbf{W_{ολ} = 5000J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon_{τελ}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I}$

$\Delta K = \frac{1}{2}4 \cdot 50^2 \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 5000J}$.

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $\Delta K = W_{ολ} = 5000J$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

150.(4-14697) Ένα σώμα μάζας m=2Kg κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Το διάγραμμα της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο για το χρονικό διάστημα 0s–t_2 φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_0 =0s είναι $υ_0$ =+10m/s.



Δ.1 Να προσδιορίσετε τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 αν γνωρίζετε ότι οι ταχύτητες του σώματος τις χρονικές αυτές στιγμές είναι $υ_1$ =+6m/s και $υ_2$ =+14m/s αντίστοιχα.

Δ.2 Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή t_1, αν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή t_A = 1 s το σώμα περνά από τη θέση Α με x_A= +29 m.

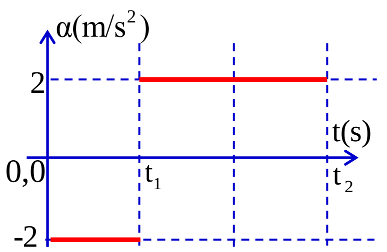
Δ.3 Ποιο είναι το συνολικό διάστημα που διήνυσε το σώμα το χρονικό διάστημα 0s-t_2.

Δ.4 Να υπολογίσετε το έργο της συνισταμένης οριζόντιας δύναμης που ασκείται στο σώμα τα χρονικά διαστήματα 0s –t_1 και t_1–t_2.

Τα αποτελέσματά σας επαληθεύουν το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας;

Απάντηση

Δ.1 1η φάση: $0 \le t \le t_1$, $α_1$=-2m/s²>0, $υ_0$=10 m/s,



Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_0+α_1 t \xrightarrow{(S.I)}$ $υ$=10-2t (S.I) και για t=t_1 $υ_1$=6m/s οπότε

$υ_1=10-2t_1 \Rightarrow 6=10-2t_1 \Rightarrow \mathbf{t_1=2s}$

2η φάση: $t_1 \le t \le t_2$, $α_2$=+2m/s²>0, $υ_1$=6m/s>0

Εξίσωση ταχύτητας: $υ=υ_1+α_2(t-t_1) \xrightarrow{(S.I)}$ $υ$=6+2(t-2) (S.I) και για t=t_2 , $υ_2$=14m/s

οπότε $υ_2=10+10(t_2-2) \Rightarrow 14=6+2(t_2-2) \Rightarrow \mathbf{t_2=6s}$

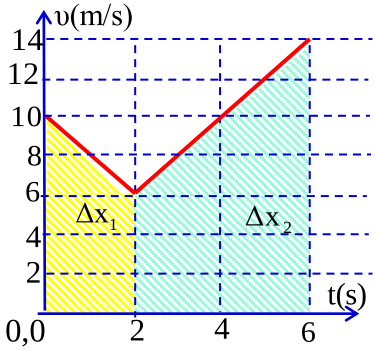
Δ.2 Στη 1η φάση της κίνησης, που είναι η στιγμή t=1s, η χρονική εξίσωση της θέσης είναι $x=x_0+υ_0 t+\frac{1}{2}α_1 t^2 \xrightarrow{(S.I)} x=x_0+10t-1t^2$ και για t=1s , x=29m οπότε

$x=x_0+10t-1t^2 \Rightarrow 29=x_0+10\cdot 1-1\cdot 1^2 \Rightarrow x_0=20m$

Άρα η χρονική εξίσωση της θέσης είναι $x=20+10t-1t^2$ και για t=t1=2s έχουμε

$x_1=20+10\cdot 2-1\cdot 2^2 \Rightarrow \mathbf{x_1 = 36m}$

Δ.3 Με βάση τις εξισώσεις της ταχύτητας και τα αποτελέσματα της ερώτηση Δ.1 η γραφική παράσταση της υ(t) αποδίδεται στο διάγραμμα του σχήματος.



Η συνολική μετατόπιση, όπως και οι μετατοπίσεις στις επιμέρους φάσεις της κίνησης υπολογίζονται από τα αντίστοιχα εμβαδά της υ(t).

$$\Delta x_1 = \frac{(10+6)\text{m/s}}{2}\cdot(2\text{-}0)\text{s} \Rightarrow \Delta x_1 = 16\text{m}$$

$$\Delta x_2 = \frac{(6+14)\text{m/s}}{2}\cdot(6\text{-}2)\text{s} \Rightarrow \Delta x_2 = +40\text{m}$$

$$\Delta x_{ολ} = \Delta x_1 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_{ολ} = 56\text{m} \quad \text{και} \quad s_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{s_{ολ} = 56m}$$

Δ.4 1η φάση $0s \le t \le 2s$, $\Sigma F_1 = m\alpha_1 \Rightarrow \Sigma F_1 = 2Kg\cdot(-2m/s^2) \Rightarrow \Sigma F_1 = -4N$,

$\Delta x_1 = +16m$ και $W_1 = -|\Sigma F_1|\cdot|\Delta x_1| \Rightarrow \mathbf{W_1 = -64J}$

2η φάση $2s \le t \le 6s$, $\Sigma F_2 = m\alpha_2 \Rightarrow \Sigma F_2 = 2Kg\cdot 2m/s^2 \Rightarrow \Sigma F_2 = +4N$,

$\Delta x_2 = +40m$ και $W_2 = +|\Sigma F_2|\cdot|\Delta x_2| \Rightarrow \mathbf{W_2 = 160J}$

Συνολικό έργο: $W_{ολ} = W_1 + W_2 \Rightarrow \mathbf{W_{ολ} = 96J}$

Μεταβολή κινητικής ενέργειας: $\Delta K = \frac{1}{2}m\upsilon_{τελ}^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \xrightarrow{S.I}$

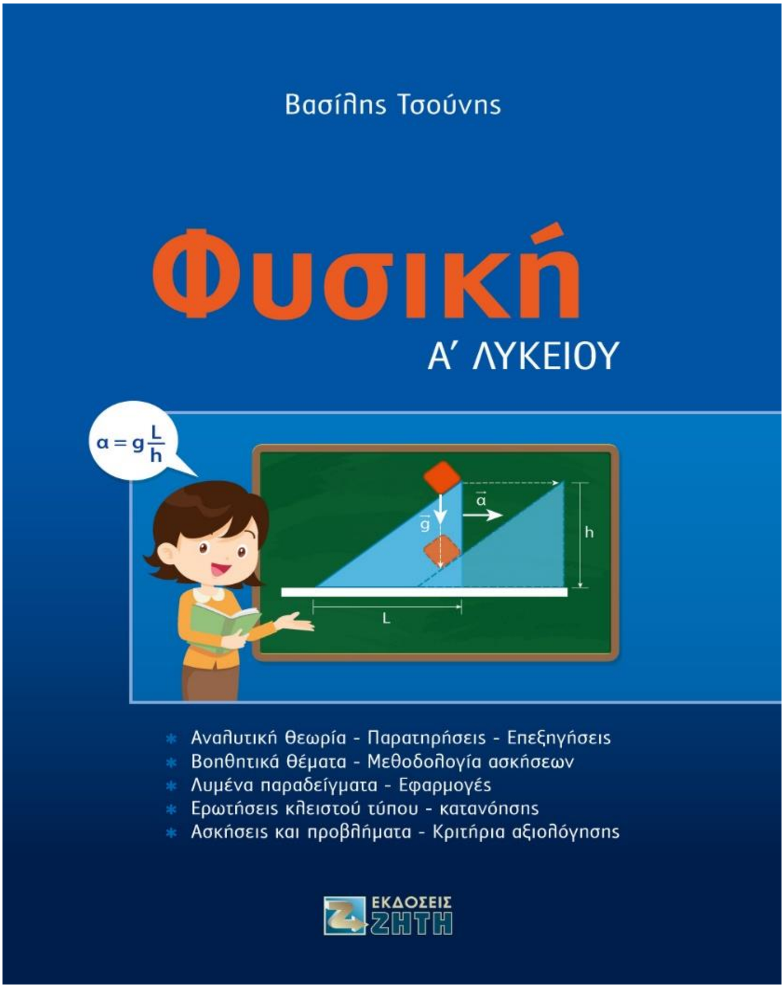
$$\Delta K = \frac{1}{2}2\cdot 14^2 - \frac{1}{2}2\cdot 10^2 \Rightarrow \mathbf{\Delta K = 96J}\ .$$

Από τα αριθμητικά αυτά αποτελέσματα φαίνεται $\mathbf{\Delta K = W_{ολ} = 96J}$ και επαληθεύεται το ΘΜΚΕ.

Βασίλης Τσούνης - **Φυσική Α΄ Λυκείου**

Εκδόσεις Ζήτη (2020)

https://ziti.gr/vivlio/tsounis-fysiki-a-lykeioy/



Το βιβλίο είναι γραμμένο σε 5 ενότητες και 15 κεφάλαια, όπως φαίνονται τον παρακάτω πίνακα

Ενότητα- Κεφάλαιο	Λυμένα παραδείγματα – εφαρμογές	Ερωτήσεις κλειστού τύπου	Ερωτήσεις κατανόησης	Ασκήσεις και προβλήματα
Α. Κινηματική				
1. Θέση- Χρονική στιγμή – Σύστημα αναφοράς	3	8	5	6
2. Περιγραφή της κίνησης	4	9	7	8
3. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση	6	12	12	35
4. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση	15	11	12	46
Β. Η Στατική και Δυναμική σε μία διάσταση – Ελεύθερη πτώση				
5. Η στατική σε μια διάσταση	5	14	10	17
6. Η Δυναμική σε μια διάσταση	8	10	12	23
7. Ελεύθερη πτώση κατακόρυφη βολή	6	11	14	42
Γ. Η Στατική και Δυναμική στο επίπεδο – Τριβή				
8. Ομοεπίπεδες δυνάμεις – Σύνθεση και ανάλυση	8	7	7	18
9. Η στατική στο επίπεδο	6	10	11	35
10. Η δυναμική στο επίπεδο	19	17	23	70
Δ. Έργο-Ενεργεια				
11. Ενέργεια –Έργο δύναμης	6	11	10	8
12. Κινητική Ενέργεια και έργο	6	11	17	23
13. Δυναμική-Μηχανική-Χημική Ενέργεια	8	9	10	24
14. Ισχύς – Ρυθμοί μεταβολής της Ενέργειας	3	6	9	8
Ε. Επαναληπτικά Θέματα – Γενικά κριτήρια αξιολόγησης				
15. Επαναληπτικά Θέματα	-	-	-	15
Κριτήρια αξιολόγησης	15 κριτήρια αξιολόγησης ανά ενότητα και … 5 επαναληπτικά.			

Συνολικά : **103** Λυμένα παραδείγματα, **146** Ερωτήσεις κλειστού τύπου, **159** Ερωτήσεις κατανόησης , **378** Ασκήσεις και προβλήματα, **20** κριτήρια αξιολόγησης

Βασίλης Τσούνης

Φυσική Γ΄ Λυκείου - Ηλεκτρομαγνητισμός

Εκδόσεις Ζήτη (2020)

https://ziti.gr/vivlio/tsounis-fysiki-g-lykeioy-ilektromagnitismos/

Το βιβλίο είναι γραμμένο σε 4 ενότητες
και ένα σύνολο 9 τρίωρων κριτηρίων αξιολόγησης.

Όλες οι ενότητες περιέχουν:

- **πλήρη ανάπτυξη και ανάλυση της θεωρίας**
- **παρατηρήσεις – επεξηγήσεις – ανάπτυξη ειδικών θεμάτων κατανόησης των φαινομένων**
- **γενική και ειδική μεθοδολογία**
- **λυμένα παραδείγματα – εφαρμογές**
- **… και ερωτήσεις κλειστού τύπου, ερωτήσεις κατανόησης, ασκήσεις – προβλήματα και κριτήρια αξιολόγησης ως ακολούθως:**

	Λυμένα παραδείγματα – εφαρμογές	Ερωτήσεις κλειστού τύπου	Ερωτήσεις κατανόησης	Ασκήσεις και προβλήματα
1. Μαγνητικά πεδία	**12**	**21**	**25**	**52**
2. Δυνάμεις Laplace	**15**	**18**	**19**	**49**
3. Επαγωγή	**16**	**25**	**20**	**81**
4. Εναλλασσόμενο ρεύμα	**9**	**16**	**15**	**28**
Σύνολο	**52**	**80**	**79**	**210**
Γενικό Σύνολο	**421**			
9 Κριτήρια Αξιολόγησης	**1x4 = 4 (1 ανά ενότητα), 3 επαναληπτικά στον ηλεκτρομαγνητισμό, 2 συνδυαστικά με ηλεκτρομαγνητισμό, στερεό και ταλαντώσεις**			

Συνολικά : **52 Λυμένα παραδείγματα,** **80 Ερωτήσεις κλειστού τύπου,**
79 Ερωτήσεις κατανόησης, **210 Ασκήσεις και προβλήματα**